

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

Quách Nguyễn Thị Kim Ngân

**HÀM SỐ MŨ TRONG DẠY HỌC VẬT LÝ Ở TRUNG
HỌC PHỔ THÔNG**

Chuyên ngành: Lý luận và phương pháp dạy học môn Toán

Mã số : 60 14 10

LUẬN VĂN THẠC SĨ GIÁO DỤC HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:
TS. TRẦN LƯƠNG CÔNG KHANH

Thành phố Hồ Chí Minh – 2010

LỜI CẢM ƠN

Tôi chân thành cảm ơn lãnh đạo và chuyên viên Phòng Khoa Học Công Nghệ - Sau Đại Học, Ban Chủ Nhiệm và giảng viên Khoa Toán trường Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh đã giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này. Đặc biệt:

- ✚ Tiến sĩ Trần Lương Công Khanh đã vui lòng nhận hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn này mặc dù thầy rất bận rộn về công tác chuyên môn.
- ✚ PGS.TS. Lê Thị Hoài Châu, PGS.TS. Lê Văn Tiến, TS. Trần Lương Công Khanh, TS. Lê Thái Bảo Thiên Trung đã nhiệt tình giảng dạy, giúp đỡ tôi trong suốt khoá học Thạc sĩ.
- ✚ PGS.TS. Lê Thị Hoài Châu, TS. Alain Birebent, TS. Vũ Như Thư Hương đã nhiệt tình góp ý để giúp tôi hoàn thiện luận văn.
- ✚ Các anh chị em giáo viên ở tám trường THPT ở thành phố Hồ Chí Minh đã giúp đỡ tôi trong quá trình thực nghiệm.
- ✚ Ban giám hiệu trường THPT Bình Chánh và đồng nghiệp đã tạo điều kiện và giúp đỡ tôi trong suốt thời gian tôi tham gia lớp cao học lý luận và phương pháp dạy học toán ở trường Đại học Sư phạm thành phố Hồ Chí Minh.
- ✚ Các bạn học viên cao học cùng khóa 18 đã chia sẻ những niềm vui, khó khăn trong quá trình học tập, nghiên cứu.
- ✚ Gia đình và những người thân đã động viên, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian học tập.

Quách Nguyễn Thị Kim Ngân

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

SGK:	Sách giáo khoa
SBT:	Sách bài tập
[SGK _{CL}]:	Sách giáo khoa chỉnh lý
[SBT _{CL}]:	Sách bài tập chỉnh lý
[SGK _{NC}]:	Sách giáo khoa nâng cao
[SBT _{NC}]:	Sách bài tập nâng cao
[SGK _{CB}]:	Sách giáo khoa cơ bản
[SBT _{CB}]:	Sách bài tập cơ bản
THPT:	Trung học phổ thông

MỞ ĐẦU

1. Những ghi nhận ban đầu và câu hỏi xuất phát:

Sau khi tham khảo luận văn thạc sĩ của Nguyễn Hữu Lợi bảo vệ năm 2008 nghiên cứu về hàm số mũ, chúng tôi ghi nhận được các kết quả sau:

Luận văn đã nghiên cứu khái niệm hàm số mũ ở hai cấp độ: tri thức khoa học và tri thức cần giảng dạy với sự tham khảo các tài liệu:

- Trang web [http:// fr. Wikiversity. Org/ wiki/](http://fr.wikiversity.org/wiki/)
- Giáo trình toán cao cấp tập 2: Phép tính vi phân - Các hàm thông dụng, Guy Lefort, Viện Đại Học Sài Gòn, 1975
- Khái niệm hàm số mũ trong giáo trình Les Logarithmes et leurs applications, André Delachet, Presses Universitaire de France, 1960
- SGK đại số và giải tích 11 chỉnh lý hợp nhất năm 2000
- SGK giải tích 11 nâng cao, ban KHTN

Công trình nghiên cứu đã nêu lên độ lệch giữa tri thức bác học và tri thức cần giảng dạy liên quan đến khái niệm hàm số mũ đồng thời rút ra các quy tắc hợp đồng didactic của giáo viên và học sinh đối với khái niệm này. Luận văn đã thực nghiệm trên hai đối tượng giáo viên và học sinh để kiểm chứng “*giả thuyết về sự tồn tại của các quy tắc hợp đồng diadactic gắn liền với đối tượng hàm số mũ*”.

Trong chương trình vật lý ở trường THPT đã xuất hiện các hàm số bậc nhất, hàm số bậc hai ($v=v_0+at$: phương trình biểu diễn sự biến đổi của vận tốc theo thời gian, $x=x_0+v_0t+(1/2)at^2$: phương trình chuyển động của chất điểm chuyển động thẳng biến đổi đều)... Vậy hàm số mũ có xuất hiện trong chương trình vật lý phổ thông không? Nếu có thì xuất hiện ở đâu? Xuất hiện như thế nào? Có vai trò gì? Phạm vi ảnh hưởng của nó ra sao? Hàm số mũ trong vật lý đóng vai trò là đối tượng hay công cụ? Hàm số mũ trong các giáo trình đại học và SGK vật lý phổ thông có những sự tương đồng và khác biệt nào? Sự phát minh hàm số mũ trong toán học đã thúc đẩy sự phát triển của các công trình vật lý như thế nào? Tầm ảnh hưởng của hàm số mũ trong vật lý ra sao? Về mặt thời gian, hàm số mũ xuất hiện trước tiên là để giải quyết nhu cầu toán học hay vật lý? Trong lịch sử, hàm số mũ xuất hiện như thế nào? Phát triển ra sao? Nhằm giải quyết nhu cầu gì của nhân loại? Sự ra đời của hàm số mũ đã thúc đẩy toán học phát triển như thế nào?

Trong quá trình dạy học vật lý, giáo viên và học sinh quan niệm như thế nào về sự có mặt của hàm số mũ? Trong lịch sử phát triển của nhân loại, các công trình vật lý đã đóng góp vào quá trình xây dựng hàm số mũ như thế nào? Hàm số mũ xuất hiện trong toán học và vật lý là độc lập hay có sự giao thoa với nhau?

Trong phần kết luận của luận văn, Nguyễn Hữu Lợi đã nhận xét: “*hàm mũ còn là một mô hình hóa các hiện tượng tự nhiên, vật lý, hóa học,.... Đây là một trong những ứng dụng quan trọng và đầy thú vị của hàm số mũ*”. Trên thực tế có thể xây dựng khái niệm hàm số mũ từ việc mô hình hóa một số bài toán vật lý được không? Đối với các bài toán vật lý có sự xuất hiện của các phép tính mũ và hàm số mũ, SGK vật lý đã giải quyết các bài toán này như thế nào? Hàm số mũ được vận dụng như thế nào trong quá trình giải các bài toán vật lý THPT? Sự vận dụng này có làm biến đổi hay không các khái niệm hàm số mũ đã được xây dựng trong toán học? Việc giải quyết một hay nhiều kiểu nhiệm vụ có liên quan đến hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông có thể giúp xây dựng một tình huống dạy học để đưa vào khái niệm hàm số mũ được không? Nếu được ta có thể làm như thế nào? Trong chương trình vật lý trung học phổ thông đòi hỏi những tri thức nào về hàm số mũ? Các bài học trong chương trình vật lý phổ thông sẽ cung cấp những cách tiếp cận khác về hàm số mũ hay chỉ khai thác các tính chất toán học của hàm số này?

2. Mục đích nghiên cứu:

Mục đích của đề tài là nghiên cứu hai bộ SGK vật lý lớp 12 ở hai thời kỳ: chương trình chỉnh lý hợp nhất năm 2000 và các SGK vật lý cơ bản và nâng cao hiện hành cùng một số giáo trình đại học, tài liệu hướng dẫn giáo viên, phân phối chương trình 2 môn toán và vật lý lớp 12, đặc biệt là nghiên cứu thực tế giảng dạy hàm số mũ trong vật lý ở trường THPT để trả lời các câu hỏi sau:

- Mục đích của việc đưa các phép tính mũ và hàm số mũ vào chương trình vật lý ở trường THPT?
- Sự khác nhau giữa các giáo trình đại học và SGK vật lý trong cách tiếp cận hàm số mũ có tạo ra những thuận lợi hay khó khăn gì cho học sinh khi học tập khái niệm hàm số mũ trong vật lý?
- Giáo viên vật lý hiểu biết như thế nào về hàm số mũ?
- Những quy tắc hợp đồng didactic về hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông và trong quá trình giảng dạy của giáo viên dạy vật lý là gì?
- Sự tương đồng và khác biệt giữa hai bộ SGK toán và lý trong việc trình bày hàm số mũ?

3. Khung lý thuyết tham chiếu:

Về cơ sở lý luận, chúng tôi sẽ vận dụng các yếu tố công cụ của lý thuyết didactic toán. Cụ thể đó là các khái niệm của lý thuyết nhân chủng học (quan hệ thể chế và quan hệ cá nhân đối với một tri thức, tổ chức toán học), của lý thuyết tình huống (hợp đồng didactic)

Quan hệ thể chế:

Một đối tượng tri thức O tồn tại đối với thể chế I nếu tồn tại một **mối quan hệ thể chế** của I với O. Mỗi quan hệ thể chế này cho biết O xuất hiện ở đâu trong I, hoạt động như thế nào và với vai trò gì trong I, giữ những mối quan hệ nào với các đối tượng khác của I, v.v... Vấn đề trung tâm trong didactique toán là nghiên cứu các mối quan hệ thể chế, những điều kiện và những hệ quả của nó.

Việc nghiên cứu này cho phép làm rõ những đặc trưng trong hình thức và tổ chức của những kiến thức toán học liên quan tới đối tượng tri thức cần nghiên cứu. Việc tìm hiểu mối quan hệ thể chế với đối tượng hàm số mũ trong vật lý giúp chúng tôi xác định được hàm số mũ xuất hiện ở đâu trong chương trình, giáo trình và SGK vật lý phổ thông? Hàm số mũ hoạt động như thế nào trong I? Có vai trò gì trong I, giữ những mối quan hệ nào với những đối tượng khác của I?

Quan hệ cá nhân:

Quan hệ cá nhân của một cá nhân X đối với đối tượng O là tập hợp những tác động qua lại mà X có thể có với O: thao tác nó, sử dụng nó, nói về nó, nghĩ về nó,...Quan hệ cá nhân với một đối tượng O chỉ rõ cách thức mà X biết O. Theo quan điểm này, học tập là sự điều chỉnh mối quan hệ của một cá nhân X với O. Hoặc quan hệ này bắt đầu được thiết lập (nếu nó chưa từng tồn tại), hoặc quan hệ này bị biến đổi (nếu nó đã tồn tại). Sự học tập này làm thay đổi con người. Trong khuôn khổ của luận văn này, chúng tôi tìm hiểu mối quan hệ cá nhân của giáo viên dạy vật lý đối với đối tượng hàm số mũ trong vật lý để biết được giáo viên vật lý nói gì, nghĩ gì về hàm số mũ, thao tác, sử dụng hàm số mũ như thế nào?

