VV
Đ 231

ĐẶNG NGỌC DINH
NGUYỄN HỮU KHÁI – TRẦN BÁCH

THƯ VIỆN
Số 5290

Hệ thống điện

tập I

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC VÀ TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP

ĐẶNG NGỌC DINH — NGUYỄN HỮU KHÁI — TRẦN BÁCH

Chủ biên: ĐẶNG NGỌC DINH

HỆ THỐNG ĐIỆN

TẬP I

QUY HOẠCH VÀ THIẾT KẾ HỆ THỐNG ĐIỆN

231

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC VÀ TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP

HÀ NỘI — 1981

ĐÍNH CHÍNH

(Hệ thống điện – tập I)

Trang	dòng	In sai	Sửa lại
16	10 ↑	$\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-\varphi(x_i,a,b,c\ldots)\right]^{2}\frac{\partial\varphi}{\partial a}=0$	$\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-\varphi(x_i,a,b,c\ldots)\right]\frac{\partial\varphi}{\partial a}=0$
30	11 ↑	$2{,}1461 = S_1^{[1]}(y)$	$2{,}1461 = S_1^{[o]}(y)$,
41	6 ↓	$\widehat{\ } = \begin{pmatrix}\hat\alpha_1\\ \hat\alpha_2 = \\ \hat\alpha_3\end{pmatrix}\frac{b^{-1}}{\Delta} = (\ldots)$	$\hat{x} = \begin{pmatrix}\hat\alpha_1\\ \hat\alpha_2\\ \hat\alpha_3\end{pmatrix} = \frac{b^{-1}}{\Delta}(\ldots)$
43	1 ↑	$\hat Y = \hat\alpha_a Y_a = \hat\alpha_b Y_b$	$\hat Y = \hat\alpha_a \hat Y_a + \hat\alpha_b \hat Y_b$
92	4 ↑	$a_{tc}\frac{K_{max}-K}{Z_{max}-Z_{min}} = \frac{Y_{max}-Y}{Z_{max}-Z_{min}}$	$a_{tc}\frac{K_{max}-K}{Z_{max}-Z_{min}} + \frac{Y_{max}-Y_{min}}{Z_{max}-Z_{min}}$
101	12 ↑	$f^*(x'_j) = \frac{\partial F^*}{\partial x_1}$	$f^*(x'_j) = \frac{\partial F^*}{\partial x'_j}$
202	8 ↑	$\left(\frac{\partial Z}{\partial x_j}\right)$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial x_j}\right)'$
203	9 ↓	$\frac{\partial Z}{\partial P_1} = \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_n \frac{\partial P_n}{\partial P_1}$	$\frac{\partial Z}{\partial P_1} = \varepsilon_1 - \varepsilon_n \frac{\partial P_n}{\partial P_1}$
	10 ↓	$\frac{\partial Z}{\partial P_2} = \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_n \frac{\partial P_n}{\partial P_2}$	$\frac{\partial Z}{\partial P_2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_n \frac{\partial P_n}{\partial P_2}$
203	10 ↑	$\frac{\partial Z}{\partial P_1} = \varepsilon_1, \varepsilon_n \quad \frac{\partial Z}{\partial P_2} = \varepsilon_2, \varepsilon_n$	$\frac{\partial Z}{\partial P_1} = \varepsilon_1 - \varepsilon_n ; \frac{\partial Z}{\partial P_2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_n$
281	4 ↓	$Z_2^c - X^2$	$Z_c^2 - X^2$

LỜI NÓI ĐẦU

Hệ thống điện (HTĐ) là tập hợp các nhà máy điện, trạm biến áp, đường dây tải điện, mạng phân phối và các hộ dùng điện nhằm thực hiện nhiệm vụ sản xuất, chuyền tải, phân phối và sử dụng điện năng một cách tin cậy, kinh tế và chất lượng đảm bảo

HTĐ là một bộ phận quan trọng của hệ thống năng lượng và hệ thống kinh tế quốc dân, nó chiếm một phạm vi rộng lớn về lãnh thổ. HTĐ ngày nay được nghiên cứu như một hệ lớn, có cấu trúc nội tại phức tạp và liên hệ mật thiết với môi trường. Trong hệ luôn xảy ra quá trình năng lượng (vật chất) và quá trình thông tin (quan hệ nhân — quả), vì vậy việc quản lí, điều khiển hệ không những phải tuân theo những qui luật của lí thuyết mạch điện—từ mà còn phải luôn quán triệt hành vi kinh tế.

Tính phức tạp của HTĐ không những được đặc trưng ở cấu trúc của nó, mà còn thể hiện ở tính luôn phát triển trong thời gian, phân cấp trong không gian và tính đa chỉ tiêu cần thỏa mãn mà thường tồn tại mâu thuẫn giữa chúng (vốn đầu tư nhỏ, độ tin cậy cao, thời gian xây dựng ngắn, chất lượng điện năng tốt v.v...).

Ngoài ra tuy phát triển trong kế hoạch chung của nền kinh tế quốc dân nhưng do nhiều nguyên nhân khác nhau, sự hiểu biết của ta về HTĐ không bao giờ đầy đủ, trọn vẹn và điều đó thường được nêu một cách tế nhị là thông tin về hệ có tính ngẫu nhiên và bất định. Vì vậy những mô tả, đánh giá hệ, những sách lược quản lí hệ phải luôn được hoàn thiện.

Trong khung cảnh trên đây, rõ ràng công tác qui hoạch, thiết kế và điều khiển HTĐ nhằm hài hòa các mặt mâu thuẫn, tìm những giải pháp tối ưu về kinh tế—kỹ thuật là một nhiệm vụ quan trọng của cán bộ kỹ thuật và nghiên cứu thuộc ngành điện

Để thực hiện tốt nhiệm vụ trên đây, ngoài sự hiểu biết về bản chất vật lí của các hiện tượng xảy ra trong HTĐ, còn cần nắm được những phương pháp luận hiệu lực, xây dựng được những mô hình toán học nhằm mô tả, đánh giá và điều khiển các mặt hành vi của HTĐ và lời giải phải nhận được từ quan điểm hệ thống.

Bộ sách HỆ THỐNG ĐIỆN gồm 3 tập dựa trên những giáo trình và kết quả nghiên cứu của các tác giả là cán bộ giảng dạy bộ môn Hệ thống điện (phát dẫn) trường Đại học Bách khoa Hà nội, mong muốn cung cấp kiến thức cơ bản về những phương pháp luận nêu trên tới những đối tượng chủ yếu là sinh viên ngành phát dẫn—cung cấp điện, ngành điều khiển học hệ thống điện, ngành kinh tế năng lượng, ngành điện khí hóa. Ngoài ra những kỹ sư thuộc lĩnh vực nghiên cứu, quản lí và vận hành HTĐ có thể tham khảo trong quá trình bồi dưỡng kiến thức sau đại học và trên đại học.

Nội dung bộ sách đề cập đến những vấn đề chủ yếu sau :

Tập I : Quy hoạch và thiết kế hệ thống điện.

Tập II : Giải tích và đánh giá chất lượng hệ thống điện

Tập III : Tối ưu hóa hệ thống điện trong điều kiện bất định.

Nội dung tập I gồm ba phần :

Phần thứ nhất : Xác định nhu cầu điện năng (dự báo phụ tải). Đây là một trong những bước quan trọng khi qui hoạch HTĐ. Trong phần này đã nêu lên những phương pháp dự báo, chủ yếu dựa trên mô hình ngoại suy theo chuỗi thời gian và theo các yếu tố kinh tế khác.

Ngoài phần tổng quan ở chương một, để nâng cao mức độ chính xác của dự báo, trong chương 2 đã sử dụng phương pháp san bằng hàm mũ, nhằm hiệu chỉnh ảnh hưởng của các số liệu thống kê trong quá khứ, trong chương 3 đã xây dựng tổ hợp tối ưu các các toán tử dựa trên chỉ tiêu cực tiểu giá trị độ lệch quân phương và trong chương 5 đã xét yếu tố mùa (chu kỳ) theo phương pháp hệ số mùa và phân tích chuỗi sóng mùa. Ngoài ra dựa trên nguyên lí là : muốn dự báo chính xác phải giảm độ bất định của đối tượng dự báo, mà độ bất định này có thể giảm nhờ những hiểu biết về những đối tượng khác có liên quan, vì vậy trong chương 4 đã sử dụng mô hình lí thuyết thông tin để đánh giá mối tương quan giữa giá trị điện năng dự báo và những chỉ tiêu kinh tế quốc dân nhằm đưa ra tiêu chuẩn sử dụng những số liệu cần thiết cho dự báo năng lượng.

Phần thứ hai : Lí thuyết tối ưu trong qui hoạch HTĐ.

Ngoài phần đặt vấn đề, coi bài toán kinh tế – kỹ thuật trong HTĐ thực chất là bài toán thuộc lĩnh vực lí thuyết tối ưu [chương 6], lần lượt các chương tiếp theo trình bày những mô hình toán học trong qui hoạch HTĐ từ đơn giản đến phức tạp, từ tĩnh, tuyến tính đến động, phi tuyến.

Do đặc điểm của việc thiết kế và vận hành HTĐ, bài toán phân phối tối ưu công suất giữa các tổ máy dựa trên phương pháp Lagrange khi hàm mục tiêu liên tục, khả vi được trình bày tương đối chi tiết ở chương 7. Trong trường hợp số liệu thống kê trong dạng rời rạc, lời giải tối ưu của bài toán này nhận được nhờ phương pháp qui hoạch động ở chương 11. Trong chương 8 ngoài những định nghĩa cơ bản về qui hoạch tuyến tính, do có ứng dụng rộng rãi, thuật toán đơn hình đã được trình bày tỉ mỉ bên cạnh bài toán vận tải và qui hoạch số nguyên.

Để giải quyết bài toán xác định cấu trúc tối ưu của mạng điện, ở chương 9 ngoài những phương pháp về qui hoạch tuyến tính, còn sử dụng phương pháp cận và nhánh, đó là một thủ tục xác định cực trị của bài toán qui hoạch phi tuyến.

Về qui hoạch phi tuyến ngoài phương pháp Lagrange, phương pháp cận và nhánh, ở chương 10 có trình bày thêm về lí thuyết chung và chủ yếu nêu tinh thần của định lí Kuhn-Tucker, bài toán qui hoạch bình phương và phương pháp gradient cùng một vài ứng dụng.

Tuy nhiên do đặc điểm của các bài toán tối ưu trong HTĐ thường cần xác định dãy quyết định nhiều bước và yếu tố thời gian đóng vai trò quan trọng nên tính chất phi tuyến được nghiên cứu trong cả chương qui hoạch động [chương 11]. Trong chương này đã trình bày tương đối tỉ mỉ tinh thần cơ bản của qui hoạch động dựa trên phương pháp truy toán của phương trình phiếm hàm Bellman và những áp dụng trong HTĐ. Ngoài ra đã cố gắng nêu lên nguyên lí tối ưu của qui hoạch động « hãy hành động theo cách tốt nhất ứng với tình huống đã cho » trong khả năng ứng dụng rộng rãi của nó nhằm xây dựng sách lược điều khiển hệ phức tạp.

Phần thứ ba. Tải điện đi xa và ổn định của HTĐ

Ở phần này trong chương 12, ngoài những định nghĩa cơ bản về thông số chế độ, thông số phần tử của HTĐ, đã khảo sát tương đối tỉ mỉ những chế độ làm việc bình thường và đặc biệt (không tải, tự kích thích v.v..) của đường dây tải điện đi xa dựa trên phương trình vi phân cơ bản mô tả quá trình lan truyền sóng điện áp và dòng điện trên đường dây. Chương 13 trình bày nội dung chủ yếu của thiết kế đường dây tải điện [illegible] gồm việc chọn cấp điện áp, so sánh tiết diện, tiết diện dây dẫn và những tính toán cơ bản dựa trên đặc điểm của đường dây tải điện đi xa.

Ổn định là một mặt chất lượng quan trọng của HTĐ, đặc biệt khi xuất hiện đường dây tải điện đi xa, vì vậy nội dung khảo sát ổn định của hệ thống lớn được đề cập trong 3 chương tiếp theo. Ổn định tĩnh được nghiên cứu chủ yếu dựa trên đường đặc tính công suất của HTĐ, đồng thời nêu lên khả năng sử dụng phương pháp dao động nhỏ trong trường hợp HTĐ phức tạp (chương 14). Ổn định động được khảo sát theo phương pháp diện tích và giải gần đúng hệ phương trình vi phân phi tuyến mô tả chuyển động của rôto theo phương pháp phân đoạn liên tiếp, nhằm xác định thời gian giới hạn cắt sự cố : $t_{cắtgh}$.

Đối với HTĐ phức tạp thuật toán xác định $t_{cắtgh}$ trên đây có thể chương trình hóa và lời giải nhận được nhờ máy tính điện tử.

Để mô tả tổng quát bài toán ổn định HTĐ như tính ổn định của chuyển động, chương 16 dành cho việc sử dụng phương pháp trực tiếp Ljapunov xác định tiêu chuẩn ổn định động của HTĐ khi có dao động hữu hạn. Ngoài việc nêu cách xây dựng hàm Ljapunov, nêu ưu, nhược điểm của phương pháp này, đã áp dụng cho trường hợp cụ thể xác định $t_{cắtgh}$ không cần giải hệ phương trình vi phân.

Trong tập II của bộ sách chủ yếu sẽ đề cập đến những phần về giải tích các chế độ của mạng điện, sử dụng mô hình xác suất và các quá trình ngẫu nhiên đánh giá các mặt hành vi quan trọng của HTĐ như độ tin cậy, chất lượng điện năng theo không gian 3 chiều: Chiều ngang theo cường độ của sự kiện, chiều dài theo thời gian tồn tại sự kiện và chiều sâu theo hiệu quả kinh tế của sự kiện

Ở tập III, những vấn đề quan trọng trong hai tập đầu được nhìn nhận dưới góc độ rộng rãi, gần thực tiễn và tổng quát hơn: hệ được tối ưu theo đa chỉ tiêu và tồn tại những bất định. Ở đây những bài toán về cấu trúc hệ, về đánh giá hệ, về xây dựng sách lược điều khiển hệ nhằm luôn thích nghi với điều kiện môi trường... sẽ được đề cập đến dựa trên tư tưởng thỏa hiệp Paréto những mô hình đánh giá thống kê, qui hoạch thực nghiệm yếu tố, phương pháp chuyên gia... ; cùng với việc hoàn thiện nhận thức, uốn nắn thông tin ban đầu được dựa trên những thuật toán Bayès, xấp xỉ ngẫu nhiên, tìm kiếm ngẫu nhiên...

Các phần trong từng tập cũng như các tập của bộ sách được trình bày theo tinh thần hệ thống, tuy nhiên có thể nghiên cứu độc lập. Để góp phần sáng tỏ những cơ sở lí thuyết, trong các chương đều cố gắng dẫn ra những thuật toán, thủ tục giải và những ví dụ bên cạnh những bài toán áp dụng trong HTĐ.

Nội dung tập 1 được phân công viết như sau:

Đặng Ngọc Dinh: Chủ biên, viết lời nói đầu cùng các chương 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16

Nguyễn Hữu Khái: viết các chương 1, 2, 3, 4, 5.

Trần Bách: viết các chương 12, 13.

Tập thể tác giả mong nhận được những ý kiến phê bình, góp ý của độc giả.

Địa chỉ liên hệ: Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp hoặc Bộ môn Hệ thống điện, trường Đại học Bách khoa, Hà Nội.

PHẦN THỨ NHẤT

XÁC ĐỊNH NHU CẦU ĐIỆN NĂNG

(Dự báo phụ tải)

Trong phần này trình bày những phương pháp dự báo năng lượng dựa trên mô hình ngoại suy. Để nâng cao độ chính xác của dự báo đã sử dụng phương pháp san bằng hàm mũ nhằm hiệu chỉnh các hệ số của hàm hồi qui, đã xây dựng tổ hợp tối ưu các toán tử dự báo và xét đến yếu tố mùa (chu kỳ), đồng thời đã nêu khả năng sử dụng mô hình lí thuyết thông tin giảm độ bất định của đối tượng dự báo

Chương một

CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰ BÁO ĐIỆN NĂNG

1.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Dự báo là một khoa học còn trẻ, trong đó nhiều vấn đề chưa hình thành trọn vẹn. Đối tượng nghiên cứu của khoa học này là các phương pháp dự báo, còn phạm vi ứng dụng của nó chính là các hiện tượng xã hội, kinh tế, khoa học và kỹ thuật v.v...

Hiện nay có nhiều phương pháp luận cho hoạt động dự báo, mà hầu hết các phương pháp luận ấy đều mang tính chất kinh nghiệm thuần túy. Vận dụng cách giải quyết theo kinh nghiệm vào việc dự báo là không đầy đủ, vì cách làm ấy chỉ hoàn toàn dựa trên những kinh nghiệm của giai đoạn quá khứ, mà các kinh nghiệm ấy không phải lúc nào cũng có thể vận dụng vào hoàn cảnh đã thay đổi so với trước.

Do đó cần phải hoàn thiện về mặt lý thuyết các vấn đề dự báo. Sự hoàn thiện ấy cho phép chúng ta có thêm cơ sở tiệm cận tới việc lựa chọn các phương pháp dự báo, đánh giá mức độ chính xác của dự báo đồng thời xác định khoảng thời gian lớn nhất có thể dùng cho dự báo.

Tóm lại dự báo là một khoa học quan trọng, nhằm mục đích nghiên cứu những phương pháp luận khoa học, làm cơ sở cho việc đề xuất các dự báo cụ thể, cũng như việc đánh giá mức độ tin cậy, mức độ chính xác của các phương pháp dự báo.

Tác dụng của dự báo đối với quản lý kinh tế nói chung rất to lớn. Dự báo và lập kế hoạch là hai giai đoạn liên kết chặt chẽ với nhau của một quá trình quản lý. Trong mối quan hệ ấy phần dự báo sẽ góp phần giải quyết các vấn đề cơ bản như sau:

- Xác định xu thế phát triển của kinh tế, của khoa học kỹ thuật.
- Đề xuất những yếu tố cụ thể quyết định các xu thế ấy.
- Xác định quy luật và đặc điểm của sự phát triển kinh tế và khoa học kỹ thuật theo dự báo.

Chúng ta hiểu rằng nếu công tác dự báo mà dựa trên lập luận khoa học thì sẽ trở thành cơ sở để xây dựng các kế hoạch phát triển nền kinh tế quốc dân. Đặc biệt đối với ngành năng lượng, tác dụng của dự báo càng có ý nghĩa quan trọng, vì năng lượng có liên quan rất chặt chẽ đối với tất cả các ngành kinh tế quốc dân, cũng như đến mọi sinh hoạt bình thường của nhân dân.

Do đó nếu dự báo không chính xác sai lệch quá nhiều về khả năng cung cấp hoặc về nhu cầu năng lượng thì sẽ dẫn đến hậu quả không tốt cho nền kinh tế.

Ví dụ nếu chúng ta dự báo phụ tải quá thừa so với nhu cầu sử dụng thì dẫn đến hậu quả là huy động nguồn quá lớn, tăng vốn đầu tư, có thể gây nên tổn thất năng lượng tăng lên. Ngược lại nếu chúng ta dự báo phụ tải quá thấp so với nhu cầu thì sẽ không đủ năng lượng cung cấp cho các hộ tiêu thụ và tất nhiên dẫn đến việc cắt bỏ một số phụ tải một cách không có kế hoạch gây thiệt hại cho nền kinh tế quốc dân.

Người ta thường phân loại dự báo theo thời gian dài hạn hay ngắn hạn và gọi là tầm dự báo. (Dự báo ngắn hạn khoảng $1 \div 2$ năm, dự báo hạn vừa khoảng $3 \div 10$ năm và dự báo dài hạn khoảng $15 \div 20$ năm và dài hơn nữa).

Riêng đối với dự báo dài hạn (còn gọi là dự báo triển vọng) thì mục đích chỉ là nêu ra các phương hướng phát triển có tính chất chiến lược về mặt kinh tế, về mặt khoa học kỹ thuật, nói chung, không yêu cầu xác định chỉ tiêu cụ thể.

Tính đúng đắn của dự báo phụ thuộc nhiều vào các phương pháp dự báo mà chúng ta áp dụng, mỗi phương pháp dự báo ứng với các sai số cho phép khác nhau.

Đối với các dự báo ngắn hạn, sai số dự báo cho phép khoảng $5 \div 10\%$, còn đối với các dự báo dài hạn sai số cho phép khoảng $5 \div 15\%$, và có khi cho phép đến 20%.

Ngoài các loại dự báo ngắn hạn và dài hạn nói trên chúng ta còn gặp dự báo điều độ, tầm dự báo khoảng vài giờ, vài ngày, vài tuần lễ để phục vụ cho công tác vận hành của các xí nghiệp, các hệ thống điện. Sai số dự báo này cho phép khoảng $3 \div 5\%$.

1-2. CÁC PHƯƠNG PHÁP DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG

Trong phần này chúng ta sẽ lần lượt nghiên cứu một số phương pháp dự báo thường được ứng dụng trong ngành năng lượng để dự báo nhu cầu điện năng.

1. Phương pháp tính hệ số vượt trước.

Phương pháp này giúp ta thấy được khuynh hướng phát triển của nhu cầu và sơ bộ cân đối nhu cầu này với nhịp độ phát triển của nền kinh tế quốc dân, nói chung. Nó chính là tỷ số của nhịp độ phát triển năng lượng điện với nhịp độ phát triển của toàn bộ nền kinh tế quốc dân.

Ví dụ 1-1. Trong thời gian 5 năm từ 1950 đến 1955 sản lượng công nghiệp của Liên Xô tăng từ 100 lên 185%, còn sản lượng điện năng cũng trong thời gian ấy tăng 186,5%.

Như vậy hệ số vượt trước sẽ là:

$$K = \frac{186,5}{185} \approx 1,01.$$

Ở miền Bắc nước ta từ 1955 – 1960 hệ số vượt trước là 0,81; từ 1960 đến 1965 hệ số vượt trước là 1,13.

Như vậy phương pháp này chỉ nói lên một xu thế phát triển với một mức độ chính xác nào đó và trong tương lai xu thế này còn chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố khác nữa, chẳng hạn như:

– Do tiến bộ về mặt kỹ thuật và quản lý nên suất tiêu hao điện năng đối với mỗi sản phẩm công nghiệp ngày càng giảm xuống.

– Do điện năng ngày càng được sử dụng rộng rãi trong các ngành kinh tế quốc dân và các địa phương.

– Do cơ cấu kinh tế không ngừng thay đổi.

Vì những yếu tố trên mà hệ số vượt trước có thể khác 1, và tăng hay giảm khá nhiều. Dựa vào hệ số K xác định điện năng ở năm dự báo.

2. Phương pháp tính trực tiếp.

Nội dung của phương pháp này là xác định nhu cầu điện năng của năm dự báo, dựa trên tổng sản lượng kinh tế của các ngành ở năm đó và suất tiêu hao điện năng đối với từng loại sản phẩm. Đối với những trường hợp không có suất tiêu hao điện năng thì xác định nhu cầu điện năng cho từng trường hợp cụ thể (như công suất điện trung bình cho một hộ gia đình, bệnh viện, trường học v.v...).

Phương pháp tính trực tiếp thường được ứng dụng ở các nước xã hội chủ nghĩa vì nền kinh tế phát triển có kế hoạch, ổn định, không có sự cạnh tranh nhau và không khủng hoảng.

Phương pháp này có ưu điểm là tính toán đơn giản, và ngoài yêu cầu xác định tổng điện năng dự báo chúng ta còn biết được tỷ lệ sử dụng điện năng trong các ngành kinh tế, chẳng hạn tỷ lệ điện dùng cho công nghiệp, nông nghiệp, dân dụng v.v..., cũng như xác định được nhu cầu điện ở các khu vực địa lý khác nhau. Từ đó có thể đề xuất các phương hướng điều chỉnh quy hoạch cho cân đối.

Tuy nhiên xác định mức độ chính xác của phương pháp này cũng gặp nhiều khó khăn vì nó phụ thuộc vào mức độ chính xác của tổng sản lượng các ngành kinh tế quốc dân trong tương lai dự báo, cũng như phụ thuộc vào suất tiêu hao điện năng của một đơn vị sản phẩm sản xuất ra của các ngành kinh tế ấy. Do đó phương pháp này thường được áp dụng để dự báo nhu cầu điện năng với thời gian ngắn và trung bình.

3. Phương pháp ngoại suy theo thời gian

Ở đây chúng ta dùng phương pháp ngoại suy theo thời gian nghĩa là nghiên cứu sự diễn biến của nhu cầu điện năng trong một thời gian quá khứ tương đối ổn định, tìm ra một quy luật nào đó, rồi kéo dài quy luật ấy ra để dự đoán cho tương lai.

Chẳng hạn mô hình này có dạng hàm mũ như sau:

$$A_t = A_0 (1 + \alpha)^t. \qquad (1-1)$$

Trong đó A_t là điện năng dự báo ở năm thứ t

A_0 là điện năng ở năm chọn làm gốc

α là tốc độ phát triển bình quân hàng năm

t là thời gian dự báo.

Để xác định thừa số $(1 + \alpha)$ chúng ta dựa vào biểu thức $(1 - 1)$:

$$\frac{A_{(t+1)}}{A_t} = 1 + \alpha = C = const.$$

Như vậy dạng hàm mũ có ưu điểm đơn giản, phản ánh chỉ số phát triển hàng năm không thay đổi. Có thể xác định hằng số C bằng cách lấy giá trị trung bình nhân chỉ số phát triển nhiều năm:

$$C = \sqrt[n]{c_1 . c_2 . ... c_n}. \qquad (1-2)$$

Một cách tổng quát mô hình dự báo điện năng có thể viết như sau:

$$A_t = A_0 C^t \qquad (1-3)$$

Lấy lôgarit hóa biểu thức $(1 - 3)$:

$$\log A_t = \log A_0 + t\log C \qquad (1-4)$$

Đặt $y = \log A_t$, $a = \log A_0$, $b = \log C$ thì $(1 - 4)$ có thể viết là:

$$y = a + bt \qquad (1-5)$$

Vấn đề là phải xác định các hệ số a, b. Muốn vậy ta dùng phương pháp bình phương tối thiểu (sẽ trình bày chi tiết ở phần sau).

Ưu điểm của phương pháp ngoại suy hàm mũ là đơn giản và có thể áp dụng để dự báo điện năng tầm ngắn và tầm xa.

Khuyết điểm của phương pháp này là chỉ cho ta kết quả chính xác nếu tương lai không có nhiễu và quá khứ phải tuân theo một quy luật..

4) Phương pháp tương quan.

Thực chất của phương pháp này là nghiên cứu mối tương quan giữa các thành phần kinh tế nhằm phát hiện những quan hệ về mặt định lượng của các tham số trong nền kinh tế quốc dân dựa vào các phương pháp thống kê toán học. Cụ thể là chúng ta nghiên cứu sự tương quan giữa điện năng tiêu thụ với các chỉ tiêu kinh tế khác như tổng giá trị sản lượng công nghiệp (đồng/năm), tổng giá trị sản lượng kinh tế quốc dân (đồng/năm).

Ví dụ 1 – 2. Tổng điện năng tiêu thụ, tổng giá trị sản lượng công nghiệp và tổng giá trị sản lượng kinh tế quốc dân từ năm 1959 đến năm 1976 được ghi thành bảng sau:

Bảng 1-1

Thời gian	Điện năng (kWh)	Giá trị sản lượng công nghiệp (đồng/năm)	Giá trị sản lượng kinh tế quốc dân (đồng/năm)
1959	A_0	C^0	K_0
1960	A_1	C_1	K_1
1961	A_2	C_2	K_2
.	.	.	.
1976	A_{17}	C_{17}	K_{17}

Muốn dự báo điện năng đến năm 1980 và 1985, ta dựa vào bảng các giá trị quan sát trên, xây dựng mô hình biểu diễn sự tương quan giữa điện năng với giá trị sản lượng công nghiệp và giá trị sản lượng kinh tế quốc dân. Sau đấy dùng phương pháp ngoại suy xác định giá trị sản lượng công nghiệp và giá trị sản lượng kinh tế quốc dân năm dự báo 1980, 1985. Cuối cùng thay giá trị sản lượng công nghiệp, và giá trị sản lượng kinh tế quốc dân của năm dự báo vào mô hình tương quan trên chúng ta sẽ xác định được điện năng dự báo năm 1980, 1985. Nhược điểm của phương pháp tương quan là muốn dự báo điện năng ở năm thứ t, chúng ta phải thành lập các mô hình dự báo phụ về giá trị sản lượng công nghiệp, giá trị sản lượng kinh tế quốc dân theo thời gian.

5. Phương pháp so sánh đối chiếu.

Nội dung của phương pháp này là so sánh đối chiếu nhu cầu phát triển điện năng của các nước ở hoàn cảnh tương tự. Đây cũng là phương pháp được nhiều nước áp dụng để dự báo nhu cầu năng lượng của nước mình một cách có hiệu quả. Phương pháp này thường áp dụng cho dự báo ngắn hạn và trung hạn thì kết quả tương đối sát hơn.

6. Phương pháp chuyên gia.

Trong những năm gần đây nhiều nước đã áp dụng phương pháp chuyên gia có trọng lượng, dựa trên cơ sở hiểu biết sâu sắc của các chuyên gia giỏi về các lĩnh vực của các ngành để dự báo các chỉ tiêu kinh tế. Cũng có khi dùng phương pháp này để dự báo triển vọng, lúc ấy người ta lấy trung bình trọng lượng ý kiến của các chuyên gia phát biểu về năng lượng của nước mình.

1-3. ĐÁNH GIÁ TƯƠNG QUAN GIỮA CÁC ĐẠI LƯỢNG TRONG MÔ HÌNH DỰ BÁO.

Như chúng ta đã biết trong việc xây dựng các mô hình dự báo điện năng thường ta gặp những mô hình dự báo biểu diễn mối quan hệ giữa một biến ngẫu nhiên này với một hay nhiều biến ngẫu nhiên khác. Vì vậy sau khi xây dựng mô hình thì một vấn đề đặt ra là giữa các biến ngẫu nhiên ấy có tương quan chặt với nhau hay không? Để nghiên cứu vấn đề này chúng ta lần lượt xét các nội dung sau:

1. Sử dụng mô hình lý thuyết thông tin đánh giá tương quan trong dự báo nhu cầu điện năng

Vấn đề này sẽ trình bày kỹ trong chương 4.

2. Hệ số tương quan tuyến tính.

Mô hình dự báo (hay còn gọi là phương trình hồi quy) biểu diễn mối liên hệ giữa biến ngẫu nhiên y (chẳng hạn nhu cầu điện năng) với biến ngẫu nhiên x (chẳng hạn giá trị sản lượng công nghiệp hay giá trị sản lượng kinh tế quốc dân v.v...) là một mô hình mà sự thay đổi của đại lượng y thì phụ thuộc vào sự thay đổi của đại lượng x.

Nhưng với phương trình hồi quy này chúng ta chỉ xác định được các hệ số một cách gần đúng mà không thể biết được mức độ liên hệ chặt chẽ giữa các biến ngẫu nhiên ấy. Vì vậy cùng với việc đánh giá các hệ số của phương trình hồi quy (theo phương pháp bình phương cực tiểu) chúng ta cần xác định một đại lượng đặc trưng phụ nữa là hệ số tương quan r, nó nói lên sự phụ thuộc tuyến tính giữa các biến ngẫu nhiên y và x.

Hệ số tương quan này xác định như sau:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x'_i \, y'_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x'_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y'_i)^2}} \qquad (1\text{-}6)$$

Trong đó:

$$\left.\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} x'_i \, y'_i &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\,\overline{x}\,\overline{y} \\
\sum_{i=1}^{n} (x'_i)^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\,\overline{x}^2 \\
\sum_{i=1}^{n} (y'_i)^2 &= \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\,\overline{y}^2
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}7)$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \; ; \quad \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

n là số lượng thống kê các giá trị x_i, y_i trong qua khứ. Đại lượng r nằm giữa -1 và $+1$, giá trị r càng lớn thì mối liên hệ tuyến tính giữa các biến ngẫu nhiên càng chặt. Tóm lại hệ số tương quan có thể xem như một chỉ tiêu chất lượng của hàm lựa chọn.

Sau cùng cần xét xem hệ số tương quan ấy tồn tại ở mức độ như thế nào. Muốn vậy chúng ta dùng biểu thức sau:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \tag{1-8}$$

Trong đó t là một đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Student. Đem so sánh giá trị t tìm được theo biểu thức (1-8) với bảng phân bố Student. Giả thiết với độ tin cậy 0,95, nếu $t > t_{0,95}$ thì chứng tỏ rằng các biến ngẫu nhiên y và x tương quan tuyến tính với nhau.

Ví dụ 1-3. Đánh giá tương quan giữa điện năng tiêu thụ với giá trị sản lượng công nghiệp ghi trong bảng sau:

Bảng 1-2

Số thứ tự	Điện năng tiêu thụ (kW) y	Giá trị sản lượng công nghiệp (10^3 đồng) x
1	2,8	6,7
2	2,8	6,9
3	3,0	7,2
4	2,9	7,3
5	3,1	8,1
6	3,9	8,8
7	4,0	9,1
8	4,8	9,8
9	4,9	10,6
10	5,2	10,7
11	5,4	11,1
12	5,5	11,8
13	6,2	12,1
14	7	12,4

Gọi y là điện năng tiêu thụ và x là giá trị sản lượng công nghiệp. Giả thiết giữa y và x có mối quan hệ tuyến tính bậc nhất theo dạng:

$$y = Ax + B$$

Trong đó A và B là các hệ số xác định theo phương pháp bình phương cực tiểu.

Phương trình hồi quy có dạng:

$$y = 3,1003 + 1,4181x.$$

Bây giờ tính hệ số tương quan theo (1-6).

Trước hết ta tính các thông số sau:

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{132,9}{14} = 9,4928$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{61,8}{14} = 4,4143$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i' y_i' = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\,\overline{y} = 622,81 - 14 \times 4,4143 \times 9,4928 = 34,7516.$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2 = 296,8 - 14 \times 4,4143^2 = 23,9973$$

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2 = 1313,95 - 14 \times 9,4928^2 = 52,35.$$

Do đó hệ số tương quan là:

$$r = \frac{34,7516}{\sqrt{23,9973 \times 52,35}} = 0,98$$

Điều đó nói lên mức độ tương quan giữa y và x là tương quan chặt.

Theo (1-8) chúng ta có:

$$t = \frac{0,98\sqrt{14-2}}{\sqrt{1-0,98^2}} = 17,05.$$

Giả thiết với độ tin cậy là 0,95 tra bảng phân phối Student ta được: $t_{0,05} = 2,179$. Rõ ràng là:

$$t = 17,05 > t_{0,05} = 2,179$$

chứng tỏ rằng y và x tương quan tuyến tính với nhau

3. Hệ số tương quan nhiều chiều

Sự liên hệ giữa biến phụ thuộc y với dãy biến đối lập x được mô tả bởi hệ số tương quan nhiều chiều sau:

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}} \qquad (1-9)$$

trong đó e_i là độ lệch giữa giá trị quan sát và giá trị tính theo hàm hồi quy. Hệ số tương quan càng lớn thì chứng tỏ mối liên hệ giữa biến phụ thuộc y và tập biến độc lập x càng chặt.

1-4. PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG CỰC TIỂU

1) Khái niệm chung. Trước hết chúng ta hãy xét một trường hợp đơn giản nhất gồm có hai biến ngẫu nhiên liên hệ với nhau bằng một hàm dạng tuyến tính;

$$y = \alpha + \beta x. \tag{1—10}$$

Trong đó α, β là những hệ số không thay đổi, x là biến độc lập, y là biến phụ thuộc. Nếu xét đến ảnh hưởng của các hiện tượng ngẫu nhiên thì (1 — 10) có thể viết một cách tổng quát như sau:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \tag{1-11}$$

Trong đó nhiễu ε có các giả thiết sau:

— ε là một biến ngẫu nhiên

– Kỳ vọng toán học của ε bằng không

— Phương sai của ε là hằng số

– Các giá trị của ε không phụ thuộc lẫn nhau.

Dựa vào kết quả thống kê chúng ta thu được một dãy các giá trị x_i, tương ứng sẽ có một dãy các giá trị y_i. Vấn đề là xác định các thông số α và β. Nhưng giá trị thực của chúng không thể biết được vì chúng ta dựa vào một lượng thông tin hạn chế, mà chỉ nhận được các giá trị tính toán a và b. Do đó phương trình hồi quy có dạng:

$$\widehat{y} = a + bx. \tag{1—12}$$

Trong đó các hệ số a, b xác định theo phương pháp bình phương tối thiểu. Thực chất của phương pháp bình phương tối thiểu là tìm các thông số như thế nào để tổng bình phương độ lệch giữa giá trị tính toán theo phương trình hồi quy với giá trị thực tế của chúng là nhỏ nhất, nghĩa là

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \widehat{y}_i)^2 \Rightarrow min \tag{1-13}$$

Phương pháp bình phương tối thiểu được ứng dụng phổ biến vì tính chất đơn giản của nó, tính toán ít phức tạp và có cơ sở vững chắc về mặt xác suất. Điều đáng chú ý là theo phương pháp bình phương tối thiểu với giả thiết đã nêu ở trên thì các giá trị hệ số nhận được theo phương trình hồi quy có các tính chất sau đây:

a) Cách đánh giá của thông số là không chệch, nghĩa là kỳ vọng toán học của giá trị thông số bằng giá trị thực của thông số ấy:

Ví dụ 1 — 4: Đối với phương trình hồi quy (2—12) thì:

$$E(\mathrm{a}) = \alpha$$
$$E(\mathrm{b}) = \beta$$

Đòi hỏi tính không chệch có nghĩa là nhằm loại trừ khả năng mắc phải sai số về một phía. Nói khác đi tính không chệch cũng có nghĩa là các giá trị lựa chọn của thông số tập trung xung quanh giá trị số thực mà ta chưa biết.

b) Các giá trị quan sát được là xác đáng, nghĩa là phương sai của các giá trị ấy tiến tới không, khi tăng số lần quan sát n lên.

Ví dụ 1–5: Đối với phương trình hồi quy (1—12) thì:

$$\lim_{n \to \infty} \sigma_a^2 = 0 \quad \text{và} \quad \lim_{n \to \infty} \sigma_b^2 = 0.$$

Tính xác đáng cũng có nghĩa là khi tăng khối lượng quan sát lên thì các giá trị quan sát được sẽ đúng, tức là chúng tập trung một cách dày đặc xung quanh giá trị thực chưa biết của thông số.

c) Các giá trị quan sát được là hiệu quả nghĩa là chúng có phương sai nhỏ nhất. Chúng ta biết rằng cùng một giá trị có thể có nhiều ước lượng không chệch, và xác đáng; các ước lượng này có phương sai khác nhau. Do đó phương sai của ước lượng nào bé thì sai số của ước lượng đó nhỏ. Vì vậy chọn phương sai cực tiểu sẽ đặc trưng cho giá trị quan sát là có hiệu quả.

2. Biểu thức toán học để xác định các hệ số của mô hình dự báo.

Giả thiết rằng có hàm số liên tục $y = \varphi(x, a, b, c\ldots)$. Xác định các hệ số $a, b, c, \ldots$ sao cho thỏa mãn điều kiện:

$$\sum_{i=1}^{n} [y_i - \varphi(x_i, a, b, c\ldots)]^2 \Rightarrow min \tag{1-14}$$

Muốn vậy chúng ta lần lượt lấy đạo hàm (1 — 14) theo a, b, c,... và cho triệt tiêu, chúng ta sẽ được một hệ phương trình:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} [y_i - \varphi(x_i, a, b, c\ldots)] \frac{\partial\varphi}{\partial a} = 0 \\ &\sum_{i=1}^{n} [y_i - \varphi(x_i, a, b, c\ldots)] \frac{\partial\varphi}{\partial b} = 0 \\ &\sum_{i=1}^{n} [y_i - \varphi(x_i, a, b, c\ldots)] \frac{\partial\varphi}{\partial c} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1-15}$$

Giải hệ phương trình trên chúng ta sẽ xác định các hệ số $a, b, c, \ldots$ Dưới đây chúng ta xét một số phương trình thường gặp.

a) Dạng phương trình

$$y = ax + b. \tag{1-16}$$

Theo (1-15) ta có:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} [y_i - (ax_i + b)] . x_i = 0 \\ &\sum_{i=1}^{n} [y_i - (ax_i + b)] = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1-17}$$

Hoặc có:

$$\left.\begin{aligned} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i &= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb &= \sum_{i=1}^{n} y_i \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}18)$$

Đây là hệ thống 2 phương trình 2 ẩn số. Giải hệ thống phương trình này sẽ xác định được a và b.

Như vậy bằng cách xác định các tổng quan sát $\sum_{i=1}^{n} y_i^2$, $\sum_{i=1}^{n} y_i$, $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ và $\sum_{i=1}^{n} x_i^2$ rồi giải hệ thống phương trình (1-18) chúng ta sẽ tìm được a, b, thỏa mãn các tính chất không chệch, xác đáng và có hiệu quả.

Bây giờ nếu ta chia phương trình thứ hai của hệ (1-18) cho số quan sát n, ta sẽ được:

$$\bar{y} = b + a\bar{x} \qquad (1\text{-}19)$$

Như vậy phương pháp bình phương tối thiểu cho phép ta tìm các giá trị a, b và xác định đường thẳng đi qua điểm có tọa độ $\bar{x}$ và $\bar{y}$; tức là đi qua điểm trung bình thích hợp với cả hai biến y và x.

Ta ký hiệu $x_i' = x_i - \bar{x}$; $y_i' = y_i - \bar{y}$ (gốc tọa độ khi ấy chuyển đến điểm $\bar{x}$ và $\bar{y}$ và hệ phương trình (1-18) sẽ đơn giản đi vì $\sum y_i'$ và $\sum x_i'$ sẽ bằng không. Khi ấy chúng ta xác định được:

49581

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i' y_i'}{\sum_{i=1}^{n} (x_i')^2} \qquad (1\text{-}20)$$

và

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \qquad (1\text{-}21)$$

Trong đó $\sum_{i=1}^{n} x_i' y_i'$ và $\sum_{i=1}^{n} (x_i')^2$ xác định theo (1-7).

Ví dụ 1-6. Lấy các số liệu và kết quả tính toán của ví dụ 1-2. Tính hệ số a, b của phương trình hồi quy dạng $y = a + bx$.

Theo (1-20) chúng ta có:

231

$$a = \frac{34{,}7516}{23{,}9973} = 1{,}4481$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 9{,}4928 - 1{,}4481 \times 4{,}4113 = 3{,}1003.$$

Vậy phương trình hồi quy có dạng:

$$\hat{y} = 3,1003 + 1,4481 \cdot \bar{x}.$$

như đã sử dụng ở ví dụ 1-2.

Hoặc theo (1-18) ta cũng có:

$$296,8a + 132,9b = 622,81$$
$$61,8a + 14b = 132,9.$$

Giải hệ thống phương trình trên tìm ra a, b cũng giống kết quả trên

b) Dạng phương trình:

$$y = ax^2 + bx + c. \tag{1-22}$$

Theo (1-15) chúng ta có:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)\right] \cdot x_i^2 &= 0 \\ \sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)\right] \cdot x_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (ax_i^2 + bx_i + c)\right] &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1-23}$$

Hay là

$$\left.\begin{aligned} a\sum_{i=1}^{n}x_i^4 + b\sum_{i=1}^{n}x_i^3 + c\sum_{i=1}^{n}x_i^2 &= \sum_{i=1}^{n}x_i^2 y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i^3 + b\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + c\sum_{i=1}^{n}x_i &= \sum_{i=1}^{n}x_i y_i \\ a\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n}x_i + n \cdot c &= \sum_{i=1}^{n}y_i \end{aligned}\right\} \tag{1-24}$$

Ví dụ 1-7. Xây dựng mô hình dạng $y = ax^2 + bx + c$, biết dãy số liệu quan sát sau đây:

Năm	*Số thứ tự (năm)*	*Điện năng tiêu thụ (MWh)*
1964	0	57,10
1965	1	46,47
1966	2	43,57
1967	3	41,47
1968	4	46,93
1969	5	60,18

Theo (1-24) chúng ta phải lần lượt tính các đại lượng sau:

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2;\quad \sum_{i=1}^{n}x_i^3;\quad \sum_{i=1}^{n}x_i^4;\quad \sum_{i=1}^{n}x_i y_i \text{ và } \sum_{i=1}^{n}x_i^2 y_i.$$

Các kết quả tính toán ghi trong bảng sau:

Bảng 1-3

Số thứ tự năm	Điện năng tiêu thụ MWh y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
0	57,1	0	0	0	0	0
1	46,47	1	1	1	46,47	46,47
2	43,57	4	8	16	87,14	174,28
3	41,47	9	27	81	124,41	373,23
4	46,93	16	64	256	187,72	750,88
5	60,18	25	125	625	300,90	1504,50
15	295,72	55	225	979	746,64	2849,36

Thay các giá trị tương ứng vào (1-24) chúng ta được

$$979a + 225b + 55c = 2819,36$$
$$225a + 55b + 15c = 716,64$$
$$55a + 15b + 6c = 295,72.$$

Giải hệ thống phương trình trên tìm được:

$$a = 2,727$$
$$b = -13,22$$
$$c = 57,35.$$

Vậy $$\widehat{y} = 2,727 . x^2 - 13,22x + 57,35.$$

c) Dạng phương trình $y = ab^x$ (1-25)

Lôgarit hóa hai vế:

$$logy = xlogb + loga.$$

Tương tự như trên chúng ta có hệ phương trình sau:

$$\left.\begin{aligned} logb . \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + loga . \sum_{i=1}^{n} x_i &= \sum_{i=1}^{n} x_i logy_i \\ logb . \sum_{i=1}^{n} x_i + n . loga &= \sum_{i=1}^{n} logy_i \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}26)$$

Giải hệ phương trình (1-26) ta được *loga, logb*. Từ đây dễ dàng xác định các hệ số *a* và *b*.

Ví dụ 1-8. Điện năng tiêu thụ ở một địa phương được ghi trong bảng sau:

Bảng 1-4

Năm (t)	1970 (1)	1971 (2)	1972 (3)	1973 (4)	1974 (5)	1975 (6)	1976 (7)
Điện năng 10^6(kWh) A(t)	7,31	11,43	14,25	16,25	19,40	24,98	34,97

Mô hình được xây dựng có dạng $A(t) = A_0C^t$. Trong đó $A(t)$ là điện năng ở năm thứ t. A_0 là điện năng của năm lấy làm gốc. C là hệ số. Chúng ta lập hệ phương trình theo (1-26):

$$logc \sum_{i=1}^{n} t_i^2 + logA_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{i=1}^{n} t_i logA_i.$$

$$logc \cdot \sum_{i=1}^{n} t_i + nlogA_0 = \sum_{i=1}^{n} logA_i.$$

Các kết quả tính như sau:

$$\sum_{i=1}^{7} t_i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$$

$$\sum_{i=1}^{7} t_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 = 140.$$

$$\sum_{i=1}^{7} logA_i = 6{,}865 + 7{,}058 + 7{,}153 + 7{,}225 + 7{,}228 + 7{,}398 + 7{,}511 = 50{,}531.$$

$$\sum_{i=1}^{7} t_i logA_i = 204{,}976.$$

Vậy ta được hệ phương trình sau:

$$140\,logc + 28\,logA_0 = 204{,}976$$
$$28\,logc + 7logA_0 = 50{,}531.$$

Giải ra ta được: $logA_0 = 6{,}8113 \rightarrow A_0 = 6476 \cdot 10^3$ kWh

$$logc = 0{,}102 \rightarrow C = 1{,}265$$

Do đó:

$$A(t) = 6{,}476 \cdot 10^6 (1{,}265)^t \cdot \text{kWh}.$$

d) Dạng phương trình

$$y_i = a_1x_{i1} + a_2x_{i2} + \ldots + a_mx_{im} + e_i \qquad (1\text{-}27)$$

Gọi $Y = (y_i)$ với $i = 1, 2, \ldots, n$ là vectơ của biến phụ thuộc.

$X = (x_{ij})$ là ma trận của biến độc lập, quy mô của ma trận xác định theo số quan sát n và số biến m. Tổng bình phương độ lệch bây giờ có thể xác định như sau:

$$Q = \sum e_i^2 = e'e = (Y - Xa)' \cdot (Y - Xa) = Y'Y - a'X'Y - Y'Xa + a'X'Xa.$$

Trong đó dấu / ký hiệu chuyển vị của ma trận.

Vì $a'X'Y = Y'Xa$ nên:

$$Q = Y'Y - 2a'X'Y + a'X'Xa \qquad (1\text{-}28)$$

Lấy đạo hàm của Q theo a, ta được:

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = -2X'Y + 2(X'X).a = 0$$

Do đó

$$a = (X'X)^{-1} . X'Y \tag{1-29}$$

Giá trị a tìm theo biểu thức (1 – 29) là dựa theo phương pháp bình phương tối thiểu. Như vậy để xác định vecto a chúng ta phải dựa vào các số liệu thống kê lập ma trận $X'X$, đảo ngược ma trận $X'X$ rồi tìm vecto $X'Y$.

Trong đó:

$$X'X = \begin{bmatrix} \sum_i x_{i1}^2 & \sum_i x_{i1}x_{i2} \dots & \sum_i x_{i1}x_{im} \\ \sum_i x_{i2}x_{i1} & \sum x_{i2}^2 \dots & \sum_i x_{i2}x_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_i x_{im}x_{i1} & \sum x_{im}x_{i2} & \sum_i x_{im}^2 \end{bmatrix} \tag{1-30}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum y_i x_{i1} \\ \sum_i y_i x_{i2} \\ \vdots \\ \sum_i y_i x_{im} \end{bmatrix} \tag{1-31}$$

Thường người ta giả thiết rằng phương trình hồi quy có thành phần tự do và để tìm giá trị của nó chúng ta tăng thêm ma trận (1-30) bằng cách đưa vào ma trận ấy biến $X_{i0} = 1$. Lúc ấy ma trận X có thể viết một cách chi tiết như sau:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \tag{1-32}$$

Từ đây rút ra:

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma x_{i1} \dots & \Sigma x_{im} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 \dots & \sum x_{i1}x_{im} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum x_{im} & \sum x_{i1}x_{im} \dots & \sum x_{im}^2 \end{bmatrix} \tag{1-33}$$

và

$$X'Y = \begin{bmatrix} \Sigma y_i \\ \Sigma y_i x_{i1} \\ \vdots \\ \Sigma y x_{im} \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}34)$$

Ví dụ khi $m = 2$ ta được:

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma x_{i1} & \Sigma x_{i2} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} \\ \sum x_{i2} & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 \end{bmatrix} \qquad (1\text{-}35)$$

Ví dụ 1-9.

Tìm mô hình biểu diễn sự phụ thuộc giữa y và hai biến x_1, x_2 trên cơ sở các quan sát sau:

Số thứ tự	y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	10	2	1
2	12	2	2
3	17	8	10
4	13	2	4
5	15	6	8
6	10	3	4
7	14	5	7
8	12	3	3
9	16	9	10
10	18	10	11

Như vậy:

$$Y = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ \\ \cdot \\ 16 \\ 18 \end{bmatrix} \qquad \text{và} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ & & \\ 1 & 9 & 10 \\ 1 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$

Do đó xác định được $X'X$:

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \ldots & 1 & 1 \\ 2 & 2 \ldots & 9 & 10 \\ 1 & 2 \ldots & 10 & 11 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ & & \\ & \cdot & \\ 1 & 9 & 10 \\ 1 & 10 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 50 & 60 \\ 50 & 336 & 398 \\ 60 & 398 & 480 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 9 & 10 \\ 1 & 2 & \dots & 10 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ \cdot \\ \cdot \\ 16 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 137 \\ 756 \\ 908 \end{bmatrix}$$

Tất nhiên ma trận $X'X$ và vectơ $X'Y$ có thể tính trực tiếp theo các công thức (1-33); (1-31). Khi đó chúng ta cần tính các số liệu sau đây:

$$\Sigma y_i = 137; \quad \Sigma x_{i1} = 50; \quad \Sigma x_{i2} = 60.$$

$$\sum x_{i1}^2 = 336; \quad \sum x_{i2}^2 = 480; \quad \Sigma y_i x_{i1} = 756$$

$$\Sigma x_{i1} x_{i2} = 398; \quad \Sigma x_{i2} y_i = 908.$$

Cuối cùng chúng ta tính được giá trị các thành phần của vectơ hệ số a.

$$a = (X'X)^{-1} . X'Y = \frac{1}{7160} \begin{bmatrix} 2876 & -120 & -260 \\ -120 & 1200 & -980 \\ -260 & -980 & 860 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 137 \\ 756 \\ 908 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,3871 \\ 0.1286 \\ 0,6174 \end{bmatrix}$$

Như vậy phương trình hồi quy có dạng:

$$\widehat{y} = 9,3871 + 0,1285 x_1 + 0,6174 x_2.$$

Qua ví dụ này chúng ta thấy rằng ở đây tốn khá nhiều công sức để tính ma trận ngược $(X'X)^{-1}$

Trong trường hợp này chỉ xét có 2 biến độc lập, về nguyên tắc có thể áp dụng đối với số biến độc lập bất kỳ.

Trong thực tế thường gặp bài toán có hai biến độc lập, vì vậy có thể giải bằng cách khác mà không phải tính ma trận nghịch đảo của $X'X$.

Hệ phương trình chuẩn đối với trường hợp này là:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma y_i &= n a_0 + a_1 \Sigma x_{i1} + a_2 \Sigma x_{i2} \\ \Sigma y_i x_i &= a_0 \Sigma x_{i1} + a_1 \Sigma x_{i1}^2 + a_2 \Sigma x_{i1} x_{i2} \\ \Sigma y_i x_{i1}^2 x_{i2} &= a_0 \Sigma x_{i2} + a_1 \Sigma x_{i1} x_{i2} + a_2 \Sigma x_{i2}^2 \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}36)$$

Áp dụng đối với ví dụ trên có số quan sát $n = 10$:

$$137 = 10\, a_0 + 50\, a_1 + 60\, a_2$$
$$756 = 50\, a_0 + 336\, a_1 + 398\, a_2$$
$$908 = 60\, a_0 + 398\, a_1 + 480\, a_2.$$

Giải hệ thống 3 phương trình 3 ẩn số trên chúng ta được:

$$a_0 = 9,3871$$
$$a_1 = 0,1285$$
$$a_2 = 0,6174$$

Các kết quả hoàn toàn phù hợp với thí dụ 1-9.

Chương hai

PHƯƠNG PHÁP SAN BẰNG HÀM MŨ DỰ BÁO NĂNG LƯỢNG

2-1. ĐẶT VẤN ĐỀ.

Mỗi toán tử dự báo được đặc trưng bởi một hàm hồi quy (còn gọi là hàm xu thế). Trong các hàm hồi quy ấy, thường các hệ số được xác định theo phương pháp bình phương tối thiểu. Bản thân phương pháp này cho ta các hệ số không đổi của mô hình dự báo trên cơ sở những số liệu quan sát trong quá khứ. Sử dụng mô hình này để tính dự báo cho tương lai với các hệ số hằng sẽ phạm một sai số nào đó tùy thuộc vào khoảng thời gian dự báo. Nếu tầm dự báo càng xa thì sai số càng lớn. Ngoài ra nhận thấy rằng những số liệu gần hiện tại có ảnh hưởng đến giá trị dự báo nhiều hơn những số liệu ở quá khứ xa. Nói cách khác tỉ trọng của các số liệu đối với giá trị dự báo giảm theo hàm mũ khi lùi về quá khứ [10].

Dưới đây trình bày phương pháp dự báo bằng cách san bằng hàm mũ. Nội dung cơ bản của phương pháp này là tính toán sự hiệu chỉnh các hệ-số của toán tử dự báo theo phương pháp truy chứng. Tiếp theo trình bày sự phụ thuộc của sai số dự báo trung bình vào thời kỳ quá khứ và thời kỳ dự báo.

2-2. DỰ BÁO THEO PHƯƠNG PHÁP SAN BẰNG HÀM MŨ.

1) Giả thiết có một chuỗi thời gian y_t ($t = 1,2,..., n$) và được mô tả bằng một đa thức bậc p.