Tổ chức toán học – công cụ phân tích quan hệ thể chế:

Nhằm phân tích mối quan hệ thể chế về một đối tượng tri thức, Chevallard (1998) giới thiệu khái niệm tổ chức toán học (OM) liên quan đến một tri thức. Một OM được lập thành từ bốn yếu tố: các kiểu nhiệm vụ T xuất hiện trong thể chế, các kỹ thuật τ cho phép thực hiện các nhiệm vụ T, các công nghệ θ giải thích các kỹ thuật τ , các lý thuyết Θ giải thích cho các công nghệ θ . Chúng tôi sử dụng công cụ tổ chức toán học để tìm hiểu các kiểu nhiệm vụ liên quan đến hàm số mũ có mặt trong các giáo trình vật lý và các SGK vật lý phổ thông, các yếu tố kỹ thuật giải quyết các kiểu nhiệm vụ trên, các yếu tố công nghệ để hình thành nên kỹ thuật, các yếu tố lý thuyết giải thích cho yếu tố công nghệ. Qua đó, thấy được vai trò của hàm số mũ trong vật lý.

Hợp đồng didactic:

Để tìm hiểu tập hợp các quy tắc phân chia và giới hạn trách nhiệm của mỗi thành viên – học sinh và giáo viên – trong cách tiếp cận hàm số mũ, kỹ thuật giải các bài tập liên quan đến hàm số mũ trong vật lý thì chúng tôi sử dụng công cụ “hợp đồng didactic”. Hợp đồng didactic là sự mô hình hóa các quyền lợi và nghĩa vụ tiềm ẩn của học sinh và giáo viên về các đối tượng tri thức toán học. Hợp đồng didactic là quy tắc giải mã các hoạt động của quá trình học tập. Chỉ có thể hiểu thấu ý nghĩa của những gì định hướng cách ứng xử của giáo viên và học sinh khi giải thích một cách rõ ràng và chính xác những sự kiện đã quan sát bằng khuôn khổ của hợp đồng. Để nhận ra các hiệu ứng của hợp đồng người ta có thể:

- Gây “nhiều” trong hệ thống giảng dạy sao cho các thành viên chính (giáo viên và học sinh) được đặt vào một tình huống khác lạ gọi là tình huống phá vỡ hợp đồng bằng cách:

- + Thay đổi các điều kiện sử dụng tri thức
- + Lợi dụng việc học sinh chưa biết vận dụng một số tri thức nào đó
- + Tự đặt mình ra ngoài lĩnh vực tri thức đang xét hoặc sử dụng những tình huống mà các tri thức đang xét không giải quyết được
- + Làm cho giáo viên đối mặt với những ứng xử không phù hợp với điều mà họ mong đợi ở học sinh
- Phân tích các thành phần của hệ thống giảng dạy đang tồn tại:
 - + Bằng cách nghiên cứu các câu trả lời của học sinh trong một giờ học
 - + Bằng cách nghiên cứu các ước lượng toán học của học sinh khi vận dụng những tri thức nào đó
 - + Bằng cách nghiên cứu các bài tập được giải hoặc được ưu tiên hơn trong các SGK

Trong khuôn khổ phạm vi lý thuyết được lựa chọn, các câu hỏi được đặt ra trong mục đích nghiên cứu có thể được trình bày lại như sau:

✚ Trong thể chế dạy học vật lý ở Việt Nam, biểu thức mũ và hàm số mũ xuất hiện ở đâu? Hàm số mũ hoạt động như thế nào? Có vai trò gì, giữ những mối quan hệ nào với những đối tượng khác?

✚ Những qui tắc hợp đồng nào đặc trưng cho hàm số mũ trong vật lý?

✚ Mối quan hệ thể chế với hàm số mũ ảnh hưởng như thế nào lên mối quan hệ cá nhân tương ứng của giáo viên?

✚ Giáo viên dạy vật lý nghĩ gì về hàm số mũ, thao tác và sử dụng hàm số mũ như thế nào?

4. Phương pháp nghiên cứu:

Phương pháp nghiên cứu mà chúng tôi thực hiện trong luận văn này là:

✚ Trước hết, chúng tôi nghiên cứu một số tài liệu để tìm hiểu sơ nét về lịch sử xuất hiện biểu thức mũ, phép tính mũ và hàm số mũ.

✚ Kế đến, chúng tôi nghiên cứu, phân tích một số giáo trình vật lý ở bậc đại học. Nghiên cứu này giúp chúng tôi tìm hiểu cách trình bày các vấn đề về hàm số mũ trong vật lý ở bậc đại học. Từ đó, chúng tôi có thể so sánh cách trình bày hàm số mũ trong một số giáo trình toán ở bậc đại học.

✚ Dựa vào phân tích trên, chúng tôi sẽ nghiên cứu thể chế dạy học vật lý ở các trường THPT Việt Nam liên quan đến hàm số mũ. Từ đó, chúng tôi có thể so sánh cách trình bày hàm số mũ trong thể chế dạy học toán ở các trường THPT Việt Nam.

✚ Những kết quả đạt được ở trên cho phép đề ra các câu hỏi mới và các giả thuyết nghiên cứu mà tính thích đáng của chúng sẽ được kiểm chứng bằng thực nghiệm. Thực nghiệm nghiên cứu quan hệ cá nhân của giáo viên dạy vật lý với đối tượng hàm số mũ

5. Tổ chức luận văn:

Luận văn gồm những phần chính sau đây:

- **Phần mở đầu:** Trình bày những ghi nhận ban đầu và câu hỏi xuất phát dẫn đến việc lựa chọn đề tài nghiên cứu, mục đích nghiên cứu, phạm vi lý thuyết tham chiếu, phương pháp nghiên cứu và tổ chức của luận văn.

- **Chương 1:** Hàm số mũ trong lịch sử khoa học

- **Chương 2:** Hàm số mũ trong các giáo trình vật lý đại học.

Chương này chúng tôi sẽ trình bày cách thức xuất hiện của hàm số mũ ở bậc đại học, qua đó nêu nhận xét tìm được từ các giáo trình này.

- **Chương 3:** Hàm số mũ trong các SGK vật lý phổ thông.

Mục đích chương là phân tích chương trình và SGK vật lý qua hai thời kỳ trước và sau năm 2005 để làm rõ mối quan hệ thể chế đối với khái niệm hàm số mũ. Từ đó làm rõ vai trò của hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông và làm rõ các ràng buộc của thể chế, các quy tắc của hợp đồng liên quan đến khái niệm này. Tổng hợp các kết quả chương 1 và chương 2 để đề xuất giả thuyết nghiên cứu.

- **Chương 4:** Thực nghiệm

Triển khai các thực nghiệm nhằm kiểm chứng tính thỏa đáng của giả thuyết nghiên cứu mà chúng tôi đã đề ra trong chương 3.

- **Phần kết luận:** Trình bày tóm tắt các kết quả đạt được ở các chương 1, 2, 3, 4 và mở ra hướng nghiên cứu mới của luận văn.

CHƯƠNG 1: HÀM SỐ MŨ TRONG LỊCH SỬ KHOA HỌC

1.1. Sơ lược lịch sử các biểu thức mũ, phép tính mũ và hàm số mũ trong tác phẩm “A history of mathematic” của tác giả Carl B. Boyer:

Trong tác phẩm này vị giáo sư xuất sắc Carl B. Boyer cho rằng John Napier (1550-1617) - nam tước vùng Murchiston – đã sáng tạo nên hàm số lôgarit vào khoảng năm 1594.

Đối với hàm số mũ, Carl B. Boyer đưa ra những dữ liệu ít rõ ràng hơn. Ông cho rằng trong chuyên luận về số hạt cát, Archimède (khoảng 287 trước Thiên Chúa - 212 trước Thiên Chúa) đã biểu diễn nhiều số lớn bằng cách sử dụng một cách ghi có liên quan đến biểu thức mũ. Khi nghiên cứu các số lớn, Apollonius (khoảng 262 trước TC – khoảng 190 trước TC) vùng Perga cũng tiếp cận với các biểu thức mũ nhờ sử dụng các « bộ bốn » của ông. Như vậy, trước công nguyên biểu thức mũ xuất hiện nhằm phục vụ nhu cầu biểu diễn các số lớn và chúng tôi thấy rằng biểu thức mũ đã xuất hiện trước phép tính lôgarit.

Vào thời Trung cổ, Thomas Bradwardine (1290-1349) đã có những bước tiến nhất định khi khảo sát các hàm siêu việt. Nicole Oresme (1323-1383) tiếp nối công trình này bằng cách tổng quát hóa lý thuyết về các tỷ lệ. Ông cũng nghiên cứu hàm số mũ căn 2 ($x^{\sqrt{2}}$). Giáo sư Carl Boyer cho rằng “đường như ta có thể tìm thấy một số nhận xét xa xưa về sự tăng dân số theo quy luật mũ. Công thức *tăng trưởng và nhân rộng rồi lấp đầy địa cầu* của Sáng thế ký chứng tỏ rằng khái niệm tăng theo quy luật mũ đã được biết đến ít nhiều”. Như vậy, vào thời trung cổ quy luật mũ xuất hiện phục vụ nhu cầu tính toán tốc độ tăng dân số.

Như Olivier T đã nói, các hàm lũy thừa được biết đến từ lâu với các số mũ là số tự nhiên. Chỉ đến cuối thời Trung cổ, ta mới thấy xuất hiện các số mũ nguyên âm hay phân số (trong các công trình của Oresme, Bradwardine) nhưng các cố gắng này còn mang tính trực giác và chưa có ý nghĩa lớn.

Newton (1643-1727) sử dụng một cách hệ thống các số mũ phân và âm vào khai triển các nhị thức:

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 + \dots$$

Tuy nhiên, định nghĩa về một số nâng lên lũy thừa là số thực bất kỳ (yếu tố tạo thành hàm mũ) lại phải thông qua hàm lôgarit. Các phép tính lôgarit được sáng tạo bởi John Neper người Scotland vào đầu thế kỷ 16, chủ yếu để đơn giản các phép tính. Thật vậy, phép tính lôgarit chuyển phép nhân thành phép cộng bằng cách sử dụng công thức $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ và bảng lôgarit. Nhà thiên văn J. Kepler đã sử dụng ngay lập tức các phép tính này.

Chúng ta thấy rằng, định nghĩa về một số nâng lên lũy thừa là số thực bất kỳ không xuất phát từ việc định nghĩa lũy thừa với số mũ vô tỉ (mặc dù lũy thừa với số mũ vô tỷ căn 2 đã xuất hiện vào thế

kỷ 14) mà phải thông qua hàm số lôgarit. Như vậy lũy thừa với số mũ thực xuất hiện sau phép tính lôgarit và hàm số lôgarit.

Về mặt toán học, hàm số mũ là hàm ngược của hàm lôgarit. Thế nhưng khái niệm hàm số chỉ xuất hiện tường minh vào đầu thế kỷ 18 và trên thực tế hàm số mũ cũng thật sự xuất hiện vào thế kỷ 18 trong tác phẩm *Nhập môn giải tích các vô cùng bé* của Léonard Euler (1707-1783) xuất bản tại Lausanne năm 1748. Chính Euler đã đưa ra ký hiệu e^x mà ngày nay đã trở thành kinh điển. Từ hàm số mũ cơ số e này, người ta định nghĩa hàm số mũ với cơ số a là số thực dương bất kỳ và ký hiệu là a^x . Chúng tôi có nhận xét: hàm số mũ xuất hiện độc lập với hàm số lôgarit, không được định nghĩa là hàm ngược của hàm lôgarit.

Euler cũng đưa ra các phép tính về sự gia tăng dân số, đặc biệt là ví dụ về sự tăng dân ở vùng Déluge với 6 người. Đó là một chứng minh thuần túy toán học và không xét đến sự thoái hóa của thể hệ sau do hôn nhân cận huyết.