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2}{2!} t^2 + ... + \frac{a_p}{p!} t^p + \varepsilon_t = \sum_{i=0}^{p} \frac{a_i}{i!} t^i + \varepsilon_t \qquad (2\text{-}1)$$

Trong đó a_i; $i = 0,1,..., p$ là hệ số của hàm dự báo, ε_t là sai số dự báo. Dựa vào đây cần dự báo giá trị y_t tại thời điểm $(n + l)$ với $l = 1,2,..., L$. Dự báo giá trị y_t tại thời điểm $(t + l)$ (với $t = n$) có thể thực hiện theo phương pháp phân tích chuỗi Taylo

$$y_{t+l} = y_t^{(0)} + l y_t^{(1)} + \frac{l^2}{2!} y_t^{(2)} + ... + \frac{l^k}{K!} y_t^{(k)} + ... + \frac{l^p}{p!} y_t^{(p)} \qquad (2\text{-}2)$$

Trong đó $y_t^{(k)}$ là đạo hàm bậc k tại thời điểm t, và bất cứ đạo hàm bậc k nào (với $k = 0, 1, 2, \ldots, p$) của phương trình (2-2) đều có thể biểu diễn bằng một tổ hợp tuyến tính của trung bình mũ đến bậc (p + 1), cần xác định trung bình mũ ấy.

Giá trị trung bình mũ bậc một của chuỗi y_t xác định như sau:

$$S_t^{[1]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^{n} (1 - \alpha)^i y_{t-i} \tag{2-3}$$

Trong đó α là thông số san bằng $0 < \alpha < 1$, nó thể hiện ảnh hưởng của các quan sát quá khứ đến dự báo. Nếu α tiến tới 1, nghĩa là chỉ xét đến quan sát sau cùng. Nếu α tiến tới không, nghĩa là xét đến ảnh hưởng của mọi quan sát trong quá khứ.

Giá trị trung bình mũ bậc K của chuỗi y_t được biểu diễn theo bậc $[k - 1]$

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^{n} (1 - \alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]}(y) \tag{2-4}$$

Trong [13] Brown. R. G đã phân tích công thức truy chứng để xác định trung bình mũ như sau:

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1 - \alpha) S_{t-1}^{[k]}(y) \tag{2-5}$$

Như vậy xuất phát từ công thức truy chứng (2-5), tất cả các đạo hàm trong công thức (2-2) đều có thể nhận được theo các phương trình:

$$\left.\begin{aligned}
S_t^{[1]}(y) &= \alpha y_t + (1 - \alpha) S_{t-1}^{[1]}(y) \\
S_t^{[2]}(y) &= \alpha S_t^{[1]}(y) + (1 - \alpha) S_{t-1}^{[2]}(y) \\
&\;\;\ldots \\
S_t^{[n]}(y) &= \alpha S_t^{[n-1]}(y) + (1 - \alpha) S_{t-1}^{[n]}(y)
\end{aligned}\right\} \tag{2-6}$$

Trong đó $S_t^{[k]}(y)$ là trung bình mũ bậc K tại thời điểm t.

2. Xác định các giá trị của hệ số mô hình dự báo.

a) Bây giờ ta xét một mô hình tuyến tính có dạng.

$$y_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t \tag{2-7}$$

Để xác định các hệ số của phương trình (2-7) ta dùng các định lý cơ bản của Brown R. G và Meyer R.F[13], nhận được một hệ thống phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa giá trị các hệ số a_0, a_1 với trung bình mũ $S_t^{[1]}(y)$; $S_t^{[2]}(y)$ như sau:

$$\left.\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \hat{a}_0 + \frac{1-\alpha}{\alpha}\hat{a}_1 \\ S_t^{[2]}(y) &= \hat{a}_0 + \frac{2(1-\alpha)}{\alpha}\hat{a}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}8)$$

Giải hệ thống phương trình trên, tìm được:

$$\left.\begin{aligned} \hat{a}_0 &= 2S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y) \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}9)$$

Như vậy hàm dự báo lúc này sẽ có dạng

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 l \qquad (2\text{-}10)$$

và sai số dự báo xác định theo công thức

$$\sigma_{\hat{y}_{t+1}} = \sigma_{\varepsilon_t}\sqrt{\frac{\alpha}{(2-\alpha)^3}\left[1 + 4(1-\alpha) + 5(1-\alpha)^2 + 2\alpha(1-3\alpha)l + 2\alpha^2 l^2\right]} \qquad (12\text{-}1)$$

Trong đó σ_{ε_t} là sai số trung bình bình phương (hay độ lệch quân phương) của các quan sát trong quá khứ.

b) Bây giờ ta xét mô hình bậc hai:

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{1}{2}a_2 t^2 + \varepsilon t \qquad (2\text{-}12)$$

Tương tự như trên chúng ta lập một hệ thống ba phương trình độc lập:

$$\left.\begin{aligned} S_t^{[1]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha}\hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2}\hat{a}_2. \\ S_t^{[2]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha}\hat{a}_1 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2}\hat{a}_2 \\ S_t^{[3]}(y) &= \hat{a}_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha}\hat{a}_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2}\hat{a}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}13)$$

Giải hệ thống phương trình trên chúng ta nhận được:

$$\left.\begin{aligned} \hat{a}_0 &= 3\left[S_t^{[1]}(y) - S_t^{[2]}(y)\right] + S_t^{[3]}(y) \\ \hat{a}_1 &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}\left[(6-5\alpha)S_t^{[1]}(y) - 2(5-4\alpha)S_t^{[2]}(y) + (4-3\alpha)S_t^{[3]}(y)\right] \\ \hat{a}_2 &= \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\left[S_t^{[1]}(y) - 2S_t^{[2]}(y) + S_t^{[3]}(y)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}14)$$

và hàm dự báo có dạng:

$$\widehat{y}_{t+1} = \widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 l + \frac{1}{2}\widehat{a}_2 l^2 \qquad (2\text{-}15)$$

Sai số dự báo:

$$\sigma_{\widehat{y}_{t+1}} \approx \sigma_{\varepsilon_t}\sqrt{2\alpha + 3\alpha^2 + 3\alpha^2 l^2} \qquad (2\text{-}16)$$

3. Xác định điều kiện ban đầu.

Từ công thức (2-5) ở trên nhận thấy rằng, muốn xác định thủ tục san bằng cần phải quy định đại lượng ban đầu (điều kiện ban đầu ký hiệu là $S_0(y)$).

Điều kiện ban đầu đối với mô hình (2-7) có dạng:

$$\left.\begin{aligned} S_0^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha}a_1 \\ S_0^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha}a_1 \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}17)$$

Tương tự điều kiện ban đầu đối với mô hình (2-12) có dạng:

$$\left.\begin{aligned} S_0^{[1]}(y) &= a_0 - \frac{1-\alpha}{\alpha}a_1 + \frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{2\alpha^2}a_2 \\ S_0^{[2]}(y) &= a_0 - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha}a_2 + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2}a_2 \\ S_0^{[3]}(y) &= a_0 - \frac{3(1-\alpha)}{\alpha}a_1 + \frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2}a_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}18)$$

Trong đó các hệ số a_0, a_1, của phương trình (2-17) và a_0, a_1, a_2 của phương trình (2-18) được xác định theo phương pháp bình phương tối thiểu.

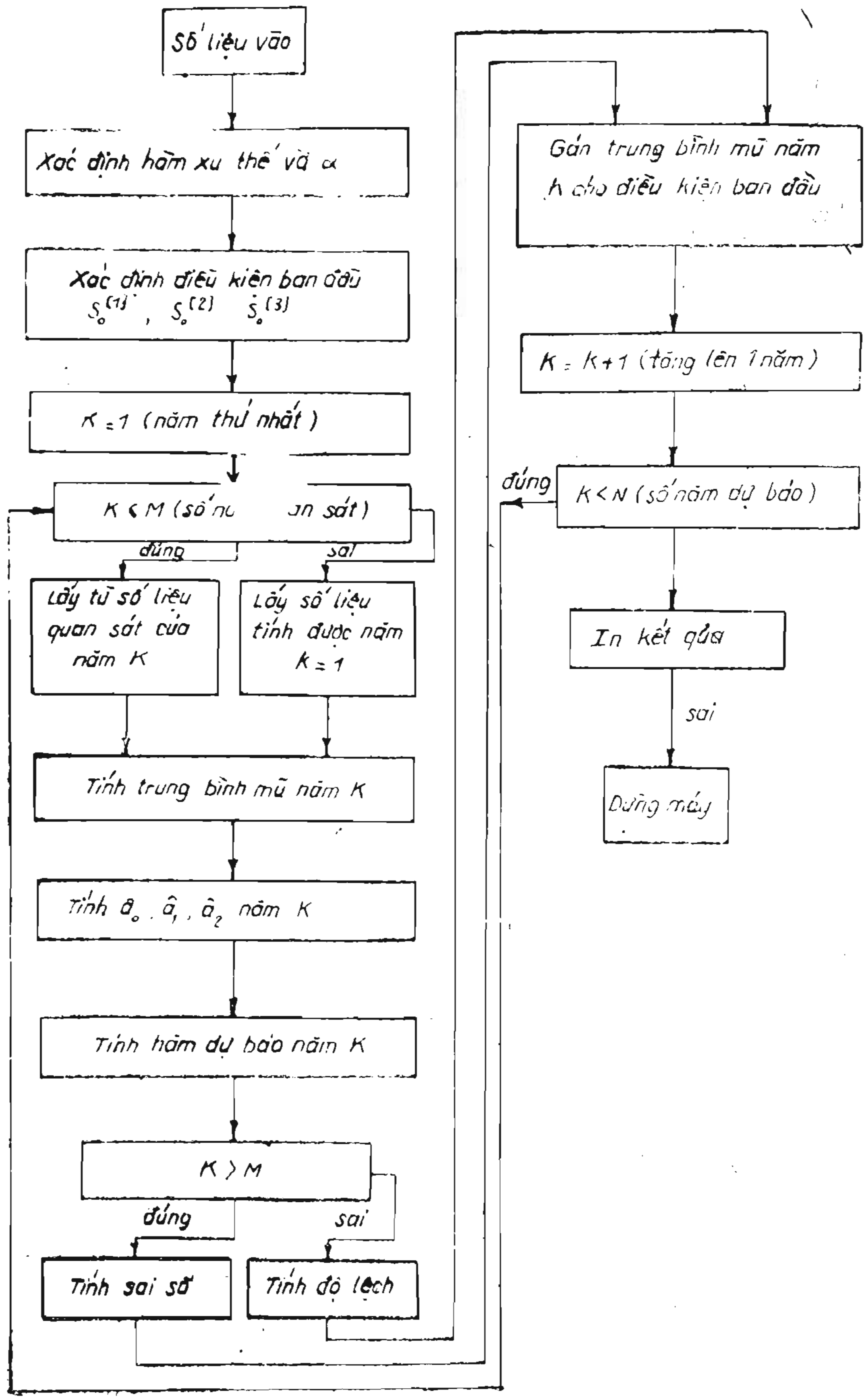
4. Xác định thông số san bằng α tối ưu

Khi xây dựng toán tử dự báo theo phương pháp san bằng hàm mũ một vấn đề quan trọng cần quan tâm là xác định thông số san bằng tối ưu α. Rõ ràng là với mỗi giá trị α khác nhau thì kết quả dự báo sẽ khác nhau. Ở [12] đề nghị xác định giá trị α xuất phát từ khoảng thời gian san bằng và tính theo công thức sau:

$$\alpha = \frac{2}{m+1} \qquad (2\text{-}19)$$

Trong đó m là số quan sát được trong khoảng san bằng. Từ những thảo luận trên đây ta có thể thành lập sơ đồ thuật toán của phương pháp dự báo theo san bằng hàm mũ như trên hình 2-1.

Ví dụ 2-1. Sử dụng các số liệu ở ví dụ trong [1].


Số liệu vào
Xác định hàm xu thế và α
Xác định điều kiện ban đầu
S₀(1), S₀(2), S₀(3)
K = 1 (năm thứ nhất)
K ≤ M (số năm quan sát)
đúng
sai
Lấy từ số liệu quan sát của năm K
Lấy số liệu tính được năm K − 1
Tính trung bình mũ năm K
Tính â₀, â₁, â₂ năm K
Tính hàm dự báo năm K
K > M
đúng
sai
Tính sai số
Tính độ lệch
Gán trung bình mũ năm K cho điều kiện ban đầu
K = K + 1 (tăng lên 1 năm)
đúng
K < N (số năm dự báo)
In kết quả
sai
Dừng máy

Hình 2-1

Dãy quan sát giá trị điện năng theo thời gian được ghi ở bảng 2-1.

Bảng 2-1

Số thứ tự	Năm	Điện năng (MWh)
1	1959	140
2	1960	140
3	1961	150
4	1962	145
5	1963	170
6	1964	195
7	1965	200
8	1966	240
9	1967	245
10	1968	260
11	1969	270
12	1970	275
13	1971	310
14	1972	350

Hàm xu thế được mô tả bằng mô hình sau:

$$A_t = 130,9\ (1,076)^t.$$

Lấy lôgarit hai vế có:

$$logA_t = log130,9 + tlog1,076.$$

Hay có thể viết lại như sau:

$$y = a_o + a_1 t.$$

Tìm các hệ số a_0, a_1. Kết quả được: $a_o = 2,1170$ và $a_1 = 0,0319$.

Do đó: $$y = 2,1170 + 0,0319\,t.$$

Để xây dựng mô hình dự báo theo phương pháp san bằng hàm mũ ta dùng các công thức (2-8), (2-9), (2-10), (2-11) và công thức (2-17).

Trước hết xác định thông số san bằng:

$$\alpha = \frac{2}{m+1}$$

ở đây giả thiết lấy $m = 11$, do đó

$$\alpha = \frac{2}{11+1} = 0,1333.$$

Xác định điều kiện ban đầu:

$$S_0^{[1]}(y) = a_o - \frac{1-\alpha}{\alpha}a_1 = 2,1170 - \frac{1-0,1333}{0,1333}\,.\,0,0319 = 1,9096.$$

$$S_0^{[2]}(y) = a_o - \frac{2(1-\alpha)}{\alpha}\,a_1 = 2,1170 - \frac{2(1-0,1333)}{0,1333}\,.\,0,0319 = 1,7022.$$

Chọn năm 1959 làm gốc ứng với $t = 0$ và điện năng quan sát là 140 MWh, tính các trung bình mũ $S_t^{[1]}(y)$; $S_t^{[2]}(y)$, tìm các thông số ước lượng $\widehat{a}_o$, $\widehat{a}_1$ và xác định hàm dự báo:

$$\widehat{y}_1 = \widehat{a}_o + \widehat{a}_1 t.$$

Với $\widehat{y}_1$ là giá trị dự báo của năm thứ nhất (tức là năm 1960). Sau đó dựa vào công thức truy chứng (2-5) xác định trung bình mũ $S_t^{[1]}(y)$; $S_t^{[2]}(y)$ và tiếp theo xác định $\widehat{a}_o$, $\widehat{a}_1$, tương ứng để dự báo cho năm 1961. Cứ tiếp tục làm như vậy cho đến năm 1972 chúng ta được các kết quả ghi trong bảng 1 với các hệ số của mô hình dự báo, giá trị điện năng dự báo và độ lệch giữa giá trị thực tế với giá trị dự báo. Cụ thể là:

Năm 1960 ($t = 1$). Ta có

$$S_1^{[1]}(y) = \alpha S_1^{[o]}(y) + (1 - \alpha) S_o^{[1]}(y)$$

Trong đó $S_1^{[o]}(y)$ là điện năng quan sát chọn làm gốc tức là 140 MWh. Vậy:

$$S_1^{[1]}(y) = 0{,}1333 \,.\, 2{,}1461 + (1 - 0{,}1333) \,.\, 1{,}9096 = 1{,}9411$$

$$S_1^{[2]}(y) = \alpha S_1^{[1]}(y) + (1 - \alpha) S_o^{[2]}(y) =$$

$$= 0{,}1333 \,.\, 1{,}9411 + (1 - 0{,}1333) \,.\, 1{,}7022 = 1{,}7340.$$

(vì $y_1 = 140$ nên $log y_1 = 2{,}1461 = S_1^{[1]}(y)$)

Xác định các thông số ước lượng:

$$\widehat{a}_o = 2S_1^{[1]}(y) - S_1^{[2]}(y) = 2 \,.\, 1{,}9111 - 1{,}7340 = 2{,}1482.$$

$$\widehat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[S_1^{[1]}(y) - S_1^{[2]}(y)\right] = \frac{0{,}1333}{1-0{,}1333}\,[1{,}9111 - 1{,}7340] = 0{,}0319.$$

Hàm dự báo điện năng cho năm 1960 có dạng:

$$\widehat{y}_1 = \widehat{a}_o + \widehat{a}_1 t = 2{,}1482 + 0{,}0319t, \text{ thay } t = 1$$

$$\widehat{y}_1 = 2{,}1482 + 0{,}0319 \,.\, 1 = 2{,}1801.$$

Vậy điện năng năm 1960 tính theo mô hình dự báo sẽ là:

$$A_t = colog(2{,}1801) = 151{,}4 \text{MWh}.$$

Năm 1961. Ta có:

$$S_2^{[1]}(y) = \alpha S_2^{[o]}(y) + (1 - \alpha) S_1^{[1]}(y).$$

Trong đó $S_2^{[o]}(y)$ chính là điện năng quan sát năm 1960, và $S_2^{[o]}(y) = 2,1461$.

$$S_2^{[1]}(y) = 0,1333 . 2,1461 + (1 - 0,1333) . 1,9411 = 1,9683$$

$$S_2^{[2]}(y) = \alpha S_2^{[1]}(y) + (1-\alpha)\, S_1^{[2]}(y) = 0,13333 . 1,9683 + (1-0,1333) . 1,7340 = 1.7651.$$

Thông số ước lượng:

$$\widehat{a}_0 = 2S_2^{[1]}(y) - S_2^{[2]}(y) = 2 . 1,9683 - 1,7651 = 2,1715$$

$$\widehat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[S_2^{[1]}(y) - S_2^{[2]}(y)\right] = \frac{0,1333}{1-0,1333}[1,9683 - 1,7651] = 0,0312.$$

Hàm dự báo cho năm 1961 có dạng:

$$\widehat{y}_2 = \widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 t = 2,1715 + 0,0312 . 1 = 2,2027.$$

Vậy điện năng năm 1961 tính theo mô hình dự báo sẽ là:

$$A_t = 159,5 \text{ MWh}.$$

– Năm 1962. Ta có:

$$S_3^{[1]}(y) = \alpha S_3^{[o]}(y) + (1-\alpha)\, S_2^{[1]}(y)$$

Trong đó $S_3^{[o]}(y)$ là điện năng quan sát năm 1961 và $S_3^{[o]}(y) = 2,1761$.

$$S_3^{[1]}(y) = 0,1333 . 2,1761 + (1 - 0,1333) . 1,9683 = 1,9959.$$

$$S_3^{[2]}(y) = \alpha S_3^{[1]}(y) + (1-\alpha)\, S_2^{[2]}(y) = 0,1333 . 1,9959 + (1 - 0,1333) . 1,7651 = 1,7958.$$

Xác định thông số ước lượng:

$$\widehat{a}_0 = 2\, S_3^{[1]}(y) - S_3^{[2]}(y) = 2 . 1,9959 - 1,7958 = 2,1960$$

$$\widehat{a}_1 = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[S_3^{[1]}(y) - S_3^{[2]}(y)\right] = \frac{0,1333}{1-0,1333}[1,9959 - 1,7958] = 0,0307.$$

Hàm dự báo cho năm 1962 có dạng

$$\widehat{y}_3 = \widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 t = 2,1960 + 0,0307 . 1 = 2,2267$$

Vậy điện năng năm 1962 tính theo mô hình dự báo sẽ là:

$$A_t = 173,8 \text{ MWh}.$$

Tiếp tục tính như vậy cho đến năm cuối của dãy thống kê (1972)

Bảng 2-2. Kết quả tính toán điện năng các năm theo phương pháp san bằng hàm mũ.

Bảng 2-2

Năm	$S_t^{[1]}(y)$	$S_t^{[2]}(y)$	$\hat{a}_0$	$\hat{a}_1$	Điện năng tính toán (MWh)	Điện năng quan sát (MWh)	Độ chênh lệch (MWh)
1960	1,9411	1,7340	2,1482	0,0319	151,4	140	−11,4
1961	1,9683	1,7654	2,1715	0,0312	159,5	150	− 9,5
1962	1,9959	1,7958	2,1960	0,0307	168,5	145	−23,5
1963	2,0179	1,8253	2,2105	0,0296	173,8	170	− 3,8
1964	2,0462	1,8564	2,2378	0,0294	185,0	195	10,0
1965	2,0786	1,8843	2,2729	0,0298	200,8	200	− 0,8
1966	2,1082	1,9141	2,3023	0,0298	214,9	240	25,1
1967	2,1443	1,9447	2,3439	0,0307	237,0	245	8,0
1968	2,1768	1,9755	2,3781	0,0307	256,5	260	3,5
1969	2,2085	2,0054	2,4106	0,0301	276,5	270	−6,5
1970	2,2382	2,0372	2,4392	0,0309	295,2	275	−20,2
1971	2,2649	2,0675	2,4623	0,0303	310,9	310	− 0,9
1972	2,2950	2,0978	2,4922	0,0303	333,1	350	16,9

Bây giờ chúng ta xác định giá trị dự báo điện năng từ năm 1973 đến năm 1980. Cũng làm tương tự như trên chúng ta tính được đại lượng trung bình mũ năm 1973 là : $S_{14}^{[1]}(y) = 2{,}3252$ và $S_{14}^{[2]}(y) = 2{,}1280$, các thông số ước lượng: $\hat{a}_0 = 2{,}5224$, $\hat{a}_1 = 0{,}0303$. Sau đấy xác định giá trị điện năng dự báo năm 1973 là 357 MWh.

Tiếp theo lại tính giá trị trung bình mũ năm 1974 là $S_{15}^{[1]}(y)$; $S_{15}^{[2]}(y)$, tính $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ và giá trị điện năng dự báo năm 1974.

Các kết quả tính toán được trình bày trong bảng 2 cột 2.

Bảng 2-3. Dự báo nhu cầu điện năng từ năm 1973 đến 1980.

Bảng 2-3

Năm	Dự báo (MWh)	Sai số dự báo (MWh)	Khoảng tin cậy	
			Giới hạn trên (MWh)	Giới hạn dưới (MWh)
1973	357	5,58	362,58	351,42
1974	382,7	5,58	388,58	376,42
1975	410,4	6,19	416,59	404,21
1976	439,9	6,51	446,14	433,39
1977	471,7	6,82	478,52	464,88
1978	505,6	7,14	512,74	498,46
1979	536,4	7,46	543,86	528,94
1980	574,6	7,79	582,39	566,81

Dựa vào biểu thức (2-11) tính sai số dự báo. Trước hết phải tính sai số trung bình bình phương (độ lệch quân phương)

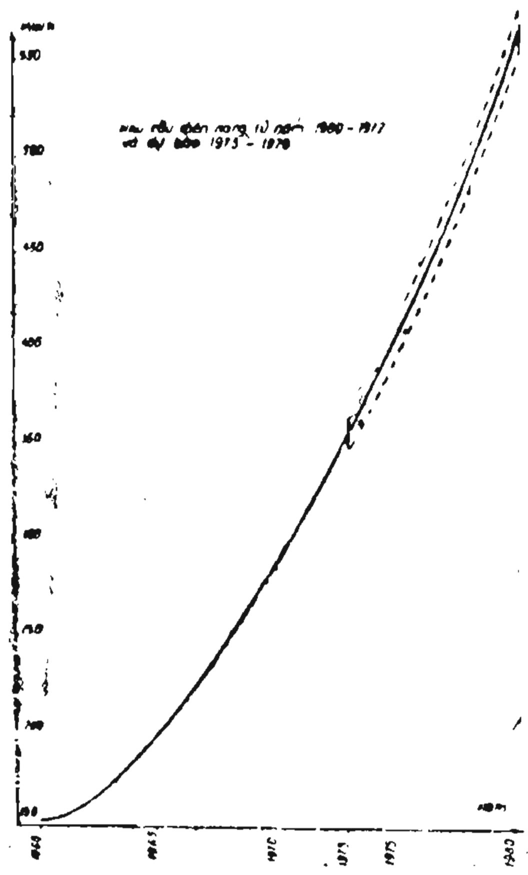
$$\sigma^2_{\varepsilon_t} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i^2 = \frac{1}{14}\left[11{,}1^2 + 9{,}5^2 + 23{,}5^2 + 3{,}8^2 + 10^2 + 0{,}8^2 + 25{,}1^2 + 8^2 + 3{,}5^2 + \right.$$

$$\left. + 6{,}5^2 + 20{,}2^2 + 0{,}9^2 + 16{,}9^2\right] = 166{,}465 \text{ MWh}^2$$

$$\sigma_{\varepsilon_t} = \sqrt{166{,}465} = 12{,}902 \text{ MWh}.$$

Thay giá trị của σ_{ε_t}, α và lần lượt thay $l = 1$ (với năm 1973); $l = 2$ (với năm 1974) v.v... vào công thức (2-11) chúng ta sẽ xác định được sai số dự báo của từng năm từ 1973 đến 1980. Các kết quả tính toán ghi trong bảng 2-3 cột 3. Sau cùng tính được khoảng tin cậy của giá trị dự báo cột 4 và 5.

Hình 2-2 dưới đây biểu diễn giá trị nhu cầu điện năng từ năm 1959 đến năm 1972, giá trị dự báo nhu cầu điện năng từ năm 1973 đến 1980 và khoảng tin cậy của nó.



Hình 2-2

2-3. ĐÁNH GIÁ SAI SỐ DỰ BÁO TRUNG BÌNH

Một trong những nhiệm vụ quan trọng của công tác dự báo là nâng cao độ chính xác trong tính toán. Sai số dự báo trung bình có thể xem là một chỉ tiêu về tính chính xác của dự báo và được tính theo công thức sau:

$$\bar{\varepsilon}_{db} = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left|\frac{y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}}{y_{n+1}}\right| . 100 \qquad (2\text{-}20)$$

Trong đó y_{n+1} là giá trị thực của điện năng theo thời gian.

$\hat{y}_{n+1}$ là giá trị điện năng dự báo theo thời gian

n là giai đoạn quá khứ ($n = 1, 2, ..., N$)

l là giai đoạn dự báo ($l = N + 1, N + 2, ..., T$)

Như đã biết độ chính xác dự báo phụ thuộc vào khoảng thời gian của thời kỳ quá khứ, cũng như phụ thuộc vào độ dài của giai đoạn dự báo. Vì vậy có thể xây dựng mô hình đặc trưng cho sự phụ thuộc của sai số dự báo trung bình vào hai thông số n là l:

$$\bar{\varepsilon}_{db} = f(n, l) \qquad (2\text{-}21)$$

Thủ tục để xây dựng mô hình (2-21) được tiến hành như sau. Tất cả chuỗi thời gian $t(t = 1, 2, ..., T)$ được chia ra hai phần:

– **Phần thứ nhất:** n phần tử ($n = 1, 2, ..., N$) gọi là giai đoạn quá khứ.

– Phần thứ hai: l phần tử ($l = N + 1, N + 2, ..., T$) gọi là giai đoạn dự báo.

Đối với giai đoạn n chúng ta xây dựng mô hình dự báo; giả thiết có dạng $y_t = a_0 + a_1 t$. Dựa vào mô hình này xác định kết quả dự báo ở giai đoạn l. Nói khác đi chúng ta liên tục đặt giá trị t bằng $N + 1$, $N + 1$. ..., T. (tức số thứ tự năm của giai đoạn dự báo) vào mô hình dự báo trên và tất nhiên sẽ nhận được mức dự báo của chuỗi thời gian ở giai đoạu l.

Như vậy giá trị thực của chuỗi thời gian ở giai đoạn l là đã biết và có thể xác định được đại lượng sai số dự báo trung bình ở giai đoạn ấy. Nếu giai đoạn quá khứ tăng lên một đơn vị thời gian tức ($N + 1$) thì giai đoạn dự báo sẽ giảm đi một đơn vị. Mô hình dự báo lại được xây dựng với chuỗi thời gian dài thêm một đơn vị ($n + 1$) và theo mô hình này xác định kết quả dự báo ở giai đoạn ($l - 1$) nghĩa là $N + 2$, $N + 3$, ... T. Sau cùng xác định được sai số dự báo trung bình.

Các kết quả tính có thể thành lập bảng, bao gồm các số liệu để xây dựng mô hình, sự phụ thuộc giữa sai số dự báo trung bình vào giai đoạn quá khứ và giai đoạn dự báo.

Số liệu để xây dựng mô hình như bảng 2-4 sau:

Bảng 2-4

Sai số dự báo trung bình	Đại lượng của giai đoạn quá khứ n	Đại lượng của giai đoạn dự báo l
$\bar{\varepsilon}_{db}^{(l)}$	n: (1,2...N)	l: (N + 1, N + 2,..., T)
$\bar{\varepsilon}_{db}^{(l-1)}$	n + 1; (1,2,... N + 1)	$l-1$; (N + 2, N + 3,...., T)
$\bar{\varepsilon}_{db}^{(l-p)}$	n + p: (1,2,...., N + p)	$l-p$: (N + p + 1, N+p+2,...,T)

Ví dụ 2-2. Vẫn sử dụng các số liệu điện năng quan sát ở ví dụ 2-1. Ta phân thành hai giai đoạn $n = 7$, $l = 7$. Sau đó với kết quả quan sát của 7 số hạng đầu (1959 đến 1965) ta giả thiết xây dựng mô hình dạng tuyến tính bậc nhất:

$$y = a + bt \text{ với } t = 1,2,..., 7)$$

Xác định các hệ số a, b theo phương pháp bình phương cực tiểu. Mô hình này có dạng:

$$y_t = 118{,}573 + 11{,}071 . t.$$

Lần lượt thay $t = 8,9,\ldots, 14$ và nhận được sai số dự báo tương đối hàng năm từ 1966 đến 1972 theo công thức sau:

$$\varepsilon_{db} = \frac{y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}}{y_{n+1}} \cdot 100.$$

và theo công thức (2-20) tìm được sai số dự báo trung bình đối với khoảng thời gian xét. Sai số dự báo tương đối và sai số dự báo trung bình ghi trong bảng 2-5 cột 4.

Nếu tăng quan sát lên 8 năm (1959 – 1966) ta lại xây dựng được mô hình dự báo khác:

$$y_t = 110,36 + 13,809t.$$

(với t = 1,2,...8) và thực hiện phép ngoại suy ở giai đoạn 1967 – 1972. Kết quả chúng ta xác định được sai số dự báo tương đối và sai số dự báo trung bình (bảng 2-5 cột 5).

Bảng 2-5

Năm	t	Điện năng (MWh)	Sai số tương đối của quá khứ và sai số tương đối dự báo, tính theo phần trăm			
1	2	3	4	5	6	7
1959	1	140	+ 7,39	+ 11,30	+ 12,47	+ 16,18
1960	2	140	+ 0,51	− 1,44	+ 2,11	+ 2,55
1961	3	150	− 1,19	− 1,19	− 1,02	− 0,86
1962	4	145	− 12,31	14,20	− 14,51	14,60
1963	5	170	− 2,31	− 5,53	− 6,20	− 6,56
1964	6	195	+ 5,12	+ 0,91	− 0,02	− 0,48
1965	7	200	+ 1,96	− 3,51	− 4,77	− 5,40
1966	8	240	+ 13,69	+ 7,98	+ 6,61	+ 5,96
1967	9	245	+ 10,93	+ 4,22	+ 2,62	+ 1,80
1968	10	260	+ 11,81	+ 4,44	+ 2,66	+ 1,75
1969	11	270	+ 10,98	+ 2,86	+ 0,89	− 0,12
1970	12	275	+ 8,57	+ 0,38	− 2,57	− 3,71
1971	13	310	+ 15,32	+ 6,49	+ 4,32	+ 3,19
1972	14	350	+ 21,83	+ 13,23	+ 11,11	+ 10,01
– Sai số trung bình quá khứ $\overline{\varepsilon_{qk}}$			4,39	5,76	5,59	5,31
– Sai số trung bình dự báo $\overline{\varepsilon_{db}}$			13,30	5,27	4,31	4,25

Trong cột (4), (5), (6) và (7) các giá trị trên là sai số tương đối của quá khứ, còn các giá trị dưới là sai số tương đối của dự báo.

Các mô hình dự báo đối với các giai đoạn quan sát khác nhau cho trong bảng 2-6.

Bảng 2-6

Giai đoạn quá khứ (năm)	Giai đoạn dự bao (năm)	Các phương trình của mô hình dự báo
1959 – 1965 (7 năm)	1966 – 1972 (7 năm)	$y_t = 118,573 + 11,071t$
1959 – 1966 (8 năm)	1967 – 1972 (6 năm)	$y_t = 110,36 + 13,809t$
1959 – 1967 (9 năm)	1968 – 1972 (5 năm)	$y_t = 108,03 + 14,504t$
1959 – 1968 (10 năm)	1969 – 1972 (4 năm)	$y_t = 106,67 + 14,878t$

Từ các thủ tục tiến hành ở trên chúng ta rút ra được các giá trị sai số dự báo trung bình ứng với các giá trị khác nhau của n và l, ghi trong bảng 2-7.

Bảng 2-7

Sai số dự báo trung bình $\bar{\varepsilon}_{db}$ (%)	Thời gian quá khứ (năm)	Thời gian dự báo l (năm)
13,30	7	7
5,27	8	6
4,31	9	5
4,24	10	4

Từ bảng 2-7 chúng ta có thể xây dựng được phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa sai số dự báo trung bình $\bar{\varepsilon}_{db}$ vào thời gian quan sát n và thời gian dự báo l. Sau đây tính tương quan giữa $\bar{\varepsilon}_{db}$ với n và l. Rõ ràng là khi số năm quan sát (n) tăng lên thì sai số dự báo trung bình $\bar{\varepsilon}_{db}$ giảm xuống; ngược lại khi số năm dự báo (l) tăng (dự báo càng xa) thì $\bar{\varepsilon}_{db}$ tăng.

Kết luận:

Sử dụng phương pháp san bằng hàm mũ để dự báo điện năng là thích hợp và cho sai số nhỏ so với các toán tử dự báo khi chưa san bằng. Sở dĩ như vậy vì ở các toán tử dự báo khi chưa san bằng tất cả các hệ số đều không đổi trong cả thời gian quá khứ cũng như tương lai. Còn đối với phương pháp san bằng hàm mũ thì các hệ số luôn luôn được hiệu chỉnh từng năm cho thích hợp, nghĩa là các hệ số của năm sau được tính từ các số liệu của năm ngay trước nó. Ngoài ra còn xét đến một yếu tố là: thông tin của các năm gần năm dự báo có ảnh hưởng lớn so với thông tin của các năm ở xa về quá khứ.

Chương ba

XÁC ĐỊNH TOÁN TỬ DỰ BÁO TỐI ƯU TRONG NĂNG LƯỢNG

3-1. CƠ SỞ TOÁN HỌC:

Trong các chương trước chúng ta đã nghiên cứu các phương pháp dự báo nói chung và phương pháp san bằng hàm mũ để dự báo nhu cầu điện năng. Ở mỗi phương pháp có thể dùng một hoặc một số toán tử dự báo khác nhau. Vấn đề đặt ra là trong tập các toán tử dự báo ấy hãy tìm một tổ hợp toán tử dự báo tối ưu.

Gọi e_i là độ chênh lệch giữa giá trị thực tế quan sát được y_i và giá trị dự báo $\widehat{y}_i$, chúng ta có:

$e = y_i - \widehat{y}_i$. Trong đó $i = 1, 2, ..., n$.

Xem e_i là một biến ngẫu nhiên. Với n quan sát có:

$$e_1 = y_1 - \widehat{y}_1$$

$$e_2 = y_2 - \widehat{y}_2$$

$$e_n = y_n - \widehat{y}_n.$$

Tất nhiên với một phương pháp dự báo nhất định chúng ta hoàn toàn biết được n giá trị đầu của dãy trên. Một dự báo được gọi là tối ưu nếu toán tử dự báo đó thỏa mãn điều kiện phương sai của e_i đạt giá trị cực tiểu.

Bây giờ hãy xét trường hợp tổng quát từ K toán tử dự báo có K kết quả dự báo khác nhau $\widehat{Y}_i$ với $i = 1, 2, ..., k$ của cùng giá trị y. Đặt phương sai của toán tử dự báo i là var e_i:

$$\mathrm{Var}e_i = \sigma_i^2 \text{ với } e_i = y - \widehat{Y}_i$$

Trong đó y là giá trị quan sát được theo thời gian và $\widehat{Y}_i$ là kết quả dự báo theo phương pháp thứ i. Gọi $\widehat{Y}$ là một tổ hợp các dự báo $\widehat{Y}_1, \widehat{Y}_2, \ldots, \widehat{Y}_k$ tức là đặt:

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{Y} = \sum\limits_{i=1}^{K} \alpha_i \widehat{Y}_i \\ \sum\limits_{i=1}^{K} \alpha_i = 1 \end{array}\right\} \qquad (3\text{-}1)$$

với

$\widehat{Y}$ được gọi là tối ưu nếu nó thỏa mãn điều kiện (3-1) đồng thời nếu var đạt giá trị nhỏ nhất (trong đó $e = y - \widehat{Y}$). Các kết quả về mặt toán học dã chứng minh được như sau [3]:

Nếu đặt r_{ij} là hệ số tương quan giữa hai đại lượng ngẫu nhiên e_i và e_j, nghĩa là:

$$r_{ij} = \frac{\operatorname{cov}(e_i, e_j)}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \text{ với } i \neq j \qquad (3\text{-}2)$$

trong đó cov(e_i, e_j) là mômen tương quan giữa e_j và e_i.

Đặt: $$= (\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_K)^T \qquad (3\text{-}3)$$

Trong đó T là toán tử chuyển vị của ma trận và đặt:

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2 r_{12} & \sigma_1\sigma_K r_{1K} \\ \sigma_2\sigma_1 r_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_2\sigma_K r_{2K} \\ & & \\ & & \cdot \\ \sigma_K\sigma_1 r_{K1} & \sigma_K\sigma_2 r_{K2} & \sigma_K^2 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}4)$$

thì: $$\operatorname{Var} e = \alpha^T . V . \alpha \qquad (3\text{-}5)$$

Mặt khác nếu: V là một ma trận xác định dương

B là một ma trận cột có K hàng và các phần tử là những số 1 tức là:

$$B = (1 \quad 1 \quad 1 \ldots 1)^T \qquad (3\text{-}6)$$

$$b = B^T V^{-1} B \qquad (3\text{-}7)$$

và nếu đặt:

$$\widehat{\alpha} = V^{-1} B \, b^{-1} \qquad (3\text{-}8)$$

thì toán tử dự báo tối ưu có dạng:

$$\widehat{Y} = \sum_{i=1}^{K} \widehat{\alpha}_i \widehat{Y}_i \qquad (3\text{-}9)$$

trong đó $\widehat{\alpha}_i$, $i = 1, 2, \ldots, K$ là những phần tử của ma trận cột $\widehat{\alpha}$, xác định theo (3-8):

Sau đây khảo sát trường hợp $K = 2$ và $K = 3$.

1) Áp dụng đối với trường hợp có 2 toán tử dự báo $\widehat{Y}_1$, $\widehat{Y}_2$, có các phương sai tương ứng σ_1^2, σ_2^2 và hệ số tương quan giữa hai toán tử là r_{12}.

Rõ ràng ma trận cột B là:

$$B = (1 \quad 1)^T \tag{3-10}$$

$$V = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2 r_{12} \\ \sigma_2\sigma_1 r_{21} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \tag{3-11}$$

Từ (3-11) ta có:

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sigma_1^2\left(1-r_{12}^2\right)} & \dfrac{-r_{12}}{\sigma_1\sigma_2\left(1-r_{12}^2\right)} \\ \dfrac{-r_{12}}{\sigma_1\sigma_2\left(1-r_{12}^2\right)} & \dfrac{1}{\sigma_2^2\left(1-r_{12}^2\right)} \end{pmatrix} \tag{3-12}$$

$$b = (1 \quad 1)\ V^{-1}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \tag{3-13}$$

$$= \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2\sigma_2^2\left(1 - r_{12}^2\right)} \tag{3-14}$$

và

$$b^{-1} = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2(1 - r_{12}^2)}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2} \tag{3-15}$$

Vậy $\widehat{\alpha} = V^{-1}Bb^{-1}$, thay vào đây giá trị của (3-10), (3-12), (3-15) sẽ cho kết quả sau:

$$\widehat{\alpha} = \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\sigma_2^2 - r_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2} \\ \dfrac{\sigma_1^2 - r_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2} \end{pmatrix} \tag{3-16}$$

Rõ ràng là $\sum_{i=1}^{2} \alpha_i = 1$ và đảm bảo tổ hợp lồi thì phải thỏa mãn điều kiện:

$$\sigma_1\sigma_2 \neq 0 \text{ và } \left| r_{12} \right| < h = \min\left\{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right\}$$

2) Đối với trường hợp có 3 toán tử dự báo $\widehat{Y}_1$, $\widehat{Y}_2$, $\widehat{Y}_3$ và các phương sai tương ứng σ_1^2, σ_2^2, σ_3^2. Tương tự như trên chúng ta có:

$$B = (1 \quad 1 \quad 1)^T \tag{3-17}$$

$$V^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix} \dfrac{1-r_{32}^2}{\sigma_1^2} & \dfrac{r_{13}r_{23}-r_{12}}{\sigma_1\sigma_2} & \dfrac{r_{12}r_{32}-r_{13}}{\sigma_1\sigma_3} \\ \dfrac{r_{13}r_{23}-r_{12}}{\sigma_1\sigma_2} & \dfrac{1-r_{13}}{\sigma_2^2} & \dfrac{r_{12}r_{13}-r_{32}}{\sigma_2\sigma_3} \\ \dfrac{r_{12}r_{32}-r_{13}}{\sigma_1\sigma_3} & \dfrac{r_{12}r_{13}-r_{32}}{\sigma_2\sigma_3} & \dfrac{1-r_{12}^2}{\sigma_3^2} \end{pmatrix} \tag{3-18}$$

Trong đó:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & 1 & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & 1 \end{vmatrix} \tag{3-19}$$

Vậy:

$$b = (1 \quad 1 \quad 1)\, V^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3-20}$$

Thay giá trị từ (3-18) và (3-19) vào (3-20) sẽ tìm ra b.

$$b = \frac{1}{\Delta.\sigma_1^2\ \sigma_2^2\sigma_3^2} \cdot \Big[2\sigma_1\sigma_2\,\sigma_3^2\,(r_{13}r_{23} - r_{12}) + 2\sigma_1\sigma_2^2\,(r_{12}r_{23} - r_{13})$$

$$+ 2\sigma_1^2\,\sigma_2\sigma_3\,(r_{12}r_{13} - r_{23}) + \sigma_2^2\,\sigma_3^2\,(1 - r_{23}^2) + \sigma_1^2\,\sigma_2^2\,(1 - r_{12}^2)$$

$$+ \sigma_1^2\,\sigma_3^2\,(1 - r_{13}^2) \Big]. \tag{3-21}$$

Do dó: $b^{-1} = \Delta \cdot \sigma_1^2 \sigma_2^2 \sigma_3^2 : \Big[2\sigma_1\sigma_2\sigma_3^2 (r_{13}r_{23} - r_{12})$

$$+ 2\sigma_1\sigma_2^2 \sigma_3 (r_{12}r_{23} - r_{13}) + 2\sigma_1^2 \sigma_2\sigma_3 (r_{12}r_{13} - r_{23})$$

$$+ \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - r_{12}^2) + \sigma_1^2 \sigma_{13}^2 (1 - r_3^2) + \sigma_2^2 \sigma_3^2 (1 - r_{23}^2) \Big] \qquad (3\text{-}22)$$

Cuối cùng tính được:

$$\widehat{\alpha} = V^{-1}B \cdot b^{-1}$$

$$\widehat{\alpha} = \begin{pmatrix} \widehat{\alpha}_1 \\ \widehat{\alpha}_2 \\ \widehat{\alpha}_3 \end{pmatrix} = \frac{b}{\Delta} = \begin{pmatrix} \dfrac{1 - r_{23}^2}{\sigma_1^2} + \dfrac{r_{13}r_{23} - r_{12}}{\sigma_1\sigma_2} + \dfrac{r_{12}r_{23} - r_{13}}{\sigma_1\sigma_3} \\ \dfrac{r_{13}r_{23} - r_{12}}{\sigma_1\sigma_2} + \dfrac{1 - r_{13}^2}{\sigma_2^2} + \dfrac{r_{12}r_{13} - r_{23}}{\sigma_2\sigma_3} \\ \dfrac{r_{12}r_{23} - r_{13}}{\sigma_1\sigma_3} + \dfrac{r_{12}r_{13} - r_{23}}{\sigma_2\sigma_3} + \dfrac{1 - r_{12}^2}{\sigma_3^2} \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}23)$$

Từ đây quy đồng mẫu số và rút gọn để tìm ra các giá trị $\widehat{\alpha}_1$, $\widehat{\alpha}_2$, $\widehat{\alpha}_3$

$$\widehat{\alpha}_1 = \frac{b^{-1}}{\Delta \cdot \sigma_1^2 \sigma_2\sigma_3} \Big[\big(1 - r_{23}^2\big) \sigma_2\sigma_3 + (r_{13}r_{23} - r_{12}) \sigma_1\sigma_3 + (r_{12}r_{23} - r_{13}) \sigma_1\sigma_2 \Big] \qquad (3\text{-}24)$$

$$\widehat{\alpha}_2 = \frac{b^{-1}}{\Delta \cdot \sigma_1\sigma_2^2\sigma_3} \Big[(r_{13}r_{23} - r_{12}) \sigma_2\sigma_3 + \big(1 - r_{13}^2\big) \sigma_1\sigma_2 + (r_{12}r_{13} - r_{23}) \sigma_1\sigma_2 \Big]. \qquad (3\text{-}25)$$

$$\widehat{\alpha}_3 = \frac{b^{-1}}{\Delta \cdot \sigma_1\sigma_2\sigma_3^2} \Big[(r_{12}r_{23} - r_{13}) \sigma_2\sigma_3 + (r_{12}r_{13} - r_{23}) \sigma_1\sigma_3 + (1 - r_{21}^2 \Big]. \qquad (3\text{-}26)$$

Để đảm bảo điều kiện toán tử tối ưu trên, cần thỏa mãn:

$$\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \neq 0; \; |r_{ij}| < 1 \text{ với } i \neq j; \; i, j = 1, 2, 3 \qquad (3\text{-}27)$$
$$\text{và } \Delta > 0$$

3–2. ÁP DỤNG.

Ví dụ 3-1. Theo thống kê tổng tiêu thụ điện năng và thu nhập kinh tế quốc dân của một địa phương được trình bày trong bảng 3-1 sau.

Số thứ tự	Năm	Điện năng tiêu thụ (Mwh)	Tổng thu nhập kinh tế quốc dân (10^6 đồng)
1	1959	140	335
2	1960	140	345
3	1961	150	380
4	1962	145	365
5	1963	170	420
6	1964	195	440
7	1965	200	455
8	1966	240	490
9	1967	245	530
10	1968	260	535
11	1969	270	555
12	1970	275	590
13	1971	310	605
14	1672	350	620

Theo [1] chúng ta xây dựng hai toán tử dự báo $\widehat{Y}_a$, $\widehat{Y}_b$. Trong đó $\widehat{Y}_a$ là toán tử dự báo biểu thị mối quan hệ giữa điện năng tiêu thụ và tổng thu nhập kinh tế quốc dân.

$$\widehat{Y}_a = -93,973 + 0,663 \cdot 10^{-6} x_i$$

Trong đó x_i là tổng thu nhập kinh tế quốc dân năm thứ i. Muốn biết tổng điện năng cần thiết năm 1980 phải lập toán tử dự báo phụ, biểu thị mối quan hệ giữa thu nhập kinh tế quốc dân và thời gian (chọn 1959 làm gốc tương ứng với $t = 0$). Dùng phương pháp bình quân tối thiểu tìm được đường hồi quy có dạng:

$$X_t = 332,7 \quad 10^6 \, (1,053)^t.$$

Đến năm 1980 tức $t = 21$ năm, tổng thu nhập kinh tế quốc dân dự báo sẽ là:

$$X_t = 978 \cdot 10^6 \text{ đồng}$$

Từ đây tìm được nhu cầu điện năng năm 1980 của toán tử dự báo $\widehat{Y}_a$ là:

$$\widehat{Y}_a = 550 \text{ MWh}.$$

Ngoài ra lập toán tử dự báo $\widehat{Y}_b$ theo phương pháp ngoại suy hàm mũ:

$$\widehat{Y}_t = Y_0 C^t$$

trong đó Y_0 là điện năng của năm chọn làm gốc. C là hệ số bằng $(1 + \alpha)$ với là độ tăng phát triển bình quân hằng năm. Dựa vào phương pháp bình quân cực tiểu tìm được:

$$\widehat{Y}_t = 130,9 \, (1,076)^t.$$

Và suy ra nhu cầu điện năng dự báo năm 1980 là:

$$\widehat{Y}_b = 612 \text{ MWh}.$$

Bây giờ xác định toán tử tổ hợp dự báo tối ưu nhờ các dự báo $\widehat{Y}_a, \widehat{Y}_b$. Xác định phương sai của toán tử dự báo a:

$$\sigma_a^2 = D(\widehat{Y}_a) = E(Y - \widehat{Y}_a)^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \widehat{Y}_{ia})^2 \quad p(y_{ia})$$

Trong đó Y_i là giá trị điện năng quan sát được từng năm, $\widehat{Y}_{ia}$ là điện năng tính theo đường hồi quy của phương pháp dự báo a, $p(y_{ia})$ là xác suất xuất hiện sự kiện y_{ia}, ở đây $p(y_{ia}) = \frac{1}{n}$ n là số năm quan sát trong quá khứ.

Kết quả tính toán được:

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{14} \cdot 1832{,}639 = 130{,}9\ (\text{MWh})^2.$$

Độ lệch quân phương: $\sigma_a = 11{,}44$ MWh.

Tương tự tính được phương sai của toán tử dự báo b:

$$\sigma_b^2 = \frac{1}{14} \cdot 1558{,}98 = 111{,}35\ (\text{MWh})^2$$

và độ lệch quân phương: $\sigma_b = 10{,}55$ MWh.

Tính giá trị:

$$h = min\left\{\frac{\sigma_a}{\sigma_b} \quad \frac{\sigma_b}{\sigma_a}\right\} = min\left\{\frac{11{,}44}{10{,}55}, \quad \frac{10{,}55}{11{,}44}\right\} = min\ \{1{,}08; \quad 0{,}92\} = 0{,}92$$

Hệ số tương quan giữa hai toán tử dự báo a và b là:

$$r_{ab} = \frac{cov(\sigma_a, \sigma_b)}{\sigma_a\sigma_b} = \frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \widehat{Y}_{ia})(Y_i - \widehat{Y}_{ib})}{\sigma_a\sigma_b} = \frac{1}{14} \cdot \frac{700{,}277}{11{,}44 \cdot 10{,}55} = 0{,}41$$

Rõ ràng $|r_{ab}| = 0{,}41 < h = 0{,}92$.

Tính các hệ số $\widehat{\alpha}_a$, $\widehat{\alpha}_b$ theo công thức (3-16)

$$\widehat{\alpha}_a = \frac{\sigma_b^2 - r_{ab}\sigma_a\sigma_b}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2r_{ab}\sigma_a\sigma_b} = \frac{10{,}55^2 - 0{,}41 \cdot 11{,}11 \cdot 10{,}55}{11{,}44^2 + 10{,}55^2 - 0{,}41 \cdot 2 \cdot 11{,}44 \cdot 10{,}55} = 0{,}4317.$$

$$\widehat{\alpha}_b = \frac{\sigma_a^2 - r_{ab}\sigma_a\sigma_b}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2r_{ab}\sigma_a\sigma_b} = \frac{11{,}44^2 - 0{,}41 \cdot 11{,}44 \cdot 10{,}55}{11{,}44^2 + 10{,}55^2 - 2 \cdot 0{,}41 \cdot 11{,}44 \cdot 10{,}55} = 0{,}5683.$$

Thỏa mãn điều kiện $\sum_{i=1}^{n} \widehat{\alpha}_i = 1$.

Như vậy theo toán tử dự báo tối ưu có giá trị điện năng:

$$\widehat{Y} = \widehat{\alpha}_a \widehat{Y}_a = \widehat{\alpha}_b \widehat{Y}_b = 0{,}4317 \cdot 550 + 0{,}5683 \cdot 612 = 585{,}234 \text{ MWh}.$$

Lấy trị số quy tròn là 585 MWh. Nghĩa là điện năng dự báo đến năm 1980 là 585 MWh. Qua kết quả tính toán thấy rằng trong sò lệch về phía toán tự dự báo $\hat{Y}_b$, tức là xác định nhu cầu điện năng đến năm 1980 theo phương pháp ngoại suy hàm mũ đạt giá trị gần với toán tử dự báo tối ưu hơn so với toán tử dự báo theo tương quan kinh tế $\widehat{Y}_a$.

Ví dụ 3-2. Các giá trị điện năng tiêu thụ, giá trị sản lượng công nghiệp và giá trị tổng sản lượng kinh tế quốc dân ở một địa phương ghi được trong bảng 3-2 dưới đây. Hãy dự báo nhu cầu điện năng cho địa phương đó đến năm 1980 và 1985.

Bảng 3-2

Năm	Điện năng (10^6) kWh	Giá trị sản lượng công nghiệp (10^6 đồng)	Giá trị tổng sản lượng kinh tế (10^6 đồng)
1970	7,31	85	315,2
1971	11,43	88,2	350,1
1972	14,25	91	369,5
1973	16,25	100,2	391,9
1974	19,40	129,3	425
1975	24,98	152,2	457,3
1976	34,97	177,5	525,5

Trong ví dụ này chúng ta sẽ xây dựng 3 toán tử dự báo và trên cơ sở đó xây dựng toán tử dự báo tối ưu.

1) Trước hết chúng ta giả thiết xây dựng mô hình dự báo 1980 và 1985 có dạng bậc hai:

$$Y_t = at^2 + bt + c.$$

Trong đó y_t là điện năng ở năm thứ t.

t là năm cần dự báo

a, b, c là các hệ số.

Dùng phương pháp bình phương cực tiểu sẽ xác định được các hệ số a, b, c.

$$a = 0{,}5433\,; \qquad b = -0{,}23\,; \qquad c = 8{,}5$$

Vậy mô hình dự báo sẽ là:

$$y_t = 0{,}5433\,t^2 - 0{,}23t + 8{,}5.$$

Từ đây chúng ta xác định được độ lệch giữa giá trị điện năng dự báo và điện năng quan sát, sau đó tính độ lệch quân phương:

$$\sigma_1 = 1{,}398 \,.\, 10^6\text{kWh}.$$

2) Xây dựng mô hình dự báo dạng tuyến tính bậc nhất, biểu diễn mối quan hệ giữa điện năng tiêu thụ và giá trị sản lượng công nghiệp:

$$y_t = a_1x + b_1.$$

Dựa vào phương pháp bình phương cực tiểu để tìm a_1, b_1:

$$a_1 = 0{,}271\,\frac{\text{kWh}}{\text{đồng}}\,; \qquad b_1 = -13{,}9\ (10^6\text{kWh})$$

Vậy mô hình dự báo có dạng:

$$y_t = [0,274x - 13,9]\ 10^6\,\text{kWh}$$

Trong đó x là giá trị sản lượng công nghiệp hàng năm. Để xác định giá trị điện năng tiêu thụ năm 1980 và 1985, chúng ta phải xây dựng mô hình phụ biểu diễn mối quan hệ giữa giá trị sản lượng công nghiệp theo thời gian. Mô hình này có dạng sau:

$$x_t = x_0(1 + \alpha)^t = x_0 C_1^t.$$

Trong đó x_t là giá trị sản lượng công nghiệp của năm thứ t.
x_0 là giá trị sản lượng công nghiệp của năm chọn làm gốc
α là hệ số phát triển trung bình hàng năm
t là số năm cần dự báo.