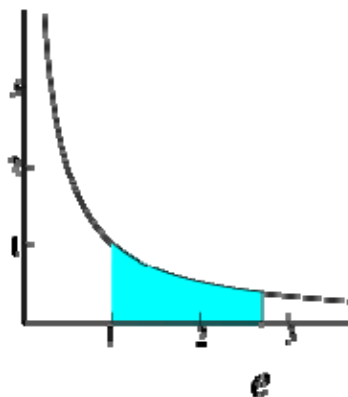
Như vậy, Vào thế kỷ 18, hàm số mũ cũng phục vụ nhu cầu tính toán sự gia tăng dân số, hàm số mũ cơ số e được các nhà toán học quan tâm nhiều hơn hàm số mũ với các cơ số khác.

Vì số e là hằng số thực quan trọng của toán học, hàm số mũ cơ số e được sử dụng nhiều trong toán học và vật lý nên dưới đây chúng chúng tôi sẽ trình bày một vài nét về lịch sử của số e :

Số e được người ta tìm ra trong quá trình chuẩn hóa các hàm số mũ, số e được Euler gọi là “số của mũ” vào năm 1761.

Lôgarit tự nhiên xuất hiện lần đầu vào năm 1618 trong phụ lục một chuyên luận của Napier (có thể do William Oughtred viết).

Năm 1624, Briggs đưa ra xấp xỉ lôgarit thập phân của một số mà ông không thể xác định chính xác. Số này có thể là số e .



Năm 1647, Grégoire de Saint-Vincent tính diện tích hình phẳng nằm dưới hyperbol $y = 1/x$ nhưng không sử dụng tường minh số e .

Năm 1661, Huygens tính được diện tích hình phẳng trên nhờ các hàm lôgarit. Vì e là số thực mà diện tích hình phẳng nằm dưới hyperbol bằng 1 khi x chạy từ 1 đến e , nó được chú ý vào thời kỳ này nhưng vẫn chưa được xem là cơ sở của lôgarit tự nhiên.

Năm 1683, số e xuất hiện lần đầu với tư cách là một hằng số đáng nhớ khi Bernoulli nghiên cứu về cách tính lãi suất và đi đến việc tính giới hạn của dãy $(1 + 1/n)^n$. Nhưng vào thời điểm ấy, không ai để ý đến mối liên hệ giữa số e với lôgarit tự nhiên. Tuy nhiên, trong giai đoạn này, người ta bắt đầu xem hàm số lôgarit cơ số a là hàm ngược của hàm số mũ cơ số a . Trong một bức thư gửi Huygens, Leibniz đã xác định cơ sở của lôgarit tự nhiên nhưng ông lại ký hiệu nó là b .

Trong một bức thư gửi Goldbach năm 1731, Euler đã ký hiệu số này là e . Euler cũng khai triển e thành chuỗi và liên phân số.

1.2. Sơ lược lịch sử các biểu thức mũ, phép tính mũ và hàm số mũ trong tác phẩm “A history of mathematical notations” của tác giả Florian Cajori:

Từ tài liệu này chúng tôi có những ghi nhận sau:

a. Số mũ xuất hiện trước tiên trong các biểu thức lũy thừa và các phương trình lũy thừa, số mũ chỉ là các số nguyên dương cố định. Các nhà khoa học có nhiều thiết kế cho kí hiệu mũ.

b. Kế tiếp số mũ được áp dụng cho các cơ số là các chữ cái xác định, số mũ cũng là các số nguyên dương cố định. Người đầu tiên đã sử dụng các chữ cái để viết cơ số là Romanus, tiếp theo là Pierre Hérigone, James Hume và cũng có nhiều thiết kế cho kí hiệu mũ. Vào 1637, Descartes đã phát minh ra kí hiệu mũ mà ngày nay chúng ta đang sử dụng.

c. Số mũ là các số âm, phân số: những số mũ âm và phân số được đề nghị bởi Oresme, Chuquet, Stevin và những người khác nhưng kí hiệu hiện đại cho nó là do Wallis và Newton đề xướng. Vào 1656, Wallis sử dụng các số mũ nguyên dương và có nói đến chỉ số âm và phân số nhưng ông không thật sự viết a^{-1} cho $1/a$, $a^{3/2}$ cho $\sqrt{a^3}$. Ông nói dãy $\frac{1}{\sqrt{1}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$, vv có số mũ $-1/2$.

Kí hiệu hiện đại của chúng ta liên quan đến các số mũ phân và âm được giới thiệu 1 cách chính thức sau chục năm bởi Newton trong 1 lá thư vào 13/6/1676 tới Oldenburg đã giải thích cách sử dụng của những số mũ âm và phân số trong sự phát biểu sau: “*bởi vì những nhà đại số viết a^2, a^3, a^4 , vv cho $aa, aaa, aaaa$, vv vì thế tôi viết $a^{1/2}, a^{3/2}, a^{5/3}$ cho $\sqrt{a}, \sqrt{a^3}$, căn bậc 3 của a^5 và tôi viết a^{-1}, a^{-2}, a^{-3} , vv cho $1/a, 1/aa, 1/aaa$, vv*”.

d. Số mũ là các số vô tỉ: số mũ vô tỉ xuất hiện trước tiên trong biểu thức lũy thừa, Newton sử dụng những số mũ vô tỉ trong lá thư của ông đến Oldenburg vào 24/10/1676, ông viết

$\sqrt{x^{\sqrt{2}} + x^{\sqrt{7}}}\bigg|^{\sqrt{\frac{2}{3}}} = y$. Tuy nhiên, các tư liệu mà chúng tôi đọc được không nói đến công thức này xuất

hiện như thế nào, xuất hiện trong hoàn cảnh nào, liên quan đến bộ môn nào. Số mũ vô tỉ vẫn chưa xuất hiện với cơ số là 1 số cố định, số mũ là 1 số vô tỉ xác định.

e. Số mũ là các số ảo: số mũ ảo xuất hiện trước tiên với cơ số e, với số mũ là 1 số ảo cố định, những bước tiến xa hơn trong việc giới thiệu số mũ ảo được đưa ra bởi L. Euler trong 1 lá thư tới Johann Bernoulli vào 18/10/1740, trong đó ông thông báo sự khám phá ra công thức $e^{+x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}} = 2 \cos x$, trong 1 lá thư tới C. Goldbach, 9/12/1741, trong đó ông chỉ ra rằng phân số $\frac{2^{+\sqrt{-1}} + 2^{-\sqrt{-1}}}{2}$ là gần bằng 10/13, sự xuất hiện đầu tiên của những số mũ ảo là trong 1 bài báo của

Euler trong *Miscellanea Berolinensia* vào 1743 và trong phần giới thiệu giải tích của Euler (*Lausannae*, 1747), tập 1, trang 104, nơi ông đưa ra các công thức quan trọng $e^{+v\sqrt{-1}} = \cos v + \sqrt{-1} \sin v$

f. Sự giới thiệu của những số mũ biến. Trong 1 lá thư vào 1679 tới Huyghen, G. W. Leibniz đã thảo luận những phương trình dạng $x^x - x = 24$, $x^z + z^x = b$, $x^x + z^z = c$. Vào 9/5/1694 Johann Bernoulli đề cập những biểu thức loại này trong 1 lá thư đến Leibniz. Theo chúng tôi các biến số trong trường hợp này là các số nguyên dương. Như vậy, nhiều tài liệu khẳng định số mũ vô tỉ xuất hiện trước tiên trong phương trình lũy thừa nhưng không đề cập đến sự xuất hiện của số mũ vô tỉ với cơ số là một số thực dương xác định mặc dù có đề cập đến số mũ ảo với cơ số là 1 số thực dương xác định. Phải chăng ở thời điểm xuất hiện số mũ ảo với cơ số là một số thực dương thì số mũ vô tỉ với cơ số là số thực dương vẫn chưa được khám phá mà số mũ vô tỉ mới chỉ được khám phá trong phương trình lũy thừa. Như vậy với cơ số là một số thực dương xác định, số mũ vô tỉ xuất hiện sau số mũ ảo.

g. Số mũ là các chữ: các chữ này đại diện cho các số nguyên dương, số hữu tỉ. Số mũ chữ ra đời sau khi có sự xuất hiện của số mũ là các số nguyên dương, số hữu tỉ xác định. Số mũ chữ đại diện cho số vô tỉ, số mũ ảo bất kỳ, số mũ chữ có cơ số là một số xác định không thấy có mặt trong thời điểm này. Số mũ chữ xuất hiện trước tiên trong biểu thức lũy thừa. Trước Wallis và Newton, Viet

đã thể hiện những số mũ chung một vài lần, theo chúng ta có nghĩa là $x^m + \frac{y^m - x^m}{y^n + x^n} x^n$. Newton trưng

bày các số mũ chung trong công thức nhị thức đầu tiên được thông báo trong lá thư tới Oldenburg

vào ngày 13/6/1676: $\overline{P+PQ}^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + \dots$, vv mà $A = P^{\frac{m}{n}}$,

$B = \frac{m}{n}P^{\frac{m}{n}}Q$, vv và m/n có thể đại diện cho bất kì số thực và số hữu tỉ. Chúng ta thấy rằng Newton

viết ở đây những số mũ bằng chữ như được sử dụng một vài lần bởi Wallis vào 1657, trong những biểu thức như $\sqrt[d]{R^d} = R$, $AR^m \times AR^n = A^2R^{m+n}$ mà đã phát sinh trong việc nghiên cứu cấp số nhân.

Wallis cũng đưa ra phép chia $AR^m)AR^{m+n}(R^n$. Như vậy, Wallis đã thực hiện được các phép toán

nhân, chia các biểu thức mũ có cùng cơ số nhưng chỉ thực hiện với các số mũ nguyên dương. Vào 1695 Leibniz đưa ra biểu thức mà có nghĩa là $(y+a)^m$, trong Maandelykse Mathematische Liefhebberye(1754-1769), xuất hiện kí hiệu biểu thị nâng lên lũy thừa m

Nhưng những số mũ phân số, số mũ âm, tổng quát được sử dụng một cách tự do bởi D. Gregory và được giải thích một cách đầy đủ bởi W. Jones, và bởi C. Reyneau. Reyneau nhận xét lý thuyết này không được giải thích trong những công việc trên đại số. Nghĩa là cần có một lý thuyết khác để giải thích cho số mũ vô tỉ, đó là sử dụng công cụ giải tích mới giải thích được số mũ vô tỉ.

h. Đầu thế kỉ 19 phép nhân của giá trị a^n đã được nghiên cứu, a và n có thể là những con số âm hoặc số phức. A. L. Cauchy dùng ký hiệu $((a))^x$ để chỉ tất cả các giá trị có thể nhận được của a^n ứng với các giá trị khác nhau của a và n ($a \neq 0$), sao cho $((a))^x = e^{xla} \cdot e^{2kx\pi i}$, trong đó l chỉ giá trị bằng logarit của |a|, $e = 2,718\dots$ kí hiệu này được chấp nhận bởi O. Stolz and J. A. Gmeiner trong lý thuyết số học của các ông. Như vậy, giá trị $((a))^x$ được định nghĩa thông qua cơ số e và logarithm.

i. Martin Ohm xây dựng lý thuyết mũ chung vào đầu năm 1821 trong 1 luận án Latin và sau đó là trong hệ thống toán học của ông (1822-1833). Ông viết $x\log a + y\log a = (x+y)\log a$. Vì vậy, có được $a^x a^y = a^{x+y}$. Ohm không giới thiệu giá trị đặc biệt của a^x . Ohm xây dựng lý thuyết mũ chung khi có sự ra đời của số phức và cũng chưa thấy được Ohm xây dựng số mũ vô tỉ như thế nào. Ohm đã chứng minh được công thức $a^x a^y = a^{x+y}$. Glaisher đưa ra kí hiệu “a Exp. u” cho a^u , Harkness and Morley cho rằng “*nó là bình thường khi viết $\exp(z) = e^z$ khi z là số phức*”. G. H. Bryan đã nhấn mạnh đến tính hữu dụng của kí tự này.