Xác định x_0 và c_1 theo phương pháp bình phương cực tiểu:

$$x_0 = 66,94\,.\,10^6 \text{ đồng}$$
$$c_1 = 1,14$$

Vậy $$x_t = 66,94\,(1,14)^t\,.\,10^6 \text{ đồng}.$$

Chúng ta cũng xác định được độ lệch quân phương:

$$\sigma_2 = 2,154\,.\,10^6\text{kWh}.$$

3) Xây dựng mô hình dự báo dạng tuyến tính bậc nhất, biểu diễn mối quan hệ giữa điện năng tiêu thụ và giá trị sản lượng kinh tế quốc dân:

$$y_t = a_2 z + b_2.$$

Trong đó z là giá trị sản lượng kinh tế quốc dân. a_2 và b_2 xác định theo phương phương pháp bình phương cực tiểu:

$$a_2 = 0,1645\left(\frac{\text{kWh}}{\text{đồng}}\right); \qquad b_2 = -48,3\,.\,(10^6\text{kWh}).$$

Mô hình dự báo có dạng:

$$y_t = [0,1645z - 48,3]\,.\,10^6\text{kWh})$$

Ta tính toán độ lệch quân phương $\sigma_3 = 2,338\,.\,10^6$kWh.

Muốn tính nhu cầu điện năng năm 1980 và 1985 chúng ta phải dùng phép ngoại suy hàm mũ, biểu diễn mối quan hệ giữa giá trị sản lượng kinh tế quốc dân theo thời gian:

$$Z_t = Z_0(1 + \alpha)^t = Z_0 C_2^t.$$

Xác định Z_0 và C_2 theo phương pháp bình phương cự tiểu:

$$Z_0 = 282,1\,.\,10^6 \text{ đồng}$$
$$C_2 = 1,091.$$

Vậy mô hình này có dạng:

$$Z_t = 282,1\,(1,091)^t\,.\,10^6 \text{ đồng}.$$

Các kết quả tính toán được ghi ở các bảng 3-3 sau.

Bảng 3 – 3

Với mô hình dự báo $y_1 = 0,5433t^2 - 0,23t + 8,5$ (10^6kwh)

y_i (10^6kWh)	t	$\hat{y}_{1i}$ (10^6kWh)	$e_i = y_i - \hat{y}_{1i}$ (10^6kWh)
7,34	1	8,81	– 1,47
11,43	2	10,21	1,22
14,25	3	12,7	1,55
16,81	4	16,27	0,53
19,4	5	20,93	– 1,53
24,98	6	26,68	– 1,70
34,97	7	35,51	1,46

Với mô hình dự báo $y_2 = [0,724 - 13,9] \cdot 10^6$Wh

y_i (10^6 kWh)	x_i (10^6 đồng)	$\hat{y}_{2i}$ (10^6 kWh)	$e_i = y_i - \hat{y}_{2i}$ (10^6 kWh)
7,34	85	9,4	2,06
11,43	88,2	10,3	1,13
14,25	91	11,1	3,15
16,81	100,2	14	2,81
19,4	129,3	20,6	– 1,2
24,98	152,2	27,7	– 2,78
34,97	177,5	34,4	0,37

Với mô hình dự báo $y_3 = [0,1645Z - 48,3] \cdot 10^6$kWh

y_i (10^6 kWh)	z_i (10^6 đồng)	$\hat{y}_{3i}$ (10^6 kWh)	$e_i = y_i - \hat{y}_{3i}$ (10^6 kWh)
7,34	315,2	4	3,34
11,43	350,1	9,2	2,23
14,25	369,5	12,7	1,45
16,81	391,9	16,2	0,61
19,4	425,4	21,7	– 2,3
24,98	457,3	27,2	– 2,28
34,97	525,5	38	– 3,03

Bây giờ xác định các hệ số tương quan giữa các toán tử dự báo r_{12}, r_{13}, r_{23}.

$$r_{13} = \frac{cov(e_1, e_3)}{\sigma_1\sigma_3} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \widehat{y}_{1i})(y_i - \widehat{y}_{3i})}{\sigma_1 \sigma_3}$$

$$= \frac{3,473}{7 \times 1,398.2,338} = 0,152.$$

$$r_{23} = \frac{cov(e_2, e_3)}{\sigma_2\sigma_3} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \widehat{y}_{2i})(y_i - \widehat{y}_{3i})}{\sigma_2 \sigma_3}$$

$$= \frac{23,68}{7.2,154.2,338} = 0,462.$$

$$r_{12} = \frac{cov(e_1, e_2)}{\sigma_1\sigma_2} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \widehat{y}_{1i})(y_i - \widehat{y}_{2i})}{\sigma_1 \sigma_2}$$

$$= \frac{12,09}{7.1,398.2,154} = 0,572$$

Kiểm tra các điều kiện để có mô hình dự báo tối ưu: (theo 3–27)

$$\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = 1,398 . 2,154 . 2,338 \neq 0$$

$$r_{12}, r_{13}, r_{23} < 1.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0,572 & 0,152 \\ 0,572 & 1 & 0,462 \\ 0,152 & 0,462 & 1 \end{vmatrix} = 0,5168 > 0$$

Theo công thức (3-22) tính được $b^{-1} = 1,595\ (10^6\ kWh)^2$. Theo công thức (3-24) (3-25) (3-26) chúng ta tính được các giá trị $\widehat{\alpha}_1$, $\widehat{\alpha}_2$ và $\widehat{\alpha}_3$:

$$\widehat{\alpha}_1 = 0,834$$
$$\widehat{\alpha}_2 = -0,094$$
$$\widehat{\alpha}_3 = 0,260.$$

Thỏa mãn điều kiện

$$\sum_{i=1}^{3} \widehat{\alpha}_i = 1$$

Theo (3-9) chúng ta xác định toán tử dự báo tối ưu

$$\widehat{Y} = \sum_{i=1}^{3} \widehat{\alpha}_i \widehat{Y}_i = \widehat{\alpha}_1 \widehat{Y}_1 + \widehat{\alpha}_2 \widehat{Y}_2 + \widehat{\alpha}_3 \widehat{Y}_3$$

$$= 0,834\ \widehat{Y}_1 - 0,094\ \widehat{Y}_2 + 0,26\ \widehat{Y}_3.$$

Trong đó $\widehat{Y}_1 = [\,0{,}5433t^2 - 0{,}23t + 8{,}5\,].\ 10^6\,\text{kWh}.$

$$\widehat{Y}_2 = [\,-13{,}9 + 0{,}274x\,]\,10^6\ \text{kWh}$$

$$\widehat{Y}_3 = [\,-48{,}3 + 0{,}1645\,x\,]\,10^6\ \text{kWh}$$

Từ đây chúng ta tính giá trị điện nang dự báo 1980 và 1985. Các kết quả tính toán được ghi trong bảng 3-4.

Bảng 3-4

Năm dự báo	$\widehat{Y}_1(10^6\text{kWh})$	$\widehat{Y}_2(10^6\text{kWh})$	$\widehat{Y}_3(10^6\text{kWh})$	$\widehat{Y}\ (10^6\text{kWh})$
1977	41,43	38,6	44,7	42,5
1978	50,50	46,1	52,7	51,5
1979	60,53	54,2	60,7	61,2
1980	71,71	64,1	72,7	72,6
1981	84,17	75,1	83,1	84,8
1982	97,33	87,2	96	94,8
1983	111,7	102	109	111,73
1984	127,19	118,4	123,7	127,1
1985	143,9	137,2	139	143,2

Như vậy điện năng dự báo đến năm 1980 là $72{,}6 \cdot 10^6$ kWh, và đến năm 1985 là $143{,}2 \cdot 10^6$ kWh.

***Kết luận*:**

Qua kết quả tính toán tử dự báo tối ưu chúng ta thấy rằng trọng số lệch nhiều về phía toán tử dự báo $\widehat{Y}_1$ (với $\widehat{\alpha}_1 = 0{,}834$). Theo toán tử $\widehat{Y}$, nhu cầu điện năng đến năm 1985 được dự báo là $143{,}9 \cdot 10^6$ kWh. So sánh với toán tử dự báo tối ưu cũng năm đó là $143{,}2 \cdot 10^6$ kWh, thì sai số khoảng 0,48%. Như vậy để dự báo nhu cầu điện năng cho địa phương trên chúng ta có thể sử dụng mô hình dự báo dạng pa-ra-bôn:

$$\widehat{Y}_1 = 0{,}5133t^2 - 0{,}23t + 8{,}5\ (10^6\text{kWh}).$$

Chương bốn

SỬ DỤNG MÔ HÌNH LÝ THUYẾT THÔNG TIN ĐÁNH GIÁ TƯƠNG QUAN TRONG DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG

4-1. ĐỊNH NGHĨA ENTRÔPI — ĐẶC TRƯNG ĐỘ BẤT ĐỊNH

Khả năng xuất hiện các biến cố ngẫu nhiên đã tạo ra độ bất định thường gặp khi tiến hành các phép thử gắn liền với các biến cố. Điều quan trọng là phải đánh giá định lượng độ bất định của các phép thử khác nhau để có thể so sánh và tìm biện pháp giảm nó.

Ví dụ xét các phép thử có k kết cục đồng khả năng, như vậy độ bất định của mỗi phép thử được xác định bởi số k này: nếu với $k = 1$ kết quả phép thử không là ngẫu nhiên, thì với k lớn việc tiên đoán kết quả của phép thử trở nên rất khó khăn. Như vậy số đo độ bất định phụ thuộc vào k hoặc là một hàm của k. Khi $k = 1$ hàm số này bằng không nghĩa là độ bất định của phép thử hoàn toàn không có. Khi k tăng lên hàm số này cũng tăng theo.

Bây giờ xét hai phép thử α và β độc lập nhau (nghĩa là bất kỳ một thông tin nào về kết quả của phép thử này cũng không ảnh hưởng gì đến xác suất xuất hiện các kết cục của phép thử kia). Giả thiết phép thử α có k kết cục đồng khả năng, phép thử β có l kết cục đồng khả năng. Xét phép thử hợp $\alpha\beta$. Phép thử hợp $\alpha\beta$ sẽ có độ bất định lớn hơn độ bất định của phép thử α vì ngoài độ bất định của phép thử α còn bổ sung thêm độ bất định của phép thử β.

Một cách tự nhiên ta thừa nhận: độ bất định của phép thử $\alpha\beta$ bằng tổng độ bất định đặc trưng cho các phép thử α và β. Rõ ràng phép thử $\alpha\beta$ có kl kết cục đồng khả năng (do sự tổ hợp k kết cục của phép thử α với l kết cục của phép thử β) nên độ bất định của phép thử hợp $\alpha\beta$ có thể viết:

$$f(k.l) = f(k) + f(l) \tag{4-1}$$

Từ đây thấy rằng nên lấy $\log k$ làm số đo độ bất định của phép thử có k kết cục đồng khả năng. (Vì $\log k.l = \log k + \log l$). Khi $k = 1$ thì số đo này bằng không, và khi k tăng thì số đo này cũng tăng theo.

Việc chọn cơ số của logarit không quan trọng vì khi chuyển từ một hệ logarit này sang một hệ logarit khác chẳng qua chỉ là việc nhân hàm số $f(k) = \log k$ với một hằng số. Trong kỹ thuật ta thường dùng logarit cơ số 2 (tức là đặt $f(k) = \log_2 k$) nghĩa là lấy số đo độ bất định của phép thử có hai kết cục đồng khả năng làm đơn vị bất định. Đó là đơn vị nhị phân hay là một bít.

Ngoài ra còn dùng hệ logarit thập phân nghĩa là lấy độ bất định của phép thử có 10 kết cục đồng khả năng làm đơn vị đo độ bất định. Đó là đơn vị thập phân, nó bằng khoảng $3\frac{1}{3}$ đơn vị nhị phân $\left(\text{vì } \log_2 10 \approx 3{,}32 \approx 3\frac{1}{3}\right)$.

Đối với phép thử có k kết cục đồng khả năng, ta có bảng xác suất như sau:

Kết cục phép thử	A_1	A_2	A_3		A_k
Xác suất	$\frac{1}{k}$	$\frac{1}{k}$	$\frac{1}{k}$	..	$\frac{1}{k}$

Trong đó mỗi kết cục riêng biệt $\left(\text{có xác suất là } \frac{1}{k}\right)$ có độ bất định bằng:

$$\frac{1}{k}\log k = -\frac{1}{k}\log\frac{1}{k}$$

Tổng quát đối với phép thử α có bảng xác suất:

Kết cục phép thử	A_1	A_2	A_3		A_k
Xác suất	$P(A_1)$	$P(A_2)$	$P(A_3)$	..	$P(A_k)$

thì số đo độ bất định của mỗi kết cục riêng biệt là:

$$-P(A_i)\log P(A_i) \qquad (\text{với } i = 1, 2, \ldots, k)$$

và số đo độ bất định của phép thử bằng:

$$H(\alpha) = -P(A_1)\log P(A_1) - P(A_2)\log P(A_2) - P(A_3)\log P(A_3) - \ldots - P(A_k)\log P(A_k) \qquad (4\text{-}2)$$

$H(\alpha)$ được gọi là Entrôpi của phép thử α. Như vậy Entrôpi là số đo độ bất định.

Năm 1928 một kỹ sư thông tin người Mỹ là E. R.Hartley đã bước đầu nêu ra khái niệm về Entrôpi. Hartley đề nghị lấy số logk đặc trưng cho độ bất định của phép thử có k kết cục khác nhau. Với số đo này sẽ không phân biệt được sự khác nhau về đặc tính của các kết cục trong phép thử. Hartley cho rằng sự khác nhau giữa các kết cục riêng biệt là do các yếu tố tâm lý quyết định và do đó các nhà toán học cũng như các nhà làm công tác kỹ thuật không cần quan tâm đến.

Sau này Shannon đã chỉ ra các quan điểm sai lầm của Hartley và đề nghị lấy đại lượng $H(\alpha)$ ở biểu thức (4-2) gọi là Entrôpi. Nghĩa là ta phải gán cho mỗi kết cục A_i của phép thử α một độ bất định là $-\log P(A_i)$. Sau đó lấy giá trị trung bình độ bất định của các kết cục riêng tức là giá trị trung bình của biến cố ngẫu nhiên $-\log P(A_1)$; $-\log P(A_2)$; ... $-\log P(A_k)$ với các xác suất tương ứng $P(A_1), P(A_2), \ldots, P(A_k)$: Giá trị trung bình này chính là Entrôpi $H(\alpha)$.

4-2. ĐẶC TÍNH CỦA ENTRÔPI

1) Entrôpi là một đại lượng không thể nhận giá trị âm, nói cách khác Entrôpi là một đại lượng luôn luôn dương hoặc bằng không:

$$H(\alpha) \geqslant 0$$

Vì luôn luôn có điều kiện $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$ nên $\log P(A)$ không thể là số dương được, như vậy $-P(A)\log P(A)$ không thể là một số âm được.

2) Entrôpi $H(\alpha)$ của phép thử α bằng không chỉ trong trường hợp một trong các xác suất $P(A_1)$, $P(A_2)$, ..., $P(A_k)$ bằng 1, còn các xác suất của tất cả các A_i còn lại đều bằng không. Vì $P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k) = 1$

$$H(\alpha) = 0 \text{ khi } P(A_k) = 1 \text{ và } P(A_i)_{i \neq k} = 0$$

3) Entrôpi $H(\alpha)$ sẽ đạt giá trị cực đại khi:

$$P(A_1) = P(A_2) = ... = P(A_k) = \frac{1}{k}$$

Ví dụ 4-1. Xét một phép thử α có hai kết cục A_1, A_2 với các xác suất tương ứng $P(A_1)$, $P(A_2)$, chúng có quy luật phân bố xác suất như sau:

$$P(A_1) + P(A_2) = 1$$

Hay là
$$P(A_2) = 1 - P(A_1).$$

Entrôpi của phép thử này là:

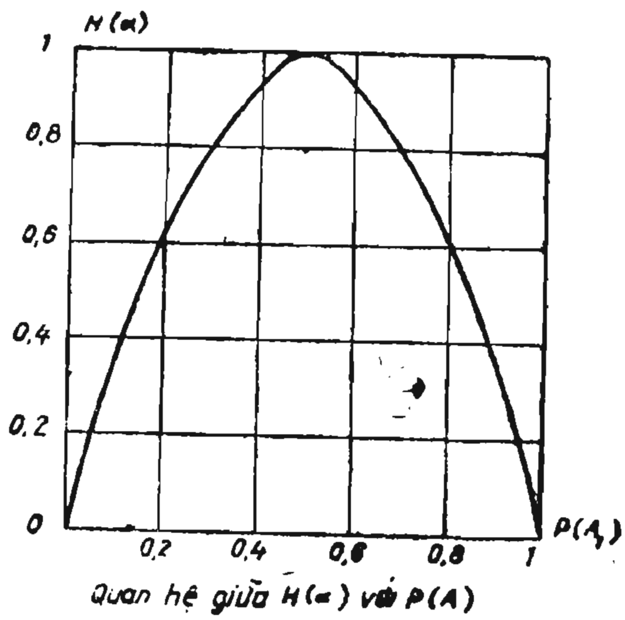
$$H(\alpha) = -P(A_1)\log P(A_1) - P(A_2)\log P(A_2) = -P(A_1)\log P(A_1) -$$
$$- [1 - P(A_1)]\log[1 - P(A_1)].$$

Vẽ đường biểu diễn của $H(\alpha)$ theo $P(A_1)$ trên hình 4-1.

Từ đường biểu diễn $H(\alpha)$ theo $P(A_1)$ ta thấy:

$H(\alpha) = 0$ khi $P(A_1) = 0$ hoặc $P(A_2) = 1$ và khi $P(A_1) = 1$ hoặc $P(A_2) = 0$.

$H(\alpha)$ sẽ đạt cực đại khi $P(A_1) = \frac{1}{2}$ hoặc $P(A_2) = \frac{1}{2}$. Lúc ấy $H(\alpha)_{max} = \log 2$ và nếu dùng logarit cơ số 2 thì $H(\alpha)_{max} = 1$ bít.



Hình 4-1

Ví dụ 4-2. Có hai hộp, mỗi hộp chứa 20 quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 10 quả cầu trắng, 5 quả cầu đen, 5 quả cầu đỏ. Hộp thứ hai chứa 8 quả cầu trắng, 8 quả cầu đen và 4 quả cầu đỏ. Từ mỗi hộp lấy ra một quả cầu. Xét trong hai phép thử đó, kết cục của phép thử nào bất định hơn. Xác suất của các phép thử như sau :

– Phép thử α_1 (lấy quả cầu từ hộp thứ nhất).

Màu quả cầu được lấy ra	Trắng	Đen	Đỏ
Xác suất	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

– Phép thử α_2 (lấy quả cầu từ hộp thứ hai)

Màu quả cầu được lấy ra	Trắng	Đen	Đỏ
Xác suất	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

Giải :

Entrôpi của phép thử α_1: (tính với logarit thập phân)

$$H(\alpha_1) = -\frac{1}{2}\log\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\log\frac{1}{4} \approx \frac{1}{2} \cdot 0{,}3010 + $$

$$+ \frac{1}{2} \cdot 0{,}6020 \approx 0{,}4515 \text{ đơn vị thập phân.}$$

Entrôpi của phép thử α_2:

$$H(\alpha_2) = -\frac{2}{5}\log\frac{2}{5} - \frac{2}{5}\log\frac{2}{5} - \frac{1}{5}\log\frac{1}{5} \approx \frac{4}{5} \cdot 0{,}3979 + $$

$$+ \frac{1}{5} \cdot 0{,}6989 = 0{,}4581 \text{ đơn vị thập phân.}$$

Như vậy phép thử α_2 có độ bất định lớn hơn so với phép thử α_1:

Ví dụ 4-3. Giả sử qua nhiều năm quan sát thời tiết, người ta biết rằng tại khu vực nọ xác suất để ngày 15 tháng 6 có mưa là 0,4 và không mưa là 0,6. Cũng tại khu vực đó xác suất để ngày 15 tháng 11 có mưa là 0,8 và không mưa là 0,2. Với kết quả quan sát như vậy thì ngày nào trong hai ngày nói trên tại khu vực đang xét được xem là dễ dự báo thời tiết hơn.

Giải :

Theo điều kiện bài toán ta có các bảng xác suất tương ứng sau :

Phép thử α_1 : (ứng với ngày 15 tháng 6).

Các kết cục của các phép thử	Mưa	Không mưa
Xác suất	0,4	0,6

Phép thử α_2: (ứng với ngày 15 tháng 11)

Các kết cục của phép thử	Mưa	Không mưa
Xác suất	0,8	0,2

Entrôpi của phép thử α_1 là:

$H(\alpha_1) = -0,4 \log 0,4 - 0,6 \log 0,6 \approx 0,292$

Entrôpi của phép thử α_2 là:

$H(\alpha_2) = -0,8 \log 0,8 - 0,2 \log 0,2 \approx 0,217.$

Như vậy Entrôpi của phép thử α_1 lớn hơn Entrôpi của phép thử α_2 nghĩa là dự báo thời tiết ngày 15 tháng 11 dễ hơn so với dự báo thời tiết ngày 15 tháng 6.

4-3. ENTRÔPI ĐỒNG THỜI VÀ ENTRÔPI CÓ ĐIỀU KIỆN

Bây giờ ta xét hai phép thử α và β độc lập với nhau, có các xác suất như sau:

Phép thử α:

Các kết cục của phép thử	A_1	A_2	...	A_k
Xác suất	$P(A_1)$	$P(A_2)$	...	$P(A_k)$

Phép thử β:

Các kết cục của phép thử	B_1	B_2	...	B_n
Xác suất	$P(B_1)$	$P(B_2)$	...	$P(B_n)$

Phép thử hợp $\alpha\beta$ sẽ có kn kết cục: A_1B_1, A_1B_2, ..., A_1B_n; A_2B_1, A_2B_2,..., A_2B_n; ...; A_kB_1, A_kB_2, ..., A_kB_n. Trong đó A_iB_j (với $i = 1, k$; $j = 1, n$) là phép thử α có kết cục A_i, còn phép thử β có kết cục B_j. Độ bất định của phép thử $\alpha\beta$ lớn hơn độ bất định của từng phép thử α và β vì trong trường hợp này ta phải thực hiện cùng một lúc cả hai phép thử, mà mỗi phép thử lại có thể có các kết cục khác nhau hoàn toàn do ngẫu nhiên. Trong trường hợp các phép thử α, β độc lập ta có biểu thức mô tả Entrôpi đồng thời $H(\alpha\beta)$ như sau (chứng minh có thể xem ở [7]):

$$H(\alpha\beta) = H(\alpha) + H(\beta) \tag{4-3}$$

Biểu thức (4-3) còn gọi là quy tắc cộng Entrôpi.

Nếu α và β không độc lập nhau mà giữa chúng có sự ràng buộc thống kê thì ta phải dùng đến khái niệm về Entrôpi có điều kiện. Ví dụ như ta lấy lên tiếp hai quả cầu trong một cái hộp có chứa hai quả cầu có mầu khác nhau. Gọi α và β là các phép thử lấy quả cầu lần thứ nhất và lần thứ hai trong hộp. Rõ ràng là sau khi thực hiện phép thử thì phép thử β sẽ không có độ bất định nào cả. Nói khác đi Entrôpi của phép hợp αβ chỉ bằng Entrôpi của phép thử α mà không bằng tổng Entrôpi của phép thử α và β.

Ở đây sử dụng xác suất có điều kiện:

$$P(A_i, B_j) = P(A_i)\, P(B_j/A_i) \text{ với } i = 1, 2, \ldots, k, \; j = 1, 2, \ldots, n$$

Trong đó $P(B_j/A_i)$ là xác suất có điều kiện của biến có B_j với điều kiện A_i.

Ta đi đến biểu thức của Entrôpi. $H(\alpha\beta)$ trong trường hợp giữa α và β có quan hệ thống kê.

$$H(\alpha\beta) = H(\alpha) + H(\beta/\alpha) = H(\beta) + H(\alpha/\beta) \qquad (4\text{-}4)$$

Trong đó $H(\beta/\alpha)$ là Entrôpi của phép thử β với điều kiện khi phép thử α đã được thực hiện.

Entrôpi có điều kiện $H(\beta/\alpha)$ là một số không âm. Nếu tất cả các xác suất $P(A_1), P(A_2), \ldots, P(A_k)$ đều khác không thì $H(\beta/\alpha) = 0$ khi và chỉ khi:

$$H(\beta/A_1) = H(\beta/A_2) = \ldots = H(\beta/A_K) = 0.$$

Lúc đó:

$$H(\alpha\beta) = H(\alpha)$$

Trong trường hợp α và β độc lập thì:

$$H(\beta/A_1) = H(\beta/A_2) = \ldots = H(\beta/A_K) = H(\beta)$$

Vì vậy:

$$H(\beta/\alpha) = H(\beta).$$

Khi đó:

$$H(\alpha\beta) = H(\alpha) + H(\beta)$$

Ngoài ra thấy rằng

$$H(\beta/\alpha) \leqslant H(\beta) \qquad (4\text{-}5)$$

Tóm lại kết cục của phép thử β được xác định bởi kết cục của phép thử α. Việc thực hiện phép thử α trước có thể làm giảm độ bất định của phép thử β hoặc trường hợp đặc biệt khi phép thử α và β độc lập không làm thay đổi độ bất định của β. Nói cách khác khi hai phép thử có quan hệ với nhau thì nhờ kết cục của phép thử này có thể làm giảm độ bất định của phép thử kia.

4-4. KHÁI NIỆM VỀ LƯỢNG THÔNG TIN.

Bất kỳ một tin nào đến với người nhận đều mang hai nội dung rõ rệt: một là độ bất ngờ của tin, hai là ý nghĩa của tin. Để so sánh các tin với nhau, chúng ta có thể lấy một trong hai hoặc cả hai tính chất trên để làm thước đo. Lượng thông tin càng lớn nếu độ bất ngờ của tin càng lớn. Khi ta nhận được một tin mà ta đã biết trước thì như không nhận được tin gì cả. Trong các tiết trước chúng ta đã xét Entrôpi $H(\beta)$ đặc trưng cho độ bất định của phép thử β. Nếu $H(\beta) = 0$ tức là kết quả của phép thử đã biết trước. $H(\beta)$ lớn hay nhỏ cũng tức là sự nghi ngờ đối với kết quả của phép thử β nhiều hay ít.

Việc thực hiện trước phép thử α sẽ làm giảm độ bất định của phép thử β, điều ấy thể hiện như sau:

Entrôpi có điều kiện $H(\beta/\alpha)$ của phép thử β luôn luôn nhỏ hơn hoặc bằng Entrôpi $H(\beta)$ của chính phép thử β. Nếu hai phép thử α và β độc lập nhau thì:

$$H(\beta/\alpha) = H(\beta).$$

Nghĩa là việc thực hiện trước phép thử α không làm giảm độ bất định của β.

Nếu $H(\beta/\alpha) = 0$ có nghĩa là kết quả của phép thử α hoàn toàn xác định kết quả của phép thử β. Do đó hiệu số

$$I(\alpha, \beta) = H(\beta) - H(\beta/\alpha) \tag{4-6}$$

Gọi là lượng thông tin về phép thử β chứa trong phép thử α hay gọi là thông tin về β chứa trong α, được đo bằng hiệu số độ bất dịnh của β trước và sau khi tiến hành α. Như vậy lượng thông tin là mức độ giảm bất định.

Bây giờ xét thông tin tương hỗ giữa các phép thử α và β. Điều này có thể suy ra từ tiết trước, vì rằng ta đã có:

$$H(\alpha) + H(\beta/\alpha) = H(\beta) + H(\alpha/\beta).$$

Do đó: $$I(\alpha, \beta) = H(\beta) - H(\beta/\alpha) = H(\alpha) - H(\alpha/\beta) = I(\beta, \alpha).$$

Đây chính là lượng thông tin tương hỗ của hai phép thử α và β đối với nhau.

Đôi khi ta còn viết lượng thông tin tương hỗ dưới dạng công thức sau:

$$I(\alpha, \beta) = H(\alpha) + H(\beta) - H(\alpha . \beta) \tag{4-7}$$

Từ các công thức tính lượng thông tin tương hỗ ở trên thấy rằng: Thông tin $I(\alpha, \beta)$ là cực đại và đúng bằng $H(\alpha)$ của phép thử α trong và chỉ trong trường hợp Entrôpi có điều kiện $H(\alpha/\beta) = 0$, nghĩa là khi kết quả của phép thử β hoàn toàn xác định kết quả của phép thử α. Mặt khác nếu $H(\alpha/\beta) \neq 0$ thì có nghĩa là lượng thông tin $I(\alpha, \beta)$ nhỏ hơn $H(\alpha)$ một lượng bằng $H(\alpha/\beta)$. Và nếu các phép thử α và β độc lập (tức là $H(\alpha/\beta) = H(\alpha)$ thì lượng thông tin $I(\alpha, \beta) = 0$, nghĩa là biết α không cho ta lượng thông tin nào về β.

4-5. ĐÁNH GIÁ TƯƠNG QUAN TRONG DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG

1. Đặt vấn đề.

Khi xây dựng đường hồi quy giữa giá trị điện năng Y và các chỉ tiêu kinh tế X_i khác, một điều cần quan tâm là phải đánh giá hệ số tương quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên đó. Trong thống kê toán học người ta thường dùng lý thuyết tương quan để giải quyết vấn đề này.

Giả sử có n số liệu thống kê của Y là $\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ và các số liệu thống kê tương ứng của X là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ thì hệ số tương quan giữa Y và X xác định như sau:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i' y_i'}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i')^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i')^2}}$$

Trong đó :
$$\sum_{i=1}^{n} x'_i y'_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n \cdot \overline{x} \cdot \overline{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x'_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n \cdot \overline{x}^2$$

$$\sum_{i=1}^{n} (y'_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n \cdot \overline{y}^2$$

$\overline{x}$, $\overline{y}$ là giá trị trung bình của X và Y qua n quan sát.

Khi $r = \pm 1$ thì giữa Y và X có sự phụ thuộc nhau theo quan hệ hàm tuyến tính nghĩa là chúng tương quan rất chặt. Khi Y và X là độc lập thống kê thì $r = 0$, và khi $0 < |r| < 1$ thì giữa Y và X có tương quan tuyến tính: $|r|$ càng gần 1 thì mức độ phụ thuộc giữa chúng càng chặt và $|r|$ càng gần không thì mức độ phụ thuộc lẫn nhau càng yếu. Như vậy hệ số tương quan r có thể xem là một chỉ tiêu chất lượng của hàm lựa chọn Y và X.

Sau khi tính được giá trị r ta tiếp tục phân tích thống kê theo biểu thức sau:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Đại lượng t là một biến ngẫu nhiên có phân phối Student với $(n-2)$ bậc tự do. Ví dụ với độ tin cậy là 0,95 ta so sánh t và $t_{0,05}(n-2)$, trong đó $t_{0,05}(n-2)$ là giá trị tra bảng điểm 5% của phân phối Student $(n-2)$ bậc tự do. Nếu $t < t_{0,05}$ thì giữa Y và X không có tương quan tuyến tính.

Rõ ràng là dùng phương pháp tương quan ở trên để xét sự phụ thuộc lẫn nhau giữa các biến ngẫu nhiên thì bị hạn chế vì các nhược điểm sau:

a) Phương pháp tương quan trên chỉ cho ta khả năng loại bỏ những biến ngẫu nhiên X_k nào có tương quan yếu đối với Y, chứ không có tác dụng phát hiện được ngoài tập giá trị X đã xét, còn có thêm các biến ngẫu nhiên nào có tương quan chặt với Y. Chẳng hạn khi xây dựng mô hình dự báo nhu cầu điện năng cho một địa phương ngoài các biến ngẫu nhiên xét như tổng thu nhập giá trị công nghiệp của địa phương, tổng thu nhập kinh tế quốc dân của địa phương v.v..., thì có thể có một số yếu tố khác nữa cũng có ảnh hưởng đến việc xây dựng mô hình dự báo trên mà ta chưa xét tới như tổng giá trị sản lượng nông nghiệp, hay sự phát triển dân số hàng năm của địa phương v.v...

b) Phương pháp trên cũng có nhược điểm là trong m biến ngẫu nhiên đã xét $X_1, X_2, ..., X_m$ có quan hệ tuyến tính với Y thì phải dùng bao nhiêu biến trong m biến đó là đủ và là những biến ngẫu nhiên nào.

c) Mặt khác cũng nên chú ý rằng trong tập biến ngẫu nhiên $X_1, X_2, ..., X_m$ có thể có những biến ngẫu nhiên có tương quan tuyến tính khá chặt với nhau, do đó khi đã xét tương quan giữa Y và một trong các biến đó thì sự phụ thuộc giữa Y và các biến còn lại có thể giảm bớt đi, nên nếu dùng thủ tục ở trên để loại bỏ các biến ngẫu nhiên có tương quan yếu thì hiệu quả chưa chắc đã tốt.

Vì vậy trong việc xây dựng mô hình dự báo nhu cầu điện năng cần phải đánh giá tương quan giữa các biến ngẫu nhiên. Về góc độ thông tin ta thấy rằng một mục tiêu cơ bản của phương pháp dự báo là khi có thông tin về các chỉ tiêu kinh tế thì cần có được cực đại thông tin về chỉ tiêu điện năng, nói cách khác khi đó độ bất định của đối tượng là chỉ tiêu điện năng trở thành cực tiểu. Ngoài ra phương pháp thông tin cho phép bổ sung thêm những quan sát mới nhằm giảm độ bất định của đối tượng nghiên cứu.

2. Sử dụng mô hình lý thuyết thông tin đánh giá tương quan trong dự báo nhu cầu điện năng.

Trong các phần trên ta đã nghiên cứu những khái niệm cơ bản về Entrôpi Entrôpi đồng thời, Entrôpi có điều kiện và một số khái niệm về lý thuyết thông tin. Gọi Y là một biến ngẫu nhiên có thể lấy các giá trị $\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ với các xác suất tương ứng $p(y_1), p(y_2), ... p(y_n)$, với $\sum_{i=1}^{n} p(y_i) = 1$ thì độ bất định của Y được đặc trưng bởi Entrôpi:

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^{n} p(y_i) \log p(y_i).$$

Gọi X là một biến ngẫu nhiên có các giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_m\}$ và các xác suất tương ứng là $p(x_1), p(x_1), ..., p(x_m)$. Gọi $p(x, y)$ là phân bố xác suất đồng thời của hai biến ngẫu nhiên X và Y, gọi $p(y/x)$ là phân phối xác suất có điều kiện của Y khi đã cho X. Vậy Entrôpi có điều kiện là:

$$H(Y/X) = -\sum_{X}\sum_{Y} p(x, y) \log p(y/x).$$

Lúc ấy lượng thông tin tương hỗ giữa X và Y là:

$$I(Y, X) = H(Y) - H(Y/X),$$

nó nói lên lượng thông tin về Y do X mang lại. Khi $H(Y/X) = 0$ thì $I(Y, X)$ đạt giá trị cực đại nghĩa là khi đã biết X thì hoàn toàn biết được Y.

Nếu có một dãy biến ngẫu nhiên $Y, X_1, X_2, ..., X_n$ thì xác định được các Entrôpi và Entrôpi có điều kiện

$$H(Y) = -\sum p(y_i) \log p(y_i)$$

$$H(Y/X) = -\sum_{X}\sum_{Y} p(x, y) \log p(y/x)$$

$$H(Y/X_1, X_2) = -\sum_{Y}\sum_{X_1}\sum_{X_2} p(y, x_1, x_2) \log p(y/x_1, x_2).$$

$$\cdots$$

$$H(Y/X_1, X_2, ..., X_n) = -\sum_{Y}\sum_{X_1}\sum_{X_2}\cdots\sum_{X_n} p(y, x_1 x_2, ..., x_n) \times$$

$$\times \log p(y/x_1 ... x_n)$$

và các thông tin tương hỗ:

$$I(Y, X_1, X_2) = H(Y) - H(Y/X_1, X_2)$$

$$I(Y, X_1, \ldots, X_n) = H(Y) - H(Y/X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

Giả sử cho dung sai là $\varepsilon\%$ thì với một tin mới X_k nào đó sẽ mang lại cho Y một thông tin mới tương ứng. Tìm mối tương quan giữa lượng thông tin do X_k đưa lại so với thông tin toàn phần, nếu:

$\dfrac{I(Y, X_k)}{H(Y)} < \varepsilon\%$ thì tin X_k không nên đưa vào vì nó tương quan không chặt với đối tượng Y, nghĩa là lượng tin về Y do X_k đem lại không đáng kể. Nói khác đi đây chính là một tiêu chuẩn loại bỏ các tương quan không chặt khi khảo sát đường hồi quy tuyến tính.

Ngược lại nếu $\dfrac{I(Y, X_k)}{H(Y)} > \varepsilon\%$ thì có nghĩa là thông tin về Y do X_k đem lại là sử dụng được và có thể xây dựng mối tương quan thống kê giữa Y và X_k.

Cuối cùng xét trường hợp các thông tin về Y do tập X_i mang lại đã đủ mức độ tin cậy đối với việc khảo sát Y hay chưa.

Nếu
$$\frac{H(Y) - I(Y, X_1, X_2, \ldots, X_n)}{H(Y)} < \varepsilon\%$$

hay: $\dfrac{H(Y/X)}{H(Y)} < \varepsilon\%$ thì có nghĩa là các thông tin về Y do tập X_i mang lại đủ mức độ tin cậy đối với Y. Trong trường hợp ngược lại cần xét đưa thêm các chỉ tiêu khác vào để giảm độ bất định $H(Y)$.

Thủ tục lựa chọn các biến ngẫu nhiên X_i có tương quan với Y tiến hành như sau:

Trước hết tính mọi $H(Y, X_i)$; gọi X_{i1} là biến ngẫu nhiên có $H(Y, X_{i1}) \geqslant H(Y, X_i)$. Tính liên tiếp các lượng thông tin bổ sung về Y do các X_i $(i \neq i_1)$ đem lại thêm: $I(Y, X_i/X_{i1})$.

Gọi X_{i2} là biến ngẫu nhiên có:

$$I(Y, X_{i2}/X_{i1}) \geqslant I(Y, X_i/X_{i1})$$

Khi đó ta chọn thêm X_{i2} và lại tiếp tục tính thông tin bổ sung:

$$I(Y, X_i/X_{i1}, X_{i2}).$$

Cứ làm như vậy ta sẽ chọn được một tập các biến ngẫu nhiên $X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{i1}$ it nhất mà Y có phụ thuộc mạnh nhất.

Nếu $I(Y, X_k)$ lớn hơn dung sai, mà quá trình khảo sát đã chọn biến ngẫu nhiên X_j để nghiên cứu, nhưng giữa X_j và X_k lại có liên hệ thống kê khá chặt chẽ thì lượng thông tin bổ sung $I(Y, X_k/X_j)$ sẽ rất bé, do đó có thể loại bỏ được X_k vì đã xét X_j rồi.

3. Áp dụng

Ví dụ 4-4. Theo thống kê tổng tiêu thụ điện năng và thu nhập kinh tế quốc dân của một địa phương được trình bày trong bảng 4-1 sau:

Bảng 4-1

Số thứ tự	Năm	Điện năng tiêu thụ y(MWh)	Tổng thu nhập kinh tế quốc dân X (10^6đồng)
1	1959	140	335
2	1960	140	345
3	1961	150	360
4	1962	145	365
5	1963	170	420
6	1964	195	440
7	1965	200	455
8	1966	240	490
9	1967	245	530
10	1968	260	535
11	1969	270	555
12	1970	275	590
13	1971	310	605
14	1972	350	620

Giả thiết hàm hồi quy giữa giá trị điện năng Y và tổng thu nhập kinh tế quốc dân x có dạng tuyến tính, nghĩa là hàm dự báo có dạng:

$$y = ax + b.$$

Trong đó a, b là các hệ số xác định theo phương pháp bình phương cực tiểu. Gọi y_i và x_i là điện năng tiêu thụ và tổng thu nhập kinh tế quốc dân của năm thứ i.

Tính giá trị trung bình

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{14} y_i}{14} = \frac{3090}{14} = 220{,}713 \text{ MWh}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{14} x_i}{14} = \frac{6645.10^6}{14} = 474{,}642\,.\,10^6 \text{ MWh}$$

$$\sum_{i=1}^{14} x'_i\, y'_i = \sum_{i=1}^{14} x_i y_i - n\,\overline{x}\,\overline{y} = 1.553.525 -$$

$$- 14 \times 474{,}642\,.\,220{,}713 = 86890\,.\,10^6 \text{ MWh đồng}$$

$$\sum_{i=1}^{14} (x'_i)^2 = \sum_{i=1}^{14} x_i^2 - n\,\overline{x}^2 = 3284{,}875\,.\,10^{12} -$$

$$- 14(474{,}642)^2\,.\,10^{12} = 130\,.\,884{,}606\,.\,10^{12}\ [\text{đồng}]^2$$

Vậy:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{14} x'_i y'_i}{\sum_{i=1}^{14} (x'_i)^2} = \frac{86890 \,.\, 10^6}{130 \,.\, 884{,}606 \,.\, 10^{12}} = 0{,}663 \,.\, 10^{-6} \text{ MWh/đồng.}$$

$$a = \overline{y} - b\overline{x} = 200{,}713 - 0{,}663 \,.\, 474{,}642 = -\ 93{,}973 \text{ MWh}$$

và hàm dự báo có dạng sau (hay đường hồi quy giữa y và x)

$$\hat{y} = -\ 93{,}973 + 0{,}663 . 10^{-6}\, x.$$

Lần lượt thay giá trị x_i vào x ở công thức trên, ta được giá trị điện năng y_i (cột 3 bảng 4-2).

Tính xác suất xuất hiện các biến ngẫu nhiên:

$$p(x_i) = \frac{1}{n} = \frac{1}{14}$$

$$p(y_i) = \frac{1}{n} = \frac{1}{14}$$

Tính xác suất có điều kiện $p(y_i/x_i)$. Chúng ta thấy rằng độ lệch giữa giá trị thực tế quan sát và giá trị nằm trên đường hồi quy là $e_i = y_i - \hat{y}_i$, khi $e_i \to 0$ thì rõ ràng $p(y_i/x_i) = 1$. Từ đây có thể tính xác suất có điều kiện như sau:

$$p(y_i/x_i) = 1 - \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{\hat{y}_i}$$

Các kết quả tính toán được trình bày trong bảng 4-2.

Bảng 4-2

y_i (MWh)	x_i(10^6 đồng)	y_i (MWh)	$e_i = y_i - \hat{y}_i$ (MWh)	$\frac{\lvert\hat{y}_i - y_i\rvert}{\hat{y}_i}$	$p(y_i/x_i)$
140	335	128,132	11,868	0,092	0,908
140	345	134,762	5,238	0,038	0,962
150	360	144,707	5,293	0,036	0,964
145	365	148,022	− 3,293	0,022	0,978
170	420	184,487	−14,487	0,078	0,922
195	440	197,747	− 2,747	0,013	0,987
200	455	205,692	− 7,692	0,037	0,963
240	530	257,417	−12,417	0,048	0,952
260	535	260,732	− 0,732	0,002	0,998
270	555	273,992	− 3,992	0,014	0,996
275	590	297,197	− 2,197	0,007	0,993
310	605	307,142	2,858	0,009	0,991
350	620	317,087	32,913	0,103	0,897

Từ đây tính được Entrôpi H(X):

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{14} p(x_i)\, log p(x_i) = \log 14 = 3{,}8165$$

$$H(Y) = -\sum_{i=1}^{14} p(y_i)\, log p(y_i) = log 14 = 3{,}8165$$

(Tính theo logarít cơ số 2).

Entrôpi có điều kiện:

$$H(Y/X) = -\sum_{i=1}^{14}\sum_{i=1}^{14} p(x_i)\; p(y_i/x_i)\; \log p(y_i/x_i)$$

Nhưng do $p(y_i/x_j)_{i \neq j} = 0$ và $p(x_i) = \frac{1}{n}$, nên ta có

$$H(Y/X) = -\frac{1}{n}\Big[p(y_1/x_1) \log p(y_1/x_1) + p(y_2/x_2) \log p(y_2/x_2) +$$

$$+ p(y_{14}/x_{14}) \log p\,(y_{14}/x_{14}) = -\frac{1}{14}[0{,}908 \log 0{,}908 + 0{,}962 \log 0{,}962 + \ldots +$$

$$0{,}897 \log 0{,}897] = 0{,}0734.$$

Lượng tin tương hỗ giữa Y và X là:

$$I(Y, X) = H(Y) - H(Y/X) = 3{,}8165 - 0{,}0734 = 3{,}7431.$$

Giả thiết cho dung sai $\varepsilon\% = 5\%$, xét tương quan giữa Y và X

$$\frac{I(Y, X)}{H(Y)} = \frac{3{,}7431}{3{,}8165} = 0{,}98 > \varepsilon = 0{,}05$$

nghĩa là sự tương quan giữa điện năng tiêu thụ và thu nhập kinh tế quốc dân là rất chặt. Và lượng thông tin về Y do các x_i mang lại là sử dụng được trong việc tính dự báo nhu cầu điện năng cho tương lai.

Sau cùng chúng ta tính mức độ tin cậy của thông tin Y do các x_i mang lại:

$$\frac{H(Y) - I(Y, X_1, X_2, \ldots, X_n)}{H(Y)} = \frac{H(Y/X)}{H(Y)} = \frac{0{,}0734}{3{,}8165} = 0{,}019$$

nghĩa là bé thua $\varepsilon\% = 5\%$. Điều ấy chứng tỏ rằng lượng thông tin về điện năng tiêu thụ Y do các quan sát về thu nhập kinh tế quốc dân X là đáng tin cậy, vì khi biết về các số liệu X thì độ bất định của Y giảm gần hết.

Chương năm

DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG CÓ XÉT ĐẾN YẾU TỐ MÙA VÀ SÓNG MÙA

5-1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một trong những bài toán quan trọng của thống kê toán học là nghiên cứu quá trình thay đổi của các hiện tượng theo thời gian. Bài toán này được giải quyết nhờ sự thành lập và phân tích chuỗi thời gian. Trong việc phân tích chuỗi thời gian thì mùa cũng là một vấn đề quan trọng.

Cho một chuỗi thời gian $\{y_t\}$ với các số hạng $y_1, y_2, ..., y_n$ đã biết. Tìm giá trị y_{n+l} với $l = 1 \div T$ trong tương lai. Chuỗi $\{y_t\}$ là một chuỗi động nghĩa là các giá trị $y_1, y_2, ..., y_n$ thay đổi theo thời gian. Quy luật thay đổi của chuỗi có thể mang tính chất chu kỳ hay theo một quy luật xác định nào đó.

Mô hình dự báo có xét đến ảnh hưởng của yếu tố mùa được mô tả như sau:

$$y_t = \hat{y}_t + D_t + \varepsilon_t \qquad (5\text{-}1)$$

Trong đó y_t là giá trị hàm dự báo tại thời điểm t

$\hat{y}_t$ là hàm xu thế (còn gọi là hàm hồi quy), đặc trưng cho xu thế cơ bản của quá trình

D_t là thành phần dao động theo mùa

ε_t là các dao động ngẫu nhiên.

Rõ ràng là dao động D_t xác định được nhờ các số liệu thống kê quá khứ nó làm cho giá trị của y_t thay đổi một các tuần hoàn. Tất nhiên giá trị của độ lệch ở các chu kỳ khác nhau thì không bằng nhau.

Xác định dao động ngẫu nhiên ε_t một cách chính xác là một vấn đề rất phức tạp vì nó chịu tác động bởi nhiều nguyên nhân ngẫu nhiên bên ngoài. Vì vậy các giá trị ε_t chỉ có thể được đánh giá bằng phương pháp xác suất thống kê.

Trong chương này chúng ta sẽ nghiên cứu phương pháp dự báo nhu cầu điện năng có xét đến ảnh hưởng của yếu tố mùa và sóng mùa. Cụ thể sẽ xét phương pháp hệ số và mô hình sóng mùa. Trong đó phương pháp hệ số chỉ cho ta biết ảnh hưởng của yếu tố mùa đến các giá trị của chuỗi thời gian về mặt định lượng, mà chưa mô tả sự dao động theo mùa của chuỗi thời gian. Phương pháp mô hình sóng mùa lợi dụng tính chất dao động tuần hoàn của các chuỗi thời gian có chứa thành phần mùa, và được biểu diễn dưới dạng hàm lượng giác. Vì vậy phương pháp này cho ta một hình ảnh về sự dao động của chuỗi thời gian có thành phần mùa.

5-2. DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG KHI XÉT ĐẾN YẾU TỐ MÙA.

1. Các phương pháp tính hệ số mùa.

Hệ số mùa K là hệ số đặc trưng cho cường độ tác động của thành phần mùa đến các số hạng của chuỗi thời gian $\{y_t\}$. Thường xác định hệ số mùa phải dựa vào các số liệu thống kê từng tháng (hay từng quý) trong vài năm (khoảng 3, 4 năm). Hệ số mùa là đại lượng không có thứ nguyên có thể lớn hơn hay nhỏ hơn đơn vị.

Nếu $K > 1$ chứng tỏ các dao động theo mùa có ảnh hưởng tích cực đến các giá trị y_i của chuỗi $\{y_t\}$, làm cho các giá trị của chuỗi thời gian lớn lên.

Nếu $K < 1$ thì ảnh hưởng của dao động mùa sẽ ngược lại, làm giảm giá trị của chuỗi thời gian xét,

a) Tính hệ số mùa theo phương pháp trung bình số học. Giả sử có một dãy số liệu quan sát điện năng hàng tháng của mỗi năm là y_1, y_2, ..., y_{12}. (Nếu dãy quan sát theo quý thì có y_I, y_{II}, y_{III}, y_{IV}).

Hệ số mùa được tính như sau:

$$K_i = \frac{y_i}{\bar{y}} 100\% \tag{5-2}$$

Trong đó y_i là giá trị điện năng quan sát của tháng thứ i

$\bar{y}$ là giá trị điện năng trung bình của các tháng trong một năm:

$$\bar{y} = \frac{1}{12}(y_1 + y_2 + \dots y_{12}) \tag{5-3}$$

Nếu tính hệ số mùa theo quý ta cũng được:

$$K_{qi} = \frac{y_i}{\bar{y}} 100\% \quad \text{với } i \neq \text{I, II, III, IV} \tag{5-4}$$

và:

$$\bar{y} = \frac{1}{4}(y_I + y_{II} + y_{III} + y_{IV}) \tag{5-5}$$

Tổng quát nếu có n số liệu quan sát thì:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} \tag{5-6}$$

Hoặc là:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1} \tag{5-7}$$

Ví dụ 5-1. Điện năng tiêu thụ trong các tháng của một năm ở một xí nghiệp được ghi trong bảng sau.

Bảng 5-1

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Điện năng (MWh)	4,3	4,5	5,1	6,0	7,1	6,5	6,3	7,5	7,1	6,2	4,5	4,2

Giá trị điện năng trung bình tháng:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{12} = \frac{69,3}{12} = 5,8.$$

Hệ số mùa đối với tháng giêng:

$$K_1 = \frac{y_1}{\bar{y}} 100\% = \frac{4,3}{5,8} 100\% = 74\%.$$

Hệ số mùa đối với tháng hai:

$$K_2 = \frac{y_2}{\bar{y}} 100\% = \frac{4,5}{5,8} 100\% = 78\% \text{; v.v...}$$

Kết quả tính hệ số mùa được ghi ở bảng 5-2.

Bảng 5-2

Tháng	Hệ số mùa %	Tháng	Hệ số mùa %
1	74	7	109
2	78	8	129
3	88	9	122
4	103	10	107
5	122	11	78
6	112	12	72

Nếu số liệu điện năng quan sát là nhiều năm:

$$y_1^1,\ y_2^1,\ y_3^1, \dots,\ y_{12}^1$$
$$y_1^2,\ y_2^2,\ y_3^2, \dots,\ y_{12}^2$$

$$y_1^m,\ y_2^m,\ y_3^m, \dots,\ y_{12}^m$$

Trong đó $y_1^m, y_2^m, \dots, y_{12}^m$ là điện năng quan sát của tháng 1,2,..., 12 ở năm thứ *m* thì hệ số mùa đối với từng tháng được xác định như sau:

$$K_i = \frac{\bar{y_i}}{\bar{Y}} 100\% \tag{5-8}$$

Trong đó $\overline{y_i}$ là giá trị trung bình của từng tháng sau m năm

$$\overline{y_i} = \frac{1}{m} \sum_{K=1}^{m} y_i^K \qquad (5\text{-}9)$$

$\overline{Y}$ là giá trị trung bình chung của tháng sau m năm

$$\overline{Y} = \frac{1}{12} \sum_{i=2}^{12} \overline{y_i} \qquad (5\text{-}10)$$

Nếu các số liệu quan sát là từng quý trong m năm thì hệ số mùa đối với từng quý cũng xác định tương tự

$$K_{qi} = \frac{\overline{y_i}}{\overline{Y}} 100\% \text{ với } i = \text{I, II, III, IV} \qquad (5\text{-}11)$$

Trong đó $\overline{y_i}$ là giá trị trung bình của từng quý sau m năm, và $\overline{Y}$ là giá trị trung bình chung của quý sau m năm:

$$\overline{Y} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} \overline{y_i} \qquad (5\text{-}12)$$

Ví dụ 5-2. Điện năng tiêu thụ của một xí nghiệp quan sát được trong 3 năm như sau:

Bảng 5-3

Tháng	Điện năng tiêu thụ từng năm (MWh)				Hệ số mùa ($\overline{y_i}$: $\overline{Y}$) x 100%
	1971	1972	1973	Giá trị trung bình 3 năm	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	4,4	4,2	4,3	4,3	77
2	4,3	4,1	4,5	4,3	77
3	4,5	4,2	5,1	4,6	82
4	6,2	5,4	6,0	5,9	105
5	7,0	6,8	7,1	7,0	125
6	6,0	6,3	6,5	6,3	116
7	6,3	6,0	6,3	6,2	101
8	7,7	7,0	7,5	7,4	132
9	7,6	7,2	7,1	7,3	130
10	6,0	5,9	6,2	6,0	107
11	4,4	4,3	4,5	4,4	79
12	4,3	4,1	4,2	4,2	75
Giá trị trung bình	5,7	5,4	5,8	$\overline{Y}$ = 5,6	100

Từ số liệu điện năng tiêu thụ của các tháng trong 3 năm, chúng ta tính được giá trị trung bình từng tháng $\overline{y_i}$

Đối với tháng giêng: $\overline{y_1} = \frac{4,1 + 4,2 + 4,3}{3} = 4,3.$

Đối với tháng hai: $\overline{y_2} = \frac{4,3 + 4,1 + 4,5}{3} = 4,3$, v.v...

Các kết quả ghi trong cột (5) bảng 5-3

Hệ số mùa đối với các tháng là:

Đối với tháng giêng:

$$K_1 = \frac{4,3}{5,6}\ 100\% = 77\%$$

Đối với tháng hai:

$$K_2 = \frac{4,3}{5,6}\ 100\% = 77\%$$

Đối với tháng ba:

$$K_3 = \frac{4,6}{5,6}\ 100\% = 82\%$$

các kết quả tính toán ghi vào cột (6) bảng 5-3.

– Chúng ta cũng có thể tính hệ số mùa bằng cách dựa vào các hệ số mùa của từng năm.

Biểu thức để tính hệ số mùa từng tháng sau m năm là:

$$K_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} K_i^k \tag{5-13}$$

Trong đó K_i^k là hệ số mùa của tháng thứ i thuộc năm thứ K

$$K_i^k = \frac{y_i^k}{\bar{y}^k} . 100\% \tag{5-14}$$

Nếu các số liệu quan sát là theo quý thì cách tính hệ số mùa cũng tương tự.

Ví dụ 5-3. Vẫn sử dụng các số liệu thống kê ghi trong cột (2), (3) và (4) của ví dụ 5-2. Tính các hệ số mùa từng tháng sau 3 năm 1971, 1972, 1973.

Đối với năm 1971: Hệ số mùa tháng giêng:

$$\frac{4,4}{5,7} . 100\% = 77\%$$

Hệ số mùa tháng hai: $\frac{4,3}{5,7}\ 100\% = 75\%$

Đối với năm 1972:

Hệ số mùa tháng giêng: $\frac{4,2}{5,4}\ 100\% = 77\%$

Hệ số mùa tháng hai: $\frac{4,1}{5,4} . 100\% = 76\%$

Đối với năm 1973:

Hệ số mùa tháng giêng: $\frac{4,3}{5,8} . 100\% = 74\%$

Hệ số mùa tháng hai: $\frac{4,5}{5,8} . 100\% = 77\%$

Các kết quả tính toán hệ số mùa từng tháng của từng năm ghi vào cột (2), (3), (4) bảng sau:

Bảng 5-4

Tháng	Hệ số mùa từng năm			Hệ số mùa sau 3 năm
	1971	1972	1973	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	77	77	74	76
2	75	76	77	76
3	79	77	88	78
4	109	100	103	104
5	123	126	122	124
6	105	117	117	111
7	110	111	109	110
8	136	130	129	132
9	133	133	122	129
10	105	109	107	107
11	77	80	78	78
12	75	76	72	74

Qua kết quả tính toán hệ số mùa ở ví dụ 5-2 và ví dụ 5-3 chúng ta thấy gần như nhau.

Tiếp theo ta khảo sát trường hợp hệ số mùa trên cơ sở nối liền các tỷ số hàng tháng. Giả sử ta có các số liệu thống kê điện năng tiêu thụ của các tháng trong m năm như sau:

$$y_1^1, y_2^1, \ldots, y_{12}^1$$

$$y_1^2, y_2^2, \ldots, y_{12}^2$$

$$y_1^m, y_2^m, \ldots, y_{12}^m$$

Trước hết chúng ta lập tỷ số phần trăm so sánh giữa điện năng của tháng thứ i với tháng thứ $(i-1)$, tỷ số này biểu diễn dưới dạng tổng quát như sau:

$$Z_i^k = \frac{y_i^k}{y_{i-1}^k} \cdot 100\% \qquad (5\text{-}15)$$

Với $i = 2, 3, 4, \ldots, 12$ và $k = (1, 2, \ldots, m)$.

y_i^k và y_{i-1}^k là giá trị điện năng của tháng thứ i và $(i-1)$ của năm K.

Riêng tỷ số điện năng của tháng giêng từ năm thứ 2 trở đi đến năm thứ m được tính theo biểu thức sau:

$$Z_1^k = \frac{y_1^k}{y_{12}^{k-1}} \cdot 100\% \quad \text{với } k = (2, 3, \ldots, m) \qquad (5\text{-}16)$$

Trong đó y_1^k là giá trị điện năng tháng giêng năm thứ k và y_{12}^{k-1} là điện năng tháng 12 năm $k-1$.

Sau đây chúng ta tính giá trị trung bình từng tháng sau m năm:

$$\overline{Z_i} = \frac{1}{m} \sum_{K=1}^{m} Z_i^k \qquad (5\text{-}17)$$

Bây giờ chúng ta xem giá trị trung bình của tháng giêng sau m năm là 100% và lần lượt tính giá trị của tất cả các tháng còn lại so với tháng giêng ấy theo công thức sau:

$$Z_j = Z_{j-1} \cdot \overline{Z_i} \qquad \text{với } i, j = 2, 3, \ldots, 12 \qquad (5\text{-}18)$$

Trong đó Z_j và Z_{j-1} là đại lượng trung bình tương đối của tháng thứ j và $(j-1)$ so với tháng giêng. Rõ ràng là đối với tháng hai ta luôn luôn có:

$$\overline{Z_2} = Z_2.$$

Cuối cùng hệ số mùa đối với từng tháng xác định như sau:

$$K_j = \frac{Z_j}{\overline{Z}} \cdot 100\% \qquad (5\text{-}19)$$

Trong đó

$$\overline{Z} = \frac{1}{12}\left(Z_1 + \sum_{j=2}^{12} Z_j\right) \qquad (5\text{-}20)$$

Nếu các số liệu quan sát được tính theo từng quý thì chúng ta cũng tính tương tự như trên.

Để làm sáng tỏ vấn đề này chúng ta hãy xét ví dụ sau.

Ví dụ 5-4. Điện năng tiêu thụ của một xí nghiệp từ năm 1972 đến 1975 như sau:

Bảng 5-5

Tháng	ĐIỆN NĂNG TIÊU THỤ (MWh)			
	1972	1973	1974	1975
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	4,8	5,0	5,8	6,0
2	4,7	5,0	6,0	6,3
3	5,0	5,3	6,2	6,6
4	5,0	6,0	6,0	6,8
5	5,3	6,5	6,1	7,0
6	6,2	6,5	7,0	7,5
7	6,8	8,0	8,1	8,6
8	7,2	8,2	8,2	8,5
9	7,0	7,1	7,6	8,0
10	6,1	6,5	7,0	7,1
11	6,0	6,4	6,6	7,0
12	5,0	6,0	6,2	6,8

Dựa vào số liệu thống kê trên đây chúng ta tính tỷ số phần trăm điện năng tiêu thụ của tháng hai năm 1972 so với tháng giêng năm 1972 như sau

$$\frac{4,7}{4,8} \cdot 100\% = 98\%$$

và tháng ba so với tháng hai như sau:

$$\frac{5}{4,7} \; 100\% = 106.4\%.$$

Cứ như thế tiếp tục cho đến tháng 12 năm 1975. (Tính theo công thức (5-14), (5-15). Kết quả tính toán được ghi vào cột (2), (3), (4), (5) ở bảng 5-6.

Theo (5-16) tính giá trị trung bình tháng sau bốn năm

Đối với tháng giêng:

$$\overline{Z}_1 = \frac{100 + 96,6 + 96,8}{3} = 97,8.$$

Đối với tháng hai:

$$\overline{Z}_2 = \frac{98 + 100 + 103,4 + 105}{4} = 101,6 \text{ v.v...}$$

Kết quả tính ghi vào cột (6) bảng 5-6.

Theo (5-17) chúng ta tính được giá trị trung bình tháng tương đối so với tháng giêng. Cụ thể là:

Đối với tháng ba: $101,6 \cdot 1,051 = 106,8$

Đối với tháng tư: $106,8 \cdot 1,032 = 110,2$

Đối với tháng năm: $110,2 \cdot 1,026 = 113,1$ v.v...

Kết quả tính toán ghi vào cột (7) bảng 5-6.

Bảng 5-6

Tháng	Tỷ số điện năng phần trăm liên quan các tháng				Giá trị trung bình tháng	Giá trị trung bình tháng so với tháng giêng
	1972	1973	1974	1975		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	—	100	96,6	96,8	97,8	100
2	98	100,0	103,4	105,0	101,6	101,6
3	106,4	106,0	103,3	104,8	105,1	106,8
4	100,0	113,2	96,8	103,0	103,2	110,2
5	106,0	100,0	101,6	103,0	102,6	113,1
6	117,0	108,3	111,7	107,1	111,8	126,4
7	109,7	123,0	115,7	114,7	115,8	146,4
8	106,0	102,5	101,2	99,2	102,2	149,6
9	97,2	86,6	92,7	91,1	92,8	138,8
10	87,1	91,5	92,1	88,7	90,1	126,8
11	98,3	98,5	94,3	98,6	97,2	112,8
12	83,7	93,8	94,0	97,1	92,0	103,8
1					97,8	101,5

Trên kia chúng ta chọn giá trị trung bình tháng giêng là 100%, nhưng kết quả tính là 101,5%, nghĩa là vượt quá 1,5%. Bây giờ chúng ta phải tiến hành hiệu chỉnh. Muốn vậy lấy 1,5 chia cho 12 tháng được 0,125, rồi lần lượt trừ bớt đi tháng hai là 0,125, trừ bớt đi tháng ba là 0,125 . 2 = 0,25; trừ bớt đi tháng tư là 0,125 . 3 = 0,375 v.v...

Cuối cùng theo công thức (5-18), (5-19) chúng ta tính được hệ số mùa từng tháng sau 4 năm. Kết quả ghi trong bảng 5-7

Bảng 5 – 7

Tháng	Giá trị trung bình tháng so với tháng giêng sau khi hiệu chỉnh	HỆ SỐ MÙA %
1	—	—
2	101,5	(101,5 : 119) × 100 = 85,3
3	106,6	(106,6 : 119) × 100 = 89,6
4	109,8	(109,8 : 119) × 100 = 91,4
5	112,6	(112,6 : 119) × 100 = 94,6
6	125,8	(125,8 : 119) × 100 = 105,7
7	145,6	(145,6 : 119) × 100 = 122,3
8	148,7	(148,7 : 119) × 100 = 125
9	137,8	(137,8 : 119) × 100 = 115,8
10	125,1	(125,1 : 119) × 100 = 105,1
11	111,5	(111,5 : 119) × 100 = 93,7
12	102,4	(102,4 : 119) × 100 = 86
1	100,0	(100 : 119) × 100 = 84
	$\overline{Z}$ = 118,95 ≈ 119	

– Tính hệ số mùa theo phương pháp trung bình trượt.

Theo phương pháp này trước tiên chúng ta phải xác định bước trượt S. Nếu số liệu quan sát là 4 quý trong một năm thì bước trượt $S = 2m = 4$ tức là $m = 2$. Nếu số liệu quan sát là 12 tháng trong một năm thì bước trượt $S = 2m = 12$, tức là $m = 6$. Như vậy giá trị các trung bình chính tâm có thể xác định như sau:

Đối với bước trượt $S = 12$:

$$\widehat{y}_{i+6} = \frac{1}{12}\left[\frac{1}{2} y_i + \sum_{k=1}^{11} y_{i+k} + \frac{1}{2} y_{i+12}\right] \qquad (5\text{-}21)$$

Đối với bước trượt $S = 4$:

$$\widehat{y}_{i+2} = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2} y_i + \sum_{k=1}^{3} y_{i+k} + \frac{1}{2} y_{i+4}\right] \qquad (5\text{-}22)$$

Một cách tổng quát chúng ta có:

$$\widehat{y}_{i+m} = \frac{1}{2m}\left[\frac{1}{2} y_i + \sum_{k=1}^{2m-1} y_{i+k} + \frac{1}{2} y_{i+2m}\right] \qquad (5\text{-}23)$$

Trong đó $\widehat{y}_{i+m}$ là giá trị trung bình chỉnh tâm hàng thứ $i + m$,
y_i là giá trị điện năng quan sát hàng thứ i,
y_{i+k} là giá trị điện năng quan sát hàng thứ $i + k$, và
y_{i+2m} là giá trị điện năng quan sát hàng thứ $i + 2m$.

Sau đấy xác định hệ số mùa đối với từng tháng (hay quý) của từng năm:

$$K_{i+m} = \frac{y_{i+m}}{\widehat{y}_{i+m}} \cdot 100\% \qquad (5\text{-}24)$$

Trong đó y_{i+m} là giá trị điện năng quan sát của hàng thứ $i + m$.

Cuối cùng lấy giá trị trung bình số học các hệ số mùa của cùng một tháng (hay quý) trong nhiều năm chúng ta sẽ được hệ số mùa đặc trưng cho từng tháng (hay quý).

Ví dụ 5-5. Theo thống kê điện năng tiêu thụ ở một địa phương từ năm 1975 đến 1977 cho ở bảng 5-8

Bảng 5-8

Năm / Quý	Điện năng tiêu thụ (MWh)		
	1975	1976	1977
1	140	143	147
2	70	72	75
3	160	164	168
4	80	83	85

Áp dụng công thức (5-22) tính giá trị các trung bình chỉnh tâm. Muốn vậy trước hết chúng ta tính tổng 4 số liên tiếp (trung bình trượt).

$$140 + 70 + 160 + 80 = 450$$
$$70 + 160 + 80 + 143 = 453 \text{ v.v...}$$

Kết quả tính toán ghi vào cột (4). Sau đấy tính trung bình quý:

$$\frac{450}{4} = 112,5$$

$$\frac{453}{4} = 113,25 \text{ v.v...}$$

Kết quả ghi vào cột (5). Tiếp theo chúng ta xác định giá trị trung bình chỉnh tâm.

$$\frac{112,25 + 113,25}{2} = 112,875$$

$$\frac{113,25 + 113,75}{2} = 113,5 \text{ v.v...}$$

Kết quả tính ghi vào cột (6) bảng 5-9.

Hệ số mùa của từng quý trong từng năm xác định theo biểu thức (5-24). Kết quả tính toán ghi vào cột (7).

Bảng 5-9

Năm (1)	Quý (2)	Điện năng quan sát (MWh) (3)	Tổng 4 quý liên tiếp (MWh) (4)	Giá trị trung bình quý (MWh) (5)	Giá trị trung bình chỉnh tâm (MWh) (6)	Hệ số mùa (cột 3 : cột 6) × 100 (7)
	1	140				
1975	2	70				
				112,5		
	3	160			112,875	142,1
				113,25		
	4	80	450		113,5	70,5
				113,75		
	1	143	453		114,25	124,8
				114,75		
	2	72	455		114,125	63,0
				115,5		
1976	3	164	459		116,00	141,5
				116,5		
	4	83	462		116,875	71,2
				117,25		
	1	147	466		117,75	125,1
				118,25		
	2	75	469		118,50	63,6
				118,75		
1977	3	168	473			
	4	85	475			

Từ đây chúng ta xác định hệ số mùa đối với từng quý sau 3 năm

$$K_1 = \frac{1}{2}(124{,}8 + 125{,}1) = 124{,}95\%.$$

$$K_2 = \frac{1}{2}(63{,}0 + 63{,}6) = 63{,}3\%$$

$$K_3 = \frac{1}{2}(142{,}1 + 141{,}5) = 141{,}8\%$$

$$K_4 = \frac{1}{2}(70{,}5 + 71{,}2) = 70{,}85\%$$

2. Mô hình dự báo điện năng có xét đến ảnh hưởng của yếu tố mùa.

Trên kia chúng ta đã xét các phương pháp tính hệ số mùa từng tháng hay từng quý trên cơ sở dựa vào các số liệu thống kê của quá khứ. Mặt khác chúng ta cũng dựa vào số liệu thống kê đó để xác định hàm xu thế $\widehat{y_t}$. Như vậy mô hình dự báo có xét đến ảnh hưởng của yếu tố mùa có thể viết dưới dạng sau đây:

$$y_t = K\,.\,\widehat{y_t} + \varepsilon_t \qquad (5\text{-}25)$$

Trong đó y_t là giá trị điện năng cần dự báo ở thời điểm t

$\widehat{y_t}$ là giá trị điện năng tính theo hàm xu thế (hàm hồi quy).

ε_t là đại lượng ngẫu nhiên,

K là hệ số mùa của từng tháng (hay quý).

Sau đây chúng ta xác định độ lệch quân phương để đánh giá mức độ dao động của y_t do yếu tố mùa ảnh hưởng tới.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(k_i - 100)^2}{12}}\,, \text{ với } i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 12 \qquad (5\text{-}26)$$

Nếu hàm xu thế xác định theo quý thì độ lệch quân phương sẽ tính như sau:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(k_i - 100)^2}{4}} \quad \text{với i} = \overline{1,\ 4} \qquad (5\text{-}27)$$

Nếu giá trị của σ càng lớn thì có nghĩa là mức độ dao động càng lớn và ảnh hưởng của yếu tố mùa càng nhiều. Ngược lại nếu σ càng bé thì ảnh hưởng của yếu tố mùa đến kết quả dự báo càng ít.

Ví dụ 5-6. Vẫn sử dụng các số liệu của ví dụ 5-5. Hãy xây dựng mô hình dự báo điện năng năm 1978, 1979 và 1980 có xét đến ảnh hưởng của yếu tố mùa.

Trước hết phải xác định hàm xu thế (hàm hồi quy) $\widehat{y_t}$ dựa trên các số liệu thống kê với $t = \overline{1,\ 12}$ tương ứng với các quý 1, 2, 3, 4 của năm 1975, 1976 và 1977, cho bảng 5-10

Bảng 5-10

Năm	1975				1976				1977			
Quý	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t (MWh)	140	70	160	80	143	72	164	83	147	75	168	85

Giả thiết xây dựng hàm hồi quy theo dạng:

$$\widehat{y_t} = a_o + a_1 t + a_2 t^2.$$

Trong đó a_o, a_1, a_2, là các hệ số được xác định theo phương pháp **bình phương** cực tiểu.

Hệ phương trình cơ bản xác định các hệ số a_o, a_1, a_2 như sau:

$$\left.\begin{aligned} &na_o + a_1\sum_{i=1}^{12} t_i + a_2 \sum_{i=1}^{12} t_i^2 = \sum_{i=1}^{12} y_i \\ &a_o \sum_{i=1}^{12} t_i + a_1 \sum_{i=1}^{12} t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^{12} t_i^3 = \sum_{i=1}^{12} y_i t_i \\ &a_o \sum_{i=1}^{12} t_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^{12} t_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^{12} t_i^4 = \sum_{i=1}^{12} y_i t_i^2 \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}28)$$

Tính các tổng $\sum_{i=1}^{12} t_i = 78$; $\sum_{i=1}^{12} t_i^2 = 650$; $\sum_{i=1}^{12} t_i^3 = 6084$;

$\sum_{i=1}^{12} t_i^4 = 60.710$; $\sum_{i=1}^{12} y_i = 1387$; $\sum_{i=1}^{12} y_i t_i = 8980$;

$$\sum_{i=1}^{12} y_i t_i^2 = 74.626.$$

Thay các số liệu vào (5-28) ta được:

$$12a_o + 78a_1 + 650a_2 = 1387$$
$$78a_o + 650a_1 + 6084a_2 = 8980$$
$$650a_o + 6084a_1 + 60.710a_2 = 74626$$

Giải hệ phương trình trên ta được:

$$a_o = 117{,}7$$
$$a_1 = 0{,}158$$
$$a_2 = 0{,}085$$

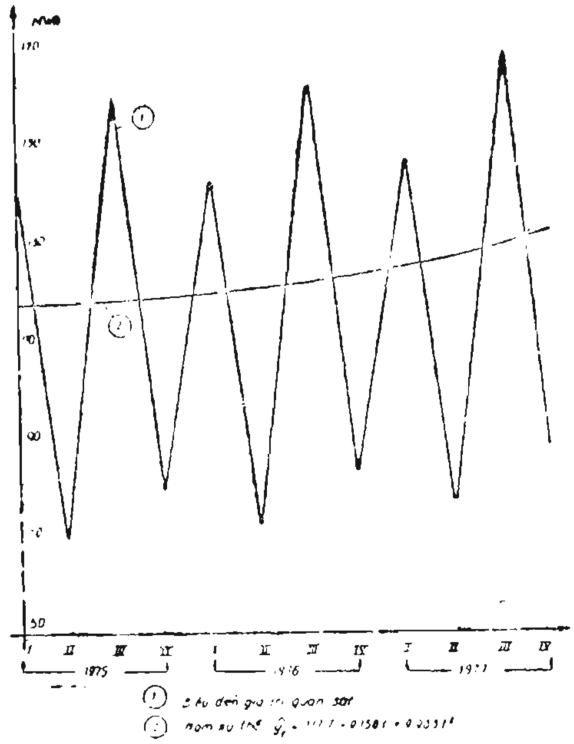
Vậy hàm xu thế có dạng:

$$\widehat{y_t} = 117{,}7 + 0{,}158t + 0{,}085t^2. \qquad (5\text{-}29)$$

Thay các giá trị t = 1, 2,... 12 vào phương trình trên chúng ta được các giá trị của $\widehat{y}_t$ như ở bảng 5-11 và trên hình 5-1.

Bảng 5-11

Thời gian	Điện năng tính toán (MWh)
1	117,943
2	118,346
3	118,939
4	119,694
5	120,82
6	121,71
7	122,976
8	124,409
9	126,002
10	127,78
11	129,718
12	131,86



Hình 5-1

Bây giờ tính dự báo nhu cầu điện năng năm 1978, 1979 và 1980. Lần lượt thay t = 13, 14,..., 21 vào biểu thức (5-29), sau đây theo biểu thức (5-25) tính giá trị điện năng dự báo. Kết quả tính toán trình bày ở bảng 5-12 sau.

Bảng 5-12

Quý			1	2	3	4
$\widehat{y}_t$ (MWh)	Năm 1978	t	13	14	15	16
		$\widehat{y}_t$	133,18	136,61	139,17	141,95
	Năm 1979	t	17	18	19	20
		$\widehat{y}_t$	144,97	148,07	151,33	154,86
	Năm 1980	t	21	22	23	24
		$\widehat{y}_t$	158,42	162,38	166,11	169,7
Hệ số mùa K%			124,95	63,3	141,8	70,85
Giá trị điện năng dự báo có xét yếu tố mùa y_t (MWh)	Năm 1978		166,3	86,5	196,8	100,1
	Năm 1979		181,0	93,7	214,0	109,5
	Năm 1980		198	102.1	235,0	120,1

Tiếp theo chúng ta xác định khoảng cho phép của dự báo theo quy tắc **2σ**. Trong đó σ là độ lệch quân phương:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n}} \qquad (5\text{-}30)$$

Trong đó n là số quan sát, e_i là độ lệch giữa giá trị thực và giá trị tính theo hàm hồi quy.

Kết quả tính độ lệch e_i cho trong bảng 5-13

Bảng 5-13

Quý		1	2	3	4
Giá trị quan sát y_i (MWh)	1975	140	70	160	80
	1976	143	72	164	83
	1977	147	75	168	85
Giá trị $\hat{y}_i$ (tính theo 5-29) (MWh)	1975	117,943	118,346	118,939	119,694
	1976	120,82	121,71	122,976	124,409
	1977	216,002	127,78	129,718	131,86
Giá trị y_i (tính theo 5-25) (MWh)	1975	147,1	74,8	168,5	84,7
	1976	150,5	77	174	88,3
	1977	157	80,7	183,5	93,2
Độ lệch e_i (MWh)	1975	−7,1	−4,8	−8,5	−4,7
	1976	−7,5	−5,0	−10,0	−5,3
	1977	−10,0	−5,7	−5,5	−8,2

Độ lệch quân phương đối với các quý xác định theo biểu thức (5-30).

Đối với quý 1:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(-7,1)^2 + (-7,5)^2 + (-10)^2}{3}} =$$

$$= 8,3 \text{ (MWh)}$$

$$2\sigma_1 = 16,6 \text{ MWh.}$$

Đối với quý 2:

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(-1,8)^2 + (-5)^2) + (-5,7)^2}{3}} =$$

$$= 5,17 \text{ MWh.}$$

$$2\sigma_2 = 10,34 \text{ MWh.}$$

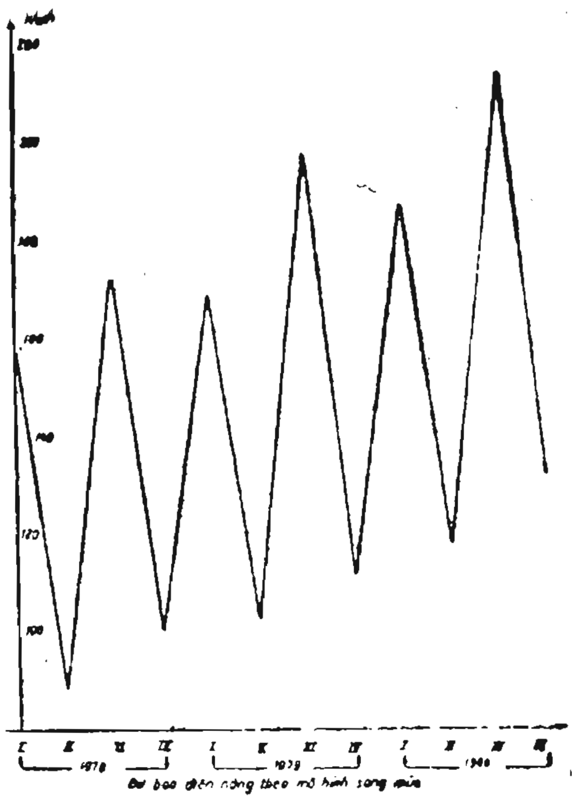
Đối với quý 3:

$$\sigma_3 = 8,2 \text{ MWh} \rightarrow 2\sigma_3 = 16,4\text{MWh.}$$

Đối với quý 4:

$$\sigma_4 = 6,25 \text{ MWh} \rightarrow 2\sigma_4 = 12,5 \text{ MWh.}$$

Kết quả tính toán khoảng cho phép của sai số trình bày ở bảng 5-14 và trên hình 5-2.



Hình 5-2

Bảng 5-14

Năm	Quý	Trị số dự báo (MWh)	Giới hạn trên (MWh)	Giới hạn dưới (MWh)
1978	1	166,3	182,9	149,7
	2	86,5	96,84	76,16
	3	196,8	213,2	180,4
	4	100,1	87,6	112,6
1979	1	181,0	197,6	164,4
	2	93,7	104,01	83,36
	3	214,0	230,4	197,6
	4	109,5	122	97,0
1980	1	198	214,6	181,4
	2	102,1	112,44	91,76
	3	235	251,4	218,6
	4	120,1	132,6	107,6

5-3. DỰ BÁO NHU CẦU ĐIỆN NĂNG THEO MÔ HÌNH SÓNG MÙA.

Trong thực tế chúng ta thường gặp những hiện tượng hoặc quá trình thay đổi một cách tuần hoàn theo thời gian. Nghĩa là sau một chu kỳ thì các hiện tượng ấy lại được lặp lại như ở chu kỳ trước, tất nhiên với một giá trị khác. Ví dụ điện năng tiêu thụ phục vụ cho chống hạn, chống úng hàng năm mang tính chất chu kỳ rõ ràng. Để nghiên cứu các hiện tượng có tính chất chu kỳ như vậy có thể dùng mô hình sóng mùa. Chẳng hạn dùng hàm lượng giác gồm một tổng các hàm sin và cosin vô tận để mô tả các hiện tượng đó thì kết quả thu được sẽ tương đối chính xác. Một cách tổng quát mô hình sóng mùa có thể viết dưới dạng sau:

$$\widehat{y_t} = f(t) + \sum_{i=1}^{p/2} \left[A_i \sin\left(\frac{2\pi}{p}.it\right) + B_i \cos\left(\frac{2\pi}{p}.it\right)\right] \quad (5\text{-}31)$$

Trong đó $\widehat{y_t}$ là giá trị dự báo

p là số quan sát

i là bậc của sóng điều hòa

$\frac{2\pi}{p}$. t là đại lượng biến thiên

A_i, B_i là các hệ số của sóng điều hòa, và được xác định theo phương pháp bình phương cực tiểu tức là thỏa mãn điều kiện:

$$\sum_{t=1}^{p} (y_t - \widehat{y_t})^2 \rightarrow min \quad (5\text{-}32)$$

$f(t)$ là hàm xu thế (hàm hồi quy).

Rõ ràng ta hàm điều hòa bậc nhất có chu kỳ bằng chiều dài của chu kỳ khảo sát. Hàm điều hòa bậc hai có chu kỳ bằng một nửa chu kỳ của hàm điều hòa bậc nhất. Hàm điều hòa bậc ba có chu kỳ bằng một phần ba chu kỳ của hàm điều hòa bậc nhất v.v... Nói chung nếu chúng ta có p quan sát thì số hàm điều hòa sẽ không vượt quá $p/2$ tức là $i \leqslant p/2$. Tại $i = p/2$ thì hệ số $A_{p/2} = 0$ và $B_{p/2} = \frac{1}{p} \sum_{t=1}^{p} y_t \cos\left(\frac{2\pi}{p}.t\, x \frac{p}{2}\right)$. Khi tính với số hàm điều hòa $i < p/2$ thì chúng ta sẽ nhận được số hệ số của hàm sin và cosin như nhau.

Ngoài ra chúng ta cần chú ý tính chất trực giao của hàm sin và cosin:

$$\sum_{t=1}^{p} \sin\left(\frac{2\pi}{p}.it\right).\sin\left(\frac{2\pi}{p}jt\right) \begin{cases} = 0 \text{ nếu } i \neq j \\ = \frac{p}{2} \text{ nếu } i = j \neq 0 = \frac{p}{2} \end{cases} \quad (5\text{-}33)$$

Các hệ số A_i, B_i được tính theo biểu thức sau:

$$A_i = \frac{2}{p} \sum_{t=1}^{p} y_t \sin\left(\frac{2\pi}{p}it\right) \quad (5\text{-}34)$$

$$B_i = \frac{2}{p} \sum_{t=1}^{p} y_t \cos\left(\frac{2\pi}{p}it\right) \quad (5\text{-}35)$$

Ví dụ 5-7. Vẫn sử dụng các số liệu của ví dụ 5-5, tính dự báo nhu cầu điện năng đến năm 1980 theo phương pháp mô hình sóng mùa.

Trong các ví dụ trước chúng ta đã xác định được hàm xu thế dạng hàm bậc 2 theo (5-29):

$$f(t) = 117,7 + 0,158t + 0,085t^2.$$

Theo (5-31) mô hình sóng mùa được viết dưới dạng như sau:

$$\hat{y}_t = f(t) + \sum_{i=1}^{p} [A_i \sin ix + B_i \cos ix] \tag{5-36}$$

Trong đó t là số quan sát ($t = 1, 2, \ldots, p$)

$$x = \frac{2\pi}{p} \cdot t$$

i là bậc của sóng điều hòa.

Bây giờ phải xác định các A_i, B_i đối với từng bậc của sóng điều hòa. Trước hết chúng ta xác định các hệ số của sóng điều hòa bậc một A_1, B_1

$$A_1 = \frac{2}{12} \sum_{t=1}^{12} f(t) \sin ix = \frac{1}{6} \sum_{t=1}^{12} f(t) \sin ix$$

$$B_1 = \frac{2}{12} \sum_{t=1}^{12} f(t) \cos ix = \frac{1}{6} \sum_{t=1}^{12} f(t) \cos ix.$$

Vì $p = 12$ nên một cách tương ứng ta lần lượt có các giá trị của x như sau: $\pi/6$; $\pi/3$; $\pi/2$; $2\pi/3$; $5\pi/6$; π, $7\pi/6$; $4\pi/3$; $3\pi/2$; $5\pi/3$; $11\pi/6$; 0. Kết quả tính toán ghi trong bảng 5-15 sau:

Bảng 5-15

t		sinx	cosx	yt	yt . sinx	yt . cosx
1	$\pi/6$	0,5	0,866	140	70	121,3
2	$\pi/3$	0,866	0,5	70	60,7	35
3	$\pi/2$	1	0	160	160	0
4	$2\pi/3$	0,866	−0,5	80	69,3	−40
5	$5\pi/6$	0,5	−0,866	143	71,5	−124
6	π	0	−1	72	0	−72
7	$7\pi/6$	−0,5	−0,866	164	−82	−142
8	$4\pi/3$	−0,866	−0,5	83	−72	−41,5
9	$3\pi/2$	−1	0	147	−147	0
10	$5\pi/3$	−0,866	0,5	75	−65,1	37,5
11	$11\pi/6$	−0,5	0,866	168	−84	145,5
12	0	0	1	85	0	85
			Tổng cộng		−18,6	4,8

Vậy:

$$A_1 = \frac{1}{6} \cdot (-18,6) = -3,1$$

$$B_1 = \frac{1}{6} (4-8) = 0,8.$$

Tương tự chúng ta tính được các hệ số đối với sóng từ bậc hai đến bậc sáu kết quả ghi trong bảng 5-16.

Kết quả tính A_i, B_i là:

Bảng 5-16

A_i	Trị số tính toán	B_i	Trị số tính toán
A_1	− 3,1	B_1	0,8
A_2	1,316	B_2	0,583
A_3	− 10,33	B_3	5,17
A_4	− 0,75	B_4	0,416
A_5	− 0,733	B_5	0,533
A_6	0	B_6	− 38,06

Cuối cùng hàm dự báo có dạng sau:

$$\widehat{y}_t = 117,7 + 0,158t + 0,085t^2 - 3,1\sin x + 1,316\sin 2x - 10,33\sin 3x - 0,75\sin 4x -$$
$$- 0,733\sin 5x + 0,8\cos x + 0,583\cos 2x + 5,17\cos 3x + 0,416\cos 4x + 0,533\cos 5x -$$
$$- 38,08\cos 6x \quad (5\text{-}37)$$

Trong đó $x = \dfrac{2\pi}{p}t = \dfrac{2\pi}{12}t = \dfrac{\pi}{6}t$.

Kiểm tra lại các giá trị quá khứ bằng cách thay $t = 1, 2, \ldots, 12$ vào biểu thức trên chúng ta sẽ được kết quả sau đây:

$$\widehat{y}_1 = 117,7 + 0,158.1 + 0,085.1^2 - 3,1.0,5 + 1,316.0,866 - 10,33.1 - 0,75.0,866 -$$
$$- 0,733.0,5 + 0,8.0,866 + 0,583.0,5 + 5,17.0 - 0,416.0,5 - 0,533.0,866 +$$
$$+ 38,08.1 = 144,58\text{MWh}.$$

Tương tự với các $\widehat{y}_2, \widehat{y}_3, \ldots$, kết quả ghi trong bảng 5-17.

Bảng 5-17

t	Giá trị quan sát y_t (MWh)	Giá trị $\widehat{y}_t$ tính đến sóng bậc 6 (MWh)
1	140	144,58
2	70	75,60
3	160	152,24
4	80	78,73
5	143	145,46
6	72	78,61
7	164	160,92
8	83	85,08
9	147	155,49
10	75	83,13
11	168	168,39
12	85	96,52
Tổng Cộng	1387	1424.75

Xác định hệ số tương quan giữa giá trị quan sát và giá trị tính toán đến sóng bậc sáu:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{12} y'_i \hat{y}'_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{12}\left(\hat{y}'_i\right)^2 \sum_{i=1}^{12}\left(y'_i\right)^2}}$$

Trong đó:

$$\sum_{i=1}^{12}\left(y'_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{12} y_i^2 - n\overline{y}^2$$

$$\sum_{i=1}^{12}\left(\hat{y}'_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{12} \hat{y}_i^2 - n\overline{\hat{y}}^2$$

$$\sum_{i=1}^{12} y'_i \hat{y}'_i = \sum_{i=1}^{12} y_i \hat{y}_i - n\overline{y}\,\overline{\hat{y}}.$$

với n là số lượng quan sát, ở đây $n = 12$; y_i là giá trị quan sát, $\hat{y}_i$ là giá trị tính toán. $\overline{y}$ là giá trị trung bình của các quan sát:

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{n}$$

$\overline{\hat{y}}$ là giá trị trung bình của các đại lượng tính toán:

$$\overline{\hat{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{12} \hat{y}_i}{n}$$

Thay số vào lần lượt tính các tổng trên chúng ta được:

$$\overline{y} = 115{,}58;\quad \overline{\hat{y}} = 118{,}73 \quad \sum_{i=1}^{12}\left(y'_i\right)^2 = 18.163.$$

$$\sum_{i=1}^{12}\left(\hat{y}'_i\right)^2 = 16\,.250;\quad \sum_{i=1}^{12} y'_i\hat{y}'_i = 17\,.\,016{,}57$$

Vậy hệ số tương quan sẽ là:

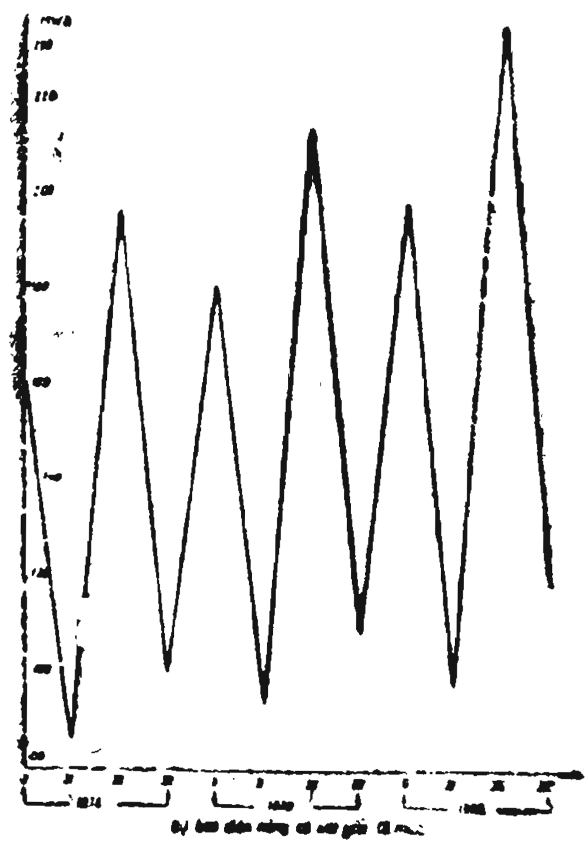
$$r = \frac{17\,.\,016{,}57}{\sqrt{16\,.\,250\,.\,18\,.\,016{,}57}} = 0{,}99.$$

Tóm lại trong ví dụ của chúng ta hệ số tương quan giữa giá trị điện năng quan sát và giá trị điện năng tính toán theo mô hình sóng mùa xét với sóng bậc sáu là 0,99, đó là một tương quan chặt. Nói khác đi chúng ta có thể sử dụng mô hình sóng mùa ấy để dự báo nhu cầu điện năng cho các năm tiếp theo

1978, 1979 và 1980. Muốn vậy chúng ta lần lượt thay $t = 13, 14, 15, ..., 24$ vào công thức (5-37) sẽ nhận được kết quả dự báo cho trong bảng 5-18 và trên hình 5-3.

Bảng 5-18

Năm	t	Quý	Điện năng dự báo (MWh)
1978	13	1	160,19
	14	2	88,87
	15	3	174,71
	16	4	100,84
1979	17	1	169,97
	18	2	103,12
	19	3	198,78
	20	4	113,46
1980	21	1	187,91
	22	2	118,21
	23	3	214,62
	24	4	132,13



Hình 5-3

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] NGUYỄN HỮU KHẢI, ĐẶNG NGỌC DINH, Đánh giá tương quan và dự báo tối ưu trong năng lượng, Tạp chí KHKT, 2/1978.

[2] ĐẶNG NGỌC DINH, Mô hình toán học mối quan hệ giữa độ tin cậy cung cấp điện và chất lượng điện năng, Tạp chí KHKT, 6/1977.

[3] NGUYỄN HỒ QUỲNH, Về tổ hợp dự báo, Tạp chí KHKT, 9/1975.

[4] NGUYỄN HỒ QUỲNH, THÁI THANH SƠN, Nghiên cứu tương quan của các biến ngẫu nhiên bằng một phương pháp trong lý thuyết thông tin, Tạp chí KHKT, 2/1975.

[5] BÙI MINH TIÊU, Cơ sở lý thuyết truyền tin, Đại học và THCN, Hà Nội, 1974

[6] Ю.А. РОЗАНОВ, Bài giảng về lý thuyết xác suất, Đại học và THCN Hà Nội 1970.

[7] A.M. Yaglôm và I.M. Yagôlôm, Giới thiệu lý thuyết thông tin, khoa học và kỹ thuật, Hà Nội 1972.

[8] Д ХУДСОН, Статистика для физиков (лекции по теории вероятностей и элементарной статистика).

[9] Е.М. ЧЕТЫРКИН Статистические методы прогнозирование. статиска, 1974.

[10] Г.С. КИЛДИШЕВ, А.А. ФРЕНКЕЛЬ Анализ временных рядов и прогнозирование, Статистика, Москва, 1973.

[11] R.G. BROWN, Smoothing Forecasting and prediction OF Diseretetime series, princeton, New york, 1963.

[12] R.G.Brown and R F. Meyer, The Fundamental theorem OF exponential smoothing — « operations Research » vol 9, N°—5, 1961

[13] БОЯРСКИЙ, А.Я. Общая теория статистики, университет Москва, 1977.

[14] HÀ NGỌC TRẠC, công nghiệp điện lực, ĐHBK Hà nội, 1975

[15] XUÂN TRÙNG (sách dịch). Khoa học dự báo, khoa học và kỹ thuật, Hà nội 1976

PHẦN THỨ HAI

LÝ THUYẾT TỐI ƯU TRONG QUY HOẠCH HỆ THỐNG ĐIỆN

Ở phần này trình bày một số nội dung chủ yếu nhằm nghiên cứu các bài toán kinh tế – kỹ thuật trong hệ thống điện từ góc độ lý thuyết tối ưu. Đã đề cập đến các mô hình toán học trong qui hoạch hệ thống điện từ đơn giản đến phức tạp; từ tuyến tính, tĩnh đến phi tuyến, động. Do đặc điểm khi qui hoạch, thiết kế và điều khiển hệ thống điện, một số bài toán được khảo sát tương đối tỉ mỉ: phân phối tối ưu công suất giữa các tổ máy theo phương pháp Lagrange và qui hoạch động; thuật toán đơn hình của qui hoạch tuyến tính; xác định cấu trúc tối ưu của mạng điện; tinh thần và phương pháp qui hoạch động áp dụng trong hệ thống điện.

Chương sáu

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN KINH TẾ – KỸ THUẬT TRONG HỆ THỐNG ĐIỆN

6-1. MỞ ĐẦU.

Nhiệm vụ trung tâm của hệ thống điện là luôn luôn đảm bảo cho các hộ tiêu thụ đủ lượng điện năng theo kế hoạch, với chất lượng cho phép và thỏa mãn tính kinh tế. Nhiệm vụ đó đòi hỏi cán bộ qui hoạch thiết kế và điều khiển hệ thống điện hàng ngày phải giải quyết những bài toán về kinh tế – kỹ thuật, lựa chọn phương án (sách lược) tối ưu nhằm đạt mục tiêu đề ra.

Trong thực tế thường không có một phương án nào tuyệt đối hoàn hảo so với các phương án khác. Chẳng hạn một phương án có vốn đầu tư lớn, độ tin cậy cung cấp điện cao thì thường hàng năm đỡ tốn về phí tổn vận hành như bảo quản, sửa chữa, tổn thất điện năng v.v... hoặc ngược lại. Nghĩa là thường tồn tại mâu thuẫn giữa các mặt kinh tế và kỹ thuật mà người quyết dịnh phương án phải bao quát, giải quyết.

Phương pháp tính toán kinh tế – kỹ thuật nhằm mục đích phối hợp hài hòa các mặt mâu thuẫn, tìm một giải đáp tối ưu. Tuy nhiên một phương án được lựa chọn có mong muốn thỏa mãn đồng thời nhiều chỉ tiêu – tính đa chỉ tiêu của bài toán thường mâu thuẫn nhau, chẳng hạn: vốn đầu tư ít, độ tin cậy cung cấp điện cao, chất lượng điện năng tốt, phí tổn vận hành nhỏ, thời gian đưa thiết bị vào vận hành ngắn v.v... Vì vậy chỉ tiêu tối ưu không thể mang tính tuyệt đối, vĩnh cửu mà thể hiện tính dung hòa, thỏa hiệp phụ thuộc giai đoạn, hoàn cảnh kinh tế và phần nào mang tính chủ quan của người quyết định phương án, đặc biệt đối với hệ thống năng lượng, là một hệ lớn, có cấu trúc phức tạp, nhiều cấp, luôn phát triển và chịu tác động bởi nhiều yếu tố ngẫu nhiên và bất định của môi trường.

Trong khung cảnh những khó khăn đó việc lựa chọn phương án tối ưu thường được tiến hành nhờ các phương pháp toán học từ đơn giản đến phức tạp, từ những giả thiết tĩnh một chiều, tất dịnh dến những bài toán có xét tới các giả thiết gần với điều kiện thực tế.

6-2. XÂY DỰNG HÀM MỤC TIÊU TÍNH TOÁN KINH TẾ – KỸ THUẬT.

Trong việc lựa chọn phương án tối ưu, mục tiêu đó thường được đánh giá theo một số chỉ tiêu nào đó như giá tiền, thời gian, vật tư v.v..., nghĩa là theo chỉ tiêu đó các phương án được xếp thứ tự để lựa chọn. Việc xếp thứ tự này rất phức tạp vì nhiều trường hợp khó có thể dùng chỉ tiêu định lượng để đánh giá, chẳng hạn tính linh hoạt của phương án, tính dễ thay thế, sửa chữa của thiết bị v.v...

Trong trường hợp đơn giản tính toán kinh tế – kỹ thuật đối với hai phương án có thể dùng chỉ tiêu thời gian tiêu chuẩn thu hồi vốn đầu tư phụ T_{tc}.

Giả thiết phương án 1 có vốn đầu tư K_1, bao gồm giá tiền mua sắm, xây dựng, lắp đặt thiết bị. Nếu dùng phương án 1 hàng năm phải bỏ ra một khoản tiền phí tổn vận hành Y_1, bao gồm khấu hao thiết bị, sửa chữa, thay thế thiết bị, trả lương người vận hành và phí tổn về tổn thất điện năng.

Tương tự với phương án 2 có K_2 và Y_2.

Giả thiết $K_1 > K_2$ và thường dẫn tới $Y_1 < Y_2$.

Khi đó nếu chọn phương án 1 thì so với phương án 2 sẽ thiệt một khoản tiền do chênh lệch vốn đầu tư là

$$\Delta K = K_1 - K_2$$

nhưng hàng năm sẽ thu được một khoản tiền lợi do chênh lệch về phí tổn vận hành là:

$$\Delta Y = Y_2 - Y_1.$$

Từ đây xác định được số năm T sẽ thu hồi được số vốn đầu tư chênh lệch ΔK do hàng năm ít phí tổn về vận hành, nếu chọn phương án 1:

$$T = \frac{\Delta K}{\Delta Y} = \frac{K_1 - K_2}{Y_2 - Y_1} \tag{6-1}$$

Rõ ràng nếu giá trị T nhỏ thì chọn phương án 1 là hợp lý. Khi T quá lớn sẽ chọn phương án 2. Từ đây thấy cần thiết phải qui định giá trị tiêu chuẩn của T_{tc} để so sánh. T_{tc} gọi là thời gian tiêu chuẩn thu hồi vốn đầu tư phụ khi so sánh phương án.

Như vậy khi giá trị T ở biểu thức (6-1) tính ra, nếu:

$T < T_{tc}$: lấy phương án có K lớn

$T > T_{tc}$: lấy phương án có K nhỏ

$T = T_{tc}$: hai phương án tương đương kinh tế.

Hiện nay ở ta chưa có qui định cụ thể về giá trị T_{tc}, thường trong tính toán sơ bộ lấy $T_{tc} = 8$ năm.

Giá trị của T_{tc} được qui định dựa trên những tính toán đối với từng quốc gia, từng giai đoạn xây dựng kinh tế v.v... và có ảnh hưởng nhiều đến xu thế lựa chọn phương án. Khi giá trị T_{tc} qui định lớn sẽ thúc đẩy người thiết kế lựa chọn những phương án chắc chắn, nhiều dự phòng... tuy có vốn đầu tư lớn. Chẳng hạn ở phạm vi tính toán kinh tế năng lượng của quốc gia, T_{tc} qui định lớn cũng sẽ thúc đẩy xu thế chọn phương án xây dựng thủy điện (K lớn, Y nhỏ). Trong giai đoạn cần đẩy mạnh tốc độ xây dựng, đưa nguồn điện vào sản xuất, có thể xét đến việc qui định giá trị T_{tc} nhỏ hơn để khuyến khích những phương án tạm thời, dàn tư ít. Tất nhiên mọi qui định về tiêu chuẩn, định mức đều phải xuất phát trên những căn cứ toàn diện.

Phương pháp tính toán kinh tế — kỹ thuật lựa chọn phương án tối ưu theo thời gian thu hồi vốn đầu tư phụ trên đây có ưu điểm đơn giản nhưng cũng bộc lộ những nhược điểm sau đây:

a) Khi số phương án $n > 2$ việc so sánh từng đôi một làm tăng khối lượng tính toán.

b) Khi giữa các phương án độ chênh lệch về vốn đầu tư và phí tổn vận hành đều nhỏ, việc đánh giá theo phương pháp này có thể không chính xác. Thí dụ có:

$$K_1 = 20.10^3\,đ; \quad Y_1 = 2.10^3 đ \text{ và}$$

$$K_2 = 19{,}5.10^3 đ; \quad Y_2 = 2{,}01.10^3 đ,$$

khi đó nếu chọn phương án 1:

$$T = \frac{K_1 - K_2}{Y_2 - Y_1} = \frac{20 - 19{,}5}{2{,}01 - 2{,}0} = 50 \text{ năm!}$$

Nếu căn cứ vào kết quả đó thì phương án 2 hơn hẳn phương án 1. Nhưng thực ra hai phương án trên tương đương nhau vì độ chênh lệch của các đại lượng K và Y nhỏ, nằm trong phạm vi sai số cho phép ($\pm 0{,}5\%$).

Để khắc phục những nhược điểm trên, trong trường hợp số phương án $n > 2$, thường tính toán kinh tế kỹ thuật lựa chọn phương án tối ưu dựa trên việc thành lập hàm mục tiêu chi phí tính toán hàng năm Z cho mỗi phương án.

Như trên đã thấy: trong hai phương án 1 và 2, sẽ chọn phương án 1 nếu thỏa mãn bất đẳng thức:

$$\frac{K_1 - K_2}{Y_2 - Y_1} < T_{tc} \qquad (6\text{-}2)$$

vì $T_{tc} > 0$ nên biểu thức (6-2) có thể viết trong dạng:

$$\frac{K_1}{T_{tc}} + Y_1 < \frac{K_2}{T_{tc}} + Y_2$$

Đặt $\frac{1}{T_{tc}} = a_{tc}$ là hệ số tiêu chuẩn thu hồi vốn đầu tư phụ khi so sánh phương án, gọi $Z_1 = a_{tc} K_1 + Y_1$; $Z_2 = a_{tc} K_2 + Y_2$ là chi phí tính toán hàng năm của phương án 1 và 2. Giá trị Z còn gọi là chi phí qui dẫn, có thứ nguyên: [đồng/năm].

Từ đây thấy rằng phương án tối ưu ứng với chi phí tính toán hàng năm Z nhỏ nhất. Có thể thành lập thủ tục tổng quát như sau:

Có n phương án cần so sánh. Ứng với phương án i; $i = 1, 2,... n$ có vốn đầu tư K_i và phí tổn vận hành hàng năm Y_i. Giá trị Y_i thường phân ra:

$$Y_i = a_{vh} K_i + Y_{i\Delta A} \qquad (6\text{-}3)$$

Trong đó $a_{vh} K_i$ là thành phần phí tổn vận hành tính tỉ lệ với vốn đầu tư, bao gồm về khấu hao, tu sửa trả lương...;

a_{vh} là hệ số phí tổn vận hành, trong thiết kế sơ bộ có thể lấy $a_{vh} = 0{,}10$

$Y_{i\Delta A}$ là phí tổn do tổn thất điện năng hàng năm của phương án i.

Lập hàm chi phí tính toán hàng năm Z_i cho từng phương án:

$$Z_i = (a_{tc} + a_{vh}) K_i + Y_{i\Delta A};\ i = 1,2...,n \qquad (6\text{-}4)$$

Z_i còn gọi là hàm mục tiêu khi tính toán kinh tế — kỹ thuật. Phương án tối ưu ứng với phương án có giá trị Z cực tiểu trong tập n phương án so sánh.

Trong trường hợp hàm mục tiêu Z phụ thuộc một cách liên tục đối với ần cần giải, chẳng hạn tiết diện dây dẫn, cấp điện áp v.v..., khi đó có thể biểu diễn Z trong dạng

$$Z = Z(x)$$

trong đó x là đối số cần xác định.

Giá trị tối ưu của x được xác định theo biểu thức:

$$Z(x) \Rightarrow min \qquad \text{hoặc}$$

$$\frac{\partial Z(x)}{\partial x} = 0 \qquad (6\text{-}5)$$

với điều kiện

$$\frac{\partial^2 Z(x)}{\partial x^2} > 0$$

Biểu thức chi phí tính toán trên đây (6-4) được thành lập với giả thiết toàn bộ vốn đầu tư đặt vào trong một năm và phí tổn vận hành là không đổi. Đối với những công trình lớn giả thiết này không phù hợp. Khi đó cần xét đến hiệu quả của vốn đầu tư trong các giai đoạn khác nhau và sự biến đổi của phí tổn vận hành qua các năm:

Thực tế thiết kế và xây dựng thấy rằng vốn đầu tư nếu đặt hợp lí, chuyển vào những năm cuối, sẽ có lợi hơn so với phương án mà phần lớn vốn đặt vào thời gian đầu và bị ứ đọng. Để tính đến sự khác về thời gian đầu tư thường sử dụng hệ số a. Khi đó vốn đầu tư K được qui đổi về cuối năm theo biểu thức

$$K_* = K + aK = K(1 + a) \tag{6-6}$$

Giá trị của a dương, có thể lấy $a = 0,08$ [TK – 4] hoặc có tài liệu lấy $a = a_{tc}$[TK — 1].

Nếu qui đổi về năm thứ hai, có dạng:

$$K_* = K(1 + a) + K(1 + a)a = K(1 + a)^2 \tag{6-7}$$

Tổng vốn đầu tư trong hai năm có dạng $K_{(2)} = K_2 + K_1(1 + a)$, trong đó K_1 K_2 là vốn đầu tư đặt vào năm thứ nhất và thứ hai.

Trong trường hợp công trình được xây dựng trong nhiều năm, tổng vốn đầu tư qui đổi về năm cuối cùng có thể viết trong dạng:

$$K_t = K_t + K_{t-1}(1 + a) + ... + K_i(1 + a)^{t-i} + ... + K_1(1 + a)^{t-1} \tag{6-8}$$

Tổng quát

$$K_t = \sum_{i=1}^{t} K_i(1 + a)^{t-i} \tag{6-9}$$

Trong đó i – thứ tự năm xây dựng ($i = 1, 2,..., t$)

K_i — vốn đầu tư đặt vào năm thứ i

t – thời hạn (số năm) kết thúc xây dựng.

Trong nhiều trường hợp K có thể qui đổi về năm thứ τ bất kỳ, khi đó ở biểu thức (6-9) thay $t = \tau$, nhận được

$$K_{(\tau)} = \sum_{i=1}^{t} K_i(1 + a)^{\tau-i} \tag{6-10}$$

hoặc

$$K_{(\tau)} = \sum_{i=1}^{t} \frac{K_i}{(1 + a)^{i-\tau}} \tag{6-11}$$

Tương tự với (6-10), chi phí tính toán Z có thể qui đổi về năm thứ τ theo dạng:

$$Z_\tau = \sum_{i=1}^{t} (a_{tc}K_i + \Delta Y_i)(1 + a)^{\tau-i} \tag{6-12}$$

trong đó ΔY_i — số gia về phí tổn vận hành ở năm thứ i.

Trong trường hợp qui đổi về năm đầu tiên ($\tau = 1$) biểu thức (1-12) trở thành:

$$Z = \sum_{i=1}^{t} (a_{tc}K_i + \Delta Y_i)(1 + a)^{1-i} \tag{6-13}$$

Trường hợp riêng: $t = 1$, biểu thức (1-13) trở về giá trị Z ban đầu, tương tự (6-4) khi giả thiết vốn đầu tư đặt vào trong một năm:

$$Z = a_{tc}K + Y.$$

6-3. LỰA CHỌN TIẾT DIỆN DÂY DẪN ĐIỆN.

Một trong những áp dụng của phương pháp tính toán kinh tế – kỹ thuật là lựa chọn tiết diện tối ưu của dây dẫn điện. Ở đây mâu thuẫn xuất hiện là: khi chọn tiết diện lớn sẽ làm tăng vốn đầu tư, tăng khối lượng kim loại màu, nhưng làm giảm tổn thất điện năng, tổn thất điện áp, nâng cao chất lượng điện. Điều này càng thể hiện rõ ở mạng điện khu vực hoặc mạng điện xí nghiệp, ở đó công suất tải lớn, thời gian sử dụng công suất cực đại T_{max} lớn, vì vậy phí tổn về tổn thất điện năng chiếm một phần lượng đáng kể trong phí tổn vận hành. Ở những mạng điện này tiết diện dây dẫn F được chọn theo điều kiện cực tiểu hàm chi phí Z (ở mạng điện địa phương khi chọn F phải quan tâm đến điều kiện tổn thất điện áp).

Hàm mục tiêu Z được biểu diễn trong dạng:

$$Z = (a_{tc} + a_{vh})K + Y_{\Delta A}. \tag{6-14}$$

Trong đó K — vốn đầu tư của đường dây, có quan hệ tuyến tính với tiết diện F:

$$K = (A + BF)l \tag{6-15}$$

Trong đó A – thành phần cố định xây dựng đường dây (cột, móng, xà, sứ...), hầu như không phụ thuộc tiết diện dây dẫn.