1.3. Kết luận chương 1 :

Trước công nguyên biểu thức mũ xuất hiện nhằm phục vụ nhu cầu biểu diễn các số lớn và chúng tôi thấy rằng biểu thức mũ đã xuất hiện trước phép tính lôgarit.

Vào thời trung cổ quy luật mũ xuất hiện phục vụ nhu cầu tính toán tốc độ tăng dân số.

Chúng ta thấy rằng, định nghĩa về một số nâng lên lũy thừa là số thực bất kỳ không xuất phát từ việc định nghĩa lũy thừa với số mũ vô tỉ (mặc dù lũy thừa với số mũ vô tỉ căn 2 đã xuất hiện vào thế kỷ 14) mà phải thông qua hàm số lôgarit. Như vậy, lũy thừa với số mũ thực xuất hiện sau phép tính lôgarit và hàm số lôgarit.

Hàm số mũ xuất hiện độc lập với hàm số lôgarit, không được định nghĩa là hàm ngược của hàm lôgarit. Trên thực tế hàm số mũ thật sự xuất hiện vào thế kỷ 18 trong tác phẩm *Nhập môn giải tích các vô cùng bé* của Léonard Euler (1707-1783) xuất bản tại Lausanne năm 1748. Từ hàm số mũ cơ số e này, người ta định nghĩa hàm số mũ với cơ số a là số thực dương bất kỳ và ký hiệu là a^x .

Vào thế kỷ 18, hàm số mũ cũng phục vụ nhu cầu tính toán sự gia tăng dân số, hàm số mũ cơ số e được các nhà toán học quan tâm nhiều hơn hàm số mũ với các cơ số khác.

Biểu thức mũ, các phép tính mũ, hàm số mũ xuất hiện trước tiên là để giải quyết nhu cầu biểu diễn các số lớn và tính toán sự gia tăng dân số.

Lịch sử hình thành khái niệm hàm mũ chưa được xác định rõ

Sự ra đời của hàm mũ và số e gắn với sự phát triển của hàm lôgarit

Hàm lôgarit ra đời trước hàm mũ cơ số a và hàm mũ cơ số e . Sự ra đời của số e dường như độc lập với hàm mũ và liên quan đến nhiều công trình khác nhau (biểu diễn số lớn, Bernoulli, Descartes, ...)

Số e xuất hiện lần đầu với tư cách là một hằng số đáng nhớ khi Bernoulli phát hiện ra giới hạn của dãy $(1 + 1/n)^n$ từ việc nghiên cứu lãi suất.

Với cơ số là một số thực dương xác định, số mũ vô tỉ xuất hiện sau số mũ ảo.

CHƯƠNG 2: HÀM SỐ MŨ TRONG CÁC GIÁO TRÌNH VẬT LÝ

Hai giáo trình mà chúng tôi chọn phân tích bao gồm một giáo trình dùng cho sinh viên các trường đại học khối kỹ thuật công nghiệp và một giáo trình dùng cho sinh viên trường đại học sư phạm.

- Giáo trình vật lý đại cương (dùng cho các trường đại học khối kỹ thuật công nghiệp), Tập 3, Phần 1, Lương Duyên Bình (chủ biên), Nhà xuất bản Giáo Dục (trang 194, 195, 196) [G_{KT}]
- Giáo trình Vật lý nguyên tử và hạt nhân, TS Thái Khắc Định – Tạ Hưng Quý, Trường ĐHSP TPHCM. (trang 136 → 141) [G_{SP}]

2.1. Định luật phóng xạ trong giáo trình vật lý đại cương

“Khi phóng xạ số hạt nhân chưa bị phân rã sẽ giảm theo thời gian, ta hãy thiết lập định luật phân rã đó.

Giả sử ở thời điểm t số hạt nhân chưa bị phân rã là N . Sau thời gian dt , số đó trở thành $N - dN$ vì có dN hạt nhân đã phân rã. Độ giảm số hạt nhân chưa phân rã $-dN$ rõ ràng tỉ lệ với N và dt : $-dN = \lambda N dt$. Trong đó hằng số tỉ lệ λ tùy thuộc chất phóng xạ và gọi là hằng số phân rã. Theo định nghĩa, λ là xác suất phân rã của từng hạt nhân trong một đơn vị thời gian. Do đó, $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$. Thực hiện phép tích phân ta được $N = N_0 e^{-\lambda t}$ (8-11). N_0 là số hạt nhân chưa phân rã ở thời điểm ban đầu ($t=0$), N là số hạt nhân chưa phân rã ở thời điểm t .

Thời gian sống trung bình của hạt nhân phóng xạ được tính như sau:

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \dots = \frac{1}{\lambda}$$

Thay $t = \tau$ ta có $N = N_0 e^{-\lambda \tau} = N_0 / e$

Để phân biệt tốc độ phân rã nhanh, chậm của các chất phóng xạ, người ta đưa ra khái niệm chu kỳ rã nửa. Đó là khoảng thời gian $T_{1/2}$ để N_0 giảm đi một nửa. Thay $t = T_{1/2}$ vào (8-11) ta được $N =$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}. \text{ Do đó, } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

Thường người ta viết phương trình $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$ dưới dạng $\frac{-dN}{dt} = \lambda N$

Đại lượng $A = \lambda N$ gọi là độ phóng xạ của nguồn phóng xạ, nó xác định số phân rã phóng xạ trong một giây”.

Nhận xét :

- Vì dN là số hạt nhân bị phân rã nên $dN > 0$, $dN = -\Delta N = N(t) - N(t+dt)$, $dt > 0$, đồng nhất dt với Δt , dN với $-\Delta N$ khi Δt rất nhỏ.
- Trong công thức $-dN = \lambda N dt$ thì $dN < 0$ nên $dN = N(t+dt) - N(t) = \Delta N$

⇒ trong cùng một thời điểm mà dN mang hai nghĩa khác nhau

- $-dN$ tỉ lệ với N và dt không được giải thích và chứng minh
- Hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$.

• Để tính thời gian sống trung bình của hạt nhân phải sử dụng cách tính tích phân của hàm số mũ có cận vô cực nhưng không giải thích vì sao có công thức tính thời gian sống trung bình của hạt nhân và công dụng của công thức này là gì.

• Từ khái niệm chu kỳ rã nửa và giải phương trình mũ có được công thức liên hệ giữa $T_{1/2}$ và λ , không để kí hiệu $\ln$ ở kết quả mà chuyển sang số thập phân.

• Từ phương trình vi phân có được công thức tính độ phóng xạ, không cần tính độ phóng xạ bằng đạo hàm của hàm số mũ.

- Đồ thị của hàm số $N = N_0 e^{-\lambda t}$ được vẽ qua các điểm đặc biệt $(0, N_0)$, $(T_{1/2}, N_0/2)$, ...

2.2. Định luật phóng xạ trong giáo trình Vật lý nguyên tử và hạt nhân :

Giả sử ở thời điểm t , số hạt nhân phóng xạ chưa phân rã là N . Sau thời gian dt số đó trở thành $N - dN$ vì có dN hạt nhân đã phân rã. Độ giảm số hạt nhân chưa phân rã $-dN$ tỉ lệ với N và dt :

$$-dN = \lambda N dt$$

Trong đó λ là hệ số tỉ lệ, tùy thuộc vào chất phóng xạ và gọi là hằng số phân rã. Hằng số phân rã λ là xác suất phân rã của từng hạt nhân trong một đơn vị thời gian.

$$\text{Do đó, } \frac{dN}{N} = -\lambda dt. \quad (8.1)$$

Gọi N_0 là số hạt nhân phóng xạ có ở thời điểm ban đầu $t=0$ và N là số hạt nhân còn chưa bị phân rã ở thời điểm t bất kỳ, từ đó ta có :

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = - \int_0^t \lambda dt$$
$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\text{Hay } N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (8.2)$$

Ta thấy số hạt nhân phân rã giảm với thời gian theo quy luật hàm số mũ. Đó là nội dung của định luật phóng xạ.

Phương trình (8.2) không phải là phương trình cho giá trị xác định mà là một phương trình có tính chất thống kê, nó cho biết số hạt nhân mẹ N hy vọng còn tồn tại ở thời điểm t .

Tốc độ phân rã của một mẫu phóng xạ cho trước thường được xác định thông qua chu kỳ bán rã $T_{1/2}$, đó là thời gian để cho một nửa số hạt nhân bị phân rã.

Đặt $t = T_{1/2}$ trong (8.2) tương ứng với $N = \frac{N_0}{2}$ ta có:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$\text{Ta suy ra : } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

Như vậy, nếu lúc đầu ta có N_0 hạt nhân, sau thời gian $T_{1/2}$ còn lại $N_0/2$ hạt nhân, sau $2T_{1/2}$ còn lại $N_0/4$ hạt nhân (hay $N_0/2^2$ hạt nhân), ... Tổng quát, sau thời gian $nT_{1/2}$ còn lại $N_0/2^n$ hạt nhân.

Định luật phân rã phóng xạ (8.2) có thể biểu diễn qua chu kỳ bán rã bằng đồ thị .

Người ta còn sử dụng khái niệm thời gian sống trung bình τ của một hạt nhân phóng xạ là thời gian tồn tại trung bình của một hạt nhân cho tới lúc nó phân rã.

$$\text{Từ (8.1) ta có : } dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

Thời gian sống trung bình của một hạt nhân chính là thời gian sống trung bình của mọi hạt nhân chia cho tổng số hạt nhân có ở thời điểm ban đầu (chỉ tính giá trị tuyệt đối)

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} t dN}{N_0} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t N_0 \lambda e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt$$

Kết quả lấy tích phân ta có :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{T_{1/2}}{0.693}$$

Để so sánh khả năng phóng xạ mạnh hay yếu của nhiều chất phóng xạ khác nhau, ta phải dựa vào số hạt nhân phân rã trong cùng một đơn vị thời gian. Đại lượng này được gọi là hoạt độ phóng xạ A và được định nghĩa bằng :

$$A = \frac{-dN}{dt}$$

(Dấu – cho biết số hạt nhân phân rã dN giảm theo thời gian). Dựa vào định luật phân rã phóng xạ (8.2) ta có thể viết :

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (8.6)$$

Nếu đặt $A_0 = \lambda N_0$ có nghĩa là hoạt độ phóng xạ tại thời điểm ban đầu thì (8.6) trở thành: $A = A_0 e^{-\lambda t}$

Hoạt độ phóng xạ của một chất cũng giảm theo thời gian với cùng dạng định luật phân rã phóng xạ. Từ (8.6) ta có : $A = \lambda N$

Có nghĩa là hoạt độ phóng xạ tại một thời điểm thì tỉ lệ với số hạt nhân chưa bị phân rã tại thời điểm đó. Hoạt độ phóng xạ xác định số phân rã phóng xạ trong một đơn vị thời gian. Hoạt độ phóng xạ A có thể đo trực tiếp bằng thực nghiệm

Nhận xét :

🚩 Vì dN là số hạt nhân bị phân rã nên $dN > 0$, $dN = -\Delta N = N(t) - N(t+dt)$, $dt > 0$, đồng nhất dt với Δt , dN với $-\Delta N$ khi Δt rất nhỏ.