B – hệ số phản ánh giá tiền 1mm² kim loại dây dẫn

l – chiều dài dây dẫn

$Y_{\Delta A}$ – phí tổn về tổn thất điện năng hàng năm trên đường dây. Giá trị $Y_{\Delta A}$ xác định theo:

$$Y_{\Delta A} = 3I^2\rho \frac{l}{F} \tau c \tag{6-16}$$

trong đó: ρ – điện trở suất của vật liệu dây dẫn

τ – thời gian tổn thất công suất cực đại

c – giá tiền tổn thất 1kWh điện năng.

Từ các biểu thức (6-14), (6-15), (6-16) viết được

$$Z = (a_{tc} + a_{vh})(A + BF)l + 3I^2\rho \frac{l}{F} \tau c$$

Tiết diện tối ưu F_{opt} của dây dẫn ứng với điều kiện:

$$Z \to min \text{ hoặc } \frac{\partial Z}{\partial F} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial F} = (a_{tc} + a_{vh})B - \frac{3I^2\rho\tau c}{F^2_{opt}} = 0 \tag{6-17}$$

Giá trị F_{opt} nhận được từ phương trình bậc hai (6-17), phụ thuộc không những vào dòng điện đi qua dây dẫn, mà còn phụ thuộc vào nhiều yếu tố khác, như giá thành dây dẫn (B) giá tổn thất điện năng (c), tính chất của đồ thị phụ tải (τ) v.v... Để thuận tiện cho công tác thiết kế, đặt $\frac{I}{F_{opt}} = j_{kt}$ là mật độ kinh tế của dòng điện, khi đó:

$$j_{kt} = \sqrt{\frac{(a_{tc} + a_{vh})B}{3\rho\tau c}} \tag{6-18}$$

Giá trị j_{kt} được qui định tùy theo từng quốc gia, phụ thuộc vào vật liệu làm dây và thời gian sử dụng công suất cực đại T_{max}. Hiện nay khi thiết kế sơ bộ có thể tham khảo giá trị j_{kt} ở các tài liệu về mạng điện hoặc cung cấp điện xí nghiệp.

Ở đây cần lưu ý một đặc điểm là: đường cong quan hệ giữa chi phí tính toán hàng năm Z với tiết diện F có dạng rất phẳng ở xung quanh điểm Z_{min}, nghĩa là khi thay đổi tiết diện xung quanh giá trị F_{opt}, giá trị Z ít thay đổi. Vì vậy trong nhiều trường hợp lựa chọn tỉ mỉ F_{opt} không cho lời giải chính xác. Chẳng hạn một số tính toán cụ thể [TK–3] thấy rằng chi phí tính toán Z của đường dây cấp điện áp 35 đến 330kV, ứng với các giá trị suốt một dải $j_{kt} = 0{,}6 \div 1{,}3$a/mm^2, không sai khác giá trị Z_{min} quá 3%. Trong trường hợp đó tiết diện dây dẫn sau khi chọn theo điều kiện mật độ kinh tế dòng điện, cần phải phối hợp với những điều kiện khác như: phát nóng bình thường và sau sự cố, tổn thất điện áp, tổn thất do vầng quang v.v... cũng như điều kiện về chính sách kim loại màu của nhà nước.

6.4. TÍNH CHẤT ĐA CHỈ TIÊU CỦA BÀI TOÁN

Trên đây khi chọn phương án theo điều kiện cực tiểu hàm chi phí tính toán hàng năm Z, thực chất bài toán đã được tối ưu hóa theo hai chỉ tiêu:

a) cực tiểu vốn đầu tư K,

b) cực tiểu phí tổn vận hành hằng năm Y, nghĩa là hàm mục tiêu Z chỉ chứa hai yếu tố K và Y. Như đã biết, phương án tối ưu phải cố gắng đồng thời thỏa mãn nhiều chỉ tiêu.

Trong một số trường hợp đơn giản, để xét đến độ tin cậy của sơ đồ cung cấp điện cho hộ loại II, ở hàm Z có thêm thành phần mới H_i. Khi đó ứng với phương án i viết được

$$Z_i = (a_{tc} + a_{vh})K_i + Y_{i\Delta A} + H_i \tag{6-19}$$

Trong đó H_i – giá trị trung bình (kì vọng toán) của thiệt hại kinh tế do mất điện gây nên khi dùng phương án i. Giá trị H_i thường bao gồm các khoản:

– Tiền hao hụt sản phẩm do mất điện

– Tiền hư hỏng thiết bị do mất điện

– Tiền thiệt hại do mất điện làm rối loạn quá trình công nghệ.

– Tiền trả lương cho công nhân nghỉ việc do mất điện

Phương pháp đánh giá độ tin cậy cung cấp điện và những vấn đề liên quan được đề cập chi tiết ở tập II của bộ sách.

Tương tự có thể mở rộng hàm mục tiêu chi phí tính toán Z bao gồm thêm các thành phần phản ánh những yếu tố khác như thiệt hại kinh tế do chất lượng điện năng xấu v.v...

Tuy nhiên khó khăn chủ yếu ở đây là nhiều yếu tố khó thể hiện, biểu diễn định lượng trong dạng giải tích. Không những thế chúng còn mang tính ngẫu nhiên hoặc ở một số trường hợp chỉ ghi chép được một số thể hiện mà không biết được cả luật phân phối xác suất của chúng.

Hiện nay một trong những phương hướng để giải quyết những khó khăn trên đây là xây dựng phương pháp luận tối ưu hóa hệ thống điện theo đa chỉ tiêu trong hoàn cảnh bất định [xem tập III], trong đó bên cạnh mô hình toán học, kinh nghiệm và tầm am hiểu của chuyên gia cũng đóng vai trò quan trọng.

Dưới đây trình bày sơ lược phương pháp hợp nhất các chỉ tiêu theo quan điểm cực đại hiệu quả tổng để lựa chọn phương án tối ưu, dựa trên ý kiến chuyên gia và phân tích yếu tố [TK – 2].

Chẳng hạn cần lựa chọn cấu trúc tối ưu của hệ thống điện nhằm thỏa mãn n chỉ tiêu. Những chỉ tiêu đó thường là: cực tiểu vốn đầu tư, phí tổn vận hành hàng năm, thời hạn xây dựng công trình, thời hạn đưa công suất vào vận hành, số lao động trên 1kW... và cực đại độ tin cậy cung cấp điện, phạm vi điều chỉnh, độ linh hoạt của phương án... Tùy theo từng giai đoạn, từng khu vực mỗi chỉ tiêu có một tỉ trọng khác nhau, thể hiện ở hệ số quan trọng v_i

v_i là hệ số quan trọng của chỉ tiêu thứ i, giá trị của v_i có thể được xác định bởi chuyên gia, đồng thời có:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$$

Sau khi sắp xếp thứ tự của n chỉ tiêu, có thể dựa vào qui hoạch thực nghiệm đưa ra m phương án. Mỗi phương án được đặc trưng bởi hệ số hiệu quả e. Thí dụ e_{ki} là hệ số hiệu quả của phương án k đối với chỉ tiêu i. Giá trị của các hệ số e_{ki} nằm trong khoảng [0, 1].

Từ đây thấy rằng phương án là tối ưu khi có hiệu quả tổng E đối với đồng thời n chỉ tiêu đạt cực đại, nghĩa là chọn một trong m phương án sao cho:

$$E = \left\{ \sum_{i=1}^{n} e_{ki} v_i \right\} \rightarrow max \qquad (6\text{-}20)$$

$$k = 1, 2, \ldots, m$$

Trong thực tế giá trị của các hệ số hiệu quả e_{ki} chịu ảnh hưởng bởi nhiều yếu tố khác. Chẳng hạn đối với bài toán xác định cấu trúc tối ưu hệ thống điện, những yếu tố đó có thể là: công suất các loại nhà máy nhiệt điện, thủy điện; công suất tổ máy lớn nhất đưa vào hệ thống; mức độ tăng trưởng của nhu cầu điện năng; cấp điện áp tải trong hệ thống v.v...

Dựa trên phương pháp phân tích yếu tố, mô tả một cách định lượng mối tương quan giữa các yếu tố và mức độ ảnh hưởng của chúng tới giá trị hiệu quả tổng của từng phương án. Từ đây có thể biểu diễn hiệu quả tổng E của phương án thông qua các hệ số phản ánh mức độ tác động của các yếu tố. Thí dụ có l yếu tố ảnh hưởng đến việc quyết định phương án, có thể biểu diễn giá trị hiệu quả tổng E_k của phương án k trong dạng hàm hồi qui như sau:

$$E_k = E_{ok} + \sum_{j=1}^{l} \alpha_{jk} x_j \qquad (6\text{-}21)$$

trong đó: E_{ok} – hiệu quả trung bình của phương án k để thực hiện được n mục tiêu đề ra

a_{ij} – hệ số thể hiện mức độ ảnh hưởng của yếu tố thứ j đến phương án k

x_j – kí hiệu yếu tố thứ j đưa vào phân tích có ảnh hưởng đến giá trị hiệu quả tổng của các phương án.

Từ biểu thức (6-21) thấy rằng phương án là tối ưu khi đạt

$$\{E_k\} \Rightarrow \max; \quad k = 1, 2, ..., m \tag{6-22}$$

Giá trị các hệ số a_{jk} có thể dương hoặc âm phản ánh mức độ ảnh hưởng tích cực hoặc tiêu cực của yếu tố x_j đến hiệu quả tổng của phương án k.

Trong thực tế lựa chọn theo chỉ tiêu (6-22) không khẳng định một phương án mà cho ta một miền đáp án phụ thuộc vào những yếu tố khác nhau.

Trên đây đã trình bày sơ lược quan điểm lựa chọn phương án tối ưu theo chỉ tiêu cực đại hiệu quả tổng E.

Hiệu quả tổng E_k của phương án k chính là mức độ (độ đo) thực hiện đồng thời n chỉ tiêu đề ra.

Phương pháp này có ưu điểm là mang tính chất tổng quát; bên cạnh những mô hình toán học còn sử dụng những kết quả thống kê, quan sát và ý kiến chuyên gia nhằm định lượng hóa những khía cạnh, những tác động mang tính ngẫu nhiên và bất định. Ngoài ra ở lời giải còn cho ta thấy khả năng điều khiển các yếu tố nhằm đạt các chỉ tiêu đề ra. Tuy nhiên phương pháp này đòi hỏi phải thống kê nhiều số liệu và khối lượng tính toán lớn. Ngoài ra đặc điểm cộng tính hiệu quả đối với các chỉ tiêu không phải bao giờ cũng thỏa mãn. Vì vậy cần nghiên cứu những phương pháp khác bổ sung (xem tập III).

Từ những thảo luận trên đây thấy rằng việc lựa chọn phương án tối ưu theo chỉ tiêu cực tiểu hàm chi phí tính toán Z mang tính chất sơ bộ và là trường hợp riêng của quan điểm lựa chọn theo cực đại hiệu quả tổng E. Điều đó được chứng minh như sau:

Khi chọn phương án tối ưu theo min Z có

$$Z = a_{tc}K + Y \Rightarrow min$$

hoặc chuyển thành

$$-Z = -a_{tc}K - Y \Rightarrow max \tag{6-23}$$

Cộng hai vế của (6-23) với Z_{max} có:

$$Z_{max} - Z = Z_{max} - a_{tc}K - Y \Rightarrow max \tag{6-24}$$

Giả thiết phương án có cực đại K và cực đại Y thì có Z_{max}, chia (6-24) cho $(Z_{max} - Z_{min})$, nhận được:

$$\frac{Z_{max} - Z}{Z_{max} - Z_{min}} = a_{tc}\frac{K_{max} - K}{Z_{max} - Z_{min}} = \frac{Y_{max} - Y}{Z_{max} - Z_{min}} \tag{6-25}$$

Biến đổi thêm, nhận được:

$$\frac{Z_{max} - Z}{Z_{max} - Z_{min}} = a_{tc}\frac{K_{max} - K_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} \cdot \frac{K_{max} - K}{K_{max} - K_{min}} + \frac{Y_{max} - Y_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} \cdot \frac{Y_{max} - Y}{Y_{max} - Y_{min}} \tag{6-26}$$

Thí dụ phương án được chọn có K và Y, ta ký hiệu hệ số hiệu quả e_k của phương án đối với chỉ tiêu cực tiểu vốn đầu tư K:

$$e_k = \frac{K_{max} - K}{K_{max} - K_{min}} = 1 - \frac{K - K_{min}}{K_{max} - K_{min}} \tag{6-27}$$

nghĩa là hiệu quả e_k càng lớn khi vốn đầu tư K của phương án càng nhỏ so với K_{max} và càng gần K_{min}.

Tương tự, hệ số hiệu quả e_Y của phương án đối với chỉ tiêu cực tiểu phí tổn vận hành Y được ký hiệu:

$$e_Y = \frac{Y_{max} - Y}{Y_{max} - Y_{min}} = 1 - \frac{Y - Y_{min}}{Y_{max} - Y_{min}} \tag{6-28}$$

Hiệu quả tổng của phương án E được ký hiệu:

$$E = \frac{Z_{max} - Z}{Z_{max} - Z_{min}} = 1 - \frac{Z - Z_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} \tag{6-29}$$

Hệ số quan trọng của hai chỉ tiêu theo vốn đầu tư và phí tổn vận hành, được định nghĩa:

$$v_k = a_{tc} \frac{K_{max} - K_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} \tag{6-30}$$

$$v_Y = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{Z_{max} - Z_{min}} \tag{6-31}$$

nghĩa là chỉ tiêu cực tiểu vốn đầu tư càng quan trọng khi cận dưới và cận trên của vốn đầu tư càng xa nhau đối với các phương án khác nhau. Tương tự như vậy đối với chỉ tiêu cực tiểu phí tổn vận hành. Từ (6-30) và (6-31 cũng thỏa mãn

$$v_k + v_Y = 1$$

Từ những định nghĩa trên đây, nhận được thủ tục chọn phương án tối ưu là tìm phương án có cực đại hiệu quả tổng:

$$E = e_k v_k + e_Y v_Y \Rightarrow max \tag{6-32}$$

Như vậy bài toán chọn phương án tối ưu theo chỉ tiêu $Z \Rightarrow min$ ở mục trước chính là bài toán chọn phương án tối ưu theo chỉ tiêu $E \Rightarrow max$ khi có hai chỉ tiêu về vốn đầu tư và phí tổn vận hành.

6-5. VAI TRÒ MÔ HÌNH TOÁN HỌC VÀ BÀI TOÁN QUI HOẠCH.

Như trên đã trình bày việc tính toán kinh tế – kỹ thuật trong hệ thống điện là xác định lời giải tối ưu (một phương án thiết kế, một tham số của thiết bị, một giá trị chất lượng v.v...) nhằm thỏa mãn một chỉ tiêu (hoặc một trường chỉ tiêu) đề ra, trong khung cảnh tồn tại những điều kiện, ràng buộc và có tác động bởi những yếu tố khác nhau. Quá trình dẫn đến lời giải thường gồm ba giai đoạn:

1) Thống kê, gia công và xử lí số liệu ban đầu
2) Thành lập hàm mục tiêu tối ưu hóa và những điều kiện ràng buộc
3) Xây dựng thuật toán và chương trình giải.

Trong trường hợp đơn giản có thể tiến hành giải bài toán như đã trình bày ở các mục trên. Khi đó nếu hàm mục tiêu chi phí tính toán Z là rời rạc, có thể so sánh các giá trị để tìm cực trị, nếu hàm Z liên tục có thể dùng các phép tính đạo hàm để giải. Tuy nhiên trong thực tế hệ thống điện có nhiều bài toán phức tạp hơn, trong đó nhiều số liệu và điều kiện phải xét đến. Chẳng hạn khi nghiên cứu phương án phát triển hệ thống điện phải quan tâm đến những điều kiện sau:

– Số liệu về phát triển của nhu cầu điện năng trong thời gian kế hoạch cũng như về tiềm năng nguồn điện. Những số liệu này đều mang tính chất dự báo.

– Những số liệu phản ánh các đặc tính kinh tế – kỹ thuật của các phần tử trong hệ thống hiện có và sẽ thiết kế.

Mức độ làm việc tin cậy của các phần tử trong hệ thống, tính chất các hệ dùng điện theo mức độ đảm bảo cung cấp điện v.v...

Độ chính xác của các số liệu trên có ảnh hưởng rõ rệt đến lời giải.

Ngày nay để giải những bài toán tối ưu trong hệ thống điện, thường sử dụng phương pháp mô hình toán học và kết hợp với máy tính điện tử số.

Mô hình toán học nhằm mô tả những đối tượng vật lí khác nhau nhờ những biểu thức toán học. Vì vậy mô hình toán học giúp ta tìm ra những mối liên hệ ngang giữa các đối tượng (liên hệ về qui luật toán học), còn gọi là những tích hợp ngang, nhằm nhận biết đối tượng để quản lí, điều khiển chúng

Vì mô hình toán học diễn tả, một cách hình thức, những quá trình vật chất xảy ra trong đối tượng nghiên cứu, nên mức độ chính xác của mô hình phụ thuộc vào mức độ hiểu biết của người thành lập mô hình và vì đối tượng nghiên cứu thường phức tạp nên mô hình toán học mang tính chất gần đúng và được hoàn thiện dần.

Bằng những đẳng thức và bất đẳng thức mô hình toán học hệ thống điện miêu tả cấu trúc hệ và những mối tương quan giữa hệ với ngoại cảnh. Ngoại cảnh của hệ thống điện được hiểu rất rộng rãi, đó là hệ năng lượng, hệ kinh tế quốc dân hoặc những điều kiện về thiên nhiên, lãnh thổ... Những mối liên hệ nội tại và với ngoại cảnh đối với hệ thống điện thường bao gồm:

– Cân bằng công suất và điện năng tại các nút

– Những điều kiện ràng buộc mà khi lựa chọn phương án cần tôn trọng, thí dụ hạn chế về trữ lượng than, nguồn nước, công suất chuyên tải của đường dây v.v...

– Những điều kiện ràng buộc cần đạt được: đó chính là những chỉ tiêu diễn tả trong dạng biểu thức toán học.

Thường có hai phương hướng để thành lập mô hình và giải quyết bài toán qui hoạch phát triển hệ thống điện:

1) Xây dựng mô hình tổng quát, mô tả toàn hệ thống bao gồm các ẩn trong các mối liên hệ, những hạn chế, tính chất phát triển trong thời gian, tính phân cấp... Lời giải của mô hình này cho ta mọi ẩn cần tìm. Ưu điểm của phương hướng này là tổng quát, phản ảnh tương đối sát thực tế, tuy nhiên qui mô của mô hình thường rất lớn, khối lượng tính toán thường vượt quá khả

năng máy tính điện tử hiện tại, vì vậy chỉ nên áp dụng đối với bài toán cỡ không lớn quá và thường phối hợp với hướng thứ hai.

2) Xây dựng các mô hình con giải trước một số bài toán bộ phận thí dụ xác định điện áp tải điện tối ưu, dự trữ tối ưu, phương thức vận hành tối ưu v.v... Những kết quả sẽ đưa vào mô hình tổng quát như những tham số đã biết, nhờ vậy qui mô của mô hình chung giảm xuống nhiều, giải dễ dàng trên máy tính điện tử hiện nay.

Những phương pháp và mô hình toán học hiện nay đã trở thành công cụ hiệu lực để thu lượm xử lí khối lượng lớn thông tin, xác định nhanh chóng và tương đối chính xác lời giải tối ưu và đề ra những thủ tục nhằm hiệu chính lời giải trong quá trình phát triển của hệ. Tuy nhiên mô hình toán học phải được lựa chọn sao cho một mặt có thể mô tả đủ chính xác đối tượng nghiên cứu, mặt khác phải có khả năng để áp dụng các phương pháp toán học và các loại máy tính hiện có.

Các bài toán tối ưu trong hệ thống điện thường được giải nhờ những phương pháp qui hoạch toán học, như vậy thực chất của bài toán kinh tế – kỹ thuật trong hệ thống điện là bài toán thuộc khuôn khổ lí thuyết qui hoạch và được phát biểu như sau:

Xác định các giá trị $x_1, ..., x_n$ sao cho:

Hàm mục tiêu $Z(x_1, ... x_n) \Rightarrow max\ (min)$ đồng thời thỏa mãn các ràng buộc

$$g_1(x_1, ..., x_n) \geqslant 0$$
$$g_2(x_1, ..., x_n) \geqslant 0$$
$$\cdot$$
$$g_m(x_1, ..., x_n) \geqslant 0$$

và điều kiện

$$x_j \geqslant 0; \quad j = 1, 2, ..., n$$

Tùy theo tính chất của hàm mục tiêu và các ràng buộc ta có bài toán qui hoạch tuyến tính hoặc phi tuyến.

Tùy theo mức độ phức tạp của mô hình có thể sử dụng những phương pháp giải khác nhau như phương pháp thế, phương pháp Lagrange, Gradient, thuật toán đơn hình hoặc phương pháp qui hoạch động v.v..., mà nội dung chi tiết được đề cập ở các chương tiếp theo.

Để tổng quát, có thể trình bày lớp các bài toán qui hoạch nhờ ngôn ngữ của bài toán tối ưu như sau: Xét một tập các đối tượng nghiên cứu X, có thể hiểu là tập các phương án, tập các ẩn số v.v... Bên cạnh đó tồn tại tập T, chẳng hạn là tập giá trị tiền, vật tư, thời gian v.v..

Cần nghiên cứu những phản xạ từ tập X lên tập T nhờ phép ánh xạ $\mathcal{C}$.

$$\mathcal{C} : X \rightarrow T$$

Phép ánh xạ $\mathcal{C}$ được hiểu là hàm mục tiêu của bài toán.

Việc tìm lời giải tối ưu ở đây được hiểu như sau:

Xác định $x_0 \in X$ để cho

$$\mathcal{C}\ (x_0) = t_{max}\ (_{min}) \text{ với } t \in T.$$

trong đó x_n thỏa mãn một số điều kiện ràng buộc. Muốn xác định được giá trị tối ưu cần sắp thứ tự các phần tử $x \in X$ và $t \in T$. Thực chất mọi hệ đều không có thứ tự sẵn, chỉ có đường thẳng thực R là có thứ tự tốt. Khi đó: với mọi $x_1, x_2 \in R$ thì xảy ra

$$x_1 < x_2 \ (x_1 \text{ đi sau } x_2)$$

hoặc $$x_1 = x_2 \ (x_1 \text{ trùng } x_2)$$

hoặc $$x_1 > x_2 \ (x_1 \text{ đi trước } x_2)$$

Định nghĩa thứ tự tùy thuộc vào nội dung chuyên môn của bài toán và đóng vai trò quan trọng trong lí thuyết tối ưu.

Từ những khái niệm trên có thể phân biệt lớp các bài toán qui hoạch như sau:

Trường hợp 1) tập T trùng với đường thẳng thực $T \equiv R$, tập X trùng với không gian Euclide $X = R^n$, ánh xạ $\mathcal{C}$ – tuyến tính các ràng buộc là tuyến tính khi đó có bài toán qui hoạch tuyến tính.

Trường hợp 2) $T \equiv R$; $X \equiv R^n$
$\mathcal{C}$ – phi tuyến
ràng buộc tuyến tính
có bài toán qui hoạch phi tuyến

Trường hợp 3)

$$T \equiv R; \ X \equiv R^n$$

$\mathcal{C}$ là toán tử kì vọng (lấy giá trị trung bình)
có bài toán qui hoạch ngẫu nhiên, còn gọi là bài toán tìm quyết định khi bất định hoặc có hiểm [xem tập 3].

Trường hợp 4). Trong ba trường hợp trên ánh xạ $\mathcal{C}$ là vô hướng, nghĩa là hàm mục tiêu là vô hướng, hoặc gọi là đơn chỉ tiêu.

Ở Trường hợp này $T = R^m$ nghĩa là tập giá trị vật chất T trùng với không gian m chiều, nghĩa là có m hướng sắp xếp thứ tự: bài toán có m hàm mục tiêu. Vấn đề thứ tự ở đây trở nên phức tạp và được coi là một bộ phận của bài toán qui hoạch khi bất định.

Phương hướng sắp xếp thứ tự có thể dựa vào ý kiến chuyên gia hoặc ánh xạ R^m vào R, trong đó R là không gian một chiều thể hiện hiệu quả tổng [mục 6-3], chỉ tiêu lợi ích [TK-5], hoặc có thể sử dụng những lời giải thỏa hiệp khác [Tập III].

Ngoài ra có thể dựa vào thông tin của đối tượng để phân biệt các dạng qui hoạch.

Khi thông tin ban đầu về hệ đủ và chính xác ta có bài toán qui hoạch tất định. Khi thông tin không đủ (trong dạng phân phối xác suất hoặc một số ghi chép rời rạc) có bài toán qui hoạch có hiểm hoặc bất định. Những áp dụng của bài toán qui hoạch tất định trong hệ thống điện được trình bày ở các chương tiếp theo. Những khái niệm và những áp dụng bước đầu vào hệ thống điện của bài toán qui hoạch ngẫu nhiên (có hiểm còn gọi là phạt hoặc liều) và bất định là một phần nội dung của tập III.

Chương bảy

PHƯƠNG PHÁP LAGRANGE – PHÂN PHỐI TỐI ƯU CÔNG SUẤT TRONG HỆ THỐNG ĐIỆN

7-1. MỞ ĐẦU.

Một trong những bài toán kinh tế – kỹ thuật khi vận hành và thiết kế hệ thống điện là xác định sự phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy điện trong hệ thống nhằm đáp ứng một giá trị phụ tải tổng cộng đã qui định.

Việc nghiên cứu phương thức phân phối tối ưu công suất trong hệ thống điện không những nhằm nâng cao tính kinh tế trong vận hành, mà còn đóng góp vào tính chính xác và hợp lí khi qui hoạch, thiết kế hệ thống điện, do có xét đến chế độ làm việc của hệ thống trong các phương án khác nhau.

Từ quan điểm hệ thống thấy rằng ở đây cũng xuất hiện bài toán tối ưu đa chỉ tiêu. Giá trị công suất phát ra từ các nhà máy điện không những nhằm thỏa mãn phụ tải chung mà còn là giá trị tối ưu theo nghĩa phải đạt được những chỉ tiêu sau đây:

— Chi phí nhiên liệu trong toàn hệ thống là cực tiểu

— Độ tin cậy cung cấp điện phải đủ lớn, nghĩa là độ dự trữ công suất trong hệ thống phải đủ lớn

— Chất lượng điện năng phải đảm bảo v.v...

Thực ra chính là phải xây dựng chế độ vận hành tối ưu của hệ thống điện về công suất sao cho cực tiểu hàm chi phí tính toán cho việc sản xuất chuyên tải và phân phối điện năng, đồng thời có những giá trị tối ưu về độ tin cậy và chất lượng điện năng. Hiện nay chưa có mô hình toán học chặt chẽ để giải bài toán tổng hợp đó, mà thường giải quyết các bài toán bộ phận sau đó kết hợp lại.

Vì vậy bài toán phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy điện bước đầu thường được giải quyết thỏa mãn một chỉ tiêu quan trọng là cực tiểu hàm chi phí về nhiên liệu trong toàn hệ thống.

Nội dung của chương này trình bày việc áp dụng phương pháp Lagrange xác định phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy nhiệt điện, giữa nhà máy nhiệt điện và thủy điện.

7-2. THÀNH LẬP BÀI TOÁN LAGRANGE

Như đã trình bày sơ lược ở cuối chương sáu, bài toán tối ưu có thể phát biểu như sau:

Cần xác định các ẩn $x_1, x_2, ..., x_n$ sao cho đạt cực trị hàm mục tiêu

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) \Rightarrow min\ (max) \tag{7-1}$$

và thỏa mãn m ràng buộc sau:

$$\left.\begin{array}{l} g_1(x_1, x_2, ..., x_n) \geqslant 0 \\ g_2(x_1, x_2, ..., x_n) \geqslant 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ g_m(x_1, x_2, ..., x_n) \geqslant 0 \end{array}\right\} \tag{7-2}$$

Trong trường hợp hàm mục tiêu (7-1) là giải tích, khả vi, hệ ràng buộc (7-2) gồm toàn các đẳng thức và số ẩn không lớn, có thể giải bài toán tối ưu bằng phương pháp thay thế bình thường, đưa bài toán tối ưu có ràng buộc, nghĩa là tồn tại hệ (7-2), về bài toán tìm cực trị không ràng buộc (cực trị không vướng):

Khi đó cần xác định

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) \Rightarrow min\ (max) \tag{7-3}$$

với

$$\left.\begin{array}{l} g_1(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \\ g_2(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \\ \cdot \\ g_m(x_1, x_2, ..., x_n) = 0 \end{array}\right\} \tag{7-4}$$

trong đó $m < n$.

Từ hệ (7-4) khử m ẩn số, còn lại $(n-m)$ ẩn độc lập thay vào hàm mục tiêu (7-3). Khi đó F trở thành hàm của $(n-m)$ ẩn: $x_{m+1}, x_{m+2}, ..., x_n$.

Điều kiện cực trị của hàm F là

$$\frac{\partial F}{\partial x_{m+1}} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial x_{m+2}} = 0; ...; \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} = 0 \tag{7-5}$$

Muốn biết tại đó hàm F đạt cực tiểu hay cực đại phải xét giá trị đạo hàm bậc 2 của F.

Thí dụ 7-1: Tìm giá trị x_1, x_2 sao cho

$$F = x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow min$$

với điều kiện

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} = 1.$$

Từ phương trình ràng buộc có: $x_2 = \frac{1}{2} \cdot 3(2 - x_1)$, thay vào hàm mục tiêu F, nhận được

$$F = x_1^2 + \frac{9}{4}(2 - x_1)^2 \Rightarrow min,$$

Giải

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = 2x_1^* - \frac{18}{4}(2 - x_1^*) = 0$$

$$x_1^* = \frac{18}{13}; \quad x_2^* = \frac{12}{13}$$

Vì

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} = \frac{26}{4} > 0 \text{ nên cặp giá trị}$$

$$[x_1^*, x_2^*] = \left[\frac{18}{13}; \ \frac{12}{13}\right] \text{ làm cực tiểu hàm } F$$

và

$$min\ F = \left(\frac{18}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{36}{13}$$

Phương pháp thay thế trực tiếp trên đây chỉ tiện lợi khi hệ phương trình ràng buộc (7-4) là tuyến tính và số lượng m không lớn lắm. Trong trường hợp chung để giải bài toán xác định cực trị có ràng buộc là đẳng thức và tuyến tính thường sử dụng rộng rãi phương pháp Lagrange, hoặc còn gọi là phương pháp hệ số không xác định.

Nội dung chủ yếu của phương pháp Lagrange như sau:

Cần xác định $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sao cho

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \Rightarrow min(max) \tag{7-6}$$

và thỏa mãn

$$\left.\begin{array}{l} g_1(x_1, \ldots, x_n) = 0 \\ g_2(x_1, \ldots, x_n) = 0 \\ \cdot \\ g_m(x_1, \ldots, x_n) = 0 \end{array}\right\} \tag{7-7}$$

trong đó $m < n$.

Thành lập hàm Lagrange

$$L(x_1, \ldots, x_n) = F(x_1, \ldots, x_n) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x_1, \ldots, x_n) \tag{7-8}$$

trong đó λ_i; $i = 1, 2, \ldots, m$ là những hệ số không xác định.

Vì $g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0$; $i = 1, 2, \ldots, m$, nên hàm $L(x)$ đạt cực trị ở các giá trị x_i như hàm $F(x)$.

Bài toán Lagrange bây giờ phát biểu như sau:

Xác định các giá trị $x_1, x_2, \ldots, x_n$ và $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m$ sao cho thỏa mãn

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_j} = \frac{\partial F(x)}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial g_i(x)}{\partial x_j} = 0 \tag{7-9}$$

$$j = 1, 2, \ldots, n$$

và

$$g_i(x_1, \ldots, x_n) = 0 \tag{7-10}$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

Từ (7-9) có n phương trình và từ (7-10) có m phương trình sẽ giải được n ẩn x_j và m ẩn λ_i.

Để xác định cực đại hoặc cực tiểu phải khảo sát giá trị đạo hàm bậc 2 của $L(x)$ hoặc $F(x)$.

Trở lại thí dụ đơn giản trên kia, nếu dùng phương pháp Lagrange ta có:

$$L(x) = F(x) + \lambda g(x)$$

$$L(x) = x_1^2 + x_2^2 + \lambda \left(\frac{x_1}{2} + \frac{x_1}{3} - 1 \right)$$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_1} = 2x_1^* + \frac{\lambda}{2} = 0$$

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x_2} = 2x_2^* + \frac{\lambda}{3} = 0$$

và

$$\frac{x_1^*}{2} + \frac{x_2^*}{3} - 1 = 0.$$

Giải hệ 3 phương trình trên đây, nhận được

$$F \Rightarrow min \text{ khi } x_1^* = \frac{18}{13}; \ x_2^* = \frac{12}{13}$$

Sau đây xét trường hợp khi hàm mục tiêu $F(x)$ và các ràng buộc $g(x)$ là những phiếm hàm (tồn tại những tương quan giữa các hàm). Khi đó tìm cực trị của các phiếm hàm thường phải sử dụng các bài toán biến phân. Dưới đây sẽ trình bày phương pháp Lagrange trong trường hợp này và lời giải nhận được nhờ hệ phương trình Euler.

Bài toán cực trị phiếm hàm có thể xuất hiện khi xác định phân phối tối ưu công suất đối với các nhà máy thủy điện vì khi đó phải xét tối ưu trong cả chu kì điều tiết [xem mục 7-5].

Bài toán được phát biểu như sau:

Cần xác định các hàm $x_1, x_2, ..., x_n$ của thời gian t sao cho đạt cực trị phiếm hàm

$$V = \int_{t_0}^{t_1} F(t, x_1, ..., x_n, x_1^{\cdot}, ..., x_n^{\cdot})\, dt \Rightarrow min\ (max) \qquad (7\text{-}11)$$

và thỏa mãn các ràng buộc

$$\left.\begin{aligned} g_1\,(t, x_1, ..., x_n) &= 0 \\ g_2\,(t, x_1, ..., x_n) &= 0 \\ &\cdot \\ g_m\,(t, x_1, ..., x_n) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}12)$$

Trong đó

$$x'_j = \frac{dx_j}{dt}; \quad j = 1,2,\dots, n$$

Ta thành lập hàm Lagrange

$$L(t,x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^{m} [\lambda_i(t)\, g_i(t, x)] \tag{7-13}$$

Sau đó tìm cực trị của phiếm hàm

$$V^* = \int_{t_0}^{t_1} F^*(t, x)\, dt \rightarrow min\ (max) \tag{7-14}$$

trong đó

$$F^*(t, x) = F(t, x) + \sum_{i=1}^{m} [\lambda_i(t)\, g_i(t, x)] \tag{7-15}$$

Các giá trị $x_j(t)$; $j = 1,2,\dots, n$ và $\lambda_i(t)$; $i = 1,2,\dots, m$, thỏa mãn (7-14) và (7-12), nhận được bằng cách giải hệ phương trình đạo hàm riêng của hàm Lagrange và viết trong dạng hệ phương trình Euler như sau:

$$\left.\begin{aligned} f^*(x_1) - \frac{d}{dt} f^*(x'_1) &= 0 \\ f^*(x_2) - \frac{d}{dt} f^*(x'_2) &= 0 \\ &\cdot \\ f^*(x_n) - \frac{d}{dt} f^*(x'_n) &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{7-16}$$

trong đó

$$f^*(x_j) = \frac{\partial F^*}{\partial x_j} \quad j = 1,2,\dots, n$$

$$f^*(x'_j) = \frac{\partial F^*}{\partial x'_j} \quad j = 1,2,\dots n$$

Kết hợp n phương trình ở hệ (7-16) và m phương trình ràng buộc (7-12) nói chung sẽ xác định được $(n + m)$ giá trị hàm $x_1(t)$, $x_2(t)$,..., $x_n(t)$ và $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$,... $\lambda_m(t)$. Ngoài ra để xác định $2n$ hằng số tích phân sẽ sử dụng các điều kiện bờ

$$x_j(t_0) = x_{j0} \text{ và } x_j(t_1) = x_{j1}; \quad j = 1,2, \dots, n.$$

Trong trường hợp nếu các ràng buộc $g_j(x)$ là những bất đẳng thức thì ít sử dụng phương pháp Lagrange mà thường dùng phương pháp qui hoạch tuyến tính, còn trong trường hợp liên quan đến những dạng phi tuyến ở hàm mục tiêu hoặc ràng buộc thì sử dụng những phương pháp qui hoạch phi tuyến như phương pháp Gradient hoặc qui hoạch động v.v... Nội dung chi tiết những phương pháp này sẽ trình bày ở các chương tiếp theo.

7-3 PHÂN PHỐI TỐI ƯU CÔNG SUẤT GIỮA CÁC NHÀ MÁY NHIỆT ĐIỆN.

Ta khảo sát bài toán đơn giản sau:

Có n nhà máy nhiệt điện cung cấp cho phụ tải tổng P_{ft} cố định. Biết những số liệu về đặc tính tiêu hao nhiên liệu ở từng nhà máy.

Cần xác định giá trị tối ưu công suất tác dụng phát ra của nhà máy điện $P_1, P_2, ..., P_n$ sao cho:

— Chi phí nhiên liệu tổng T toàn hệ thống là cực tiểu, đồng thời:

— Thỏa mãn điều kiện về cân bằng công suất tác dụng trong hệ thống.

Trong đó chi phí nhiên liệu T thường lấy là lượng tiêu hao nhiên liệu tiêu chuẩn B và coi như chỉ phụ thuộc vào công suất tác dụng, nghĩa là

$$B = B(P_1, P_2, ..., P_n) \tag{7-13}$$

Bài toán được phát biểu như sau:

Xác định $P_1, P_2, ..., P_n$ sao cho

$$B(P_1, P_2, ..., P_n) \rightarrow min$$

với

$$g(P) = P_1 + P_2 + ... + P_n - P_{ft} - \Delta P = 0 \tag{7-14}$$

và $$P_j > 0; \; j = 1, 2, ..., n.$$

Trong đó ΔP là tổn thất công suất tác dụng trong mạng điện, giá trị ΔP phụ thuộc vào $P_1, P_2, ..., P_n$.

Để giải bài toán ta thành lập phương trình Lagrange

$$L(P) = B(P) + \lambda g(P) \tag{7-15}$$

Điều kiện cực trị của hàm $L(P)$ là:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial L(P)}{\partial P_1} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_1} + \lambda \frac{\partial g(P)}{\partial P_1} = 0 \\
\frac{\partial L(P)}{\partial P_2} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_2} + \lambda \frac{\partial g(P)}{\partial P_2} = 0 \\
&\;\;\vdots \\
\frac{\partial L(P)}{\partial P_n} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_n} + \lambda \frac{\partial g(P)}{\partial P_n} = 0
\end{aligned}\right\} \tag{7-16}$$

Giả thiết rằng lượng tiêu hao nhiên liệu tổng B(P) bằng tổng các lượng tiêu hao nhiên liệu B_i; $i = 1, 2, ..., n$ ở các nhà máy điện, vì vậy trong biểu thức (7-16) có:

$$\frac{\partial B(P)}{\partial P_i} = \frac{\partial B_1}{\partial P_i} + \frac{\partial B_2}{\partial P_i} + ... + \varepsilon_i + ... + \frac{\partial B_n}{\partial P_i} \tag{7-17}$$

Có thể xem rằng sự thay đổi tiêu hao nhiên liệu B_i ở nhà máy i không phụ thuộc vào công suất phát ra P_k từ nhà máy k, nghĩa là:

$$\frac{\partial B_i}{\partial P_k} \approx 0;\ i \neq k \text{ và}$$

$\dfrac{\partial B_i}{\partial P_i} = \varepsilon_i$ – là suất tăng tiêu hao nhiên liệu của nhà máy i, nói lên nhịp độ tăng nhiên liệu nhà máy i khi tăng công suất P_i phát ra. Giá trị ε_i phụ thuộc chủ yếu vào đặc tính làm việc của các thiết bị lò hơi và tuốc bin.

Từ đây, biểu thức (7-17) có dạng

$$\frac{\partial B(P)}{\partial P_i} = \varepsilon_i;\ i = 1,2, ...,n \tag{7-18}$$

Tiếp theo xét biểu thức $\lambda \dfrac{\partial g(P)}{\partial P_i}$ ở (7-16):

Theo (7-14) có

$$g(P) = P_1 + P_2 + ... + P_n - P_{ft} - \Delta P = 0$$

Để đơn giản ta xét trường hợp ΔP = const, nghĩa là giả thiết tổn thất công suất trong mạng điện không phụ thuộc vào sự thay đổi công suất phát P_i từ các nhà máy điện, mà là một đại lượng cố định chiếm một tỉ lệ (quãng 10%) so với công suất tổng phụ tải P_{ft} = const. Vì vậy có:

$$\frac{\partial g(P)}{\partial P_i} = \frac{\partial P_i}{\partial P_i} = 1 \tag{7-19}$$

ở đây cũng giả thiết $\dfrac{\partial P_i}{\partial P_k} = 0$ khi $i \neq k$.

Kết hợp với (7-18) và (7-19) biểu thức (7-16) sau khi khử giá trị λ, trở thành.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = ... = \varepsilon_n \tag{7-20}$$

Từ đây có thể phát biểu nguyên lí phân phối tối ưu công suất như sau:

Khi không xét đến sự biến động của phụ tải tổng P_{ft} và coi tổn thất công suất tác dụng trong mạng điện ΔP là không đổi thì công suất phát P_i của các nhà máy điện nhận giá trị tối ưu khi thỏa mãn điều kiện cân bằng suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε_i giữa các nhà máy điện, nghĩa là ε_i = const.

Tiếp theo cần xác định điều kiện cực tiểu của hàm mục tiêu $B(P)$, nghĩa là phải có:

$$\frac{\partial^2 L(P)}{\partial P_i^2} \geqslant 0 \quad \text{hoặc } d^2L(P) \geqslant 0$$

Theo (7-15) có:

$$d^2L(P) = d^2B(P) + \lambda d^2g(P) \tag{7-21}$$

trong đó

$$d^2B(P) = \frac{\partial^2 B_1}{\partial P_1^2}(dP_1)^2 + \frac{\partial^2 B_2}{\partial P_2^2}(dP_2)^2 + ... +$$

$$+ \frac{\partial^2 B_n}{\partial P_n^2}(dP_n)^2 + 2\frac{\partial^2 B_1}{\partial P_1 \partial P_2} dP_1 dP_2 + 2\frac{\partial^2 B_2}{\partial P_1 \partial P_2} dP_1 dP_2 + ...$$

Vì đã giả thiết suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε_i của nhà máy i không phụ thuộc vào công suất phát P_k của nhà máy k, với $k \neq i$ nên viết được:

$$d^2B(P) = \frac{\partial^2 B_1}{\partial P_1^2}(dP_1)^2 + \ldots + \frac{\partial^2 B_n}{\partial P_n^2}(dP_n)^2$$

ngoài ra

$$d^2g(P) = \frac{\partial^2 g(P)}{\partial P_1^2}(dP_1)^2 + \frac{\partial^2 g(P)}{\partial P_1 \partial P_2} + \ldots = 0$$

vì

$$\frac{\partial g(P)}{\partial P_1} = 1; \frac{\partial g(P)}{\partial P_2} = 1, \text{ nên } \frac{\partial^2 g(P)}{\partial P_1^2} = 0; \frac{\partial^2 g(P)}{\partial P_2^2} = 0\ldots$$

Do đó có

$$d^2L(P) = d^2L(P) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 B_i}{\partial P_i^2}(dP_i)^2 \qquad (7\text{-}22)$$

Như vậy để tiêu hao nhiên liệu có giá trị cực tiểu, nghĩa là $d^2B(P) \geqslant 0$ thì phải thỏa mãn điều kiện

$\frac{\partial^2 B_i}{\partial P_i^2} \geqslant 0$, hoặc $\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial P_i} \geqslant 0$, nghĩa là đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε_i là một hàm không giảm khi công suất phát P_i tăng lên, điều đó cũng phù hợp với thực tế vận hành

Tiếp theo xét trường hợp tính đến sự thay đổi của tổn thất công suất tác dụng ΔP trong mạng điện. Khi đó

$$\Delta P = \Delta P\ (P_1, P_2, \ldots, P_n)$$

Từ biểu thức (7-16) điều kiện cực tiểu của hàm Lagrange có thể viết trong dạng:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial L(P)}{\partial P_1} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_1} + \lambda\frac{\partial g(P)}{\partial P_1} = \varepsilon_1 + \lambda\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_1}\right) = 0\\
\frac{\partial L(P)}{\partial P_2} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_2} + \lambda\frac{\partial g(P)}{\partial P_2} = \varepsilon_2 + \lambda\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_2}\right) = 0\\
\frac{\partial L(P)}{\partial P_n} &= \frac{\partial B(P)}{\partial P_n} + \lambda\frac{\partial g(P)}{\partial P_n} = \varepsilon_n + \lambda\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_n}\right) = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}23)$$

Từ đây có thể viết điều kiện phân phối công suất tối ưu giữa các nhà máy điện như sau:

$$\frac{\varepsilon_1}{1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_1}} = \frac{\varepsilon_2}{1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_2}} = \ldots = \frac{\varepsilon_n}{1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_n}} \qquad (7\text{-}24)$$

Đây cũng chính là nguyên lí cân bằng suất tăng tiêu hao nhiên liệu trong dạng đẳng trị. Trong trường hợp ΔP = const biểu thức (7-24) trở về dạng (7-20).

Kết hợp biểu thức (7-24) và phương trình cân bằng công suất (7-14) giải được các giá trị công suất tối ưu P_i; $i = 1, 2, \ldots, n$.

Trong trường hợp tổng quát có thể xét khi tiêu hao nhiên liệu B cũng như tổn thất công suất ΔP không những phụ thuộc công suất tác dụng $P_1, P_2, \ldots, P_n$ mà còn phụ thuộc vào công suất phản kháng phát ra từ các nhà máy $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$, ngoài ra cũng xét đến sự phụ thuộc của công suất phụ tải tới các chế độ phân bố công suất (dẫn đến thay đổi điện áp tại các nút phụ tải). Khi đó bài toán có thể phát biểu như sau:

Xác định $P_1, P_2, \ldots, P_n$ và $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ của n nhà máy nhiệt điện sao cho

$$B = B(P_1, \ldots, P_n; Q_1, \ldots, Q_n) \Rightarrow min \qquad (7\text{-}25)$$

đồng thời thỏa mãn các phương trình ràng buộc:

$$\begin{aligned} g(P) &= P_1 + P_2 + \ldots + P_n - P_{ft} - \Delta P = 0 \\ g(Q) &= Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n - Q_{ft} - \Delta Q = 0 \end{aligned} \qquad (7\text{-}26)$$

trong đó ngoài các kí hiệu cũ, thêm:

Q_{ft} – công suất phản kháng tổng của phụ tải

ΔQ – tổn thất công suất phản kháng trong mạng điện.

Hàm Lagrange trong trường hợp này có dạng:

$$L(P, Q) = B(P, Q) + \lambda_1 g(P) + \lambda_2 g(Q) \qquad (7\text{-}27)$$

Thành lập phương trình Lagrange, nhận được:

$$\frac{\partial L(P, Q)}{\partial P_i} = \varepsilon_i + \lambda_1\left(1 - \frac{\partial P_{ft}}{\partial P_i} - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_i}\right) + \lambda_2\left(-\frac{\partial Q_{ft}}{\partial P_i} - \frac{\partial \Delta Q}{\partial P_i}\right) = 0 \qquad (7\text{-}28)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n.$$

$$\frac{\partial L(P, Q)}{\partial Q_i} = \eta_i + \lambda_1\left(-\frac{\partial P_{ft}}{\partial Q_i} - \frac{\partial \Delta P}{\partial Q_i}\right) + \lambda_2\left(1 - \frac{\partial Q_{ft}}{\partial Q_i} - \frac{\partial \Delta Q}{\partial Q_i}\right) = 0 \qquad (7\text{-}29)$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

trong đó $\varepsilon_i = \dfrac{\partial B_i}{\partial P_i}$ suất tăng tiêu hao nhiên liệu theo công suất tác dụng của nhà máy i

$\eta_i = \dfrac{\partial B_i}{\partial Q_i}$ suất tăng tiêu hao nhiên liệu theo công suất phản kháng của nhà máy i.

Từ hai biểu thức trên có thể viết điều kiện phân phối tối ưu công suất. Sau một số biến đổi [TK-7] nhận được điều kiện cân bằng suất tăng đẳng trị:

$$\frac{\varepsilon_i \dfrac{\dfrac{\partial \Delta P}{\partial Q_i}}{1 - \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial Q_i}}}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_i} - \dfrac{\dfrac{\partial \Delta P}{\partial Q_i} \cdot \dfrac{\partial \Delta Q}{\Delta P_i}}{1 - \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial Q_i}}} = \text{const} \qquad (7\text{-}30)$$

Từ biểu thức trên thấy rằng đây là trường hợp tổng quát. Khi không xét đến sự biến đổi của ΔQ thì biểu thức (7-30) trở về biểu thức (7-21) và khi không xét cả sự biến đổi của ΔP theo P_i thì trở về trường hợp đơn giản nhất $\varepsilon_i = \text{const}$.

Ngoài ra từ $2n$ phương trình dạng (7-28), (7-29) và 2 phương trình ràng buộc (7-26) có thể xác định được $2n+2$ nghiệm là $P_1, \ldots, P_n$; $Q_1, \ldots, Q_n$ và λ_1, λ_2 để thỏa mãn điều kiện $B(P, Q) \Rightarrow min$.

Tiếp theo sẽ căn cứ vào nguyên lí phân phối tối ưu công suất trên đây trình bày những đặc điểm và thủ tục áp dụng.

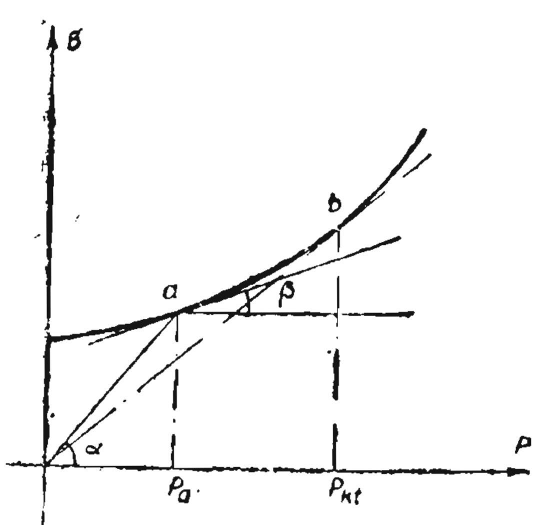
7-4. ĐẶC ĐIỂM VÀ THỦ TỤC PHÂN PHỐI

Như trên đã thấy việc phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy nhiệt điện được tuân theo nguyên lí cân bằng về suất tăng tiêu hao than tiêu chuẩn ε. Trong những trường hợp chung suất tăng ε mang dạng đẳng trị.

Suất tăng ε thể hiện nhịp độ tiêu tốn nhiên liệu khi tăng công suất P phát ra. Vì vậy theo nguyên lí phân phối trên đây để đạt cực tiểu nhiên liệu tiêu hao trong toàn hệ thống, nhà máy có ε nhỏ sẽ nhận phát nhiều công suất và nhà máy có ε lớn, nghĩa là làm việc không kinh tế, sẽ phải phát ít công suất.

Nguyên lí này phản ánh tính công bằng trong điều khiển tối ưu. Để sáng tỏ cần thấy rõ những đặc điểm sau:

1. Phân biệt suất tăng ε và suất tiêu hao nhiên liệu γ



Hình 7-1

Ứng với mỗi nhà máy nhiệt điện có thể xây dựng được đường đặc tính tiêu hao nhiên liệu B phụ thuộc công suất phát ra P. Thường B có quan hệ phi tuyến với P (hình 7-1).

Giả thiết nhà máy điện đang làm việc ở điểm a. Khi đó

$$\varepsilon_a = \frac{dB}{dP}$$

là hệ số góc của đường tiếp tuyến tại a và là $\mathrm{tg}\,\beta$. Thường lượng tiêu hao nhiên liệu B tính theo từng giờ, nên đơn vị của là $\left[\frac{\text{kg .nh.liệu}}{\text{kWh}}\right]$.

Suất tiêu hao nhiên liệu của nhà máy khi phát công suất ứng với điểm a là γ_a:

$$\gamma_a = \frac{B}{P_a}\left[\frac{\text{kg nhiên liệu}}{\text{kWh}}\right] \qquad (7\text{-}31)$$

Giá trị γ_a chính là hệ số góc của đường cát tuyến kẻ từ gốc tọa độ và qua điểm a, nghĩa là

$$\gamma_a = \mathrm{tg}\alpha$$

Từ đây thấy rằng ứng với công suất phát P_a, suất tiêu hao nhiên liệu γ_a lớn hơn suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε_a.

Giá trị công suất tại đó $\varepsilon = \gamma$ gọi là công suất kinh tế P_{kt}, vì tại đó giá trị suất tiêu hao nhiên liệu γ đạt cực tiểu và khi phát $P > P_{kt}$ giá trị ε tăng nhanh, tiêu hao nhiều nhiên liệu, không kinh tế. Vì vậy theo quan điểm tiết kiệm nhiên liệu dối với nhà máy nhiệt điện nên làm việc với giá trị $P \leqslant P_{kt}$.

Giá trị P_{kt} có thể xác định theo đồ thị (hình 7-1), đó là công suất ứng với điểm tiếp xúc giữa đường cong $B(P)$ và đường thẳng tiếp tuyến kẻ từ gốc tọa độ (có góc nghiêng α). Khi quan hệ $B(P)$ cho trong dạng giải tích, giá trị P_{kt} nhận được từ nghiệm của phương trình:

$$P_{kt} \Rightarrow \frac{dB(P)}{dP} = \frac{B(P)}{P} \tag{7-32}$$

Thí dụ bằng số ở bảng sau đây minh họa cách xác định giá trị ε và γ

Phụ tải hệ thống P (MW)	Tiêu hao nhiên liệu B(tấn/h)	Suất tiêu hao γ (kg/kWh)	Suất tăng tiêu hao (kg/kWh)
2500	1050	0,420	0,200
2600	1070	0,412	
. . .	. . .	. . . .	
5000	2000	0,400	0,700
5100	2070	0,406	

Theo bảng trên, ở thời điểm P = 2500 MWh giá trị γ được tính

$$\gamma = \frac{B}{P} = \frac{1050}{2500} = 0{,}420 \text{ kg/kWh}$$

nhưng giá trị ε xác định theo biểu thức

$$= \frac{1070 - 1050}{2600 - 2500} = 0{,}200 \text{ kg/kWh}$$

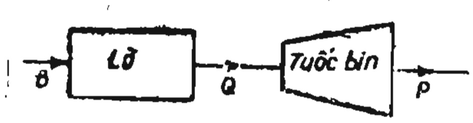
– 2. Đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu của tổ lò hơi – tuốcbin.

Đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε của nhà máy nhiệt điện được xây dựng trên cơ sở các suất tăng tiêu hao nhiên liệu của lò hơi ε_L và của tuốcbin ε_T.

Trước hết xét đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu của một tổ máy gồm lò hơi và tuốcbin (hình 7-2). Trong đó nhiên liệu B vào lò hơi, thành nhiệt lượng Q sang tuốcbin để tạo ra công suất cơ P cho máy phát điện.

Một cách tổng quát có thể biểu diễn sự thay đổi nhiên liệu B theo công suất P nhờ biểu thức sau:

$$\frac{dB}{dP} = \frac{dB}{dQ}\,\frac{dQ}{dP} \tag{7-33}$$



Hình 7-2

Trong đó $\frac{dB}{dQ}$ chính là suất tăng tiêu hao nhiên liệu của lò hơi, kí hiệu là ε_L [kg nhiên liệu/kcal]

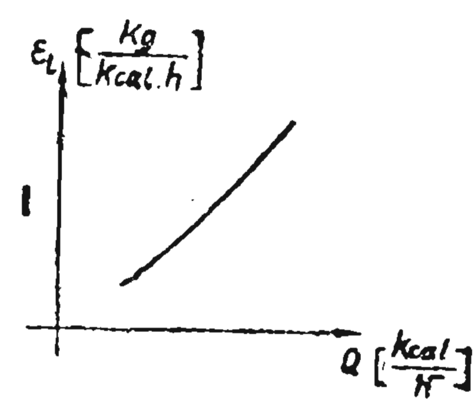
$\frac{dQ}{dP}$ là suất tăng tiêu hao nhiệt lượng của tuốcbin, kí hiệu là $\varepsilon_T \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kWh}}\right]$.

Vì vậy có

$$\varepsilon = \varepsilon_L . \varepsilon_T \left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}}\right] \tag{7-34}$$

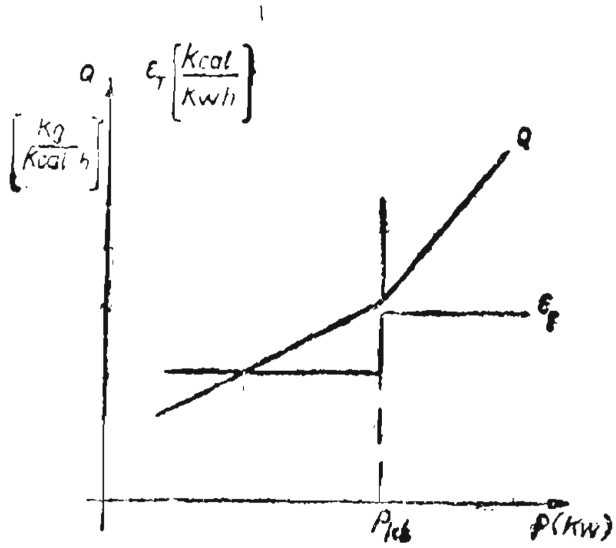
Đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu của lò hơi ε_L thường có dạng đường cong (hình (7-3) tùy thuộc các loại lò hơi khác nhau. Đối với loại lò hơi hiện đại, hiệu suất cao, ε_L ít biến đổi đối với phụ tải Q.

Đường đặc tính tiêu hao nhiệt lượng Q của tuốcbin trong nhiều trường hợp có dạng gần tuyến tính hình (7-1). Ngoài ra đường đặc tính này thường có chỗ gãy khúc ứng với giá trị kinh tế của công suất tuốcbin P_{kt}, điều đó được giải thích là khi van quá tải mở, nhiệt lượng tăng nhanh và do đó tính kinh tế của tuốcbin giảm đột ngột.



Hình 7-3

Trên hình 7-4 cũng biểu diễn đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiệt lượng của tuốcbin, là giá trị đạo hàm của đường Q theo P. Từ đường đặc tính ε_L và ε_T xây dựng được đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε của tổ máy, theo biểu thức (7-34) như trên hình 7-5.

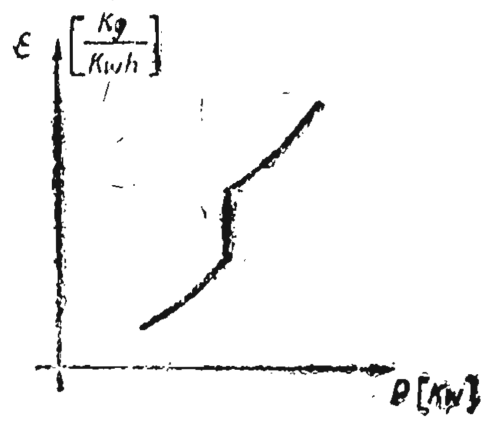


Hình 7-4

Việc thành lập đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu của cả nhà máy nhiệt điện, phải dựa trên đặc tính của các tổ máy và tuân theo nguyên lí cân bằng suất tăng ε của các tổ máy nhằm đạt phân phối tối ưu công suất giữa chúng, khi công suất chung của cả nhà máy đã được qui định theo mục tiêu tối ưu toàn hệ thống. Thủ tục xây dựng đường đặc tính ε chung cho nhiều tổ máy được trình bày chi tiết ở mục sau. Tuy nhiên có thể xây dựng đặc tính suất tăng ε của nhà máy theo cách thống kê các tập số liệu B và P trong các chế độ vận hành khác nhau và nhờ các phương pháp gia công toán học, chẳng hạn phương pháp bình phương cực tiểu [xem phần thứ nhất] xây dựng được quan hệ giải tích $B = B(P)$.

3) Thủ tục phân phối tối ưu công suất.

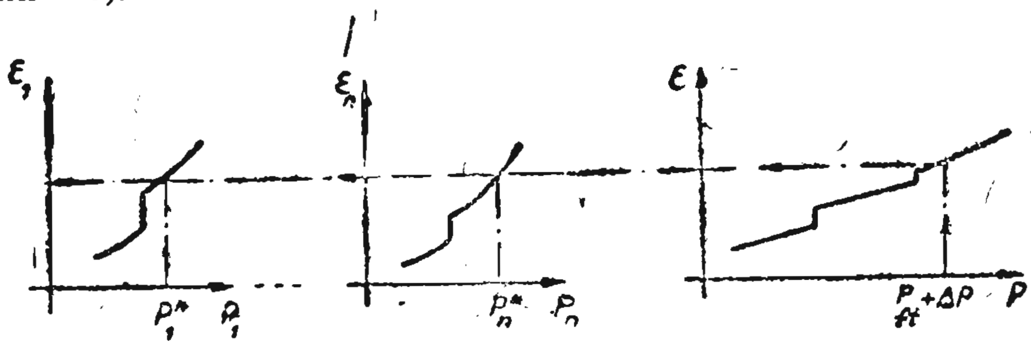
Như trên đã biết sự phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy nhiệt điện tuân theo nguyên lí cân bằng suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε_i của từng nhà máy. Trước hết xét trường hợp xem tổn thất ΔP trong mạng là không đổi. Giả thiết cần phân phối P_{ft} cho n nhà máy điện. Khi đó thủ tục tiến hành như sau :



Hình 7-5

— Với mỗi nhà máy đã biết quan hệ $\varepsilon_i = \varepsilon_i(P_i)$; $i = 1,2,..., n$ trong dạng giải tích (hình 7-6) hoặc bảng số.

— Dựa trên các đặc tính $\varepsilon_i = \varepsilon_i(P_i)$ xây dựng đường đặc tính suất tăng tiêu hao nhiên liệu ε của toàn hệ thống gồm n nhà máy. Đường $\varepsilon = \varepsilon(P)$ được xây dựng bằng cách giữ nguyên giá trị trên trục tung và cộng n giá trị trên trục hoành (hình 7-6).



Hình 7-6

— Căn cứ vào phụ tải tổng cộng P_{ft} cần cung cấp và lượng công suất tổn thất ΔP (trong tính toán sơ bộ có thể lấy $\Delta P \approx 0{,}07 \div 0{,}12\ P_{ft}$) xác định các giá trị tối ưu công suất phát ra từ các nhà máy điện P_i^*, $i = 1, 2, ..., n$. Các giá trị P_i^* được xác định như trên hình 7-6 thỏa mãn điều kiện

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = ... = \varepsilon_n \qquad \text{và}$$

$$P_1^* + P_2^* + ... + P_n^* = P_{ft} + \Delta P$$

Khi tiến hành phân phối tối ưu công suất theo thủ tục trên đây cần chú ý những điểm sau :

a) Khi giá tiền nhiên liệu ở nhà máy i nào đó khác giá nhiên liệu tiêu chuẩn thì cần hiệu chỉnh suất tăng ε_i theo biểu thức

$$\varepsilon_i' = \varepsilon_i \frac{a_i}{a_o} \tag{7-35}$$

trong đó a_i — giá tiền một tấn nhiên liệu của nhà máy i

a_o — giá tiền một tấn nhiên liệu tiêu chuẩn.

b) Đối với các giá trị suất tăng ε bé hơn giá trị ε ứng với công suất cực tiểu P_{min} hoặc cực đại P_{max} thì lấy giá trị P_{min} và P_{max} tương ứng, vì đó là những giới hạn khả năng phát của nhà máy.

c) Trong thực tế vận hành thường dùng các bảng số về suất tăng và các giá trị P_i thay cho các đường đặc tính, để phân phối tiện lợi hơn. Ngoài ra khi đã biết chế độ làm việc hiện tại của các nhà máy, nếu phụ tải hệ thống

P_{ft} tăng lên, thì theo nguyên lí tối ưu, sẽ để nhà máy có ε nhỏ nhận thêm phụ tải trước. Tuy nhiên cuối cùng phải đảm bảo $\varepsilon_i = const$ và đáp ứng đủ P_{ft}.

Trong trường hợp xét đến sự thay đổi của tổn thất ΔP, sự phân phối tối ưu công suất theo nguyên lí

$$\frac{\varepsilon_1}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_1}} = \dots = \frac{\varepsilon_n}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_n}}$$

Từ đây thấy rằng quá trình phân phối vẫn theo thủ tục trên kia chỉ khác trên trục tung độ giá trị ε_i được thay bằng giá trị ε_i' theo biểu thức

$$\varepsilon_i' = \frac{\varepsilon_i}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{7-36}$$

Trong đó $\dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_i}$ là sự biến đổi của ΔP theo P_i, trong những trường hợp đơn giản có thể biểu diễn trong dạng giải tích và chỉ phụ thuộc một biến số P_i. Chi tiết về phần này có thể xem ở [TK-11].

4) Điều kiện ngừng tổ máy.

Trong thực tế vận hành khi phụ tải của hệ thống thay đổi không những cần phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy điện như đã xét trên đây, mà cần xét trường hợp cần ngừng hoặc mở thêm tổ máy nhằm tiết kiệm nhiên liệu chung.

Sau đây xét điều kiện tối ưu để ngừng tổ máy đang làm việc.

Giả thiết có tổ máy ở nhà máy điện nào đó cần ngừng và sau thời gian T_{ng} lại cần mở máy làm việc. Rõ ràng nếu $T_{ng} = 0$ thì hoàn toàn không nên ngừng, ngược lại nếu $T_{ng} \to \infty$ thì ngừng hiển nhiên là có lợi.

Gọi B_1 là lượng nhiên liệu tiêu hao của nhà máy (có tổ máy đó) trước khi ngừng tổ máy và B_2 là lượng nhiên liệu tiêu hao sau khi ngừng tổ máy.

P_1, P_2 là phụ tải (công suất phát) của nhà máy trước và sau khi ngừng tổ máy.

B_m là lượng nhiên liệu tiêu hao để mở máy lại tổ máy đó.

T_{ng} là thời gian cần thiết ngừng tổ máy đó.

ε là suất tăng tiêu hao nhiên liệu của toàn hệ thống. Vì công suất của tổ máy định ngừng rất nhỏ so với công suất toàn hệ thống nên có thể xem $\varepsilon \approx const$ trước và sau khi ngừng tổ máy.

P_{td} là công suất tự dùng của tổ máy cần ngừng.

Có thể phân tích thấy rằng khi ngừng tổ máy sẽ tiết kiệm được một lượng nhiên liệu ΔB_1

$$\Delta B_1 = (B_1 - B_2) + P_{td}\varepsilon$$

do nhà máy đó giảm phụ tải và tổ máy đó không tiêu tốn tự dùng. Tuy nhiên lượng phụ tải giảm đi đó các nhà máy khác phải nhận (vì $P_{ft} = const$), ngoài ra sau thời gian T_{ng} lại phải mở máy tổ máy này nên việc ngừng cũng kéo theo hai thành phần tiêu tốn nhiên liệu ΔB_2:

$$\Delta B_2 = \int_0^{P_1-P_2} \varepsilon dP + \frac{B_m}{T_{ng}}$$

trong đó thành phần tích phân phản ánh lượng nhiên liệu tiêu tốn trong hệ thống để nhận thêm phụ tải $(P_1 - P_2)$, thành phần thứ hai chỉ lượng nhiên liệu mở máy qui đổi về một giờ cần ngừng.

Từ đây thấy rằng việc ngừng tổ máy chỉ có lợi khi:

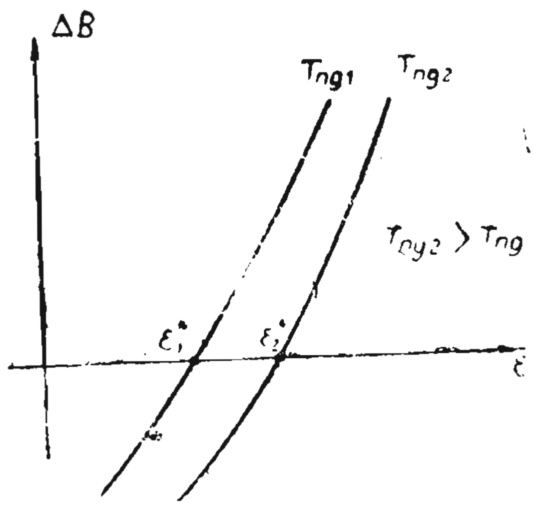
$$\Delta B_1 > \Delta B_2 \quad \text{hoặc} \quad \Delta B = \Delta B_2 - \Delta B_1 < 0,$$

nghĩa là điều kiện tối ưu ngừng tổ máy có thể biểu diễn trong dạng bất đẳng thức sau

$$\Delta B = \int_0^{P_1-P_2} \varepsilon dP + \frac{B_m}{T_{ng}} - [(B_1 - B_2) + \varepsilon P_{td}] < 0 \qquad (7\text{-}37)$$

Ứng với các giá trị T_{ng} khác nhau, theo biểu thức (7-37) có thể xây dựng được quan hệ ΔB theo ε như trên hình 7-7.

Từ hình 7-7 thấy rằng vùng $\Delta B < 0$ thể hiện nhiên liệu tiết kiệm được. Như vậy với một giá trị T_{ng1} việc ngừng tổ máy chỉ có lợi khi $\varepsilon < \varepsilon_1^*$. Giá trị ε^* là suất tăng kinh tế của tiêu hao nhiên liệu. Ngoài ra cũng thấy rằng khi tăng T_{ng}, nghĩa là kéo dài thời hạn phải mở máy lại, phạm vi tiết kiệm nhiên liệu mở rộng thêm và nếu $T_{ng} \to \infty$ thì $\Delta B < 0$ với mọi ε, nghĩa là ngừng tổ máy luôn có lợi.



Hình 7-7

Trên đây khi thảo luận về ngừng tổ máy chỉ mới đề cập đến mục tiêu tiết kiệm nhiên liệu cho hệ thống một cách trực tiếp. Khi nghiên cứu tỉ mỉ cần quan tâm các mặt khác của vấn đề, chẳng hạn khả năng kĩ thuật của máy khi làm việc gián đoạn, khả năng đảm bảo dự trữ nóng của hệ thống để nâng cao độ tin cậy cung cấp điện v.v...

7-5. PHÂN PHỐI TỐI ƯU CÔNG SUẤT GIỮA NHIỆT ĐIỆN VÀ THỦY ĐIỆN.

Tuy nhà máy thủy điện có ưu điểm cơ bản là không tiêu hao nhiên liệu, giá thành điện năng rẻ, nhưng không nên đi đến một kết luận lầm lẫn là khi làm việc với nhiệt điện trong hệ thống, mọi thủy điện luôn luôn phát hết công suất là tối ưu.

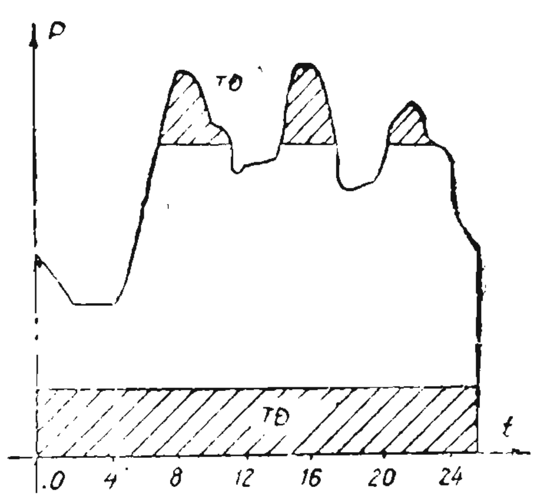
Chỉ tiêu tối ưu của sự phân phối công suất trong hệ thống gồm nhiệt điện và thủy điện là làm cực tiểu chi phí nhiên liệu ở nhiệt điện, đồng thời phải thỏa mãn điều kiện thủy năng ở nhà máy thủy điện mà dưới đây sẽ trình bày chi tiết.

Trước hết cần nêu lên những điều kiện xuất hiện chế độ làm việc tối ưu của thủy điện trong hệ thống:

Việc xác định chế độ tối ưu chỉ đặt ra đối với thủy điện có hồ chứa nước, nghĩa là có khả năng điều chỉnh dòng chảy vào tuốcbin, còn gọi là khả năng điều tiết.

Chu kì điều tiết là thời gian giữa hai lần hồ tháo nước và trữ nước kế tiếp nhau. Tùy theo dung tích hồ chứa thường phân loại thủy điện điều tiết từng ngày, tuần, mùa, năm hoặc nhiều năm. Việc xác định chu kỳ tối ưu của điều tiết hồ chứa phụ thuộc vào nhiều yếu tố về hệ thống điện và thủy năng.

Trong một chu kì điều tiết lượng nước tiêu phí cho nhà máy thủy điện là không đổi và được xác định bởi những điều kiện về thủy lợi, thời tiết v.v... Vì vậy chế độ làm việc tối ưu của thủy điện phải xét trong toàn bộ chu kỳ điều tiết và điều kiện ràng buộc ở đây chính là lượng nước tiêu hao đã qui định.



Hình 7-8

Ngoài ra có những thời gian nhà máy thủy điện buộc phải làm việc theo chế độ giới hạn và vấn đề phân phối tối ưu công suất không cần đặt ra. Chẳng hạn đối với thủy điện chỉ để phát điện không có yêu cầu về giao thông, tưới tiêu v.v... mà ở mùa nước cạn, thủy điện này cần tiết kiệm nước chỉ phát điện ở phụ tải đỉnh, nghĩa là khi hệ thống căng thẳng. Hoặc khi mùa nước lớn, dung tích hồ chứa nhỏ. Để sử dụng tối đa thủy năng có thể cho thủy điện luôn phát hết công suất, nghĩa là nhận phụ tải nền (hình 7-8).

Sau đây nghiên cứu nguyên lí phân phối tối ưu công suất giữa các nhà máy thủy điện và một nhà máy nhiệt điện đẳng trị (theo điều kiện cân bằng ε).

Gọi B là lượng tiêu hao nhiên liệu ở nhà máy nhiệt điện (đẳng trị) trong một đơn vị thời gian, thường có đơn vị [tấn/giờ]. Vì xét tối ưu trong cả chu kì điều tiết của thủy điện nên giá trị của B phụ thuộc không những vào công suất phát của nhiệt điện $P_{NĐ}$ mà còn vào sự thay đổi theo thời gian của $P_{NĐ}$. Tổng quát, có thể biểu diễn B trong dạng

$$B = B\,(t,\ P_{NĐ},\ P'_{NĐ}) \tag{7-38}$$

trong đó: t là thời gian

$P'_{NĐ} = \dfrac{dP_{NĐ}}{dt}$ là tốc độ biến đổi của công suất nhiệt điện theo thời gian.

Gọi Q_i là lưu lượng nước tiêu hao trong một đơn vị thời gian ở nhà máy thủy điện i, thường có đơn vị [m^3/sec]. Có thể biểu diễn Q_i là hàm của thời gian t, của công suất thủy điện $P_{TĐi}$ và của tốc độ biến đổi $P'_{TĐi}$:

$$Q_i = Q_i\,(t,\ P_{TĐi},\ P'_{TĐi})\,;\ i = 1,2,\ldots,n \qquad (7\text{-}39)$$

Gọi W_i là lượng nước qui định đối với thủy điện i trong chu kì điều tiết T. Có các quan hệ:

$$W_i = \int_0^T Q_i dt\,;\ i = 1,2,\ldots,n \qquad (7\text{-}40)$$

Khi tính toán thường chọn chu kì điều tiết lớn nhất, bao gồm một số nguyên lần các chu kì khác.

Từ đây bài toán phân phối tối ưu công suất giữa nhiệt điện và n thủy điện được phát biểu như sau:

Xác định $P_{NĐ}, P_{TĐ1}, P_{TĐ2},\ldots, P_{TĐn}$ sao cho:

$$\int_0^T B(t,\ P_{NĐ},\ P'_{NĐ})\ dt \Rightarrow min \qquad (7\text{-}41)$$

và thỏa mãn các ràng buộc về lưu lượng nước tiêu hao:

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^T Q_1(t,\ P_{TĐ1},\ P'_{TĐ1}) = W_1 \\
&\int_0^T Q_2(t,\ P_{TĐ2},\ P'_{TĐ2}) = W_2 \\
&\int_0^T Q_n(t,\ P_{TĐn},\ P'_{TĐn}) = W_n
\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}42)$$

và về cân bằng công suất trong hệ thống:

$$g(t,\ P) = P_{NĐ} + P_{TĐ1} + P_{TĐ2} + \ldots + P_{TĐn} - P_{ft} - \Delta P = 0 \qquad (7\text{-}43)$$

Ở đây các ẩn cần tìm $P_{NĐ}$, $P_{TĐi}$ là những hàm theo thời gian, nghĩa là đáp số là những đồ thị phụ tải phát đi của nhiệt điện và các thủy điện.

Cần chú ý rằng bài toán phát biểu trên đây trong một số trường hợp có thể phải thêm những ràng buộc về thủy lợi, cấp nước, giao thông v.v... mà ở đây không xét đến.

Dựa vào các phương pháp xác định cực trị của phiếm hàm (xem mục 7-2), thành lập hàm Lagrange:

$$L(t,\ P) = \int_0^T B(t,\ P)dt + \lambda_1\int_0^T Q_1(t,\ P)\,dt + \ldots + \lambda_n\int_0^T Q_n\,(t,\ P)dt + \lambda_t g(t,\ P) \qquad (7\text{-}44)$$

trong đó:

$\lambda_1, ..., \lambda_n$ là những hệ số không xác định đưa vào các phương trình ràng buộc theo điều kiện lưu lượng nước của thủy điện (2-42)

λ_t – hệ số không xác định đưa vào phương trình cân bằng công suất trong hệ thống.

Từ đây cần tìm cực tiểu phiếm hàm L(t, P)

$$L(t, P) = \int_0^1 \left[B(t, P) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Q_i(t, P) + \lambda_t g(t, P)\right] dt \rightarrow min \qquad (7\text{-}45)$$

Đặt

$$F^*(t, P) = B(t, P) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Q_i(t, P) + \lambda_t g(t, P)$$

Để giải tìm nghiệm $P(t)$ cần thành lập phương trình Euler:

$$f_{P_i} - \frac{d}{dt} f^*_{P'_i} = 0 \qquad (7\text{-}46)$$

Trong đó P_i gán theo $P_{NĐ}$, $P_{TĐ1}$, $P_{TĐ2}$..., $P_{TĐn}$

P'_i gán theo $P'_{NĐ}$, $P'_{TĐ1}$, $P'_{TĐ2}$,..., $P'_{TĐn}$

$$f^*_{P_i} = \frac{\partial F^*(t, P)}{\partial P_i} \text{ và } f^*_{P_i} = \frac{\partial F^*(t, P)}{\partial P'_i}$$

Trong trường hợp này hệ phương trình Euler có dạng:

$$\frac{\partial B}{\partial P_{NĐ}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial B}{\partial P'_{NĐ}} + \lambda_t\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{NĐ}}\right) = 0$$

$$\lambda_1\left(\frac{\partial Q_1}{\partial P_{TĐ1}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial Q_1}{\partial P'_{TĐ1}}\right) + \lambda_t\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐ1}}\right) = 0$$

$$\lambda_2\left(\frac{\partial Q_2}{\partial P_{TĐ2}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial Q_2}{\partial P'_{TĐ2}}\right) + \lambda_t\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐ2}}\right) = 0 \qquad (7\text{-}47)$$

$$\lambda_n\left(\frac{\partial Q_n}{\partial P_{TĐn}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial Q_n}{\partial P'_{TĐn}}\right) + \lambda_t\left(1 - \frac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐn}}\right) = 0$$

Trong đó đã giả thiết P_{ft} = const.

Ta kí hiệu:

$\frac{\partial B}{\partial P_{NĐ}} = \varepsilon$ là suất tăng tiêu hao nhiên liệu ở nhà máy nhiệt điện trong chế độ xác lập. Tương tự có

$\frac{\partial Q_1}{\partial P_{TĐ1}} = q_1$; $\frac{\partial Q_2}{\partial P_{TĐ2}} = q_2$... là suất tăng tiêu hao nước ở nhà máy thủy điện 1, 2,... trong chế độ xác lập.

Ngoài ra nhận thấy rằng các thành phần

$$-\frac{d}{dt}\frac{\partial B}{\partial P'_{NĐ}} = \varepsilon'$$

$$-\frac{d}{dt}\frac{\partial Q_i}{\partial P'_{TĐi}} = q_i'\,;\; i = 1,\, 2,\, n$$

là những bộ phận của suất tăng, chúng xuất hiện trong quá trình biến đổi chế độ làm việc của hệ thống và giá trị ε', q_i' phụ thuộc vào tốc độ biến đổi theo thời gian của công suất nhà máy điện.

Từ biểu thức (7-17), khử hệ số λ_i, nhận được điều kiện phân phối tối ưu công suất giữa nhiệt điện và n thủy điện như sau:

$$\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{ĐN}}} = \lambda_1 \frac{q_1 + q_1'}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐ1}}} = \ldots = \lambda_n \frac{q_n + q_n'}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐn}}} \qquad (7\text{-}48)$$

Trong biểu thức trên những giá trị ε' và q' sinh ra do những tiêu hao phụ về nhiên liệu hoặc nước khi công suất giao động theo thời gian ở quá trình quá độ, chẳng hạn do chưa kịp điều chỉnh chế độ làm việc của thiết bị.

Hiện nay đối với các lò hơi được trang bị tự động cao, tiêu hao phụ không đáng kể và có thể xem $\varepsilon' \approx 0$.

Đối với nhà máy thủy điện giá trị q' xuất hiện chủ yếu ở quá trình quá độ do sự biến đổi của cột nước. Thường giả thiết cột nước không thay đổi khi tính toán, vì vậy xem $q_i' \approx 0$.

Với những giả thiết đơn giản hóa đó, biểu thức (7-48) trở thành

$$\frac{\varepsilon}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{NĐ}}} = \lambda_1 \frac{q_1}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐ1}}} = \ldots = \lambda_n \frac{q_n}{1 - \dfrac{\partial \Delta P}{\partial P_{TĐn}}} \qquad (7\text{-}49)$$

Trong trường hợp không xét đến sự thay đổi của tổn thất công suất ΔP trong mạng, ta có điều kiện phân phối tối ưu công suất giữa nhiệt điện và thủy điện:

$$= \lambda_1 q_1 = \ldots = \lambda_n q_n \qquad (7\text{-}50)$$

Ở đây lại trở về với nguyên lí «công bằng» của việc phân phối tối ưu là cân bằng suất tăng tiêu hao nhiên liệu, trong đó đối với nhà máy thủy điện i có đại diện là suất tăng đẳng trị $\lambda_i q_i$.

Những giá trị λ_i là hằng số ứng với nhà máy thủy điện i và được chọn trong chu kì điều tiết nhằm thỏa mãn điều kiện tối ưu của bài toán đã nêu. Sau đây sẽ tìm hiểu thêm ý nghĩa của các hệ số λ_i và xây dựng thủ tục phân phối công suất tối ưu giữa nhiệt điện và thủy điện.

7-9. ĐẶC ĐIỂM VÀ THỦ TỤC PHÂN PHỐI.

1. Ý nghĩa của hệ số λ. Trong trường hợp đơn giản, từ biểu thức (7-50) viết được

$$\lambda_i = \frac{\varepsilon}{q_i} = \frac{dB}{dP_{NĐ}} : \frac{dQ_i}{dP_{TĐi}} \qquad (7\text{-}51)$$

$$\lambda_i = \frac{\varepsilon}{q_i} = \frac{dB}{dP_{NĐ}}\;\frac{dQ_i}{dP_{TĐi}}$$

Giả thiết rằng sự thay đổi công suất phát ra ở thủy điện i là do thay đổi công suất phát ra ở nhiệt điện, chẳng hạn nhiệt điện phát công suất giảm đi thì thủy điện i phải phát công suất tăng lên. Một cách gần đúng về giá trị tuyệt đối xem như có: $dP_{ND} = dP_{TĐi}$. Như vậy tổng quát có thể viết:

$$\lambda_i = \frac{dB}{dQ_i};\ i = 1,2,....n \tag{7-52}$$

Từ đây λ_i được định nghĩa là sự biến đổi tiêu hao nhiên liệu ở nhiệt điện theo sự thay đổi lưu lượng nước ở thủy điện i. Thứ nguyên của λ_i là [tấn nhiên liệu/m^3 nước].

Theo định nghĩa trên, giá trị λ_i chính là chỉ tiêu phản ánh hiệu quả sử dụng nước ở nhà máy thủy điện i. Khi thủy điện làm việc với λ lớn, thì nhiên liệu tiết kiệm được ở nhiệt điện trên 1m^3 nước càng nhiều, do đó λ gọi là hệ số hiệu quả năng lượng của thủy điện. Tuy nhiên chọn giá trị λ phải theo thủ tục nhất định, thỏa mãn những ràng buộc của bài toán và được trình bày ở mục tiếp theo.

Ngoài ra cần chú ý rằng để có chế độ làm việc tối ưu giá trị λ_i của mỗi nhà máy thủy điện sau khi xác định cần giữ không đổi trong suốt chu kì điều tiết. Điều đó được giải thích như sau:

Giả thiết ở thời điểm nào đó giá trị λ_i được chọn tăng lên. Khi đó để tiết kiệm nhiên liệu ở nhiệt điện cần tăng công suất phát ở thủy điện i. Nhưng vì lượng nước trong chu kì điều tiết đã xác định, nên khi tăng công suất thủy điện sẽ tăng lượng nước tiêu hao và bắt buộc phải giảm công suất ở thời điểm khác. Mặt khác, công suất phát của thủy điện i tăng lên, thường giá trị suất tăng tiêu hao nước q_i của nó sẽ tăng, khi đó do công suất phát của nhiệt điện giảm đi nên giá trị ε giảm, vì vậy

$$\lambda = \frac{\varepsilon}{q} \text{ lại cần chọn giảm đi}$$

Tóm lại khi tăng λ_i ta cần tăng $P_{TĐi}$, nhưng khi $P'_{TĐi}$ tăng (P_{ND} giảm) sẽ làm giảm λ_i và khi λ_i giảm để tiết kiệm nhiên liệu ta lại cần giảm $P_{TĐi}$ và lại dẫn đến tăng λ_i. Quá trình tiếp tục đến khi λ_i trở về giá trị không đổi ban đầu.

2. Thủ tục phân phối tối ưu công suất giữa nhiệt điện và thủy điện.

Việc phân phối tối ưu công suất giữa nhà máy nhiệt điện và n nhà máy thủy điện dựa trên nguyên lí cân bằng suất tăng trong trường hợp đơn giản, có dạng biểu thức (7-50).

Thủ tục phân phối tiến hành như sau:

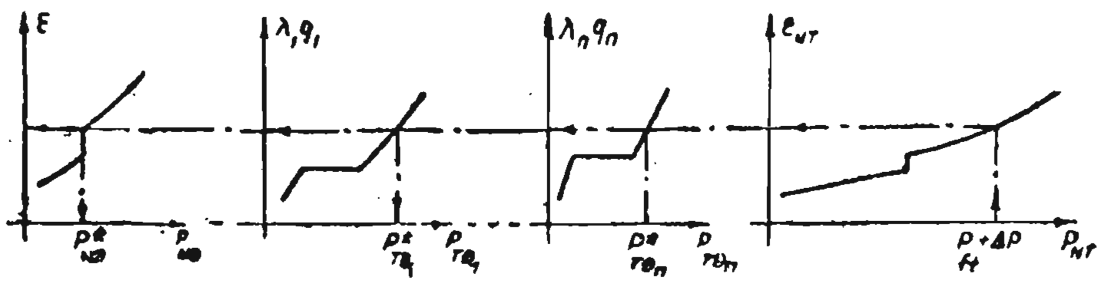
— Đối với các nhà máy nhiệt điện căn cứ vào nguyên lí cân bằng suất tăng tiêu hao nhiên liệu, xây dựng đường đặc tính ε cho nhà máy nhiệt điện đẳng trị (hình 7-9).

— Đối với từng nhà máy thủy điện, căn cứ vào lượng tiêu hao nước Q_i và công suất phát $P_{TĐi}$, xây dựng đường đặc tính suất tăng tiêu hao nước q_i.

— Trước hết khảo sát trường hợp đơn giản nhất là mọi giá trị λ_i; $i = 1,2,..., n$ là những hằng số đã cho. Xây dựng các đường đặc tính $\lambda_i q_i$; $i = 1,2,..., n$ cho các thủy điện (hình 7-9).

– Từ giá trị phụ tải tổng của hệ thống P_{ft} và lượng tổn thất công suất trong mạng ΔP trên đồ thị suất tăng tiêu hao nhiên liệu tổng ε_{HT} (hình 7-9), xác định các giá trị tối ưu về công suất của nhiệt điện và các thủy điện: $P^*_{NĐ}$

$P^*_{TĐ1}, \ldots, P^*_{TĐn}$



Hình 7-9

Tuy nhiên trong thực tế thường các giá trị λ_i của thủy điện phải xác định theo điều kiện tối ưu mà không biết trước. Vì vậy thủ tục phức tạp hơn.

Như đã phân tích, chế độ làm việc tối ưu của các thủy điện phải đảm bảo hai mục tiêu:

— Đạt cực tiểu tiêu hao nhiên liệu ở nhiệt điện.

– Đạt lượng tiêu hao nước W_i trong chu kì điều tiết như qui định.

Từ đây thấy rằng phải chọn các giá trị λ_i một cách hợp lí.

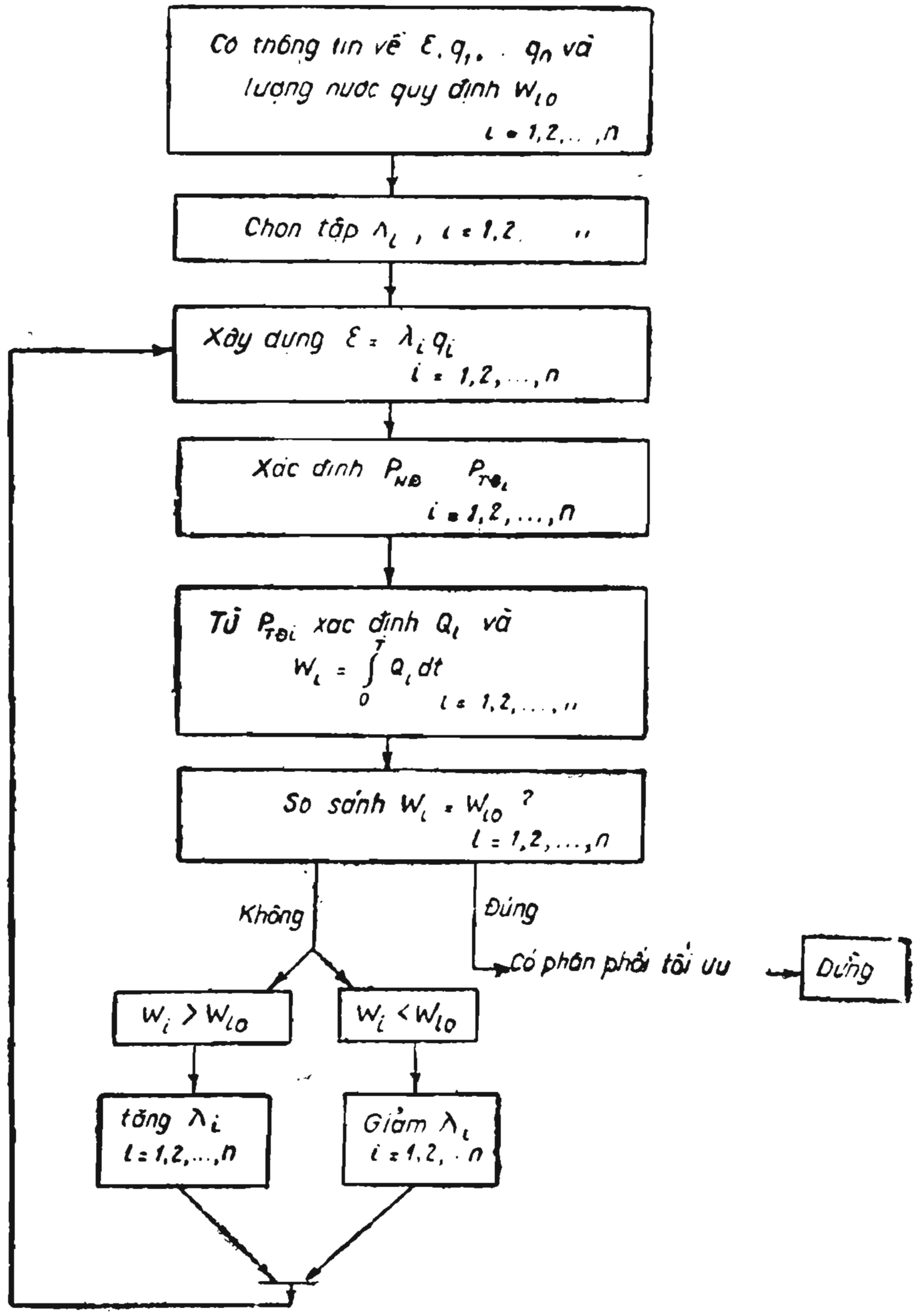
Từ hình 7-9 thấy rằng nếu ở nhà máy thủy điện i nào đó chọn giá trị λ_i lớn, đường đặc tính $\lambda_i q_i$ nâng cao lên, do đó công suất phát $P_{TĐi}$ giảm đi và dẫn đến lượng nước tiêu hao trong chu kì điều tiết W_i nhỏ, không đảm bảo qui định. Vì vậy trong trường hợp tổng quát thủ tục phân phối tối ưu công suất giữa nhiệt điện và n thủy điện được tiến hành dần đúng theo sơ đồ trên hình 7-10.

Trong một số trường hợp do khó dự báo chính xác lượng nước trong chu kì điều tiết dài nên thường xác định chế độ làm việc của thủy điện theo lượng nước tiêu hao trung bình trong một ngày đêm Q_{tb}. Với những giá trị λ chọn khác nhau, giá trị của Q_{tb} có thể xây dựng theo đường đặc tính như hình 7-11, dựa theo đồ thị phụ tải của thủy điện. Từ đây cũng thấy rằng khi chọn λ lớn, công suất $P_{TĐ}$ sẽ nhỏ, dẫn đến Q_{tb} nhỏ.

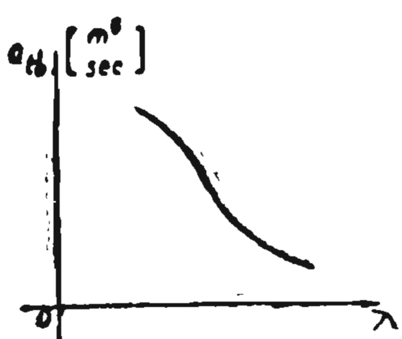
Trong trường hợp có một nhà máy thủy điện, việc xác định giá trị λ có thể đơn giản suy từ giá trị Q_{tb} qui định. Khi nhiều thủy điện việc xây dựng các đường Q_{tb} cũng phức tạp, lúc đó thường chọn các hệ số λ_i theo phương pháp dần đúng đã nêu.

Cần chú ý rằng các giá trị λ được chọn có tùy thuộc vào tính thời tiết. Chẳng hạn vào mùa nước lớn khi hồ không chứa hết toàn bộ lượng dòng chảy, cần chọn λ nhỏ, có thể dẫn đến λq nhỏ hơn cả giá trị cực tiểu của ε nhiệt điện, như vậy $P_{TĐ}$ sẽ lớn, thủy điện sẽ phát toàn bộ công suất, nhiệt điện chỉ đảm bảo phần phụ tải hệ thống còn lại. Tương tự khi nước cạn có thể thực hiện chọn λ lớn.

Trên đây khi xét chế độ làm việc tối ưu của nhiệt điện và thủy điện chỉ nhằm thỏa mãn chỉ tiêu cực tiểu chi phí nhiên liệu và đảm bảo công suất phụ



Hình 7-10



Hình 7-11

tải hệ thống. Trong thực tế việc chọn các tham số, chẳng hạn giá trị λ, còn phải thỏa mãn những chỉ tiêu khác như mức nước qui định ở hạ lưu phải đảm bảo v.v..., từ đây ảnh hưởng đến chế độ làm việc của thủy điện.

Những nghiên cứu chi tiết độc giả có thể tham khảo trong các tài liệu chuyên đề.

7-7. SƠ LƯỢC VỀ PHƯƠNG PHÁP LAGRANGE MỞ RỘNG

Trong các mục trên đây của chương này chủ yếu đã trình bày việc sử dụng phương pháp Lagrange giải bài toán phân phối tối ưu công suất trong hệ thống điện. Thực chất đây là bài toán tìm cực trị của hàm nhiều biến khi ràng buộc là những đẳng thức. Trong trường hợp hàm mục tiêu có dạng phiếm hàm, có thể lập hàm Lagrange và tìm cực trị của phiếm hàm thông qua việc giải hệ phương trình Euler.

Thực tế thiết kế và vận hành hệ thống điện thấy rằng nhiều bài toán tối ưu kèm theo những ràng buộc trong dạng bất đẳng thức, thể hiện những hạn chế về tham số hệ thống, những giới hạn về vật chất v.v... Khi đó nếu sử dụng phương pháp Lagrange cần có những cải biên, mở rộng.

Một trong những phương pháp Lagrange mở rộng thường được áp dụng là dựa trên định lí của Kuhn – Tucker [TK 10, 12] nhằm giải bài toán cực trị khi các ràng buộc trong dạng bất đẳng thức.

Sau đây sẽ trình bày sơ lược tinh thần chủ yếu của phương pháp Lagrange mở rộng đó.

Giả thiết có bài toán: cần xác định các ẩn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sao cho

$$F(x) \Rightarrow min \text{ và thỏa mãn} \tag{7-53}$$

$$g_i(x) \geqslant 0;\ i = 1,2,\ldots,m \tag{7-54}$$

đồng thời

$$x_j \geqslant 0;\ j = 1,2,\ldots,n \tag{7-55}$$

Chú ý: Trong trường hợp cần làm *max* hàm $F(x)$ ta nhân $F(x)$ với -1 để có điều kiện (7-53) hoặc khi có $g_i(x) \leqslant 0$ ta nhân $g_i(x)$ với -1 để có điều kiện (7-54).

Thành lập hàm Lagrange

$$L(x, \lambda) = F(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) \tag{7-56}$$

Vì $g_i(x)$ không đồng nhất bằng 0 nên không thể lấy đạo hàm hàm $L(x, \lambda)$ và cho bằng 0 như trước đây.

Bài toán bây giờ chuyển thành: Cần xác định các giá trị $x_1, x_2, \ldots, x_n$ và $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ sao cho thỏa mãn những điều kiện (7-53), (7-54) và (7-55) trong đó $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ những hệ số không xác định Lagrange và $\lambda_i \geqslant 0$ $i = 1,2\ldots,m$

Giả thiết $F(x)$ và $g_i(x)$; $i = 1,2\ldots,m$ liên tục, khả vi và tạo thành tập hợp lồi. Nội dung định lí Kuhn – Tucker được hiểu như sau:

Nếu tồn tại một véctơ với giá trị không âm $\overline{x} = (\overline{x_1}, \overline{x_2}, \ldots, \overline{x_n})$ làm *min* hàm $F(x)$ thì nhất định có một vectơ với giá trị không âm $\overline{\lambda} = (\overline{\lambda_1}, \overline{\lambda_2}, \ldots, \overline{\lambda_m})$ sao cho thỏa mãn

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_j} \geqslant 0; \quad j = 1,2,\ldots n \\ \text{và} \quad &\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_j} \cdot \overline{x_j} = 0; \quad j = 1,2,\ldots,n \end{aligned}\right\} \tag{7-57}$$

đồng thời

$$\frac{\partial L(\overline{x}, \overline{\lambda})}{\lambda_i} \leqslant 0 ; \; j = 1,2,..., m$$

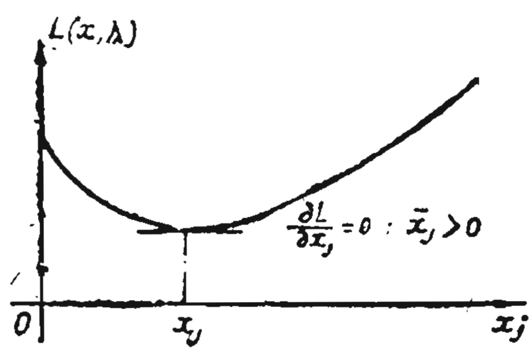
và (7-58)

$$\frac{\partial L(\overline{x}, \overline{\lambda})}{\lambda_i} \overline{\lambda}_i = 0 ; \; i = 1,2,..., m$$

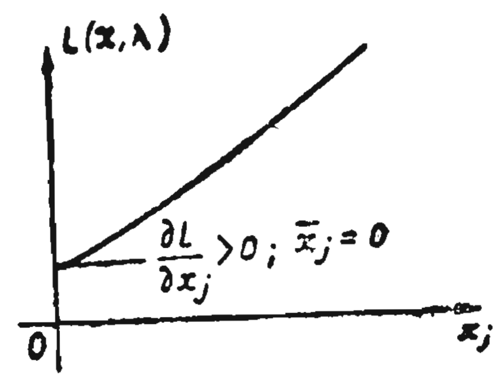
Điểm $(\overline{x}, \overline{\lambda})$ trong không gian $(n + m)$ chiều thỏa mãn biểu thức (7-57) và (7-58) gọi là điểm yên ngựa, vì làm min hàm $L(x, \lambda)$ theo x và làm *max* hàm $L(x, \lambda)$ theo λ. Các giá trị đạo hàm ở đây lấy tại điểm $(\overline{x}, \overline{\lambda})$.

Biểu thức (7-57) được hiểu như sau: ở điểm yên ngựa, nếu $\overline{x}_j > 0$ thì đạo hàm của $L(x, \lambda)$ phải bằng 0 (điều kiện cực trị), còn nếu $\overline{x}_j = 0$ thì đạo hàm của $L(x, \lambda)$ phải dương, vì khi đó min $L(x, \lambda)$ chính ở $\overline{x}_j = 0$.

Trên hình vẽ 7-12 và 7-13 trình bày dạng hàm $L(x, \lambda)$ trong hai trường hợp $\overline{x}_j \neq 0$ và $\overline{x}_j = 0$.



Hình 7-12



Hình 7-13

Đối với biểu thức (7-58) giải thích tương tự, chỉ khác dạng $L(x, \lambda)$ theo λ lồi lên phía trên.

Có thể nhận thấy rằng đối với điểm yên ngựa $(\overline{x}, \overline{\lambda})$ thỏa mãn bất đẳng thức sau:

$$L(x, \overline{\lambda}) \leqslant L(\overline{x}, \overline{\lambda}) \leqslant L(\overline{x}, \lambda) \tag{7-59}$$

với mọi $x \geqslant 0$; $\lambda \geqslant 0$. Hoặc có thể viết

$$L(\overline{x}, \overline{\lambda}) = \min_{x} \max_{\lambda} L(x, \lambda) \tag{7-60}$$

Như vậy định lí Kuhn – Tucker cho phép chuyển việc giải bài toán qui hoạch lồi trở về thủ tục tìm điểm yên ngựa không âm $(\overline{x}, \overline{\lambda})$ của hàm Lagrange $L(x, \lambda)$.

Thủ tục đó có thể bắt đầu bằng điểm bất kì không âm $x(0)$, $\lambda(0)$ và đi tiếp theo hướng làm giảm hàm $L(x, \lambda)$ theo x và tăng hàm $L(x, \lambda)$ theo λ. Có thể viết giá trị ở bước $(k + 1)$ của x và λ trong dạng

$$\left.\begin{aligned} x[k+1] &= max \{0; \; x[k] - \alpha\Delta_x L(x[k], \lambda[k])\} \\ \lambda[k+1] &= max \{0; \; \lambda[k] + \alpha\Delta_\lambda L(x[k], \lambda[k])\} \end{aligned}\right\} \tag{7-61}$$

trong đó α số dương được chọn và

$$\Delta_x L(x, \lambda) = \left(\frac{\partial L}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial L}{\partial x_n}\right)$$

$$\Delta_\lambda L(x, \lambda) = \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda_1}, \ldots, \frac{\partial L}{\partial \lambda_m}\right)$$

Trong biểu thức (7-61) vecto $\nabla_x L(x, \lambda)$ còn gọi là gradient của hàm L và xác định hướng giảm nhanh nhất hàm $L(x, \lambda)$ khi cố định λ. Tương tự, vecto $\nabla_\lambda L(x, \lambda)$ xác định hướng tăng nhanh nhất của hàm $L(x, \lambda)$ khi cố định x.

Tinh thần của thủ tục tiến dần đến điểm yên ngựa trên đây trong trường hợp bài toán qui hoạch phi tuyến chính là một dạng của phương pháp gradient, mà nội dung chủ yếu sẽ trình bày sau [chương 10].

Trong nhiều trường hợp thủ tục trên muốn nhanh đến kết quả phải nhờ đến những thuật toán khác như đơn hình, để hoàn thiện từng bước. Nội dung của phương pháp đơn hình được trình bày chi tiết ở chương sau.

Sau đây minh họa việc áp dụng định lí Kuhn – Tucker qua một thí dụ đơn giản nhất, lấy ở mục 7-2. Nếu bây giờ có bài toán

Tìm $\overline{x}_1$, $\overline{x}_2$ sao cho

$$F(x) = x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow min$$

với ràng buộc

$$g(x) = \frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} - 1 \geqslant 0$$

Ta thành lập hàm Lagrange $L(x, \lambda) = F(x) - \lambda g(x)$

$$L(x, \lambda) = x_1^2 + x_2^2 - \lambda\left(\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} - 1\right)$$

Theo điều kiện Kuhn — Tucker phải có:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_1} = 2\overline{x}_1 - \frac{\lambda}{2} \geqslant 0 \text{ và } \left(2\overline{x}_1 - \frac{\overline{\lambda}}{2}\right)\overline{x}_1 = 0\\
&\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_2} = 2\overline{x}_2 - \frac{\lambda}{3} \geqslant 0 \text{ và } \left(2\overline{x}_2 - \frac{\overline{\lambda}}{3}\right)\overline{x}_2 = 0\\
&\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial \lambda} = -\frac{x_1}{2} - \frac{x_2}{3} + 1 \leqslant 0 \text{ và } -\left(\frac{\overline{x}_1}{2} + \frac{\overline{x}_2}{3} - 1\right)\overline{\lambda} = 0
\end{aligned} \tag{7-62}$$

Theo đầu bài rõ ràng $\overline{x}_1$ và $\overline{x}_2$ phải dương, vì nếu $\overline{x}_1 = 0$; $\overline{x}_2 = 0$ thì bất đẳng thức $g(x) \geqslant 0$ không thỏa mãn.

Từ đây giải $\overline{x}_1$, $\overline{x}_2$, $\overline{\lambda}$ từ hệ :

$$2\overline{x}_1 - \frac{\overline{\lambda}}{2} = 2\overline{x}_2 - \frac{\overline{\lambda}}{3} = \frac{\overline{x}_1}{2} + \frac{\overline{x}_2}{3} - 1 = 0$$

Có kết quả

$$[\overline{x}_1 ; \overline{x}_2] = \left[\frac{18}{13} ; \frac{12}{13}\right] ; \overline{\lambda} = \frac{72}{13}$$

Nhận xét : trong trường hợp này điểm $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ ứng với $\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial x_i} = 0$; $i = 1,2$ và giá trị $\overline{\lambda}$ ứng với $\frac{\partial L(x,\lambda)}{\partial \lambda} = 0$.

Tuy nhiên khi giải bài toán tối ưu có ràng buộc là những bất đẳng thức thì sử dụng những phương pháp qui hoạch toán học tiện lợi hơn mà sau đây ở các chương tiếp theo sẽ lần lượt trình bày.

Chương tám

ÁP DỤNG BÀI TOÁN QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH TRONG HỆ THỐNG ĐIỆN

8-1. MỞ ĐẦU

Như trong chương trước đã trình bày, khi giải quyết bài toán tìm cực trị của hàm nhiều biến với các ràng buộc là những bất đẳng thức, phương pháp Lagrange thông thường tỏ ra ít hiệu lực. Trong trường hợp đó cần sử dụng những mô hình của bài toán qui hoạch.

Tính chất bất đẳng thức của các ràng buộc là một nét đặc trưng của bài toán qui hoạch và đó cũng là đặc điểm thực tế của đa số các bài toán kinh tế — kỹ thuật.

Trong chương này sẽ trình bày những khái niệm cơ bản của bài toán qui hoạch tuyến tính, nội dung của thuật toán đơn hình để tìm lời giải và sơ lược về bài toán vận tải và qui hoạch số nguyên. Một phần của chương dành cho những áp dụng để thành lập và giải một số bài toán kinh tế — kỹ thuật của hệ thống điện.

Bài toán qui hoạch tuyến tính được mô tả nhờ hàm mục tiêu và những bất đẳng thức tuyến tính (hệ số là hằng), trong đó tồn tại vô số lời giải cho phép và phải tìm một (hoặc một số) lời giải tối ưu. Sau đây đưa ra một thí dụ đơn giản trong lĩnh vực hệ thống điện dẫn đến bài toán qui hoạch tuyến tính. Chẳng hạn có hai nhà máy nhiệt điện 1 và 2 sản xuất điện từ loại than *a* và *b*. Suất tiêu hao than $\gamma\left[\frac{\text{kg}}{\text{kWh}}\right]$ của từng nhà máy ứng với mỗi loại than có giá trị ghi trong bảng sau:

Loại than / Nhà máy		b
1	0,4	0,4
2	0,6	0,2

Cần xác định lượng điện năng A_1 sản xuất từ nhà máy 1 và A_2 từ nhà máy 2 trong một ngày đêm sao cho

$$A_1 + A_2 \Rightarrow max$$

đồng thời phải tuân theo ràng buộc:

Lượng than loại a tiêu hao trong một ngày đêm ở cả hai nhà máy không quá 24 tấn và loại b không quá 12 tấn.

Gọi x_1, x_2 là điện năng [MWh] sản xuất trong một ngày đêm bởi nhà máy điện 1 và 2. Bài toán trên đây trở thành:

Xác định x_1, x_2 sao cho

$$x_1 + x_2 \Rightarrow max \qquad (8\text{-}1)$$

và thỏa mãn các bất đẳng thức

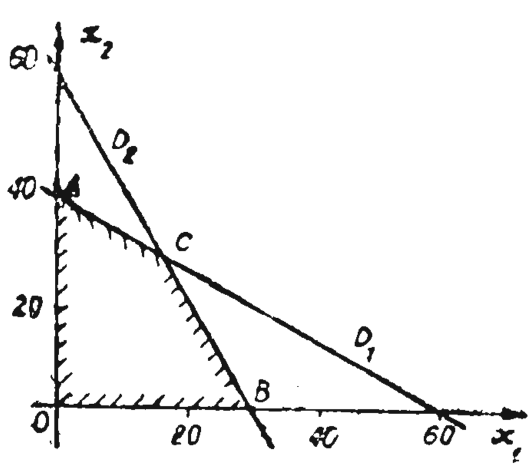
$$\left.\begin{aligned} 0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 &\leqslant 24 \\ 0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 &\leqslant 12 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}2)$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &\geqslant 0 \\ x_2 &\geqslant 0 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}3)$$

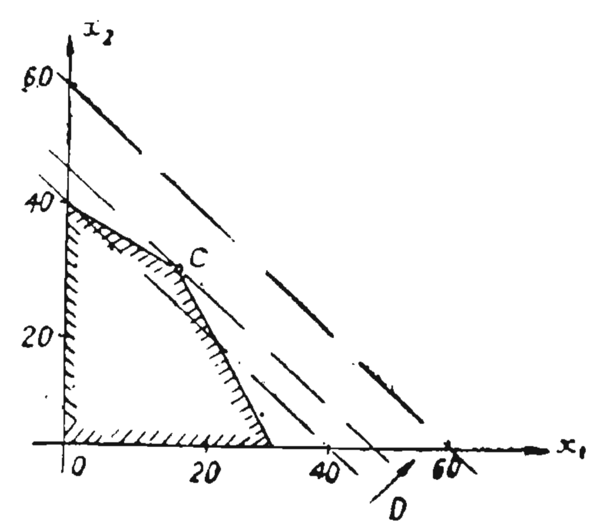
Từ điều kiện (8-2) và (8-3) thấy rằng có vô số giá trị x_1, x_2 thỏa mãn. Nhưng vì phải đồng thời thỏa mãn điều kiện của hàm mục tiêu (8-1) nên ở đây chỉ có một cặp giá trị (x_1, x_2) duy nhất.