✚ Trong công thức $-dN = \lambda N dt$ thì $dN < 0$ nên $dN = N(t+dt) - N(t) = \Delta N$

⇒ Cả hai giáo trình đều chứa đựng mâu thuẫn khi gọi dN là số hạt nhân bị phân rã, trong cùng một thời điểm mà dN mang hai nghĩa khác nhau

✚ $-dN$ tỉ lệ với N và dt không được giải thích và chứng minh

✚ Hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là kết quả của việc tính tích phân phụ thuộc cận trên và áp dụng định nghĩa lôgarit. .

✚ Từ khái niệm chu kỳ rã nữa và giải phương trình mũ có được công thức liên hệ giữa $T_{1/2}$ và λ , không để kí hiệu $\ln$ ở kết quả mà chuyển sang số thập phân.

✚ Để tính thời gian sống trung bình của hạt nhân phải sử dụng cách tính tích phân của hàm số mũ có cận vô cực

✚ Tính độ phóng xạ không thông qua đạo hàm của hàm số mũ.

✚ Đồ thị của hàm số $N = N_0 e^{-\lambda t}$ được vẽ qua các điểm đặc biệt $(0, N_0)$, $(T_{1/2}, N_0/2)$, ...

➤ Điểm giống nhau của hai giáo trình :

✚ Vì dN là số hạt nhân bị phân rã nên $dN > 0$, $dN = -\Delta N = N(t) - N(t+dt)$, $dt > 0$, đồng nhất dt với Δt , dN với $-\Delta N$ khi Δt rất nhỏ.

✚ Trong công thức $-dN = \lambda N dt$ thì $dN < 0$ nên $dN = N(t+dt) - N(t) = \Delta N$

⇒ trong cùng một thời điểm mà dN mang hai nghĩa khác nhau

✚ $-dN$ tỉ lệ với N và dt không được giải thích và chứng minh

✚ Hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là nghiệm của phương trình vi phân $\frac{dN}{N} = -\lambda dt$ và cách giải là tính tích phân phụ thuộc cận trên, không giải theo cách giải tìm nghiệm của phương trình vi phân.

✚ Để tính thời gian sống trung bình của hạt nhân phải sử dụng cách tính tích phân của hàm số mũ có cận vô cực

✚ Đồ thị của hàm số $N = N_0 e^{-\lambda t}$ được vẽ qua các điểm đặc biệt $(0, N_0)$, $(T_{1/2}, N_0/2)$, ...

✚ Từ khái niệm chu kỳ rã nữa và giải phương trình mũ có được công thức liên hệ giữa $T_{1/2}$ và λ , không để kí hiệu $\ln$ ở kết quả mà chuyển sang số thập phân.

Các kiểu nhiệm vụ liên quan đến định luật phóng xạ trong giáo trình

Mục tiêu của các dạng bài tập trong giáo trình là

✚ Tìm một giá trị chưa biết trong các công thức sau khi đã biết các giá trị còn lại:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}, m = m_0 e^{-\lambda t}, m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}, H = H_0 e^{-\lambda t}, H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}, \lambda = \frac{\ln 2}{T}, H = \lambda N$$

✚ Tìm hiệu số $m_0 - m$, $N_0 - N$ (số nguyên tử, khối lượng chất phóng xạ bị phân rã; số nguyên tử, khối lượng chất phóng xạ được tạo thành)

✚ Tìm tỉ số m/m_0 , N/N_0

Vì các dạng bài tập này đã xuất hiện và cách giải các bài tập này cũng không khác gì so với cách giải các bài tập trong các SGK vật lý phổ thông nên chúng tôi sẽ không trình bày phần này cụ thể mà sẽ trình bày chi tiết trong phần các kiểu nhiệm vụ liên quan đến định luật phóng xạ trong các SGK vật lý phổ thông. Tuy nhiên, do kiến thức ở bậc đại học phong phú và đa dạng nên đã xuất hiện thêm các kiểu nhiệm vụ đã không tồn tại trong chương trình vật lý THPT, đó là các kiểu nhiệm vụ: tìm xác suất để hạt nhân phân rã trong khoảng thời gian từ 0 đến t, tìm thời gian sống trung bình của hạt nhân.

Từ kết quả tham khảo luận văn thạc sĩ của tác giả Nguyễn Hữu Lợi nghiên cứu hàm số mũ trong toán học cùng với sự phân tích hai giáo trình trên, chúng tôi sẽ trình bày sự giống nhau và khác nhau về hàm số mũ ở các giáo trình toán học và vật lý trong bảng 2.1.

Bảng 2.1: Sự khác nhau giữa các giáo trình toán học và vật lý khi trình bày hàm số mũ

	Giáo trình toán học	Giáo trình vật lý
Định nghĩa	✚ Đồng cấu liên tục ✚ Phương trình vi phân $dy=ydx$ ✚ Chuỗi ✚ Hàm mũ được định nghĩa trên cơ sở hàm logarit nêpe	Không định nghĩa tường minh nhưng chúng ta thấy rằng trong các giáo trình vật lý hàm số mũ có dạng $y=be^{u(x)}$, $b>0$, hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là nghiệm của phương trình vi phân $dN=-\lambda Ndt$
Tập xác định	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_+$. Không định nghĩa tường minh nhưng thông qua đồ thị và cách giải các bài tập thì chúng tôi có được kết luận trên.
Tập giá trị	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$. Không định nghĩa tường minh nhưng thông qua đồ thị, cách giải các bài tập và biểu thức giải tích của hàm số mũ thì chúng tôi có được kết luận trên.
Đồ thị	Đồ thị luôn luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1	Đồ thị luôn luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng N_0

CHƯƠNG 3: HÀM SỐ MŨ TRONG CÁC SGK VẬT LÝ PHỔ THÔNG

Trong luận văn này, có ba quyển SGK vật lý được chọn để nghiên cứu hàm số mũ:

- Sách “chỉnh lý hợp nhất” được sử dụng thống nhất trong cả nước từ năm 2000: *Vật lý 12* của nhóm tác giả Đào Văn Phúc (chủ biên) - Dương Trọng Bái - Nguyễn Thượng Chung- Vũ Quang, nhà xuất bản Giáo dục, năm 2000.

- Sách *vật lý 12 nâng cao* của nhóm tác giả Nguyễn Thế Khôi (tổng chủ biên) – Vũ Thanh Khiết (chủ biên) – Nguyễn Đức Hiệp – Nguyễn Ngọc Hưng – Nguyễn Đức Thâm – Phạm Đình Thiệt – Vũ Đình Túy – Phạm Quý Tư, nhà xuất bản Giáo dục, năm 2007

- Sách *vật lý 12 cơ bản*, sách *giáo viên vật lý 12 cơ bản* của nhóm tác giả Lương Duyên Bình (tổng chủ biên) – Vũ Quang (chủ biên) – Nguyễn Thượng Chung – Tô Giang – Trần Chí Minh – Ngô Quốc Quỳnh, nhà xuất bản Giáo dục, năm 2007.

3.1. Hàm số mũ trong sách “chỉnh lý hợp nhất” năm 2000:

3.1.1. Vị trí của hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông chỉnh lý hợp nhất năm 2000:

Trong chương trình này, hàm số mũ chỉ xuất hiện duy nhất trong SGK vật lý 12, ở phần 3: Vật lý hạt nhân. Cụ thể, hàm số mũ xuất hiện trong bài 55: Sự phóng xạ, trong chương IX: Những kiến thức sơ bộ về hạt nhân nguyên tử. Trong khi đó, hàm số mũ đã được giảng dạy với vai trò đối tượng trong chương trình môn toán lớp 11. Các bài học này sẽ cung cấp những cách tiếp cận khác về hàm số mũ hay chỉ khai thác các tính chất toán học của hàm số này?

Trong bài 54 (bài đầu tiên của chương IX), SGK giới thiệu cấu tạo của hạt nhân nguyên tử, lực hạt nhân, đồng vị, đơn vị khối lượng nguyên tử. Sang bài 55, SGK định nghĩa hiện tượng phóng xạ và nêu đặc điểm của ba loại tia phóng xạ: tia α , tia β (β^+ , β^-) và tia γ . Sau đó, SGK nêu lên đặc điểm của hiện tượng phóng xạ “*hiện tượng phóng xạ do các nguyên nhân bên trong hạt nhân gây ra và hoàn toàn không phụ thuộc vào các tác động bên ngoài. Dù nguyên tử phóng xạ có nằm trong các hợp chất khác nhau, dù có bắt chất phóng xạ chịu áp suất hay nhiệt độ khác nhau thì nó cũng không bị một chút ảnh hưởng nào mà cứ phân rã, tức là phóng ra tia phóng xạ và biến đổi thành chất khác theo đúng định luật sau đây, gọi là định luật phóng xạ*”

3.1.2. Quy trình SGK đưa vào định luật phóng xạ:

- Định nghĩa chu kỳ bán rã của chất phóng xạ
- Tính số nguyên tử của chất phóng xạ sau thời gian $T, 2T, 3T, \dots, kT$ (k là số nguyên dương) lần lượt là $N_0/2, N_0/4, N_0/8, \dots, N_0/2^k$ (N_0 là số nguyên tử ban đầu)
- Đưa ra công thức $N=N_0e^{-\lambda t}$, $m=m_0e^{-\lambda t}$ (m_0 là khối lượng ban đầu) sau khi giải thích “*có thể dùng toán học để chứng minh rằng nếu vậy thì số nguyên tử N hoặc khối lượng m của chất phóng xạ là hàm mũ, với số mũ âm của thời gian*”
- Nêu tên gọi của hằng số λ

- Chứng minh công thức liên hệ giữa T và λ (cho $t=T$ ta có: $m = m_0/2$. Thay vào công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$ ta được $m_0/2 = m_0 e^{-\lambda T}$ suy ra $T = \ln 2 / \lambda = 0.693 / \lambda$)

Sau đó, SGK định nghĩa độ phóng xạ H của một lượng chất phóng xạ và SGK đã chứng minh “độ phóng xạ $H(t)$ giảm theo thời gian với cùng quy luật với số nguyên tử $N(t)$ ”. Từ công thức $N = N_0 e^{-\lambda t}$, điều này được SGK chứng minh “thật vậy, $H(t) = -dN(t)/dt = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N(t)$. Nên H_0 là độ phóng xạ ban đầu, $H_0 = \lambda N_0$ thì ta có quy luật giảm của độ phóng xạ: $H(t) = H_0 e^{-\lambda t}$ ”

Nhân xét:

- SGK vật lý đã bỏ qua nhiều bước chứng minh, tính toán mà đối với toán học lẽ ra phải được làm rõ.

Chẳng hạn, để có được công thức biểu diễn số nguyên tử của chất phóng xạ sau thời gian kT , SGK đã đưa ra công thức nhờ dự đoán và tương tự hóa các trường hợp cụ thể ban đầu (tính số nguyên tử sau khoảng thời gian $T, 2T, 3T$). Trong toán học công thức này muốn được thừa nhận thì phải được chứng minh bằng phương pháp quy nạp. Hơn thế, để đi đến công thức tổng quát: số nguyên tử của chất phóng xạ sau thời gian kT là $N_0/2^k$, SGK vật lý đã thực hiện không logic ở khâu này và bỏ qua tính chất của lũy thừa. Lẽ ra, thực hiện như sau sẽ hợp lý hơn và dễ dàng dự đoán được số nguyên tử sau khoảng thời gian kT là $N_0/2^k$

Sau chu kỳ T số nguyên tử còn lại của chất phóng xạ là $N_0/2$

Sau chu kỳ $2T$ số nguyên tử còn lại của chất phóng xạ là $(N_0/2)/2 = N_0/2^2$

Sau chu kỳ $3T$ số nguyên tử còn lại của chất phóng xạ là $(N_0/2^2)/2 = N_0/2^3$

Sau chu kỳ kT số nguyên tử còn lại của chất phóng xạ là $N_0/2^k$

Từ công thức $m_0/2 = m_0 e^{-\lambda T}$ suy ra $T = \ln 2 / \lambda = 0.693 / \lambda$, SGK đã bỏ qua công đoạn giải phương trình mũ

- Để có được công thức $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H(t) = -dN(t)/dt$, SGK đã không giải thích tường minh mà giải thích theo nghĩa “trốn tránh”.

- Bước chuyển từ việc tìm số nguyên tử ở thời điểm là bội của chu kỳ sang thời điểm bất kỳ, từ rời rạc sang liên tục không được SGK giải thích gì cả.

- Đồ thị của hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ được vẽ mà không cần thực hiện các bước khảo sát, các điểm đặc biệt mà đồ thị đi qua là $(0, N_0)$, $(T, N_0/2)$, $(2T, N_0/4)$, $(3T, N_0/8)$, SGK vật lý đã bỏ qua điểm $(1, N_0 e^{-\lambda})$ nhưng trong toán học khi vẽ đồ thị của hàm số mũ thường có điểm này. Như vậy, đồ thị của hàm số mũ được vẽ trong SGK vật lý có nguồn gốc từ định nghĩa chu kỳ bán rã, chứ không xuất phát từ việc vẽ đồ thị của hàm số $N = N_0 e^{-\lambda t}$

- Hàm số $N=N_0e^{-\lambda t}$ được SGK vật lý gọi là hàm mũ, ngầm ẩn xem như học sinh đã biết hàm số này rồi, trong khi đó SGK và SBT đại số và giải tích lớp 11 chưa từng đề cập đến hàm số mũ nào có dạng $y=ba^x$ (b là số thực dương)

- SGK chính lý đã sử dụng các tính chất toán học của hàm số mũ mà học sinh đã được học trong chương trình toán phổ thông: vẽ đồ thị hàm số mũ, giải phương trình mũ, đạo hàm của hàm số mũ. SGK này không viết đạo hàm của hàm số mũ tại thời điểm t là $N'(t)$ mà viết ở dạng vi phân $dN(t)/d(t)$

- Trên trục t, SGK luôn chọn gốc tọa độ là thời điểm khảo sát trước và luôn khảo sát tình trạng của chất phóng xạ sau thời điểm chọn làm gốc tọa độ. Không bao giờ khảo sát tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ. Do đó, biến t được khảo sát luôn mang giá trị dương. Số nguyên tử hoặc khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm được chọn làm gốc tọa độ được SGK gọi là số nguyên tử ban đầu hoặc khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, điều đó tạo cho người ta cảm giác những gì ở trước đó là không tồn tại nữa nên không xét đến nữa.

- Quan điểm trình bày của SGK vật lý phổ thông là chỉ chú trọng đến tri thức cuối cùng mà chương trình muốn cung cấp cho học sinh, các bước trung gian, chứng minh, tính toán để có được tri thức đó đã bị SGK bỏ qua hoặc “lẩn tránh”, đặc biệt là các khái niệm, kỹ thuật đã được nghiên cứu trong toán học thì SGK vật lý không trình bày lại và cũng không nhắc lại, “âm thầm” đưa ra công thức sau cùng để phục vụ cho các nhu cầu vật lý.

Như vậy, SGK vật lý đã sử dụng trực tiếp các tri thức đã được nghiên cứu bên toán: khái niệm hàm số mũ, đạo hàm của hàm số mũ, giải phương trình mũ hoặc định nghĩa của hàm số lôgarit. Hàm số mũ xuất hiện trong vật lý xuất phát từ nhu cầu gắn liền với hiện tượng vật lý là hiện tượng phóng xạ, đó là nhu cầu tính số nguyên tử hoặc khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm t. Để có được công thức $N=N_0e^{-\lambda t}$, SGK vật lý phải sử dụng các kiến thức toán học. Toán học nói chung, các kiến thức liên quan đến hàm số mũ nói riêng trở thành công cụ để giải quyết các bài toán nảy sinh trong vật lý.

Kết luận:

Chúng tôi ghi nhận rằng: trước khi xuất hiện trong vật lý, hàm số mũ đã được nghiên cứu trong toán học. Về mặt lịch sử, hàm số mũ xuất hiện vào thế kỷ 18, định luật phóng xạ ra đời vào cuối thế kỷ 19 – đầu thế kỷ 20 (ra đời khi đã có mặt của hàm số mũ). Sự xuất hiện của hàm số mũ trong hai chương trình môn toán và môn lý phổ thông (trước khi hàm số mũ xuất hiện trong SGK vật lý thì học sinh đã được nghiên cứu đối tượng này trong chương trình môn toán vào cuối lớp 11 và đầu lớp 12), chính vì thế mà nó đã trở thành công cụ ứng dụng cho các công trình vật lý. Hơn thế nữa, từ kết quả của việc phân tích SGK vật lý, chúng tôi khẳng định: trong chương trình vật lý phổ thông, hàm

số mũ xuất hiện với vai trò là công cụ để giải quyết một hiện tượng trong vật lý, đó là định luật phóng xạ. Bài học này chỉ khai thác các tính chất toán học của hàm số mũ.

3.1.3. Các kiểu nhiệm vụ trong sách chỉnh lý hợp nhất năm 2000:

Mục tiêu của các dạng bài tập trong SGK chỉnh lý hợp nhất năm 2000 là

🔗 Tìm một giá trị chưa biết trong các công thức sau khi đã biết các giá trị còn lại:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}, m = m_0 e^{-\lambda t}, m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}, H = H_0 e^{-\lambda t}, H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}, \lambda = \frac{\ln 2}{T}, H = \lambda N$$

🔗 Tìm hiệu số $m_0 - m$, $N_0 - N$ (số nguyên tử, khối lượng chất phóng xạ bị phân rã; số nguyên tử, khối lượng chất phóng xạ được tạo thành)

🔗 Tìm tỉ số m/m_0 , N/N_0

Chúng tôi phân loại các bài tập trong SGK và SBT chỉnh lý hợp nhất năm 2000 thành các dạng sau:

T1: Tìm m (hoặc N hoặc H) (tìm khối lượng hoặc tìm số nguyên tử hoặc tìm độ phóng xạ của một chất phóng xạ sau thời gian t)

Giả thiết đề bài cho: m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , t hoặc m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), λ , t

Bài 9.5 [SBT_{CL}, trang 78]

“Chất phóng xạ Co^{60} (dùng trong y tế) có chu kỳ bán rã $T=5.33$ năm. Ban đầu có 1kg chất ấy, tính khối lượng còn lại sau 10 năm?”

Lời giải mong đợi được cho trong [SBT_{CL}] trang 142

Hướng dẫn: Có thể tính m bằng hai cách: dùng công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $\lambda = 0.13/\text{năm}$, hoặc coi thời

gian 10 năm là $10/5.33$ chu kỳ bán rã T , $m = \left(\frac{1}{2}\right)^{10/5.33}$. Cách nào thì cũng phải tính bằng lôgarit

Chỉ duy nhất bài 9.5 [SBT_{CL}, trang 78] trình bày lời giải cụ thể, các bài tập còn lại đều không được [SGK_{CL}] và [SBT_{CL}] trình bày lời giải cụ thể mà chỉ ghi đáp số. Dựa trên cơ sở lý thuyết đã nghiên cứu, chúng tôi đưa ra các kỹ thuật giải quyết như sau:

τ_{11} :

Thế giá trị m_0 , t , T vào công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ rồi tìm m

τ_{12} :

Thế giá trị m_0 , t , T vào công thức $m = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$ rồi tìm m

τ_{13} :

Thế giá trị m_0 , t , T vào công thức $m = m_0 e^{-\frac{0.693}{T}t}$ rồi tìm m

τ_{14} :

Thế T vào một trong hai công thức $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ hoặc $\lambda = \frac{0.693}{T}$ để tìm λ

Thế m_0 , t, λ vào công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$ rồi tìm m

Kỹ thuật không được SGK và SBT trình bày thành thuật toán nhưng từ các công thức được trình bày trong SGK và hướng dẫn của SBT có thể xây dựng nên kỹ thuật này. Kỹ thuật này dễ hiểu và dễ áp dụng: thế các đại lượng đã biết vào các công thức và tìm 1 đại lượng còn lại chưa biết. Kỹ thuật này thực chất là tìm một giá trị của hàm số mũ tương ứng với một biến số đã biết. Kết quả luôn là các số thập phân với 1, 2 hoặc 3 chữ số thập phân (mặc dù bài 3 trang 215 SGK kết quả chính xác là 0.78125g nhưng SGK đã làm tròn là 0.78g). Các ký hiệu ln, e, lũy thừa không có mặt trong kết quả, các phép toán đều được thực hiện bằng máy tính bỏ túi. Kết quả luôn là các số gần đúng. Trong đó hai kỹ thuật τ_{13} , τ_{14} sẽ bị sai số nhiều.

Yếu tố công nghệ giải thích cho các kỹ thuật trên là các công thức $\lambda = \ln 2 / T$, $\lambda = 0.693 / T$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$

Yếu tố công nghệ được trình bày tường minh trong SGK ngoại trừ công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ với t là số thực dương bất kỳ không được trình bày tường minh trong [SGK_{CL}].

Yếu tố lý thuyết giải thích cho yếu tố công nghệ đã được phân tích trong phần 3.1.1 và 3.1.2

Chương trình ưu tiên cho các kỹ thuật τ_{11} , τ_{14}

Kỹ thuật τ_{11} không có trong [SGK_{CL}], kỹ thuật này cũng có ưu điểm là ít bị sai số, cơ số 2 sẽ gần gũi với học sinh hơn cơ số e, cho học sinh cảm giác 2 là một số, còn e chỉ là một ký hiệu không phải là một số, học sinh không vướng bận với hằng số phóng xạ λ .

Để tìm m chương trình chỉnh lý sử dụng cả 2 công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ trong khi công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ không được trình bày trong [SGK_{CL}].

T2: Tìm khoảng thời gian t

Giả thiết đề bài cho: m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T, m hoặc m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), λ , m

Ví dụ [SGK_{CL}, trang 221]

“Đo H của một đĩa gỗ của người Ai Cập cổ, ta được $H=0.15\text{Bq}$. Lấy một mẫu gỗ của một cây vừa mới chặt, có cùng khối lượng, ta đo được độ phóng xạ $H_0=0.25\text{Bq}$. Vì $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với $\lambda=0.693/5600$ nên tính ra được $t=4100$ năm, đó là tuổi của cái đĩa cổ”

Bài 6 [SGK_{CL}, trang 222]

“Tính tuổi của một cái tượng cổ bằng gỗ biết rằng độ phóng xạ β^- của nó bằng 0.77 lần độ phóng xạ của một khúc gỗ, cùng khối lượng và vừa mới chặt.”