Đối với bài toán đơn giản này có thể giải bằng phương pháp hình học như sau:

Trước hết lấy hai trục tọa độ là x_1, x_2, xây dựng các miền thỏa mãn các ràng buộc (8-2) và (8-3)



Hình 8-1



Hình 8-2

Ràng buộc (8-3) được thể hiện bởi miền không âm của giá trị x_1 và x_2 (hình 8-1). Ràng buộc (8-2) được thỏa mãn bởi các giá trị x_1 và x_2 nằm dưới đường.

$$D_1 \equiv \{0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 = 24\} \quad \text{và} \quad D_2 \equiv \{0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 = 12\}$$

Từ đây thấy rằng mọi giá trị x_1, x_2 nằm trong tứ giác OACB đều thỏa mãn các ràng buộc (8-2) và (8-3). Tuy nhiên phải chọn trong các giá trị đó một cặp (hoặc một số cặp) $\{x_1, x_2\}$ thỏa mãn thêm điều kiện

$$x_1 + x_2 \Rightarrow max$$

Biểu thức $x_1 + x_2$ được biểu diễn bởi đường thẳng D (hình 8-2). Vì điều kiện (8-1) cần $max\ (x_1+x_2)$ nên phải chuyển dịch đường D theo phía tăng giá trị x_1, x_2 và song song với đường cũ, chừng nào còn có điểm chung với tứ giác lời giải cho phép OACB. Vì vậy lời giải tối ưu là giá trị x_1, x_2 ứng với điểm C tại đó giá trị x_1, x_2 nhận được từ hệ phương trình:

$$0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 = 24$$

$$0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 = 12$$

Giải ra

$$x_1 = 15\ [\mathrm{MWh}]$$

$$x_2 = 30\ [\mathrm{MWh}]$$

$$max\ (x_1 + x_2) = 45\ [\mathrm{MWh}]$$

Từ đây thấy rằng trong trường hợp đơn giản, lời giải của bài toán qui hoạch tuyến tính được thể hiện rõ trong dạng hình học, chẳng hạn các giá trị cho phép của nghiệm (x_1, x_2) luôn luôn tạo thành một tập lồi (ở đây là đa giác lồi OACB) và lời giải tối ưu luôn luôn nằm trên các đỉnh (hoặc cạnh) của đa giác. Tuy nhiên khi số ẩn lớn hơn 2 việc giải bài toán qui hoạch tuyến tính bằng hình học vẫn có thể được nhưng phức tạp và khó hình dung. Trong trường hợp đó thường sử dụng phương pháp giải tích, nội dung sẽ trình bày trong các mục tiếp theo.

8-2 NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN CỦA BÀI TOÁN QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH

Giải bài toán qui hoạch tuyến tính là xây dựng phương pháp xác định lời giải để cực trị một hàm mục tiêu khi những ràng buộc trong dạng đẳng thức hoặc bất đẳng thức.

Trong những năm gần đây những phương pháp qui hoạch tuyến tính có ứng dụng rất rộng rãi trong các lĩnh vực kinh tế, kỹ thuật.

Tuy bài toán qui hoạch tuyến tính xuất phát từ nhiều giả thiết đơn giản hóa vấn đề nghiên cứu, chẳng hạn coi các hệ số ở hàm mục tiêu và ràng buộc là hằng số, coi đối tượng nghiên cứu nằm trong hoàn cảnh tất định (mọi thông tin ban đầu đều rõ), lời giải chỉ thỏa mãn đơn chỉ tiêu v.v..., nhưng thủ tục, thuật toán được xây dựng mang tính chất cơ bản, kinh điển, áp dụng hiệu lực trong những trường hợp mở rộng giả thiết theo chiều hướng tiếp cận với thực tế của bài toán (tính ngẫu nhiên, bất định, đa chỉ tiêu). Vì vậy cần quan tâm đầy đủ đến những phương pháp giải của bài toán qui hoạch tuyến tính (QHTT).

Bài toán QHTT có thể phát biểu trong dạng toán học như sau:

Cần xác định một hệ giá trị các ẩn $\{x_j\}$; $j = 1,2,\ldots, n$ sao cho đồng thời thỏa mãn ba loại ràng buộc sau:

Ràng buộc về hàm mục tiêu

$$Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \Rightarrow min\,(max) \tag{8-4}$$

Ràng buộc về tương quan giữa các ẩn

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geqslant b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geqslant b_2 \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geqslant b_m \end{array}\right\} \quad (8\text{-}5)$$

Ràng buộc về tính không âm của giá trị ẩn

$$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0 \dots, x_n \geqslant 0 \quad (8\text{-}6)$$

Trong đó a_{ij}, b_i, c_j; $i = 1,2,\dots, m$; $j = 1,2,\dots, n$ là những hằng số đã cho.

Trong lí thuyết qui hoạch thường phân các bài toán QHTT thành hai dạng: dạng chính tắc và dạng chuẩn.

Bài toán QHTT là dạng chính tắc khi thỏa mãn ba giả thiết sau đây:

1) Hàm mục tiêu $Z(x)$ cần xác định cực tiểu (min)

2) Các hệ số b_i ; $i = 1,2,\dots, m$ ở vế phải của các bất đẳng thức ràng buộc (8-5) có giá trị không âm, nghĩa là $b_i \geqslant 0$.

3) Các ràng buộc về ẩn số (8-5) chỉ gồm các đẳng thức.

Bài toán QHTT là dạng chuẩn nếu đã là dạng chính tắc đồng thời phải thỏa mãn thêm giả thiết sau đây

4) Trong mỗi đẳng thức của ràng buộc (8-5) phải có mặt mỗi ẩn khác nhau với hệ số là +1. thí dụ ràng buộc (8-5) dạng sau đây

$$x_1 - 2x_3 + x_4 = 7 \quad (1)$$

$$x_2 + 5x_3 - x_4 = 8 \quad (2)$$

thỏa mãn giả thiết này, vì ở đẳng thức (1) có $+1x_1$ và không có mặt x_2 và ở (2) có $+1x_2$ và không có mặt x_1. Từ đây thấy rằng trong các ràng buộc (1), (2) trên đây có một ma trận đơn vị I của các hệ số, bậc của I bằng số đẳng thức m. Ở trường hợp thí dụ này ma trận I của x_1, x_2 và

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Những ẩn thỏa mãn giả thiết (4) này gọi là *ẩn cơ bản*, thí dụ x_1, x_2, những ẩn khác gọi là *ẩn không cơ bản*, thí dụ x_3, x_4 trong các ràng buộc nêu trên.

Từ những khái niệm phân loại dạng chính tắc và dạng chuẩn trên đây dẫn đến những định lí và định nghĩa cơ bản sau đây.

1) Định lí 1.

Mọi bài toán QHTT đều có thể biến đổi để đưa về dạng chuẩn.

Ở đây không nêu ra phần chứng minh mà chỉ giải thích như sau:

Thực vậy vì nếu giả thiết 1 không thỏa mãn, nghĩa là hàm mục tiêu có dạng $Z(x) \Rightarrow max$, thì chỉ cần nhân $Z(x)$ với -1 sẽ có $-Z(x) \Rightarrow min$, còn mọi ràng buộc khác không thay đổi.

Nếu có giá trị b_i, $i = 1,2, \dots, m$, nào đó ở vế phải của các bất đẳng thức ràng buộc là âm, nghĩa là giả thiết 2 không thỏa mãn, thì nhân toàn bộ hai vế của bất đẳng thức đó với -1, còn các điều kiện khác giữ nguyên. Chú ý khi nhân hai vế với -1, bất đẳng thức sẽ đổi chiều.

Nếu giả thiết 3 không thỏa mãn, nghĩa là trong các ràng buộc dạng (8-5) có bất đẳng thức. Khi đó ta đưa thêm các ẩn phụ để chuyển bất đẳng thức đó về đẳng thức, còn các điều kiện khác giữ nguyên. Ở hàm mục tiêu các ẩn phụ mang hệ số 0. Thí dụ:

ràng buộc $$2x_1 + 3x_2 + 2x_4 \leqslant 200$$

sẽ được chuyển thành:

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_4 + x_5 = 200$$

Cuối cùng, nếu giả thiết 4 về hệ ẩn cơ bản của bài toán không thỏa mãn, nghĩa là ở hệ phương trình ràng buộc dạng (8-5) số ẩn cơ bản chưa đủ (mỗi phương trình phải có và chỉ có mặt lần lượt mỗi ẩn với hệ số $+1$), khi đó ta thêm các *ẩn giả* (sẽ nhận giá trị bằng 0) vào những phương trình chưa có ẩn cơ bản. Những ẩn giả này sẽ có mặt ở hàm mục tiêu $Z(x)$ với hệ số M là số dương lớn tùy ý.

Ẩn giả còn gọi là ẩn nhân tạo.

Để minh họa toàn bộ định lí một, ta dùng thí dụ sau

Xác định x_1, x_2 sao cho

$$Z(x) = x_1 + x_2 \Rightarrow max$$

và thỏa mãn các ràng buộc

$$\left.\begin{aligned} 0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 &\leqslant 24 \\ 0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 &\leqslant 12 \\ x_2 &\geqslant 20 \end{aligned}\right\}$$

với điều kiện không âm của các ẩn:

$$x_1 \geqslant 0: \qquad x_2 \geqslant 0$$

Trước hết cần đưa bài toán trên đây về dạng chuẩn như sau:

Xác định x_1, x_2 sao cho

$$Z(x) = -(x_1 + x_2) + Mx_6 \Rightarrow min$$

và thỏa mãn các ràng buộc

$$0{,}4x_1 + 0{,}6x_2 + x_3 = 24 \tag{1}$$

$$0{,}4x_1 + 0{,}2x_2 + x_4 = 12 \tag{2}$$

$$x_2 - x_5 + x_6 = 20 \tag{3}$$

với $$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0$$

$$x_3 \geqslant 0; \quad x_4 \geqslant 0; \quad x_5 \geqslant 0$$

Trong thí dụ này có:

x_3; x_4; x_5 là những ẩn phụ

x_6 là ẩn giả

x_3; x_4; x_6 là hệ ẩn cơ bản.

Sở dĩ ở đây cần thêm x_6 vì x_5 tuy chỉ có mặt ở một phương trình nhưng có hệ số là -1. Nhưng nếu nhân cả hai vế của phương trình (3) với -1 để x_5 mang hệ số $+1$ thì vế phải lại có giá trị âm, trái với giả thiết 2 về dạng chuẩn.

Từ định lí 1 trên đây có thể đi đến một hệ quả quan trọng là: chỉ cần khảo sát bài toán QHTT dạng chuẩn. Bài toán đó phát biểu như sau:

Xác định $x_1, x_2, ..., x_n$ sao cho

$$Z(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \Rightarrow min \tag{8-7}$$

và thỏa mãn điều kiện:

$$\left.\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}\right\} \tag{8-8}$$

và

$$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0; \quad ..., \quad x_n \geqslant 0 \tag{8-9}$$

Trong đó, như trên đã trình bày, ở ràng buộc (8-8) luôn luôn có thể biến đổi để tạo thành hệ có m ẩn cơ bản. Ngoài ra cần chú ý rằng số phương trình ràng buộc m luôn bé hơn số ẩn n (đó là tính đặc trưng của bài toán qui hoạch) nên có vô số nghiệm thỏa mãn hệ (8-8), nói cách khác hệ (8-8) thuộc dạng vô định. Nhưng hệ nghiệm đồng thời thỏa mãn điều kiện (8-8), (8-9) và (8-7) thì hữu hạn và trong nhiều trường hợp là duy nhất.

Sau đây sẽ sử dụng một số định nghĩa để mô tả quá trình giải bài toán QHTT dạng chuẩn.

2. Định nghĩa.

a) Phương án. Còn gọi là lời giải cho phép, là một bộ giá trị các ẩn thỏa mãn điều kiện về các ràng buộc của ẩn (8-8) và (8-9). Bài toán QHTT có thể có vô số lời giải cho phép.

b) Phương án cơ bản. Còn gọi là lời giải cơ bản, là một bộ giá trị các ẩn, trong đó mọi ẩn không cơ bản nhận giá trị bằng 0. Từ đây thấy rằng số phương án cơ bản là hữu hạn, vì chỉ có hữu hạn cách chọn m ẩn cơ bản trong n ẩn ở hệ (8-8). Vì vậy khi bài toán gồm n ẩn và m phương trình ràng buộc dạng (8-8) thì số phương án cơ bản S là

$$S = C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!} \tag{8-10}$$

c) Phương án tối ưu. Còn gọi là lời giải tối ưu, là một bộ giá trị các ẩn cho phép đồng thời thỏa mãn điều kiện của hàm mục tiêu min $Z(x)$ dạng (8-7). Số phương án tối ưu là hữu hạn và trong nhiều trường hợp là duy nhất.

Trong lí thuyết qui hoạch tuyến tính đã chứng minh một định lí cần thiết và bổ ích cho việc xây dựng thuật toán giải bài toán QHTT. Sau đây chỉ trình bày và nêu hệ quả của định lí đó.

3. Định lí 2.

Bài toán QHTT dạng chuẩn nếu tồn tại lời giải tối ưu thì sẽ tìm được lời giải cơ bản tối ưu và giá trị của hàm mục tiêu $Z(x)$ tương ứng với mọi lời giải tối ưu đều bằng nhau.

Ở đây lời giải cơ bản tối ưu là bộ m giá trị các ẩn cơ bản (ẩn không cơ bản nhận giá trị 0) đồng thời thỏa mãn các ràng buộc và hàm mục tiêu của bài toán.

Từ định lí 2 dẫn đến một hệ quả quan trọng là: Để xác định lời giải tối ưu của bài toán QHTT chỉ cần xác định lời giải cơ bản tối ưu trong tập C_n^m lời giải cơ bản. Như vậy chỉ cần khảo sát những lời giải cơ bản. Hệ quả đó giảm nhẹ quá trình tính toán rất nhiều.

Như vậy thủ tục giải bài toán QHTT thu về việc tìm giá trị của m ẩn cơ bản thỏa mãn đồng thời các ràng buộc và hàm mục tiêu $Z(x)$, còn $(n-m)$ ẩn không cơ bản nhận giá trị 0. Tuy nhiên vì có C_r^m cách chọn m lời giải cơ bản trong n ẩn nên khi n lớn, quá trình giải sẽ rất lâu, phải chọn những thuật toán tốt để giảm quá trình giải. Một trong những thuật toán đáp ứng yêu cầu này là thuật toán đơn hình (Simplex), nội dung cụ thể sẽ trình bày ở mục tiếp theo.

8-3. THUẬT TOÁN ĐƠN HÌNH

Thuật toán đơn hình hay còn gọi là phương pháp đơn hình là phương pháp hoàn thiện dần lời giải, nghĩa là xuất phát từ một lời giải cơ bản, thuật toán này cho phép đi nhanh nhất đến lời giải cơ bản tối ưu (nếu tồn tại).

Danh từ đơn hình theo định nghĩa của từ điển toán học [TK—14] là đa diện đơn giản nhất. Trong tất cả các đa diện của không gian Euclide n chiều thì đơn hình có số ít mặt nhất. Thí dụ: đơn hình một chiều là đoạn thẳng, đơn hình hai chiều là tam giác, đơn hình 3 chiều là miền kín tứ diện...

Theo tinh thần đơn hình ta chỉ cần xác định số ẩn cơ bản, đó chính là m ẩn độc lập trong hệ phương trình rạng buộc, đồng thời thỏa mãn cả hàm mục tiêu $Z(x)$.

Sử dụng thuật toán đơn hình càng thuận lợi đối với những bài toán khối lượng lớn và nhờ chương trình mẫu trong bộ nhớ của máy tính điện tử.

Sau đây thuật toán đơn hình được trình bày theo hai bước. Trước hết thông qua một thí dụ bằng số để hiểu thủ tục và sau đó trình bày cách mô tả tổng quát của thuật toán đơn hình và dẫn đến sơ đồ khối để giải.

Để đơn giản ta bắt đầu sử dụng thuật toán đơn hình giải bài toán QHTT dạng chuẩn và không cần thêm ẩn giả, thông qua thí dụ sau:

THÍ DỤ 8-1.

Xác định $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ sao cho

$$Z(x) = 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \Rightarrow min \quad (8\text{-}11)$$

và thỏa mãn

$$\left.\begin{aligned} 4x_1 - 3x_2 + x_3 \qquad &= 16 \\ 3x_1 + 4x_2 + \qquad x_4 &= 21 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}12)$$

và
$$x_j > 0;\ j = 1, 2, 3, 4 \qquad (8\text{-}13)$$

Từ ràng buộc (8-12) có hai ẩn cơ bản x_3, x_4. Cho các ẩn không cơ bản x_1, x_2 nhận giá trị 0, có

$$x_3 = 16;\ x_4 = 21 \text{ và } Z(x) = 127.$$

Đó chính là phương án cơ bản thứ nhất, hoặc gọi là lời giải ở bước 1.

Để có tính tổng quát và nổi bật được những yếu tố cần điều khiển, uốn nắn, nhằm đưa nhanh quá trình giải đến đích, từ ràng buộc (8-12) có thể biểu diễn các ẩn cơ bản x_3, x_4 thông qua các ẩn không cơ bản theo biểu thức:

$$x_3 = 16 - 4x_1 + 3x_2$$
$$x_4 = 21 - 3x_1 - 4x_2$$

và

$$Z(x) = 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 127 - 19x_1 + 2x_2 \to min \qquad (8\text{-}14)$$

Đối với lời giải bước 1:

$$x_1 = 0;\quad x_2 = 0;\quad x_3 = 16;\quad x_4 = 21 \text{ có}$$
$$Z_1(x) = 127$$

rõ ràng giá trị $Z_1(x) = 127$ chưa min vì có thể tăng giá trị x_1 để giảm $Z(x)$. Từ đây thấy rằng dấu của các hệ số của các ẩn không cơ bản trong biểu thức $Z(x)$ ở (8-14) đóng vai trò quan trọng trong việc phán xét về lời giải ở bước đó.

Tổng quát, sau bước 1 ta viết được

$$Z(x) = Z_1(x) - \Delta_1 x_1 - \Delta_2 x_2 \qquad (8\text{-}15)$$

Trong thí dụ này $\Delta_1 = 19$; $\Delta_2 = -2$.

Từ đây thấy rằng: nếu sau bước 1 mà có Δ_1 và Δ_2 đều âm thì $Z_1(x)$ là giá trị min, quá trình dừng và lời giải đó là tối ưu. Nếu chỉ cần một giá trị Δ_1 hoặc Δ_2 dương thì phải tiếp tục chuyển sang bước 2.

Trước khi trình bày nội dung của bước 2, để chuẩn bị xây dựng bảng đơn hình, ta tóm tắt kết quả của bước 1 vào bảng 8-1.

Cách điền vào bảng 8-1 như sau:

Hàng 1 của các cột C_j ghi các hệ số của x_j (ở đây $j = 1, 2, 3, 4$) ở hàm mục tiêu $Z(x)$.

Hàng 2 của các cột x_j ghi tên các ẩn trong hàm mục tiêu. Ở đây là x_1, x_2, x_3, x_4.

Phần A ghi như sau:

(a)	(b)	(c)	(d)	(1)	(2)	(3)	(4)	
Bước	Hệ số ẩn cơ bản [ở Z(x)]	Tên ẩn cơ bản	Phương án	c_j				
				6	2	4	3	Hàng 1
				x_j				
				x_1	x_2	x_3	x_4	Hàng 2
1	4	x_3	16	4	-3	1	0	Phần A
	3	x_4	21	3	4	0	1	
		$Z_1(x)$	127	$\Delta_1 = 19$	$\Delta_2 = -2$	$\Delta_3 = 0$	$\Delta_4 = 0$	Hàng cuối
2	6	x_1	4	1	$-3/4$	1/4	0	
	3	x_4	9	0	25/4	$-3/4$	1	
		$Z_2(x)$	51	0	$\Delta_2 = \frac{49}{4}$	$\Delta_3 = -\frac{19}{4}$	0	
3	6	x_1	$\frac{127}{25}$	1	0	4/25	3/25	
	2	x_2	36/25	0	1	$-3/25$	4/25	
		$Z_3(x)$	$33^9/25$	0	0	$\Delta_3 = -\frac{82}{25}$	$\Delta_4 = -\frac{49}{25}$	

Các hàng ở cột (b) ghi các hệ số của ẩn cơ bản ở hàm mục tiêu $Z(x)$.

Các hàng ở cột (c) ghi tên các ẩn cơ bản của bước 1.

Các hàng ở cột (d) ghi giá trị của phương án cơ bản ở bước 1, nghĩa là ghi giá trị vế phải của m phương trình ràng buộc (3-12).

Các hàng ở các cột (1), (2), (3), (4) ghi các hệ số của hệ phương trình ràng buộc (3-12). Ở đây tạo thành ma trận

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hàng cuối: các giá trị được xác định như sau:

Cột (c) ghi $Z(x)$

Cột (d) ghi giá trị của $Z(x)$ ở bước 1, bằng tổng của các tích giữa giá trị hệ số (cột b) và giá trị phương án (cột d). Ở đây

$$Z_1(x) = 4.16 + 3.21 = 127$$

Các giá trị Δ được xác định như sau: lấy tổng của các tích giữa cột hệ số ẩn cơ bản (cột b) và giá trị tương ứng ở các cột (1), (2), (3), (4) phần A_1 sau đó trừ đi giá trị hệ số của ẩn ở hàm mục tiêu (dòng 1) ở cột tương ứng đó.

Chẳng hạn

$$\Delta_1 = 4.4 + 3.3 - 6 = 19$$

$$\Delta_2 = 3(-3) + 3.4 - 2 = -2$$

$$\Delta_3 = 0; \quad \Delta_4 = 0.$$

Chú ý: Các giá trị Δ ứng với các ẩn cơ bản luôn bằng 0.

Từ bảng 8-1 thấy rằng phương án là tối ưu ($Z_1(x)$ là min) khi mọi $\Delta_j \leqslant 0$; $j = 1, 2, \ldots, n$.

Trong thí dụ này, sau bước 1, có $\Delta_1 > 0$ nên cần tiếp tục chuyển sang bước 2, nhằm giảm giá trị $Z(x)$, nghĩa là cần chọn hệ ẩn cơ bản mới. Ở đây xuất hiện vấn đề: nên đưa ẩn mới nào vào làm ẩn cơ bản và loại ẩn cơ bản nào ra.

Trong mục sau sẽ trình bày những lập luận một cách tổng quát. Ở đây chỉ nêu ra những qui tắc đưa ẩn mới vào hệ cơ bản và loại ẩn cơ bản ra.

– Ẩn đưa vào: là ẩn ứng với giá trị Δ dương. Ở đây vì $\Delta_1 = 19$, nên ẩn x_1 sẽ được đưa vào làm ẩn cơ bản ở bước 2. Trong trường hợp có nhiều $\Delta > 0$ thì chọn ẩn đưa vào ứng với Δ có giá trị *max*, khi có nhiều giá trị Δ_{max} như nhau, chọn một ẩn tương ứng tùy ý trong các ẩn ứng với Δ_{max}.

– Ẩn loại ra được xác định theo ba bước sau:

a) Sau khi biết ẩn cần đưa vào (ở đây là x_1) ta lấy riêng các phần tử hệ số dương ở ma trận A_1 ứng với ẩn đưa vào đó. Ở đây là 4 và 3.

b) Đem các phần tử ở cột «phương án» (cột d) chia tương ứng cho các phần tử dương đã chọn. Ở thí dụ này có các giá trị

$$\frac{16}{4} = 4 \text{ và } \frac{21}{3} = 7.$$

c) So sánh các giá trị này, lấy giá trị min. Ở đây là $\frac{16}{4} = 4$. Ẩn cơ bản nào ứng với giá trị min này sẽ bị loại ra. Ở đây ẩn x_3 sẽ loại ra ở bước 2.

Tiếp theo trình bày qui tắc điền các giá trị trong bảng 8-1 ở bước 2.

Ở phương án cơ bản 2 hệ ẩn cơ bản là x_1, x_4. Để thỏa mãn định nghĩa của hệ ẩn cơ bản (có hệ số lập thành ma trận đơn vị) cần biến đổi điều kiện ràng buộc (8-12) của bài toán về dạng chuẩn, nghĩa là xuất hiện ma trận đơn vị ứng với x_1 và x_4.

Từ bảng 8-1 ở bước 1 có ma trận hệ số mở rộng (thêm cả vế phải của ràng buộc) như sau:

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b_i \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 & 0 & 16 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 21 \end{bmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c} \\ (a) \\ (b) \end{array}$$

Chia hàng (a) cho 4 có

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 21 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} (a) \\ (b) \end{array}$$

Nhân hàng (a) với -3 rồi cộng với hàng(b) có:

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 4 \\ 0 & \frac{25}{4} & -\frac{3}{4} & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

Ở đây đã có ma trận đơn vị của x_1, x_4. Vậy ràng buộc (3-12) ở bước 2 trở thành:

$$\left.\begin{aligned} x_1 \quad -\frac{3}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 \ldots\ldots \quad &= 4 \\ \ldots\ldots \frac{25}{4}x_2 - \frac{3}{4}x_3 + x_4 \quad &= 9 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}16)$$

Tương tự thủ tục ở bước 1, ta ghi những số liệu về ràng buộc (8-16) vào bước 2 và tính các giá trị $Z_2(x)$, Δ_2 và Δ_4 (bảng 8-1).

Sau bước 2 thấy rằng còn giá trị $\Delta_2 = \frac{49}{4} > 0$ nên phải tiếp tục chuyển sang bước 3, trong đó x_2 (ứng với Δ_2) sẽ đưa vào hệ ẩn cơ bản và do chỉ có hệ số $\frac{25}{4} > 0$ ở cột ứng với x_2 nên ẩn cần loại ra là x_4. Vậy ở bước 3 hệ ẩn cơ bản là x_1 và x_2. Cách tạo ma trận đơn vị cho hệ số của x_1 và x_2 dựa trên ma trận hệ số mở rộng của (8-16) tương tự như ở bước 2. Kết quả của bước 3 cũng được ghi ở bảng 8-1. Bảng 8-1 có tên là bảng đơn hình.

Ở cuối bước 3 đã có tất cả các giá trị $\Delta_j \leqslant 0$; $j = 1, 2, 3, 4$; nghĩa là giá trị $Z(x)$ đạt *min*

$$Z(x) = 33\frac{9}{25} \text{ và hệ lời giải tối ưu là:}$$

$$\{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \left\{\frac{127}{25}, \frac{36}{25}, 0, 0\right\}$$

Trong quá trình xây dựng bảng đơn hình cần chú ý:

1) Bài toán QHTT dạng chuẩn sẽ không có phương án tối ưu (còn gọi là vô nghĩa hoặc không có lời giải) nếu không thể xác định được ẩn cơ bản cần loại ra. Điều đó thể hiện là sau khi xác định được ẩn cần đưa vào hệ ẩn cơ bản, ở mọi hàng trong cột tương ứng với ẩn đó không có hệ số dương nào.

2) Khi tìm ẩn cơ bản cần loại ra có thể xảy ra trường hợp các tỉ số giữa giá trị ở cột (d) và cột tương ứng với ẩn đưa vào có nhiều giá trị min và bằng nhau. Khi đó có thể chọn ẩn cơ bản tùy ý trong chúng. Để minh họa điều đó, có thí dụ sau:

THÍ DỤ 8-2. Xác định $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ sao cho

$$Z(x) = 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 4x_5 \Rightarrow min$$

với ràng buộc

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_5 = 8 \\ 5x_2 + x_3 + 2x_5 = 4 \\ 2x_2 + x_4 + 7x_5 = 14 \end{cases}$$

và $x_j \geqslant 0$, $j = 1, 2, \ldots, 5$

— Ở bước 1 có hệ ẩn cơ bản là x_1, x_3, x_4. Xác định giá trị $Z_1(x)$ và các Δ_j; $j = 1,5$ ghi trong bảng 8-2. Các kí hiệu hoàn toàn như ở bảng 8-1

Bảng 2-8

				(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(a)	(b)	(c)	(d)	$\frac{2}{x_1}$	$\frac{3}{x_2}$	$\frac{3}{x_3}$	$\frac{8}{x_4}$	$\frac{4}{x_5}$
	2	x_1	8	1	2	0	0	2
	3	x_3	4	0	5	1	0	2
1	8	x_4	14	0	2	0	1	7
		$Z_1(x)$	140	$\Delta_1 = 0$	$\Delta_2 = 32$	$\Delta_3 = 0$	$\Delta_4 = 0$	$\Delta_5 = 62$

Từ bảng 8-2 thấy rằng sau bước 1 có $\Delta_5 = 62$ là giá trị max, nghĩa là trong bước tiếp theo cần đưa x_5 vào hệ ẩn cơ bản.

Để xác định ẩn cơ bản cần loại ra, phải tìm

$$\min\left\{\frac{8}{2};\ \frac{4}{2};\ \frac{14}{7}\right\} = \frac{4}{2} \text{ và } \frac{14}{7},$$ nghĩa là có thể loại ẩn x_4 hoặc x_3.

Trên đây thông qua thí dụ cụ thể đã trình bày cách lập bảng đơn hình để giải bài toán QHTT dạng chuẩn trong trường hợp ở hệ ràng buộc đã tồn tại một hệ ẩn cơ bản, không cần đưa các ẩn giả vào.

Trong thực tế nhiều trường hợp giả thiết đó không thỏa mãn, khi đó sẽ đưa thêm ẩn giả vào hệ phương trình ràng buộc. Do vậy thuật toán đơn hình có một số điểm cần quan tâm. Sau đây cũng sẽ thông qua thí dụ cụ thể để tìm hiểu. Chú ý rằng đối với bài toán có chứa ẩn phụ (để tạo hệ ràng buộc là đẳng thức) thuật toán đơn hình hoàn toàn như đã trình bày.

Khi bài toán QHTT dạng chuẩn có ẩn giả (ẩn nhân tạo) cần phân biệt 3 trường hợp sau:

1) *Trường hợp 1.* Qua các bước mọi ẩn bị loại hết, như vậy tìm được lời giải tối ưu cho bài toán (nếu tồn tại)

Thí dụ: Xác định $\{x_1, x_2, x_3\}$ sao cho

$$Z(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow min \tag{8-17}$$

với

$$\left.\begin{aligned} 4x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 18 \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16 \end{aligned}\right\} \tag{8-18}$$

và

$$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0; \quad x_3 \geqslant 0$$

Để đưa bài toán về dạng chuẩn cần đưa vào hệ (8-18) hai ẩn giả x_4, x_5. Khi đó hàm $Z(x)$ có dạng

$$Z(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow min$$

trong đó M số dương lớn tùy ý.

Ràng buộc (8-18) trở thành

$$4x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 \quad = 18$$
$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + \quad x_5 = 16$$
$$x_1 \geqslant 0;\ x_2 \geqslant 0;\ x_3 \geqslant 0;\ x_4 \geqslant 0;\ x_5 \geqslant 0$$
$$M > 0 \text{ lớn tùy ý}$$

Bài toán được giải theo thuật toán đơn hình ở mục trên, kết quả ghi trong bảng 8-3.

Bảng 8-3

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	−8 x_1	6 x_2	2 x_3	M x_4	M x_5
(a)	(b)	(c)	(d)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	M	x_4	18	4	4	−3	1	0
	M	x_5	16	4	3	4	0	1
		$Z_1(x)$	34M	$\Delta_1 =$ 8M + 8	$\Delta_2 =$ 7M − 6	$\Delta_3 =$ M − 2	0	0
2	M	x_4	2	0	1	−7	1	
	−8	x_1	4	1	3/4	1	0	
		$Z_2(x)$	2M − 32	0	$\Delta_2 =$ M − 12	$\Delta_3 =$ −7M − 10	0	
3	6	x_2	2	0	1	−7		
	−8	x_1	5/2	1	0	−17/4		
		$Z_3(x)$	−8	0	0	$\Delta_3 = -10$		

Trong quá trình tính toán khi ẩn giả nào đó bị loại khỏi hệ ẩn cơ bản thì không sử dụng ở bước tiếp (bảng 8-3).

Từ bảng 8-3 thấy rằng: sau bước 3 mọi $\Delta_j \leqslant 0$ và các ẩn giả x_4, x_5 bị loại khỏi hệ ẩn cơ bản. Phương án tối ưu có giá trị

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \{2, 5/2, 0\}$$

và
$$\min Z(x) = -8.$$

2) ***Trường hợp 2.*** Qua các bước ẩn giả không bị loại hết nhưng trong hệ cơ bản chúng nhận giá trị 0. Bài toán có lời giải tối ưu.

Thí dụ: Xác định $\{x_1, x_2, x_3\}$ sao cho

$$Z(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 \to \min$$

với

$$4x_1 + x_2 - 3x_2 = 18 \quad \cancel{(18)} \quad (16)$$
$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$$

và

$$x_j \geqslant 0;\ j = 1, 2, 3.$$

Sau khi đưa vào hai ẩn giả x_4, x_5 bài toán trở thành:

Xác định $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ sao cho

$$Z(x) = -8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow min$$

với

$$4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 16$$

$$4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_5 = 16$$

và

$$x_j \geqslant 0; \quad j = 1, 2, 3, 4, 5.$$

$$M > 0; \quad \text{lớn tùy ý.}$$

Lập bảng đơn hình để giải. Kết quả ghi trên bảng 8-4.

Bảng 8-4

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	-8 x_1	6 x_2	2 x_3	M x_4	M x_5
1	M	x_4	16	4	1	-3	1	0
	M	x_5	16	4	3	4	0	1
		$Z_1(x)$	32M	$8M + 8$	$4M - 6$	$M - 2$	0	0
2	M	x_4	0	0	$-1/2$	-5	1	
	-8	x_1	4	1	3/4	1	0	
		$Z_2(x)$	-32	0	$-\dfrac{M+24}{2}$	$-5M-10$	0	

Từ bảng 3-4 thấy rằng: sau bước 2 mọi $\Delta_j \leqslant 0$ và ẩn giả x_4 tuy có mặt ở hệ ẩn cơ bản nhưng nhận giá trị 0. Vậy bài toán có lời giải tối ưu là

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \{4, 0, 0\} \qquad \text{và}$$

$$min\ Z(x) = -32.$$

3) *Trường hợp 3*. Qua các bước, ẩn giả không bị loại khỏi hệ ẩn cơ bản mà nhận giá trị dương, khi đó bài toán là vô nghiệm (không có lời giải).

Trên đây đã thông qua thí dụ để trình bày những bước của thuật toán đơn hình giải bài toán QHTT. Nội dung chủ yếu trong các bước là xác định hệ ẩn cơ bản nhờ biến đổi các giá trị ma trận hệ số của ràng buộc. Từ đó xác định được giá trị phương án và các Δ_j; $j = 1, 2, ..., n$. Chỉ tiêu để dừng quá trình là mọi $\Delta_j \leqslant 0$, khi đó nhận được tập giá trị tối ưu của hệ ẩn cơ bản và min $Z(x)$.

Những thảo luận trên đây có thể trình bày một cách tổng quát, chặt chẽ theo ngôn ngữ toán học nhằm mô tả khái quát thuật toán đơn hình và áp dụng giải trên máy tính điện tử. Đó là nội dung của mục tiếp theo.

8-4. MÔ TẢ TỔNG QUÁT THUẬT TOÁN ĐƠN HÌNH.

Giả thiết bài toán QHTT đã đưa về dạng chuẩn và được phát biểu trong dạng ma trận như sau:

Xác định $[X]$ sao cho

$$Z(X) = [C]\,[X] \rightarrow min \tag{8-19}$$

với ràng buộc

$$[A]\,[X] = [b] \tag{8-20}$$

và

$$[X] \geqslant [O] \tag{8-21}$$

Trong đó

$[X]$ là ma trận cột cấp $n.1$, mô tả các ẩn. Ở đây có $[X]^T = [x_1, x_2 ... x_n]$.

$[C]$ là ma trận hàng cấp $1.n$, mô tả các hệ số của ẩn ở hàm mục tiêu. Ở đây có $[C] = [C_1\, C_2 ...\, C_n]$.

$[A]$ là ma trận chữ nhật cấp $m.n$, mô tả các hệ số ở m phương trình ràng buộc (8-20), chú ý có $m < n$. Vậy

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

[b] là ma trận cột cấp $m.1$, mô tả các hệ số ở vế phải của m phương trình ràng buộc (8-20). Ở đây có

$$[b]^T = [b_1\, b_2 \dots b_m]$$

[0] là ma trận không cấp $n.1$

Ký hiệu T là phép chuyển vị ma trận.

Giả thiết ở hệ phương trình ràng buộc (8-20) đã tồn tại m ẩn cơ bản: $x_1, x_2, ..., x_m$ (nếu không có, sẽ dùng phép biến đổi như ở mục trước để chuyển về dạng này). Khi đó hệ ràng buộc (8-20) được viết trong dạng:

$$\left.\begin{aligned} x_1 + a_{1,m+1}\, x_{m+1} + \dots + a_{1k}\, x_k + \dots + a_{1n}\, x_n &= b_1 \\ x_2 + a_{2,m+1}\, x_{m+1} + \dots + a_{2k}\, x_k + \dots + a_{2n}\, x_n &= b_2 \\ \cdot \qquad\qquad\qquad\qquad & \cdot \\ x_m + a_{m,m+1}\, x_{m+1} + \dots + a_{mk}\, x_k + \dots + a_{mn}\, x_n &= b_m \end{aligned}\right\} \tag{8-22}$$

Trong đó $b_i \geqslant 0$; $i = 1, 2, ..., m$

Lời giải của bước 1 nhận được bằng cách cho $(n - m)$ ẩn không cơ bản $x_{m+1}, x_{m+2}, ..., x_k, ..., x_n$ nhận giá trị 0. Khi đó có

$$\left[x^{(1)}\right]^T = [b_1\, b_2 \dots b_m\; 0 \dots 0] \tag{8-23}$$

trong đó $\left[x^{(1)}\right]$ là ma trận cột n ẩn cơ bản của bước 1.

Hàm mục tiêu $Z(x)$ ở bước 1 nhận giá trị:

$$Z_1(x) = c_1 b_1 + c_2 b_2 + \dots + c_m b_m \tag{8-24}$$

Bây giờ giả thiết cần thay đổi hệ ẩn cơ bản, nhằm giảm giá trị $Z_1(x)$.

Chẳng hạn cho x_k ($k \in \overline{m+1, n}$) nhận giá trị $t > 0$. Khi đó ma trận lời giải có dạng:

$$\left[x^{(2)}\right]^T = [(b_1 - a_{1k}t);\ (b_2 - a_{2k}t);\ \ldots;\ (b_m - a_{mk}t);\ 0;\ \ldots;\ t;\ 0\ \ldots\ 0] \quad (8\text{-}24a)$$

Và giá trị hàm $Z(x)$ trở thành

$$Z_2(x) = c_1[b_1 - a_{1k}t] + c_2[b_2 - a_{2k}t] + \ldots + c_m[b_m - a_{mk}t] + c_k t$$

có thể biến đổi thành

$$Z_2(x) = c_1b_1 + c_2b_2 + \ldots + c_mb_m - t[c_1a_{1k} + c_2a_{2k} + \ldots + c_ma_{mk} - c_k] \quad (8\text{-}25)$$

Kí hiệu $$Z_k = c_1a_{1k} + c_2a_{2k} + \ldots + c_ma_{mk} \quad (8\text{-}26)$$

Từ biểu thức (8-25) viết được

$$Z_2(x) = Z_1(x) - t[Z_k - c_k] \quad (8\text{-}27)$$

Vì đã giả thiết $t > 0$ nên từ biểu thức (8-27) thấy rằng muốn có lời giải $\left[x^{(2)}\right]$ ở bước 2 tốt hơn $\left[x^{(1)}\right]$, nghĩa là $Z_2(x) < Z_1(x)$ ta phải có điều kiện sau đây:

$$Z_k - C_k > 0$$

và khi đó cần đưa x_k (nhận giá trị $t > 0$) vào hệ ẩn cơ bản.

Trong trường hợp mọi giá trị $(Z_k - C_k) \leqslant 0$; $k = 1, 2, \ldots, n$ chứng tỏ lời giải ở bước đó là tối ưu.

Giá trị $Z_k - C_k$ ở đây chính là Δ_j trong các thí dụ ở mục trước. Để tiện ta kí hiệu $\Delta_j = Z_j - C_j$; $j = 1, 2, \ldots, n$.

Từ thảo luận trên đây thấy rằng:

1) *Điều kiện đưa ẩn mới vào hệ cơ bản là*

Tồn tại điều kiện $\Delta_j = Z_j - C_j > 0$, $j = 1, 2, \ldots, n$. Tuy nhiên để quá trình tiến nhanh đến tối ưu, thường chọn ẩn đưa vào ứng với giá trị $max\ \Delta_j$; $j = 1, 2, \ldots, n$.

2) *Điều kiện loại ẩn cơ bản cũ ra.*

Như trên đã trình bày, giả thiết ẩn x_k có giá trị $t > 0$ được đưa vào hệ ẩn cơ bản, khi đó các ẩn cơ bản cũ $x_1, x_2, \ldots, x_m$ nhận các giá trị mới:

$$x_1 = b_1 - a_{1k}t$$
$$x_2 = b_2 - a_{2k}t$$
$$x_m = b_m - a_{mk}t.$$

Để thỏa mãn điều kiện không âm về giá trị các ẩn cơ bản, phải có

$$b_i - a_{ik}t \geqslant 0;\quad i = 1, 2, \ldots, m \quad (8\text{-}28)$$

Vì đã giả thiết $t > 0$ nên nếu $a_{ik} \leqslant 0$ thì biểu thức (8-28) luôn luôn thỏa mãn, nhưng khi đó các ẩn cơ bản mới có giá trị vượt quá giới hạn b_i; $i = 1, 2, \ldots, m$, trái với điều kiện ràng buộc ban đầu, vô lí. Vậy điều kiện cần để có ẩn cơ bản loại ra ở bước tiếp theo là trong m hệ số a_{ik} (ứng với ẩn đưa vào x_k); $i = \overline{1, m}$, phải tồn tại ít nhất một hệ số dương. Đây chính là điều chú ý đã nêu ở mục trước về trường hợp xác định ẩn cơ bản loại ra.

Từ đây với $a_{ik} > 0$ có

$$t < \frac{b_i}{a_{ik}}$$

Để đảm bảo cho mọi ẩn cơ bản có giá trị không âm, phải chọn ẩn cơ bản loại ra ứng với điều kiện

$$min \left\{ \frac{b_i}{a_{ik}} \right\} i = 1, 2, ..., m \qquad (8\text{-}29)$$

Biểu thức (8-29) chính là bước làm ở mục trước, đem các giá trị ở cột phương án chia tương ứng với các phần tử dương ở ma trận A ứng với cột của ẩn đưa vào, rồi chọn giá trị min [xem mục 8-3].

Giả thiết min $\left\{ \frac{b_i}{a_{ik}} \right\}$ ứng với hàng l, nghĩa là

$$min \left\{ \frac{b_i}{a_{ik}} \right\} = \frac{b_l}{a_{lk}} \qquad (8\text{-}30)$$

và ẩn cơ bản x_l sẽ bị loại khỏi hệ ẩn cơ bản ở bước sau.

Như vậy ở bước tiếp theo $(s + 1)$ sẽ đưa x_k vào hệ ẩn cơ bản và loại x_l ra.

Sau đây trình bày cách thành lập các giá trị mới của ma trận các hệ số ràng buộc $[A]$ và $\{b\}$.

Để tiện theo dõi ta thành lập bảng đơn hình ở bước (s), sau đó xác định các hệ số $a_{ij}^{(s+1)}$ và $b_i^{(s+1)}$ ở bước $(s + 1)$ (bảng 8-5).

Bảng 8-5

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	c_1 x_1	c_2 x_2	... ...	c_k x_k	... ...	c_n x_n
	c_1	x_1	$b_1^{(s)}$	$a_{11}^{(s)}$	$a_{12}^{(s)}$	...	$a_{1k}^{(s)}$	...	$a_{1n}^{(s)}$
	c_2	x_2	$b_2^{(s)}$	$a_{21}^{(s)}$	$a_{22}^{(s)}$	...	$a_{2k}^{(s)}$	...	$a_{2n}^{(s)}$
			.	.	.				
s	c_l	x_l	$b_l^{(s)}$	$a_{l1}^{(s)}$	$a_{l2}^{(s)}$	...	$a_{lk}^{(s)}$	...	$a_{ln}^{(s)}$
			.	.	.		.		.
	c_m	x_m	$b_m^{(s)}$	$a_{m1}^{(s)}$	$a_{m2}^{(s)}$	...	$a_{mk}^{(s)}$	...	$a_{mn}^{(s)}$
			$Z_s(x)$	Δ_1	Δ_2	...	Δ_k	...	Δ_n

3) Về hệ số của ma trận $[A]$.

– Đối với các hệ số ở hàng l ứng với ẩn x_l cần loại ra, nghĩa là cần xác định

$$a_{l1}^{(s+1)};\ a_{l2}^{(s+1)};\ ...;\ a_{lk}^{(s+1)},\ ...,\ a_{ln}^{(s+1)}$$

Các giá trị $a_{lj}^{(s+1)}$ được xác định theo biểu thức sau:

$$a_{lj}^{(s+1)} = \frac{a_{lj}^{(s)}}{a_{lk}^{(s)}}; \quad j = 1, 2, ..., n \tag{8-31}$$

Như vậy $a_{lk}^{(s+1)} = 1$ (vì ẩn x_k trở thành ẩn cơ bản).

— Đối với các hàng khác, không ứng với ẩn x_l loại ra, $a_{ij}^{(s+1)}$ được xác định theo biểu thức sau:

$$a_{ij}^{(s+1)} = a_{ij}^{(s)} - \frac{a_{lj}^{(s)}}{a_{lk}^{(s)}} a_{ik}^{(s)} \tag{8-32}$$

$$i = 1, 2, ..., m \text{ và } i \neq l$$
$$j = 1, 2, ..., n$$

4) *Về hệ số của ma trận* $[b]$.

— Đối với hàng l, ứng với ẩn loại ra x_l ở bước $(s + 1)$ có:

$$b_l^{(s+1)} = \frac{b^{(s)}}{a_{lk}^{(s)}} \tag{8-33}$$

— Đối với các hàng khác, cần xác định $b_i^{(s+1)}$; $i \neq l$ và $i = 1, 2, ..., m$, có biểu thức

$$b_i^{(s+1)} = b_i^{(s)} - \frac{b_l^{(s)}}{a_{lk}^{(s)}} a_{ik}^{(s)} \tag{8-34}$$

Sau khi xác định được mọi giá trị $a_{ij}^{(s+1)}$ và $b_i^{(s+1)}$ quá trình tính toán lặp lại như ở bước (s), nghĩa là xác định $Z_s(x)$ và $\Delta_j^{(s+1)}$: $j = 1, 2, ..., n$ trong đó

$$\Delta_j^{(s+1)} = Z_j^{(s+1)} - C_j^{(s+1)}$$

Quá trình dừng lại khi mọi $\Delta_j \leqslant 0$; $j = 1, 2, ..., n$. Sơ đồ khối mô tả thuật toán đơn hình được diễn tả trên hình 8-3.

Để minh họa rõ hơn, ta trở lại thí dụ bằng số ở mục trên và lập bảng đơn hình dựa trên những biểu thức tổng quát:

Xác định $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ sao cho

$$Z(x) = 6x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \Rightarrow min$$

với điều kiện

$$4x_1 - 3x_2 + x_3 = 16$$
$$3x_1 + 4x_2 + x_4 = 21$$

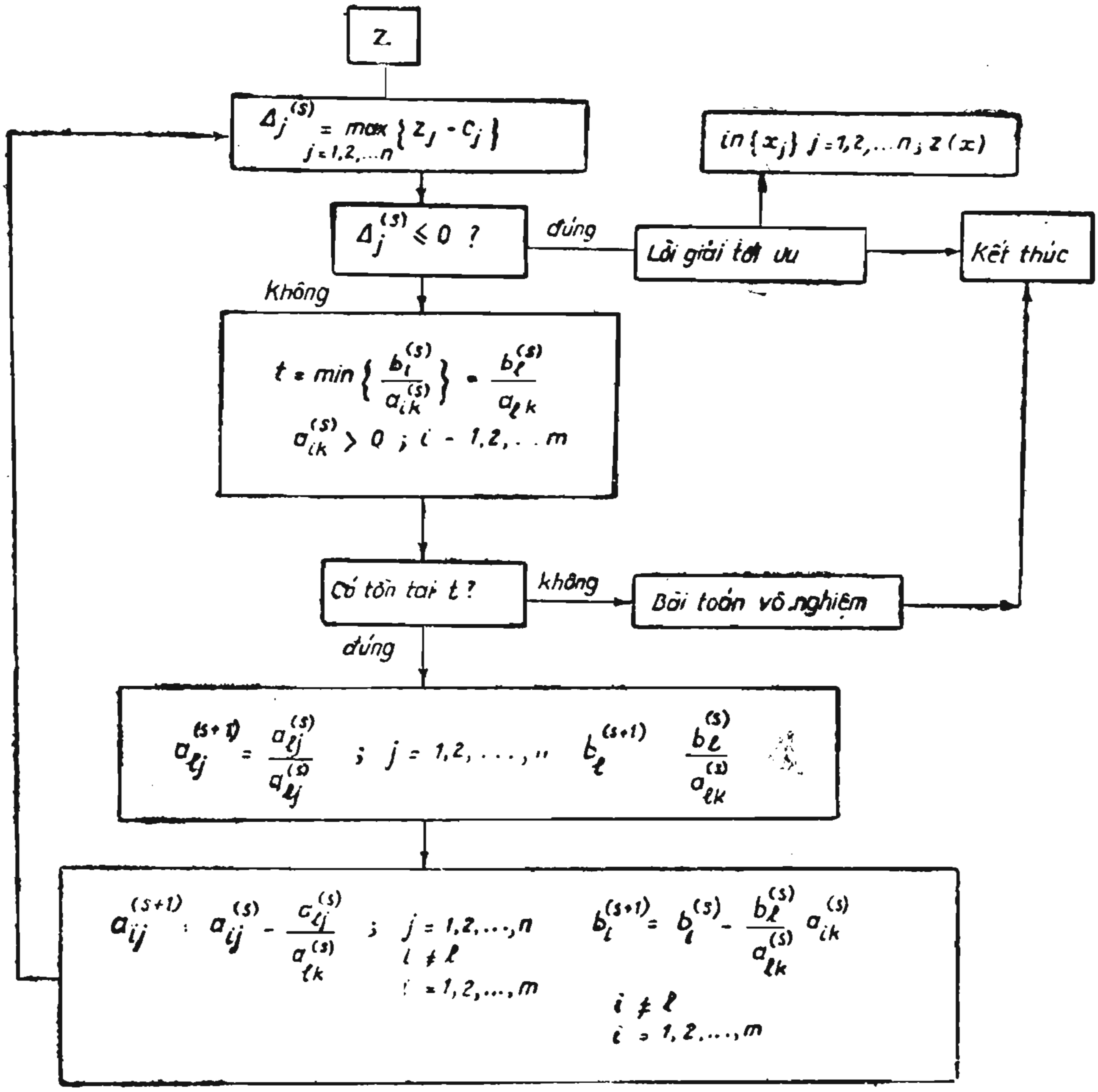
và $$x_j \geqslant 0; \; j = 1, 2, 3, 4$$

ở đây có :

Dạng chuyển vị của ma trận cột các ẩn là :

$$[x]^T = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4]$$

Ma trận $[C] = [6\ 2\ 4\ 3]$



Hình 8-3

Ma trận $[A]$ có dạng :

$$A = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ma trận $[l]^T = [16\ 21]$

ở bước 1 có hệ ẩn cơ bản $\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$. Vậy có phương án ở bước 1 :

$$\left[x^{(1)}\right]^T = [0\quad 0\quad 16\quad 21]$$

Hàm mục tiêu có giá trị

$$Z_1(x) = [C]\,[x] = 4\,.\,16 + 3\,.\,21 = 127$$

Cần xác định $\Delta_j = Z_j - C_j$; $j = 1, 2, 3, 4$, với

$$Z_j = C_1 a_{1j} + C_2 a_{2j} + \ldots + C_m a_{mj}.$$

Trong đó $C_1, \ldots, C_m$ là những hệ số của ẩn cơ bản ở hàm mục tiêu $Z(x)$. Trong trường hợp này là C_3 và C_4.

$a_{1j}, \ldots, a_{mj}$ là các hệ số của phương trình ràng buộc (ma trận $[A]$) ứng với cột ẩn x_j và theo các hàng của ẩn cơ bản $x_1, \ldots, x_m$, ở đây là x_3 và x_4.

Ta có:

$$Z_1 = c_3 a_{31} + c_4 a_{41} = 4\,.\,4 + 3\,.\,3 = 25$$
$$Z_2 = c_3 a_{32} + c_4 a_{42} = 4\ (-3)\ + 3\,.\,4 = 0$$
$$Z_3 = c_3 a_{33} + c_4 a_{44} = 4\,.\,1 + 0 = 4$$
$$Z_4 = c_3 a_{34} + c_4 a_{44} = 0 + 3 = 3$$

Vậy

$$\Delta_1 = Z_1 - C_1 = 25 - 6 = 19 > 0$$
$$\Delta_2 = Z_2 - C_2 = 0 - 2 = -2 < 0$$

Kết qủa như trong bảng 8-1 và ghi vào bảng 8-6 sau đây

Bảng 8-6

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	6 x1	2 x2	4 x3	3 x4
1	4	x3	16	4	−3	1	0
	3	x4	21	3	4	0	1
		Z1 (x)	127	$\Delta_1 = 19$	$\Delta_2 = -2$	0	0
2	6	x1	4	1	−3/4	1/4	0
	3	x4	9	0	25/4	−3/4	1

Từ bảng 8-6 thấy rằng vì có $\Delta_1 = Z_1 - C_1 = 19 > 0$ nên cần đưa ẩn x_1 vào hệ ẩn cơ bản ở bước 2, và có

$$min\left\{\frac{b_i}{a_{ik}}\right\} \Rightarrow min\left\{\frac{16}{4}\,;\,\frac{21}{3}\right\} = \frac{16}{4} = 4$$ nên ẩn x_3 sẽ phải loại khỏi hệ cơ bản.

Tiếp theo cần xác định a_{ij} và b_i ở bước 2.

1) Ứng với hàng của ẩn loại ra x_3 có:

$$a_{3j}^{(2)} = \frac{a_{3j}^{(1)}}{a_{31}^{(1)}}.\ \text{Vậy}\ a_{31}^{(2)} = 1;\ a_{32}^{(2)} = -\frac{3}{4};\quad a_{33}^{(2)} = \frac{1}{4}\ ;\ a_{34}^{(2)} = 0.$$

và
$$b_3^{(2)} = \frac{b_3^{(1)}}{a_{31}^{(1)}} \text{ ở đây } b_3^{(2)} = \frac{16}{4} = 4.$$

2) Ứng với các hàng khác, ở đây chỉ có một hàng của x_4, có:

$$a_{4j}^{(2)} = a_{4j}^{(1)} - \frac{a_{3j}^{(1)}}{a_{31}^{(1)}} a_{41}^{(1)}$$

Vậy
$$a_{41}^{(2)} = 3 - \frac{4}{4} 3 = 0 ; \ a_{42}^{(2)} = 4 - \frac{-3}{4} 3 = \frac{25}{4} ;$$

$$a_{43}^{(2)} = 0 - \frac{1}{4} 3 = - \frac{3}{4} ; \ a_{44}^{(2)} = 1 - \frac{0}{4} 3 = 1$$

và

$$b_4^{(2)} = b_4^{(1)} - \frac{b_3^{(1)}}{a_{31}^{(1)}} a_{41}^{(1)} = 21 - \frac{16}{4} 3 = 9$$

Kết quả được ghi trên bảng 8-6 và thấy rằng hoàn toàn phù hợp với những hệ số ở bước 2 của bảng đơn hình đã tính ở bảng 8-1.