Bài 4 [SGK_{CL}, trang 240]

“Urani 238 sau một loạt phóng xạ α , β biến thành chì. Chu kỳ bán rã của sự biến đổi tổng hợp này là $4,6.10^9$ năm. Giả sử ban đầu một loại đá chỉ chứa urani, không chứa chì. Nếu hiện nay tỉ lệ các khối lượng của urani và chì trong đá ấy là $\frac{m(U)}{m(Pb)} = 37$, thì tuổi của đá ấy là bao nhiêu?”

Bài 9.5 [SBT_{CL}, trang 78]

“Chất phóng xạ Co^{60} (dùng trong y tế) có chu kỳ bán rã $T=5.33$ năm. Ban đầu có 1kg chất ấy. Sau bao nhiêu năm thì còn 0.1kg?”

 τ_{21} :

Thế giá trị m_0 , m , T vào công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ rồi tìm t như sau: $t = T \log_2 \left(\frac{m_0}{m} \right)$

 τ_{22} :

Thế giá trị m_0 , m , T vào công thức $m = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$ rồi tìm t như sau: $t = T \ln(m_0/m) / \ln 2$

 τ_{23} :

Tính m_0/m rồi mới thế vào công thức $t = T \log_2 \left(\frac{m_0}{m} \right)$

 τ_{24} :

Tính m_0/m rồi mới thế vào công thức $t = T \ln(m_0/m) / \ln 2$

 τ_{25} :

Tính trước λ , bằng một trong hai công thức $\lambda = \ln 2 / T$ hoặc $\lambda = 0.693 / T$ rồi mới thế vào công thức $t = [\ln(m_0/m)] / \lambda$

Chương trình ưu tiên cho kỹ thuật τ_{25}

Kỹ thuật không được SGK và SBT trình bày thành thuật toán nhưng từ các công thức được trình bày trong SGK và hướng dẫn của SBT có thể xây dựng nên kỹ thuật này. Kỹ thuật này dễ hiểu và dễ áp dụng: thế các đại lượng đã biết vào các công thức và tìm 1 đại lượng còn lại chưa biết. Kỹ thuật này thực chất là tìm giá trị của biến số tương ứng với giá trị của hàm số đã biết (giải phương trình mũ). Kết quả luôn là các số thập phân với 1, 2 hoặc 3 chữ số thập phân. Các ký hiệu $\ln$, e , lũy thừa không có mặt trong kết quả, các phép toán đều được thực hiện bằng máy tính bỏ túi. Kết quả luôn là các số gần đúng. Trong đó các kỹ thuật τ_{23} , τ_{24} , τ_{25} sẽ bị sai số nhiều.

Yếu tố công nghệ giải thích cho các kỹ thuật trên là các công thức $\lambda = \ln 2 / T$, $\lambda = 0.693 / T$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$,

$m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, quy tắc chuyển về và phương pháp giải phương trình mũ.

Yếu tố công nghệ được trình bày tường minh trong SGK ngoại trừ công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ với t là số thực dương bất kỳ không được trình bày tường minh trong **[SGK_{CL}]**.

Yếu tố lý thuyết giải thích cho yếu tố công nghệ đã được phân tích trong phần 3.1.1 và 3.1.2

Kỹ thuật τ_{21} không có trong **[SGK_{CL}]**, kỹ thuật này cũng có ưu điểm là ít bị sai số nhưng trong thời kỳ này máy tính bỏ túi chưa có nhiều tính năng nên việc tính t bằng công thức

$t = T \log_2 \left(\frac{m_0}{m} \right)$ không được sử dụng.

Để tìm t chương trình chỉnh lý chỉ sử dụng công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$

T3: Tìm hằng số phóng xạ λ

Giả thiết cho T

“Một chất phóng xạ có chu kỳ bán rã $T=10s$ lúc đầu có độ phóng xạ $H_0=2.10^7 Bq$. Tính hằng số phóng xạ λ , số nguyên tử lúc ban đầu, số nguyên tử còn lại và độ phóng xạ sau 30s.”

τ_3 : thế T vào $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ hoặc $\lambda = \frac{0.693}{T}$ để tìm λ

T4: Tìm N

Đề bài cho: λ , H hoặc T, H

Ví dụ : **Bài 5 [SGK_{CL}, trang 215]**

“Chất phóng xạ ^{210}Po (pôlôni) có chu kỳ bán rã 138 ngày. Tính khối lượng Po có độ phóng xạ 1Ci”

τ_{41} :

Thế H, T vào công thức $N = \frac{HT}{\ln 2}$ tìm N

Thế $N = \frac{HT}{\ln 2}$ vào công thức $m = \frac{NA}{N_A}$ để tìm m

τ_{42} :

Đây là kỹ thuật tính kết quả từng giai đoạn hoặc thay thế $\ln 2$ bằng 0.693

T5: Tìm H

Đề bài cho: λ , N hoặc T, N

Ví dụ: **Bài 9.6 trang 79 [SBT_{CL}]**

“Biết khối lượng nguyên tử của Co^{60} là 58.9u, tính độ phóng xạ ban đầu và sau 10 năm”.

τ_{51} :

Thế T, m, N_A , A vào công thức $H = (\ln 2 / T) \cdot (m N_A / A)$ để tìm H

Chúng tôi gọi τ_{52} là kỹ thuật tính trước các $\ln 2 / T$, $m N_A / A$, $0.693 / T$ rồi mới thế vào công thức ở τ_{51}

Dĩ nhiên là τ_{52} sẽ bị sai số nhiều.

Kỹ thuật được rút ra từ yếu tố công nghệ $H=\lambda N$ được trình bày tường minh trong [SGK_{CL}]. Kỹ thuật này dễ hiểu và dễ áp dụng: thế các đại lượng đã biết vào các công thức và tìm 1 đại lượng còn lại chưa biết. Kết quả luôn là các số thập phân với 1, 2 hoặc 3 chữ số thập phân. Các ký hiệu $\ln$, e , lũy thừa không có mặt trong kết quả, các phép toán đều được thực hiện bằng máy tính bỏ túi. Kết quả luôn là các số gần đúng.

Yếu tố lý thuyết giải thích cho yếu tố công nghệ đã được phân tích trong phần 3.1.1 và 3.1.2

T6 : Tìm tỉ lệ phần trăm của chất phóng xạ còn lại

Thực chất kiểu nhiệm vụ này là tìm tỉ số m/m_0 hoặc N/N_0 hoặc H/H_0

Bài 9.7 trang 79 [SBT_{CL}]

“Thời gian để số hạt nhân phóng xạ giảm đi $e=2.7$ lần gọi là tuổi sống trung bình τ của chất phóng xạ $\left(\frac{N_0}{N_\tau}=e\right)$. Chứng minh rằng $\tau=\frac{1}{\lambda}$, λ là hằng số phóng xạ. Sau thời gian τ còn bao nhiêu phần trăm của chất phóng xạ ban đầu? ”

Đề bài trong SBT đã giới thiệu khái niệm tuổi sống trung bình của một chất phóng xạ chính là khoảng thời gian để số nguyên tử của chất phóng xạ giảm đi e lần.

Kỹ thuật thực hiện kiểu nhiệm vụ này cũng giống kỹ thuật chứng minh công thức $T=\ln 2/\lambda$, chính là giải phương trình mũ.

Nhận xét:

- Kỹ thuật giải quyết các kiểu nhiệm vụ đã đề cập ở trên xuất phát từ các công thức đã được giới thiệu trong SGK, đó là các công thức $\lambda=\ln 2/T$, $N=N_0e^{-\lambda t}$, $m=m_0e^{-\lambda t}$, $H=H_0e^{-\lambda t}$, $H=\lambda N$, từ các công thức này đi tìm giá trị của đại lượng mà đề bài yêu cầu, việc đi tìm giá trị còn lại thực chất là đi tìm giá trị của hàm số mũ tại một giá trị của biến và giải phương trình mũ, phương trình mũ mà chương trình vật lý phổ thông đề cập đến có dạng đơn giản $a^{kx}=b$ hoặc $e^{kx}=b$. Dữ liệu đề bài cho đa dạng, phong phú nhưng luôn bám vào các đại lượng của các công thức trên. Duy nhất yếu tố công nghệ $N=mN_A/A$ không được trình bày tường minh trong SGK và SBT. Nhưng nhiều bài toán đã áp dụng công thức này để tìm số nguyên tử khi biết khối lượng m hoặc ngược lại. Thông qua các bài tập trong bài này, chương trình vật lý trong chương trình chỉnh lý chỉ sử dụng các tính chất liên quan đến hàm số mũ đã biết trong toán học như là một công cụ, không khai thác thêm những hướng tiếp cận mới về hàm số mũ.

- Kỹ thuật mà đưa ra công thức cuối cùng rồi mới thế các giá trị đề bài cho vào công thức sẽ ít bị sai số, nếu thế các giá trị đã biết vào từng công thức, ở mỗi giai đoạn đều làm tròn thì kết quả sẽ bị sai số nhiều hơn.

- Bài tập trong SBT đã đưa vào khái niệm mới: tuổi sống trung bình của chất phóng xạ mà khái niệm này không được trình bày trong SGK.

3.2. Hàm số mũ trong sách giáo khoa vật lý nâng cao hiện hành:

3.2.1. Vị trí của hàm số mũ trong sách giáo khoa vật lý nâng cao hiện hành:

Trong SGK nâng cao, hàm số mũ xuất hiện ở hai chương: chương 7 (Lượng tử ánh sáng) và chương 9 (Hạt nhân nguyên tử). Cụ thể, trong §48. Hấp thụ và phản xạ lọc lựa ánh sáng, màu sắc các vật (trang 242, chương 7), hàm số mũ xuất hiện trong định luật về sự hấp thụ ánh sáng. Sau khi SGK định nghĩa hiện tượng hấp thụ ánh sáng thì đưa vào định luật về sự hấp thụ ánh sáng: “*cường độ I của chùm sáng đơn sắc khi truyền qua môi trường hấp thụ giảm theo định luật hàm mũ của độ dài d của đường đi tia sáng: $I=I_0e^{-\alpha d}$, với I_0 là cường độ chùm ánh sáng tới môi trường, α được gọi là hệ số hấp thụ của môi trường*”. Định luật này chỉ được SGK giải thích bằng các kết quả thu được từ thực nghiệm “*việc khảo sát định lượng sự hấp thụ ánh sáng đã cho thấy*”. Như vậy, định luật này cũng như hàm số mũ không được SGK xây dựng tường minh, nó được SGK ấn định và giải thích theo kiểu “gần như không giải thích” và tầm ảnh hưởng của nó trong bài này cũng như cả chương này là rất hẹp. Bằng chứng là bài tập trong SGK liên quan đến nội dung này chỉ có duy nhất một bài, đó là bài 1 trang 244 SGK:

“*Cường độ của chùm sáng đơn sắc truyền qua môi trường hấp thụ*

- A. *giảm tỉ lệ với độ dài đường đi của tia sáng.*
- B. *giảm tỉ lệ với bình phương độ dài đường đi của tia sáng*
- C. *giảm theo định luật hàm mũ của độ dài đường đi của tia sáng*
- D. *giảm theo tỉ lệ nghịch với độ dài đường đi của tia sáng”*

và trong SBT thì hoàn toàn không có bài nào liên quan đến định luật này

Bài 1 (trang 244) là dạng bài tập trắc nghiệm, bài tập này chỉ giúp học sinh hiểu và tái hiện nội dung của định luật chứ không phải là dạng bài tập ứng dụng định luật để đi tìm 1 đại lượng nào đó chưa biết trong công thức. Trong chương này, SGK chỉ đưa ra 1 hàm số mũ mà không có bài tập nào liên quan đến đạo hàm của hàm số mũ, giải phương trình mũ, tính giá trị của hàm số mũ tại 1 giá trị của biến số tương ứng, vẽ đồ thị của hàm số mũ. Thậm chí trong phần tóm tắt chương 7, SGK đã không nhắc lại định luật này, điều đó cho thấy sự lu mờ của định luật này trong chương trình và ứng dụng của định luật này trong chương trình vật lý phổ thông hiện hành là không có, SGK chỉ giới thiệu sự có mặt của định luật này thôi. Hàm số mũ xuất hiện trong chương 7 nhưng chúng tôi không tìm thấy được cách tiếp cận với hàm số mũ cũng như không tìm thấy các tính chất toán học của hàm số mũ được sử dụng trong chương này.