Trên đây đã trình bày những nét cơ bản của thuật toán đơn hình để giải bài toán QHTT.

Về những nội dung chi tiết hơn của phương pháp đơn hình, chẳng hạn bài toán đơn hình đối ngẫu hoặc thuật toán đơn hình cải biên độc giả có thể tham khảo ở các tài liệu khác, chẳng hạn [TK – 12, 15...].

Tiếp theo sẽ trình bày việc áp dụng phương pháp qui hoạch tuyến tính giải một số bài toán kinh tế – kĩ thuật trong hệ thống điện. Vì có những đặc điểm riêng nên bài toán xác định cấu trúc tối ưu của mạng điện được trình bày ở chương khác.

8-5. ÁP DỤNG

Hiện nay lí thuyết QHTT cùng với thuật toán đơn hình có ứng dụng rất rộng rãi trong nhiều lĩnh vực kinh tế – kỹ thuật. Ở đây chỉ nêu một số áp dụng đối với lĩnh vực thiết kế và vận hành hệ thống điện, chẳng hạn xét một số trường hợp sau:

1. Bài toán sử dụng tối ưu các loại than ở nhà máy điện.

Một nhà máy điện (hoặc hệ thống điện) có thể dùng 4 loại than để sản xuất điện.

Cần xác định lượng điện năng tối ưu được sản xuất từ từng loại than nhằm đạt cực tiểu về chi phí sản xuất điện năng.

Gọi x_i ; $i = 1, 2, 3, 4$ là điện năng [kWh] được sản xuất hàng năm từ loại than i.

Suất tiêu hao than để sản xuất điện đã biết: q_i; $i = 1, 2, 3, 4$ [kg/kWh].

Giá thành sản xuất điện năng ứng với từng loại than là

$$c_i;\ i = 1, 2, 3, 4\ [đ/kWh]$$

Đã biết những hạn chế sau đây:

Do hạn chế về trữ lượng hoặc phụ thuộc về kế hoạch kinh tế, sản lượng hàng năm của từng loại than cung cấp để sản xuất điện không vượt quá Q_i; $i = 1, 2, 3, 4$ [kg] và của cả 4 loại than không được vượt quá Q_Σ [kg].

Ngoài ra sản lượng điện hàng năm phải đạt theo qui định là A[kWh].

Như vậy bài toán ở đây có thể phát biểu như sau:

Xác định $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ sao cho

$$Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_4 \Rightarrow min$$

Với các ràng buộc

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = A$$

$$q_1x_1 + q_2x_2 + q_3x_3 + q_4x_4 \leqslant Q_\Sigma$$

$$q_1x_1 \leqslant Q_1$$

$$q_2x_2 \leqslant Q_2$$

$$q_3x_3 \leqslant Q_3$$

$$q_4x_4 \leqslant Q_4$$

và

$$x_1 > 0;\quad x_2 \geqslant 0;\quad x_3 \geqslant 0;\quad x_4 > 0.$$

Từ đây thấy rằng cần đưa vào những ẩn phụ và ẩn giả để chuyển bài toán về dạng chuẩn, sau đó sử dụng thuật toán đơn hình để giải.

2. Bài toán xác định thời gian tối ưu sử dụng công suất cực đại.

Có hệ thống điện gồm 3 nhà máy nhiệt điện có công suất đặt tương ứng P_1, P_2, P_3.

Giả thiết giá thành sản xuất điện năng tại mỗi nhà máy điện không phụ thuộc vào chế độ làm việc và bằng c_1, c_2, c_3 [đ/kWh]. Tổng điện năng sản xuất hàng năm từ 3 nhà máy điện là A.

Cần xác định thời gian tối ưu sử dụng công suất cực đại T_{max} của mỗi nhà máy, nhằm đạt cực tiểu chi phí hàng năm về sản xuất điện năng của cả hệ thống. Biết rằng $T_{maxi} < 7000$ h; $i = 1, 2, 3$.

Kí hiệu $T_{maxi} = x_i$, $i = 1, 2, 3$.

Bài toán có thể phát biểu trong dạng:

Xác định $\{x_1, x_2, x_3\}$ sao cho

$$Z(x) = P_1c_1x_1 + P_2c_2x_2 + P_3c_3x_3 \Rightarrow \min \tag{8-35}$$

với các ràng buộc

$$P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 = A$$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 \leqslant 7000 \\ x_2 \leqslant 7000 \\ x_3 \leqslant 7000 \end{array}\right\} \tag{8-36}$$

và

$$x_i \geqslant 0;\ i = 1, 2, 3.$$

Có thể đưa bài toán về dạng chuẩn và giải theo thuật toán đơn hình. Tuy nhiên ở đây có thể căn cứ vào thực tế của bài toán, biến đổi gọn hơn để nổi bật mối tương quan giữa các giá trị c_1, c_2, c_3 và ảnh hưởng của chúng tới lời giải tối ưu.

Trong trường hợp này sẽ biến đổi (8-36) thành:

$$\left.\begin{aligned} x_1 + x_4 &= 7000 \\ x_2 + x_5 &= 7000 \\ x_3 + x_6 &= 7000 \\ P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 &= A \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}37)$$

Từ biểu thức (8-37) biến đổi để có hệ ẩn cơ bản là x_1, x_2, x_3, x_6, ta có:

$$x_1 = 7000 - x_4$$

$$x_2 = 7000 - x_5$$

$$x_3 = \frac{A - P_1x_1 - P_2x_2}{P_3} = \frac{A - P_1(7000 - x_4) - P_2(7000 - x_5)}{P_3}$$

Kết hợp với biểu thức (8-37) nhận được hệ:

$$\left.\begin{aligned} & x_1 - x_4 = 7000 \\ & x_2 - x_5 = 7000 \\ & x_3 - \frac{P_1}{P_3}x_4 - \frac{P_2}{P_3}x_5 = \frac{1}{P_3}[A - 7000(P_1 + P_2)] \\ & x_6 + \frac{P_1}{P_3}x_4 + \frac{P_2}{P_3}x_5 = 7000 - \frac{1}{P_3}[A - 7000(P_1 + P_2)] \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}38)$$

Khi đó hàm mục tiêu $Z(x)$ ở (8-35) có dạng

$$\begin{aligned} Z(x) = {} & 7000C_1P_1 + 7000C_2P_2 + C_3[A - 7000(P_1 + P_2)] + \\ & + (C_3 - C_1)P_1x_4 + (C_3 - C_2)P_2x_5 \Rightarrow min \end{aligned} \qquad (8\text{-}39)$$

Từ hệ (8-38) khi cho các ẩn không cơ bản x_4, x_5 nhận giá trị 0 thì các ẩn cơ bản có giá trị:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 7000 \\ x_2 &= 7000 \\ x_3 &= \frac{1}{P_3}[A - 7000(P_1 + P_2)] \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}40)$$

Từ biểu thức (8-39) thấy rằng giá trị của hàm $Z(x)$ phụ thuộc vào các hệ số của x_4 và x_5 là $(C_3 - C_1)P_1$ và $(C_3 - C_2)P_2$.

Giả thiết $C_3 > C_2$ và $C_3 > C_1$, nghĩa là giá thành sản xuất điện năng ở nhà máy 3 đắt nhất, khi đó hệ ẩn cơ bản (8-40) là lời giải tối ưu vì các hệ số:

$$(C_3 - C_1)P_1 > 0; \quad (C_3 - C_2)P_2 > 0$$

nếu cho x_5, x_4 nhận giá trị dương sẽ làm tăng $Z(x)$. Điều đó hoàn toàn hợp lí về nguyên tắc vận hành, vì $C_3 > C_1$, $C_3 > C_2$ nên để nhà máy điện 1 và 2 làm việc với $T_{max1} = T_{max2} = 7000$h còn nhà máy 3 làm việc chỉ để đảm bảo số điện năng còn lại, nghĩa là

$$T_{max3} = \frac{A - (P_1 + P_2)7000}{P_3}$$

Trong trường hợp $C_3 < C_1$ và $C_3 > C_2$ khi đó hệ số $(C_3 - C_1)P_1 < 0$. Từ biểu thức (8-39) thấy rằng cần đưa x_1 vào hệ ẩn cơ bản, nghĩa là giảm số giờ làm việc cực đại của nhà máy 1.

Tóm lại giá trị tối ưu của T_{max_i} ; $i = 1, 2, 3$ được xác định phụ thuộc vào quan hệ giá thành sản xuất điện năng của các nhà máy.

3. Bài toán phát triển tối ưu các nhà máy điện

Giả thiết xét bài toán đơn giản sau đây:

Để đảm bảo cung cấp cho phụ tải $P_\Sigma = 2600$ MW và $A_\Sigma = 15.600.10^3$ MWh có thể xây dựng 3 nhà máy điện. Biết công suất đặt giới hạn của từng nhà máy:

$$P_{gh1} = 900 \text{ MW}; \; P_{gh2} = 1200 \text{ MW} \text{ và } P_{gh3} = 1200 \text{ MW}.$$

Thời gian sử dụng công suất cực đại của từng nhà máy T_{maxi} nằm trong phạm vi

$$3000 \text{ h} \leqslant T_{maxi} \leqslant 7000 \text{ h}; \quad i = 1, 2, 3.$$

Xác định giá trị tối ưu về công suất cần thiết P_i và T_{maxi} của các nhà máy sao cho chi phí về xây dựng tổng các nhà máy là cực tiểu. Giả thiết hàm mục tiêu có dạng

$$Z = \sum_{i=1}^{3} (a_i + b_i T_{maxi}) P_i \tag{8-41}$$

trong đó a_i – suất vốn đầu tư xây dựng nhà máy điện i [đ/kW]

b_i – suất tiêu hao nhiên liệu cho 1 kWh điện năng của nhà máy điện i. Giả thiết giá trị b_i phụ thuộc tuyến tính với giá trị T_{maxi} theo biểu thức

$$b_i = b_{imin} + \frac{b_{imax} - b_{imin}}{T^{(2)}_{maxi} - T^{(1)}_{maxi}}(T^{(2)}_{maxi} - T_{maxi}) \tag{8-42}$$

trong đó b_{imax} và b_{imin} là cận trên và dưới của giá trị b_i, $T^{(2)}_{maxi}$; $T^{(1)}_{maxi}$ – cận trên và dưới của T_{maxi}. Ở đây có

$$T^{(2)}_{maxi} = 7000 \text{ h}; \quad T^{(1)}_{maxi} = 3000 \text{ h}$$

Giả thiết nhà máy điện i có công suất P_i và đồ thị phụ tải hàng năm có T_{maxi} được phân thành phụ tải dạng bậc thang sao cho thỏa mãn điều kiện:

$$P_i = P^{(1)}_i + P^{(2)}_i \tag{8-43}$$

$$P_i T_{maxi} = P^{(1)}_i \; T^{(1)}_{maxi} + P^{(2)}_i + T^{(2)}_{maxi}$$

Trong đó $P^{(1)}_i$, $P^{(2)}_i$; $T^{(1)}_{maxi}$, $T^{(2)}_{maxi}$ là giá trị công suất của phụ tải và thời gian sử dụng công suất cực đại ứng với đồ thị dạng bậc thang.

Sau đây sẽ chứng minh được rằng: chi phí nhiên liệu để sản xuất điện năng ở nhà máy điện có P_i và T_{maxi} với đồ thị phụ tải bất kì sẽ lớn hơn chi phí nhiên liệu khi phân P_i thành hai giá trị $P_i^{(1)}$ $P_i^{(2)}$ với đồ thị phụ tải bằng phẳng. Lượng nhiên liệu chênh lệch đó là m [kg].

Giả thiết suất tiêu hao nhiên liệu là b_i [kg/kWh], hiệu số về chi phí nhiên liệu m trên đây có dạng:

$$m = \left[P_i^{(1)} + P_i^{(2)}\right]T_{maxi}b_i - \left[P_i^{(1)}\,T_{maxi}^{(1)}\,b_{imax} + \right.$$
$$\left. + P_i^{(2)}\,T_{maxi}^{(2)}\,b_{imin}\right] \qquad (8\text{-}44)$$

Thay giá trị b_i ở (8-42) và T_{maxi} ở (8-43) vào (8-44) nhận được:

$$m = \frac{P_i^{(1)}\,P_i^{(2)}}{P_i^{(1)} + P_i^{(2)}}\,(T_{maxi}^{(2)} - T_{maxi}^{(1)})(b_{imax} - b_{imin}) \qquad (8\text{-}45)$$

Rõ ràng giá trị $m > 0$, nghĩa là phân nhà máy điện thành 2 nhà máy có đồ thị bằng sẽ làm giảm chi phí (chưa xét đến những yếu tố khác); giá trị $m = 0$ khi $T_{maxi}^{(1)} = T_{maxi}^{(2)}$, hoặc $b_{imax} = b_{imin}$.

Như vậy bây giờ bài toán có thể chuyển về tìm min của hàm $Z(P)$ dạng:

$$Z(P) = \sum_{i=1}^{3}[(a_i + b_{imax}T_{maxi}^{(1)})\,P_i^{(1)} + (a_i + b_{imin}\,T_{max}^{(2)})\,P_i^{(2)}] \qquad (8\text{-}46)$$

Hàm mục tiêu đó ứng với trường hợp thay đồ thị phụ tải thành hai mức $T_{maxi}^{(1)} = 3000h$ và $T_{maxi}^{(2)} = 7000h$.

Giả thiết đã biết giá trị các hệ số a_i, b_i [TK.2], hàm mục tiêu có dạng định lượng:

$$Z(P) = 15P_1^{(1)} + 20P_1^{(2)} + 20P_2^{(1)} + 25P_2^{(2)} + 20P_3^{(1)} + 30P_3^{(2)} \Rightarrow min$$

với các ràng buộc:

$$P_1^{(1)} + P_1^{(2)} \leqslant 900$$

$$P_2^{(1)} + P_2^{(2)} \leqslant 1200$$

$$P_3^{(1)} + P_3^{(2)} \leqslant 1200$$

$$P_1^{(1)} + P_1^{(2)} + P_2^{(1)} + P_2^{(2)} + P_3^{(1)} + P_3^{(2)} = 2600$$

$$3P_1^{(1)} + 7P_1^{(2)} + 3P_2^{(1)} + 7P_2^{(2)} + 3P_3^{(1)} + 7P_3^{(2)} = 15.600$$

Kí hiệu $P_1^{(1)} := x_1$; $P_1^{(2)} := x_2$; $P_2^{(1)} := x_3$;

$$P_2^{(2)} := x_4;\ P_3^{(1)} := x_5;\ P_3^{(2)} := x_6.$$

Để loại bỏ các bất đẳng thức ở ràng buộc cần đưa thêm 3 ẩn giả: x_7, x_8, x_9.

Bài toán được chuyển về dạng chuẩn và sử dụng thuật toán đơn hình, sau một số bước có lời giải tối ưu như sau:

$$P_1 = 900\ MW$$

$$T_{max1} = (150 \,.\, 3000 + 750 \,.\, 7000)\,\frac{1}{900} = 6333h$$

$$P_2 = 1200\ MW$$

$$T_{max2} = 7000h$$

$$P_3 = 500\ MW$$

$$T_{max3} = 3000h.$$

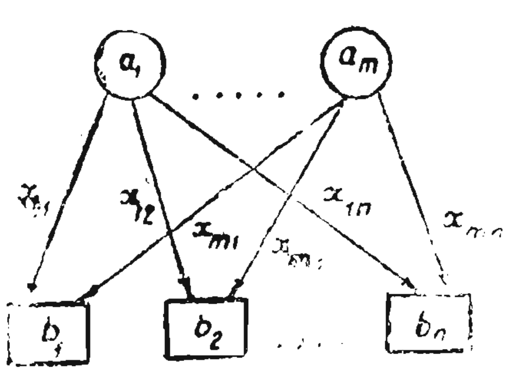
Kết quả trên đây là gần đúng do giả thiết về tính chất tuyến tính giữa vốn đầu tư và công suất đặt cũng như đã giả thiết thay đồ thị phụ tải bằng dạng hai bậc thang.

8-6. BÀI TOÁN VẬN TẢI TRONG QUI HOẠCH TUYẾN TÍNH.

Bài toán vận tải là một dạng đặc biệt của bài toán QHTT, có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực kinh tế. Vì có những đặc điểm riêng nên khi giải bài toán vận tải có thể sử dụng những thuật toán đơn giản hơn phương pháp đơn hình. Trong mục này sẽ trình bày nội dung chủ yếu và phương pháp giải bài toán vận tải.

1. Thành lập bài toán vận tải.

Thực chất của bài toán vận tải là tìm phương án tối ưu để vận tải hàng hóa từ một số nơi phát, đến một số nơi nhận. Chỉ tiêu tối ưu ở đây thường là cực tiểu chi phí tổng về vận tải. Bài toán có thể mô tả như sau: Có m địa điểm phát, với các lượng hàng hóa tương ứng a_1, a_2, ..., a_m và n địa điểm nhận, với nhu cầu tương ứng b_1, b_2,..., b_n (hình 8-4). Cần xác định phương án vận tải sao cho tổng chi phí là cực tiểu, khi đã biết giá thành cước phí đơn vị C_{ij} vận tải trên đoạn đường từ nơi phát i đến nơi nhận j



Hình 8-4

Kí hiệu x_{ij} số lượng hàng cần vận tải từ nơi phát i đến nơi nhận j, khi đó điều kiện của bài toán vận tải được mô tả trong bảng 8-7

Bảng 8-7

Nơi phát	Nơi nhận				Dung lượng
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{2m} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Dung lượng	b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

Bài toán vận tải được phát biểu trong dạng toán học như sau:

Xác định các giá trị x_{ij}; $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2, ..., n$ sao cho

$$Z(x) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} x_{ij} \Rightarrow min \qquad (8\text{-}43)$$

với các ràng buộc

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i;\ i = 1, 2, ..., m \\ &\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j;\ j = 1, 2, ..., n \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}44)$$

và

$$x_{ij} \geqslant 0\ (i = 1,2, ..., m;\ j = 1,2, ..., n) \qquad (8\text{-}45)$$

Ngoài ra trong trường hợp đơn giản thường giả thiết là tổng dung lượng hàng phát đi cân bằng với tổng dung lượng nơi nhận, nghĩa là

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (8\text{-}46)$$

Chú ý rằng những hệ số ở các phương trình ràng buộc dạng (8-44) chỉ có giá trị 1 hoặc 0, vì vậy có thể sử dụng thuật toán đơn giản để giải mà không cần các bước theo thuật toán đơn hình. Tuy nhiên quá trình giải cũng bắt đầu từ một phương án cơ bản sau đó tiến dần đến phương án tối ưu

2. Xác định phương án cơ bản ban đầu.

Từ biểu thức ràng buộc (8-11) có $(m + n)$ phương trình nhưng phải tuân theo điều kiện (8-16) nên ta có $(m + n - 1)$ phương trình độc lập, nghĩa là chỉ xác định được $(m+n-1)$ ẩn cơ bản ban đầu.

Sau đây trình bày hai phương pháp xác định giá trị $(m+n-1)$ ẩn cơ bản của phương án ban đầu.

a) *Phương pháp góc tây bắc.* Xuất phát từ góc bên trái trên cùng (x_{11}) ta điền các giá trị của ẩn cơ bản và đi dần xuống góc phải dưới cùng, đồng thời luôn luôn thỏa mãn các ràng buộc (8-11) và (8-46). Ta minh họa bằng thí dụ sau:

Có hai nơi phát A_1, A_2 với các lượng hàng tương ứng $a_1 = 300$; $a_2 = 250$ và 3 nơi nhận với nhu cầu tương ứng $b_1 = 200$; $b_2 = 200$; $b_3 = 150$. Cước phí vận tải c_{ij} được ghi ở góc phải phía trên trong từng ngăn ở bảng 8-8.

Bảng 8-8

Nhận / Phát	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	6 200	4 100	2	300
A_2	3	3 100	7 150	250
b_j	200	200	150	**550**

Trên bảng 8-8, xuất phát từ góc tây bắc ta có $x_{11} = 200$ (vì $b_1 < a_1$) như vậy $x_{21} = 0$, ở ngăn A_1B_2 sẽ nhận giá trị $(a_1 - 200) = 100$ v.v... Tiếp tục đi xuống góc đông nam và có giá trị của $(m+n-1)$ ẩn cơ bản. Ở thí dụ này:

$$m+n-1=4$$

Vậy phương án cơ bản ban đầu là:

$$x_{11}=200;\ x_{12}=100;\ x_{22}=100;\ x_{23}=150.$$ Khi đó

$$Z(x)=200\,.\,6+100\,.\,4+100\,.\,3+150\,.\,7=2950.$$

Rõ ràng phương án cơ bản ban đầu ở đây chưa đạt min $Z(x)$ cần tìm cách giảm giá trị $Z(x)$.

b) *Phương pháp cước phí cực tiểu.* Xây dựng phương án cơ bản ban đầu theo phương pháp góc tây bắc tuy đơn giản nhưng do chưa chú ý đến giá trị cước phí c_{ij} nên nhiều trường hợp giá trị $Z(x)$ của phương án ban đầu quá lớn, phải hoàn thiện nhiều bước mới đến phương án tối ưu. Vì vậy để khắc phục nhược điểm đó có thể xây dựng phương án cơ bản ban đầu theo phương pháp cước phí cực tiểu. Nội dung như sau: Bắt đầu cho ngăn có cước phí cực tiểu nhận dung lượng nhiều nhất có thể, sau đó xóa các ngăn còn lại của hàng hoặc cột đó (tùy quan hệ giữa giá trị a_i và b_j). Tiếp theo lại cho ngăn có cước phí nhỏ nhất ở những ngăn còn lại nhận dung lượng v.v... cho đến lúc thỏa mãn mọi điều kiện về ràng buộc. Chẳng hạn ở thí dụ trên theo phương pháp cước phí cực tiểu, ta có bắt đầu $x_{13}=150$, sau đó $x_{22}=200$ (hoặc x_{21} vì $c_{22}=c_{21}$) và $x_{11}=150$. Kết quả ghi trong bảng 8-9

Bảng 8-9

	B_1	B_2	B_3	a_i
A_1	6 150	4	2 150	300
A_2	3 50	3 200	7	250
b_j	200	200	150	

Theo phương án này

$$Z(x)=150.6+150.2+50.3+200.3=1950$$

nhỏ hơn nhiều so với giá trị $Z(x)$ của phương án góc tây bắc. Tuy vậy đây chưa hẳn đã là giá trị min của $Z(x)$, ở bước sau sẽ giải đáp điều đó.

3. Hoàn thiện lời giải bằng phương pháp thế vị.

Sau khi đã có giá trị của $(m+n-1)$ ẩn cơ bản ở phương án ban đầu, cần tìm phương pháp để hoàn thiện lời giải dẫn đến phương án ứng với giá trị min $Z(x)$. Sau đây sử dụng một trong những phương pháp thường dùng là phương pháp thế vị (còn gọi là phương pháp phân phối cải biên). Nội dung phương pháp thế vị gồm các bước như sau:

1. Xác định giá trị thế vị. Ứng với mỗi hàng (nơi phát $A_1, A_2, \ldots, A_m$) có thế vị $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ và mỗi cột (nơi nhận $B_1, B_2, \ldots, B_n$) có thế vị $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$. Như vậy với mỗi phương án của bài toán vận tải ta có một hệ thống $(m+n)$ thế vị $\alpha_1, \ldots, \alpha_m, \beta_1, \ldots, \beta_n$.

Giá trị của α_i, β_j được xác định như sau:

Căn cứ vào những ngăn có dung lượng hàng vận tải ứng với cước phí vận tải ta có hệ phương trình:

$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij} \tag{8-47}$$
$$i = 1, 2, \ldots, m$$
$$j = 1, 2, \ldots n$$

Theo hệ (8 — 47) ta cần xác định $(m+n)$ giá trị thế vị, nhưng ở mỗi phương án chỉ có $(m+n-1)$ ngăn có dung lượng vận tải, nghĩa là chỉ có $(m+n-1)$ giá trị c_{ij} để tạo thành $(m+n-1)$ phương trình dạng (8-47). Vì vậy một thế vị phải cho giá trị tùy ý. Thường cho $\alpha_1 = 0$ và xác định $\alpha_2, \ldots, \alpha_m$ và $\beta_1, \ldots, \beta_n$ theo (8-47).

Thí dụ ở phương án cơ bản ban đầu theo phương pháp góc tây bắc (bảng 8-10) giá trị các thế vị được xác định nhờ hệ phương trình:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 6$$
$$\alpha_1 + \beta_2 = 4$$
$$\alpha_2 + \beta_2 = 3$$
$$\alpha_2 + \beta_3 = 7$$

với $\alpha_1 = 0$ có: $\beta_1 = 6$; $\beta_2 = 4$

$\alpha_2 = -1$; $\beta_3 = 6$.

Bảng 8-10

	B_1	B_2	B_3	a_i	α_i
A_1	200 (6)	100 (4)	(2)	300	0
A_2	(3)	100 (3)	150 (7)	250	−1
b_j	200	200	150	**550**	
β_j	6	4	6		

2. *Chỉ tiêu tối ưu theo phương pháp thế vị.* Sau khi xác định được giá trị các thế vị ở phương án cơ bản ban đầu chỉ tiêu tối ưu được kiểm tra theo định lí sau.

Định lí: Phương án $X = (x_{ij})$ của bài toán vận tải là tối ưu khi các giá trị thế vị α_i, β_j thỏa mãn điều kiện sau:

$$\alpha_i + \beta_j = c_{ij} \text{ ở ngăn có } x_{ij} > 0 \quad (8\text{-}48)$$

và

$$\alpha_i + \beta_j \leqslant c_{ij} \text{ ở ngăn có } x_{ij} = 0 \quad (8\text{-}49)$$

Từ định lí trên đây thấy rằng: Điều kiện (8-48) luôn thỏa mãn, vì đã xuất phát từ các giá trị c_{ij} ở những ngăn có hàng vận tải ($x_{ij} > 0$) để xác định thế vị.

Điều kiện (8-49) chứng tỏ rằng lời giải là tối ưu khi ở những ngăn không có hàng vận tải thì giá cước phí đều lớn.

Điều kiện đó cho phép ta kiểm tra quá trình cần tiếp tục hoàn thiện hay đã đến phương án tối ưu.

Kí hiệu $\alpha_i + \beta_j = \overline{c_{ij}}$

Như vậy nếu ứng với ngăn nào đó với $x_{ij} = 0$ mà có $\overline{c_{ij}} - c_{ij} = \Delta_{ij} > 0$ thì chứng tỏ quá trình còn cần hoàn thiện, nghĩa là ngăn đó cần nhận dung lượng vận tải. Để quá trình tiến nhanh đến phương án tối ưu thường để ngăn có $\max \Delta_{ij}$ nhận dung lượng vận tải ở bước tiếp theo (tương tự như ở thuật toán đơn hình đưa ẩn có Δ_j cực đại vào hệ ẩn cơ bản ở bước tiếp theo). Giá trị x_{ij} cần đưa vào ngăn này là bao nhiêu sẽ xác định được ở mục sau.

Để minh họa chỉ tiêu tối ưu theo phương pháp thế vị ta trở lại thí dụ ở bảng 8-10. Sau khi xác định được các thế vị α_1, α_2, β_1, β_2, β_3, ta cần xác định Δ_{ij}

$\Delta_{ij} = \bar{c}_{ij} - c_{ij}$ ứng với các ngăn (A_2B_1) và (A_1B_3).

Ở đây có:

$$\Delta_{21} = 6 - 3 = +3$$
$$\Delta_{13} = 6 - 2 = +4.$$

giá trị Δ_{ij} được ghi ở góc phải phía dưới của các ngăn, (bảng 8-11) tại đó x_{ij} hiện nhận giá trị 0. Từ đây thấy rằng ở bước tiếp theo cần cho ngăn A_1B_3 nhận dung lượng, nghĩa là ẩn x_{13} sẽ nhận dung lượng vận tải. Giá trị của x_{13} ở bước tiếp theo được xác định theo nguyên tắc vòng kín sau đây.

Bảng 8-11

	B_1	B_2	B_3	a_i	α_i
A_1	6 200	4 ⊖ 100	2 ⊕ +4	300	0
A_2	3 +3	3 ⊕ 100	7 ⊖ 150	250	-1
b_j	200	200	150		
β_j	6	4	6		

3. *Nguyên tắc vòng kín hoàn thiện lời giải.* Như trên đã thấy, vì Δ_{ij} ở ngăn A_1B_3 có giá trị cực đại (+4) nên ở bước tiếp theo x_{13} sẽ nhận được giá trị dương, ta kí hiệu dấu ⊕ ở ngăn A_1B_3 (xem bảng 8-11). Vì x_{13} nhận dung lượng mà vẫn phải thỏa mãn điều kiện cân bằng dung lượng theo hàng (a_i) và theo cột (b_j) nên ngăn A_1B_2 phải bớt dung lượng: ⊖, ngăn A_2B_2 thêm dung lượng: ⊕, cuối cùng ngăn A_2B_3 phải bớt dung lượng: ⊖ (xem bảng 8-11). Như vậy nguyên tắc tăng giảm dung lượng tại các ngăn tạo thành một vòng kín. Giá trị lượng tăng giảm phải như nhau và rõ ràng phải là giá trị của ngăn có dung lượng nhỏ nhất trong vòng kín mà mang dấu ⊖

Ở thí dụ bảng 8-11 có

$$x_{13} = \min \{100; 150\} = 100$$

Vậy ở bước tiếp theo có phương án ghi trên bảng 8-12.

Theo phương án này

$$Z(x) = 200 . 6 + 100 . 2 + 200 . 3 + 50 . 7 = 2350$$

đã nhỏ hơn giá trị $Z(x)$ ở phương án góc tây bắc ban đầu.

Tiếp theo xác định các giá trị thế vị α_i, β_j và lại kiểm tra chỉ tiêu tối ưu cho lời giải bước này. Quá trình kết thúc và đạt đến lời giải tối ưu khi ứng với mọi ngăn có

$$\Delta_{ij} \leq 0$$

d) *Thí dụ*. Để minh họa ta tiếp tục giải thí dụ ở bảng 8-11 cho tới phương án tối ưu.

Căn cứ vào giá trị c_{ij} ở các ngăn (A_1B_1); (A_1B_3): (A_2B_2) và $A_2B_3)$ ta xác định giá trị các thế vị:

$$\alpha_1 = 0,\ \beta_1 = 6,\ \beta_3 = 2 \text{ và } \alpha_2 = 5,\ \beta_2 = -2 \text{ (xem bảng 8-12)}$$

Bảng 8-12

	B_1	B_2	B_3	a_i	α_i
A_1	200 $\underline{6}$	$\underline{4}$ −6	100 $\underline{2}$	300	0
A_2	$\underline{3}$ +8	200 $\underline{3}$	50 $\underline{7}$	250	5
b_j	200	200	150	550	
β_j	6	−2	2		

Tiếp theo xác định Δ_{ij} ở các ngăn trống. Cụ thể

$$\Delta_{21} = \overline{c}_{21} - c_{21} = 11 - 3 = +8;\ \Delta_{12} = -2 - 4 = -6 < 0.$$

Vậy bước tiếp theo cần cho $x_{21} = 200$; $x_{12} = 200$ và loại x_{11} và x_{22}. Kết quả được ghi ở bảng 8-13. $Z(x)$ có giá trị

$$Z(x) = 200 \,.\, 6 + 100 \,.\, 4 + 200 \,.\, 3 + 50 \,.\, 7 = 2550.$$

Xác định α_i, β_j. Kết quả ghi trên bảng 8-12. Sau đó xác định các giá trị Δ_{ij} ở ngăn (A_1B_1) và (A_2B_2)

Bảng 8-13

	B_1	B_2	B_3	a_i	α_i
A_1	$\underline{6}$ −8	200 $\underline{4}$	100 $\underline{2}$	300	0
A_2	200 $\underline{3}$	$\underline{3}$ +6	50 $\underline{7}$	250	+5
b_j	200	200	150	550	
β_j	−2	4	2		

$\Delta_{11} = -8 < 0$; $\Delta_{22} = +6$. Vậy cần tiếp tục hoàn thiện lời giải và ở bước sau x_{22} nhận giá trị

$$x_{22} = min \{ 50 ; 200 \} = 50$$

do đó $x_{12} = 150$; $x_{13} = 150$; $x_{23} = 0$. Kết quả ghi ở bảng 8-14:

Bảng 8-14

	B_1	B_2	B_3	a_i	α_i
A_1	6 −2	4 150	2 150	300	0
A_2	3 200	3 50	7 −6	250	−1
b_j	200	200	150	550	
β_j	4	4	2		

Xác định α_i, β_j: $\alpha_1 = 0$; $\alpha_2 = -1$; $\beta_1 = 4$; $\beta_2 = 4$; $\beta_3 = 2$;

Xác định Δ_{ij}:

$$\Delta_{11} = -2 < 0$$

$$\Delta_{23} = -6 < 0$$

Vậy phương án là tối ưu, hàm mục tiêu $Z(x)$ có giá trị

$$Z(x) = 150 . 4 + 150 . 2 + 200 . 3 + 50 . 3 = 1650.$$

4. Sơ đồ khối giải bài toán vận tải

Qua những thảo luận trên đây ta thấy bài toán vận tải đơn giản có thể giải theo sơ đồ khối sau đây (hình 8-5).

5. Một số chú ý

Trên đây đã trình bày nội dung cơ bản bài toán vận tải trong trường hợp có cân bằng dung lượng tổng của các nơi phát và các nơi nhận, nghĩa là

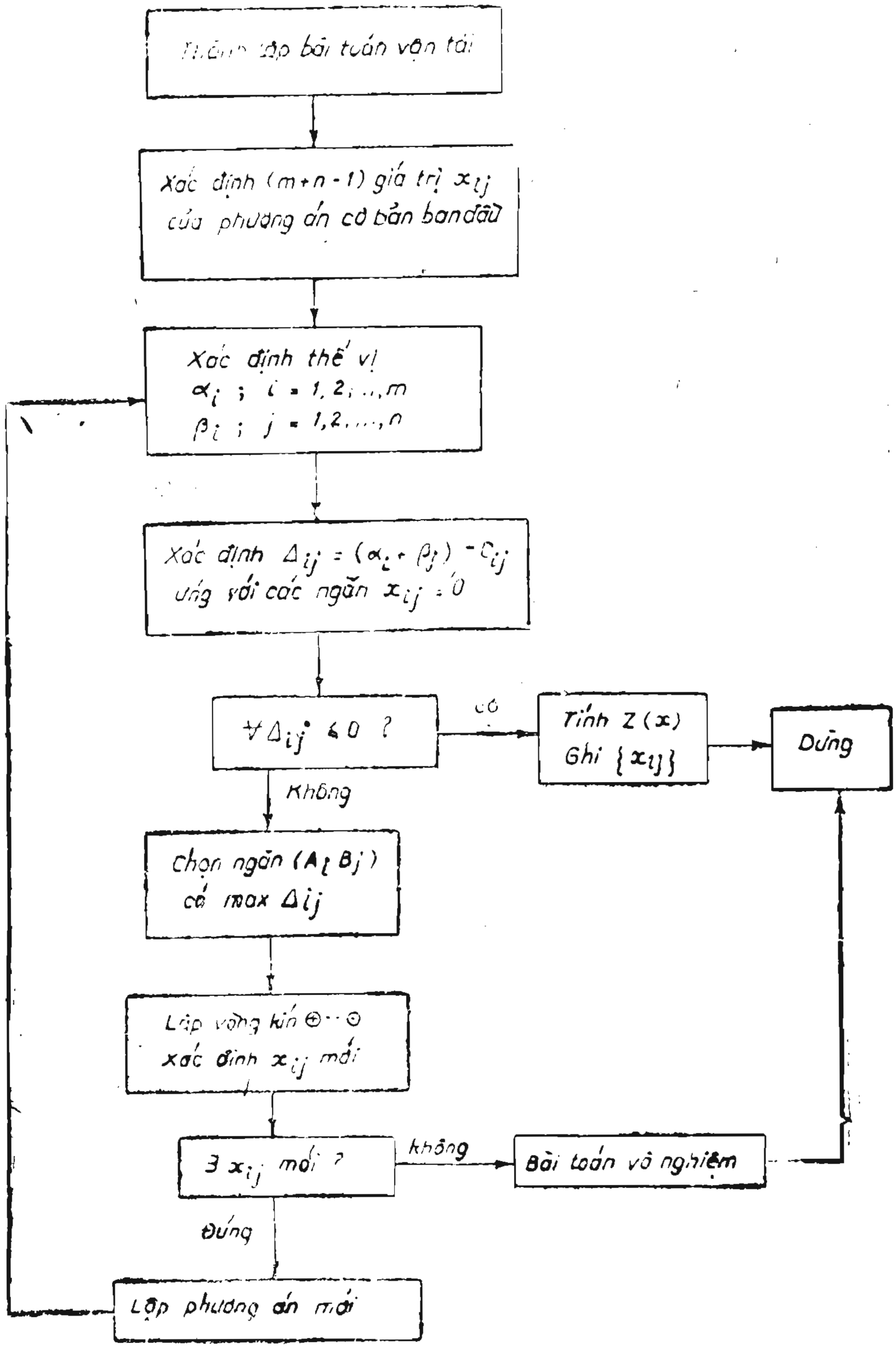
$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Trong thực tế nhiều bài toán không có điều kiện đẳng thức như trên mà có

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad \text{hoặc} \qquad \sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Trong trường hợp đó có thể đưa vào các lượng vận tải x_{ij} phụ ứng với các cước phí $c_{ij} = 0$ để trở về điều kiện cân bằng dung lượng phát và nhận [TK-9].

Ngoài ra thấy rằng khi giải bài toán vận tải đã giả thiết rằng dung lượng hàng chỉ đi từ nơi phát trực tiếp đến nơi nhận mà không tồn tại những đường



ảh 8-5

đi từ nơi phát qua nơi phát hoặc đường trung chuyền qua một nơi nhận nào đó. Giả thiết đó ứng với việc tải công suất trong hệ thống điện nhằm đảm bảo tổn thất điện năng (được hiểu như cước phí vận tải) là ít nhất. Khi đó đường gần nhất (về điện) là đường trực tiếp từ nguồn đến phụ tải. Mạng điện có cấu trúc thỏa mãn mục tiêu đó thường gọi là mạng có tổng mômen phụ tải $(\Sigma P_{ij} l_{ij})$ là nhỏ nhất. Nhưng trong thực tế cấu trúc mạng điện chỉ nhằm thỏa mãn chỉ tiêu cực tiểu chi phí về tổn thất điện năng không phải bao giờ cũng trùng với cấu trúc tối ưu, vì còn chỉ tiêu cực tiểu vốn đầu tư về đường dây (phụ thuộc tổng chiều dài các tuyến đường) cũng rất quan trọng. Vì vậy nhiều trường hợp cấu trúc tối ưu của việc chuyên tải điện năng (thỏa mãn cả hai mục tiêu trên) thường có dạng nối giữa nơi nhận với nhau và có thể nối giữa các nguồn phát.

Từ đây thấy rằng do đặc điểm của việc chuyên tải điện năng phải xây dựng riêng các tuyến đường cho nó, mà không sử dụng được các tuyến giao thông khác, nên nếu sử dụng bài toán vận tải trong việc xác định cấu trúc tối ưu của mạng điện phải có những điều kiện mở rộng. Nội dung về vấn đề này sẽ được trình bày ở chương 9.

8-7 BÀI TOÁN QUI HOẠCH SỐ NGUYÊN

Trong nhiều trường hợp thực tế lời giải của bài toán QHTT đòi hỏi phải thỏa mãn điều kiện: giá trị các ẩn x_j phải là số nguyên, không âm: 0, 1, 2... Chẳng hạn đối tượng cần xác định x_j là số nhà máy, số lượng công cụ v.v... Khi đó chỉ làm tròn giá trị x_j một cách đơn giản có thể phạm sai số lớn vì sẽ làm thay đổi giá trị thực của hàm mục tiêu.

Tính chất số nguyên của lời giải liên quan đến nhiều phương pháp giải riêng. Dưới đây chỉ trình bày nội dung chủ yếu của thuật toán Gomory để giải bài toán qui hoạch tuyến tính sao cho giá trị lời giải tối ưu là những số nguyên. Đó cũng là nội dung chủ yếu của qui hoạch số nguyên.

Chú ý rằng khi chỉ cần một bộ phận của những lời giải là số nguyên ta có qui hoạch số nguyên bộ phận.

Thực chất của thuật toán Gomory bao gồm những bước tổng quát như sau:

1) Xác định lời giải tối ưu của bài toán (chẳng hạn có thể dùng phương pháp đơn hình) không quan tâm tới điều kiện số nguyên của lời giải. Nếu một cách ngẫu nhiên các lời giải đã là số nguyên thì quá trình kết thúc. Nếu chưa đạt thì chuyển sang bước sau:

2) Xây dựng thêm ràng buộc phụ nhằm mục đích hạn chế tập giá trị cho phép của lời giải, tuy nhiên không làm mất những giá trị lời giải là số nguyên.

3) Giải bài toán đã có thêm ràng buộc phụ đó và kiểm tra điều kiện số nguyên của lời giải để hoặc kết thúc quá trình, hoặc phải lặp lại bước hai.

Như vậy ta phải tìm hiểu nội dung của bước hai và bước ba của thuật toán Gomory, nghĩa là biết cách xây dựng thêm ràng buộc phụ và giải bài toán khi có ràng buộc phụ:

1. Thành lập phương trình ràng buộc phụ.

Giả thiết bài toán QHTT đã được giải bằng thuật toán đơn hình, ở bước cuối cùng đã xác định được giá trị tối ưu của m ẩn cơ bản: $x_1, x_2, \ldots, x_m$ nhưng chưa là những số nguyên. Khi đó hệ phương trình ràng buộc có dạng như sau [xem mục 8-3, thuật toán đơn hình]

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m + \ldots + a_{1k}x_k + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m + \ldots + a_{2k}x_k + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mm}x_m + \ldots a_{mk}x_k + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right\} \quad (8\text{-}50)$$

trong đó lưu ý những hệ số của $x_1, x_2, \ldots, x_m$ ở hệ (8-50) tạo thành ma trận đơn vị cấp m.

Ở đây điều kiện số nguyên của lời giải chưa thỏa mãn, thể hiện ở chỗ các giá trị $b_1, \ldots, b_m$ chưa là những số nguyên.

Khi đó cần lập thêm phương trình ràng buộc phụ theo qui tắc sau đây:

1) Phân tích:

$$\left.\begin{array}{l} b_1 = n_1 + r_1 \\ b_2 = n_2 + r_2 \\ \\ b_m = n_m + r_m \end{array}\right\} \quad (8\text{-}51)$$

trong đó n_i là phần nguyên (0, 1, 2,...) của b_i; $i = 1, 2, \ldots, m$ nhưng phải đảm bảo

$$n_i \leqslant b_i \;;\; i = 1, 2, \ldots, m \quad (8\text{-}52)$$

r_i là phần lẻ của b_i; $i = 1, 2, \ldots, m$, nghĩa là.

$$0 \leqslant r_i < 1 \quad (8\text{-}53)$$

2) Sau khi xác định mọi giá trị n_i và r_i, $i = 1, 2, \ldots, m$ chọn phương trình ràng buộc ứng với r_i cực đại để tạo ràng buộc phụ. Chẳng hạn có r_l là cực đại. Khi đó ràng buộc phụ được tạo từ phương trình thứ l ở hệ (8-50).

3) Phân tích các hệ số $a_{l1}, a_{l2}, \ldots, a_{lm}, \ldots, a_{ln}$ thành

$$\left.\begin{array}{l} a_{l1} = n_{l1} + r_{l1} \\ a_{l2} = n_{l2} + r_{l2} \\ \\ a_{ln} = n_{ln} + r_{ln} \end{array}\right\} \quad (8\text{-}54)$$

trong đó n_{lj}; $j = 1, 2, \ldots, n$ là phần nguyên (âm, số 0 và dương) của a_{lj} và thỏa mãn

$$n_{lj} \leqslant a_{lj} \quad (8\text{-}55)$$

r_{lj}; $j = 1, 2, \ldots, n$ là phần lẻ của a_{lj} nghĩa là

$$0 \leqslant r_{lj} < 1 \quad (8\text{-}56)$$

4) Thành lập phương trình ràng buộc phụ với ẩn s_1 thêm vào trong dạng :

$$- r_{11} x_1 - r_{12} x_2 - \ldots - r_{1n} x_n + s_1 = - r_1 \qquad (8\text{-}57)$$

Trong đó các giá trị r_{1j} ; $j = 1, 2, \ldots, n$ lấy từ biểu thức (8-51) còn giá trị r_1 lấy từ biểu thức (8-51).

Như vậy để tìm các giá trị nguyên của các ẩn cơ bản, ta đã đưa thêm ẩn phụ s_1 vào hệ cơ bản và bây giờ cần chuyển sang phần giải bài toán có thêm ràng buộc phụ dạng (8-57).

2. Giải bài toán khi có ràng buộc phụ

Như vậy bài toán QHTT giải theo thuật toán đơn hình ở bước này có $(m + 1)$ ẩn cơ bản là $x_1, x_2, \ldots, x_m$ và s_1.

Bây giờ cần chuyển sang bước tiếp theo, trong đó ẩn cần loại ra chính là s_1 và chỉ cần xác định ẩn sẽ đưa vào trong bước mới. Nguyên tắc xác định ẩn cần đưa vào hệ cơ bản ở bước tiếp theo như sau :

1) Ghi các giá trị âm của các hệ số $- r_{1j}$ ở hàng ứng với hàng s_1 và ứng với $\Delta_j \neq 0$.

2) Xác định các tỉ số $\frac{\Delta_j}{r_{1j}}$; $j = 1, 2, \ldots, n$.

3) Lấy cực tiểu của giá trị tuyệt đối $\left|\frac{\Delta_j}{r_{1j}}\right|$ $j = 1, 2, \ldots, n$.

4) Cột nào ứng với min $\left|\frac{\Delta_j}{r_{1j}}\right|$ $j = 1, 2, \ldots, n$ thì ẩn đó sẽ được đưa vào hệ ẩn cơ bản ở bước tiếp theo.

5) Theo thuật toán đơn hình, giải tiếp cho đến khi mọi lời giải đều là số nguyên.

Nếu chú ý ta thấy những bước 1, 2, 3, 4 trên đây có tính đối ngẫu với các bước nhằm xác định ẩn loại ra khỏi hệ cơ bản ở thuật toán đơn hình [xem 8-3]. Vì vậy còn gọi là các bước giải theo phương pháp đơn hình đối ngẫu [TK – 9,15].

Để minh họa các bước của thuật toán Gomory ta xét một thí dụ đơn giản sau :

3. Thí dụ. Xác định $\{x_1, x_2\}$ là những giá trị nguyên, không âm, sao cho

$$Z(x) = - x_1 - 2x_2 \Rightarrow min \qquad (8\text{-}58)$$

và

$$\left.\begin{aligned} - 3x_1 + 4x_2 &\leqslant 6 \\ 4x_1 + 3x_2 &\leqslant 12 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}59)$$

Ta đưa vào ràng buộc (8-59) hai ẩn phụ x_3, x_4, có :

$$\left.\begin{aligned} - 3x_1 + 4x_2 + x_3 &= 6 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_4 &= 12 \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}60)$$

Sử dụng thuật toán đơn hình để giải bài toán trên. Sau ba bước nhận được lời giải tối ưu như trình bày trên bảng 8-14.

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	−1 x_1	−2 x_2	0 x_3	0 x_4
1	0 0	x_3 x_4	6 12	3 4	4 3	1 0	0 1
		$Z_1(x)$	0	$\Delta_1 = 1$	$\Delta_2 = 2$	$\Delta_3 = 0$	$\Delta_4 = 0$
2	2 0	x_2 x_4	3/2 15/2	−3/4 25/4	1	1/4 3/4	(1
		$Z_2(x)$	−3	$\Delta_1 = \frac{5}{2}$	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = -\frac{1}{2}$	$\Delta_4 = 0$
3	−2 −1	x_2 x_1	12/5 6/5	0 1	1 0	4/25 3/25	3/25 4/25
		$Z_3(x)$	−6	$\Delta_1 = 0$	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = -\frac{1}{5}$	$\Delta_4 = -\frac{2}{5}$

Từ bảng 8-15 thấy rằng sau ba bước $Z(x)$ đã đạt giá trị cực tiểu là −6, nhưng $x_1 = \frac{12}{5}$ và $x_2 = \frac{6}{5}$, nghĩa là điều kiện số nguyên của lời giải chưa thỏa mãn. Vì vậy cần xây dựng ràng buộc phụ.

Ở đây trong bước ba các ràng buộc chính có dạng:

$$\left.\begin{aligned} x_2 + \frac{1}{25}x_3 + \frac{3}{25}x_4 &= \frac{12}{5} \\ x_1 - \frac{3}{25}x_3 + \frac{1}{25}x_4 &= \frac{6}{5} \end{aligned}\right\} \tag{8-61}$$

Phân tích các giá trị b_2, b_1 theo biểu thức (8-51):

$$b_2 = \frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$$

$$b_1 = \frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$$

nghĩa là $r_2 = \frac{2}{5}$; $r_1 = \frac{1}{5}$. Vì $r_2 > r_1$ nên phương trình ràng buộc phụ sẽ thành lập từ ràng buộc ứng với r_2, nghĩa là phương trình của x_2.

Tiếp theo cần xác định các hệ số r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24} là phần lẻ của các hệ số a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24} tương ứng.

Ở đây

$$a_{21} = 0 \quad \text{vậy} \quad r_{21} = 0$$
$$a_{22} = 1 \quad \text{vậy} \quad r_{22} = 0$$
$$a_{23} = \frac{4}{25} = 0 + \frac{1}{25} \quad \text{vậy} \quad r_{23} = \frac{4}{25}$$
$$a_{24} = \frac{3}{25} = 0 + \frac{3}{25} \quad \text{vậy} \quad r_{24} = \frac{3}{25}$$

Từ đây ràng buộc phụ, xác định theo biểu thức (8-57) có dạng

$$-\frac{4}{25}x_3 - \frac{3}{25}x_4 + s_1 = -\frac{2}{5} \qquad (8\text{-}62)$$

Như vậy để làm nguyên những giá trị của x_1 và x_2 ta đưa thêm ẩn phụ s_1 vào hệ cơ bản. Tiếp theo thành lập bảng đơn hình (bảng 8-16) để tìm cách loại ẩn s_1 ra. Kết quả ghi trên bảng 8-16.

Bảng 8-16

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	-1 x_1	-2 x_2	0 x_3	0 x_4	0 s_1
1	-2	x_2	12/5	0	1	4/25	3/25	0
	-1	x_1	6/5	1	0	$-3/25$	1/25	0
	0	s_1	$-2/5$	0	0	$-4/25$	$-3/25$	1
		$Z_1(x)$	-6	$\Delta_1 = 0$	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = \frac{1}{5}$	$\Delta_4 = -\frac{2}{5}$	$\Delta_5 = 0$
2	-2	x_2	2	0	1	0	0	1
	-1	x_1	3/2	1	0	0	1/4	$-3/4$
	0	x_3	5/2	0	0	1	3/4	$-25/4$
		$Z_2(x)$	$-11/2$	$\Delta_1 = 0$	$\Delta_2 = 0$	$\Delta_3 = 0$	$\Delta_4 = -\frac{1}{4}$	$\Delta_5 = -\frac{5}{4}$

Trên bảng 8-16, ở bước 1 ta đưa thêm s_1 vào hệ ẩn cơ bản nhưng mọi giá trị khác đều không thay đổi. Tiếp theo ở bước hai cần loại s_1 ra và đưa một ẩn mới trong các ẩn x_3, x_4 vào hệ cơ bản và tạo giá trị nguyên cho x_2.

Sử dụng nguyên tắc đưa ẩn mới vào dựa trên phương pháp đơn hình đối ngẫu đã trình bày. Trong thí dụ này ứng với hàng s_1 các giá trị $-r_{1j}$ ứng với $\Delta_j \neq 0$ là:

$$-4/25; \qquad -3/25,$$

các giá trị Δ_j tương ứng là:

$$+1/5; \qquad -2/5$$

Vậy

$$\min\left|\frac{\Delta_j}{r_{1j}}\right| = \frac{1}{5} : \frac{4}{25} = \frac{5}{4}$$

nghĩa là ở bước tiếp theo ẩn x_3 (ứng với tỉ số trên) sẽ đưa vào hệ cơ bản. Biến đổi các hệ số của các phương trình ràng buộc ta nhận được lời giải như ghi ở bước 2 của bảng 8-15. Khi đó đã có: $x_2 = 2$ (nguyên). Nhưng $x_1 = \frac{3}{2}$ (lẻ).

Vì vậy cần tiếp tục đưa phương trình ràng buộc phụ chứa s_2 để tạo số nguyên cho ẩn x_1. Quá trình tính toán tương tự như đối với x_2 trên kia. Kết quả cuối cùng được ghi trong bảng 8-17.

Bảng 8-17

Bước	Hệ số ẩn cơ bản	Tên ẩn cơ bản	Phương án	-1 x_1	-2 x_2	0 x_3	0 x_4	0 s_1	0 s_2
3	-2	x_2	2	0	1	0	0	1	0
	-1	x_1	3/2	1	0	0	1/4	$-3/4$	0
	0	x_3	5/2	0	0	1	3/4	$-25/4$	0
	0	s_2	$-1/2$	0	0	0	$-1/4$	1/4	1
		$Z_3(x)$	$-11/2$	$\Delta_1=0$	$\Delta_2=0$	$\Delta_3=0$	$\Delta_4=-1/4$	$\Delta_5=-5/4$	$\Delta_6=0$
4	-2	x_2	2	0	1	0	0	1	0
	-1	x_1	1	1	0	0	0	-1	1
	0	x_3	1	0	0	1	0	-7	3
	0	x_4	2	0	0	0	1	1	4
		$Z_4(x)$	-5	$\Delta_1=0$	$\Delta_2=0$	$\Delta_3=0$	$\Delta_4=0$	$\Delta_5=-1$	$\Delta_6=-1$

Từ kết quả trên bảng 8-17 thấy rằng, sau khi có lời giải tối ưu ban đầu (chưa xét đến điều kiện số nguyên của giá trị ẩn), ta cần 4 bước để đưa x_1, x_2 về giá trị nguyên. Vậy lời giải cuối cùng có giá trị

$$\{x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{2, 1, 1, 2\}$$

Khi đó

$Z(x) = -5$ (lớn hơn giá trị cực tiểu của $Z(x)$).

Áp dụng qui hoạch số nguyên trong thiết kế mạng điện sẽ được trình bày ở chương tiếp theo.

Trong chương này đã trình bày những nội dung cơ bản của bài toán QHTT, trong đó thuật toán đơn hình đóng vai trò quan trọng để nhận được lời giải, đặc biệt khi bài toán có số ẩn lớn ta có thể cần sử dụng chương trình mẫu ở máy tính điện tử. Ngoài ra cũng trình bày một số dạng đặc biệt của bài toán QHTT như bài toán vận tải và qui hoạch số nguyên, khi đó có thể sử dụng những thủ tục riêng để giải.

Tính ứng dụng của bài toán QHTT trong kinh tế, kỹ thuật rất phong phú. Trên đây chỉ mô tả một số thí dụ trong hệ thống điện. Nhiệm vụ chủ yếu của người kỹ sư ở đây là nắm vững đối tượng khảo sát để thành lập bài toán (bao gồm xây dựng hàm mục tiêu và các ràng buộc), khi đó những phương pháp của bài toán QHTT sẽ giúp ta tìm lời giải tối ưu.

Như đã trình bày, việc thiết kế mạng lưới chuyên tải, phân phối điện năng có những đặc điểm riêng khác với bài toán vận tải thông thường, vì vậy sử dụng mô hình của bài toán QHTT trong thiết kế mạng điện được dành cho toàn bộ nội dung của chương tiếp theo.