Lần thứ hai hàm số mũ xuất hiện trong SGK nâng cao là nội dung của định luật phóng xạ được trình bày trong §5. **Phóng xạ** (trang 267→272).

3.2.2. Quy trình SGK đưa vào định luật phóng xạ:

- Từ thực nghiệm hình thành nên định nghĩa chu kỳ bán rã T của chất phóng xạ

- Từ định nghĩa chu kỳ bán rã T có được số hạt nhân N chưa bị phân rã sau các thời gian $T, 2T, 3T, \dots, kT$ (k là số nguyên dương) lần lượt là $N_0/2, N_0/4, N_0/8, \dots, N_0/2^k$
- Hình thành công thức tổng quát tính số hạt nhân của chất phóng xạ ở thời điểm kT : $N(kT) = N_0 2^{-k}$
- Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của số hạt nhân N của chất phóng xạ theo thời gian t (hình 53.3 SGK trang 270)
- Giới thiệu công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ (1) với lời giải thích “do tính liên tục của quá trình phân rã (tức là của giá trị $N(t)$) ta có thể viết: $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ ”.
- Trình bày cách ghi khác của công thức (1): $N(t) = N_0 e^{-(\ln 2/T)t} = N_0 e^{-\lambda t}$ với $\lambda = \ln 2/T = 0.693/T$ gọi là hằng số phóng xạ, đặc trưng cho từng loại chất phóng xạ.
- Đưa ra công thức $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$ (2) với lý luận “khối lượng tỉ lệ với số hạt nên khối lượng m của chất phóng xạ cũng giảm theo thời gian với cùng quy luật như số hạt nhân N ”
- Từ các công thức (1), (2) biểu thị định luật phóng xạ: “trong quá trình phân rã, số hạt nhân phóng xạ giảm theo thời gian theo định luật hàm số mũ”
- Định nghĩa độ phóng xạ “để đặc trưng cho tính phóng xạ mạnh hay yếu của một lượng chất phóng xạ, người ta dùng đại lượng gọi là độ phóng xạ (hay hoạt độ phóng xạ), được xác định bằng số hạt nhân phân rã trong một giây. Độ phóng xạ đặc trưng cho tốc độ phân rã”
- SGK đưa ra lý luận để có được công thức của độ phóng xạ H : “vì số hạt nhân của một lượng chất phóng xạ giảm dần nên độ phóng xạ H của chất phóng xạ cũng giảm theo thời gian. Nếu ΔN là số hạt nhân bị phân rã trong khoảng thời gian Δt , ta có $H = -\Delta N / \Delta t = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N_0 2^{-t/T}$

$$H = \lambda N$$
”
- Từ công thức $H = \lambda N$ có được độ phóng xạ ban đầu $H_0 = \lambda N_0$
- Sau cùng SGK giới thiệu công thức $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với nhận xét: “độ phóng xạ của một lượng chất phóng xạ giảm theo thời gian theo cùng quy luật hàm số mũ giống như số hạt nhân (số nguyên tử) của nó”

Nhận xét:

- $N(kT) = N_0 2^{-k}$ là một hàm số có tập xác định là các số nguyên không âm và tập giá trị là các số thực dương
- Theo thứ tự trình bày của SGK thì đồ thị biểu diễn số hạt nhân N của chất phóng xạ theo thời gian t được đề cập trên hình 53.3 trước rồi mới đến công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$. Sau khi trình bày công thức $N(kT) = N_0 2^{-k}$ SGK viết tiếp “đồ thị biểu diễn sự biến thiên của số hạt nhân N của chất phóng xạ theo thời gian t cho trên hình 53.3”. Như vậy, đồ thị được vẽ trong hình 53.3 là đồ thị của hàm số nào? Chắc chắn không phải là đồ thị của hàm số $N(kT) = N_0 2^{-k}$ vì đồ thị của hàm số $N(kT) = N_0 2^{-k}$ chỉ là các điểm rời rạc, trong khi đó đồ thị ở hình 53.3 là một đường liên liên tục đi qua các

điểm của đồ thị của hàm số $N(kT) = N_0 2^{-k}$. Từ đó đã dẫn chúng tôi đến câu hỏi: đồ thị trên hình 53.3 được SGK vẽ bằng cách nào? Vì sao từ một hàm số có tập xác định là các số nguyên không âm $N(kT) = N_0 2^{-k}$ thì lại xuất hiện đồ thị của một hàm số có tập xác định là các số thực không âm? Mục đích của sự xuất hiện của đồ thị này là gì?

- Khi viết $N(kT) = N_0 2^{-k}$ nghĩa là đây là hàm số ẩn là kT nhưng trong công thức T không xuất hiện ở đâu cả. Tại sao SGK không viết là $N(k) = N_0 2^{-k}$, điều này là đúng về mặt toán học, đây là hàm số ẩn k . Về mặt toán học cách viết $N(kT) = N_0 2^{-k}$ có được chấp nhận không? Vì sao SGK vật lý lại dùng cách ghi như thế? Khi dùng cách ghi như vậy thì có lợi ích gì đối với bài học?

- Lý do mà SGK nêu lên để có được công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ là xuất phát từ đồ thị ở hình 53.3 hay do lời giải thích “do tính liên tục của quá trình phân rã (tức là của giá trị $N(t)$) ta có thể viết: $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ ”. Theo như cách trình bày của SGK thì đồ thị của hàm số $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ đã được vẽ chưa vì đồ thị ở hình 53.3 không có đủ bằng chứng để chứng minh là đồ thị của hàm số mũ $N(t) = N_0 2^{-t/T}$

- Theo gợi ý về phương pháp và tổ chức hoạt động dạy học trong SGK vật lý nâng cao trang 273 “giáo viên trình bày định luật phóng xạ xuất phát từ khái niệm chu kỳ bán rã T . Giáo viên hướng dẫn học sinh hiểu rõ khái niệm này và hướng dẫn học sinh vẽ đồ thị $N(t)$ như ở hình 53.3 SGK”. Chỉ với hàm số đang có $N(kT) = N_0 2^{-k}$ thì giáo viên sẽ hướng dẫn học sinh vẽ đồ thị trên hình 53.3 như thế nào trong khi tập xác định của hàm số chỉ là các số nguyên không âm? “Sau đó, giáo viên hướng dẫn học sinh lập luận để đi đến công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$.” Như vậy, ý đồ của SGK là muốn giáo viên lập luận từ đồ thị hình 53.3 hay từ yếu tố “do tính liên tục của quá trình phân rã”?

- Vì sao SGK không đề nguyên công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ (đây là hàm số mũ cơ số 2) mà phải chuyển sang hàm số mũ cơ số e , khi chuyển sang cơ số e công thức còn phức tạp hơn nữa, mục đích của việc chuyển đổi cơ số này là gì? Phải chăng thể chế ưu tiên cho cơ số e hơn các cơ số khác?

- Sau khi chuyển sang hàm số mũ cơ số e thì xuất hiện định nghĩa hằng số phóng xạ λ . Vậy hằng số phóng xạ λ có vai trò gì đối với việc nghiên cứu định luật phóng xạ? Sự ra đời của nó có thật sự cần thiết không?

- Khối lượng tỉ lệ với số hạt chỉ được SGK nói đến mà không được SGK chứng minh vì theo SGK trang 273 thì việc này là nhiệm vụ của học sinh “giáo viên yêu cầu học sinh từ công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ rút ra công thức $m(t) = m_0 2^{-t/T}$ ”

- Độ phóng xạ được xác định bằng số hạt nhân phân rã trong 1 giây. Như vậy $H \geq 0$. Theo SGK ΔN là số hạt nhân bị phân rã trong khoảng thời gian Δt nên $(-\Delta N / \Delta t) < 0$. Như vậy, vì sao $H = -\Delta N / \Delta t$? SGK đã đồng nhất $\Delta N / \Delta t$ với dN / dt nên đã tính đạo hàm của hàm số mũ $e^{-\lambda t}$

Cách tiếp cận hàm số mũ trong bài định luật phóng xạ:

Sau khi phân tích SGK và SGK chúng tôi ghi nhận được hai cách tiếp cận hàm số mũ $N(t) = N_0 2^{-t/T}$

- Từ định nghĩa chu kỳ bán rã T SGK ngầm chứng minh được công thức $N(kT) = N_0 2^{-k}$, nếu đặt $t = kT$ điều này cũng đồng nghĩa với việc đã chứng minh được $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ với $t = kT$ (k là các số nguyên không âm). Do tính liên tục của sự kiện, SGK đã **mở rộng tập xác định** của hàm số $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ với $t = kT$ (k là các số nguyên không âm) thành tập hợp các số thực không âm và có được hàm số mũ

Từ một công thức được xem là hợp thức với t là các giá trị rời rạc cách đều nhau, do tính liên tục của quá trình phân rã nên công thức này cũng đúng với t là các số thực không âm. Từ đó có được định luật phóng xạ: “trong quá trình phân rã số hạt nhân phóng xạ giảm theo thời gian theo định luật hàm số mũ”. Như vậy, “tính liên tục của quá trình phân rã” chính là phương tiện chuyển từ hàm số $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ với $t = kT$ (k là các số nguyên không âm) thành hàm số mũ $N(t) = N_0 2^{-t/T}$.

- Để có được hàm số mũ $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ thì “**chứng minh nó xuất phát từ đường cong thực nghiệm (hình 53.3 SGK) và lập luận để suy ra công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ bằng biến đổi toán học**” (SGV trang 272). Hướng tiếp cận này không được [SGK_{NC}] thực hiện thành công.

3.2.3. Các kiểu nhiệm vụ trong [SGK_{NC}]:

T1: Tìm m (hoặc N hoặc H) (tìm khối lượng hoặc tìm số nguyên tử hoặc tìm độ phóng xạ của một chất phóng xạ sau thời gian t)

Giả thiết đề bài cho: m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , t hoặc m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), λ , t

Ví dụ: bài 9.13 trang 57 SBT vật lý 12 nâng cao

“1 chất phóng xạ có chu kỳ bán rã $T = 8$ năm, có khối lượng ban đầu 1 kg. Sau 4 năm, lượng chất phóng xạ chỉ còn bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}/2 = 0.7\text{kg}$ B. 0.75kg C. 0.8kg D. 0.65kg ”

Đây là bài tập trắc nghiệm nên SGK chỉ trình bày đáp số (SBT trang 113) mà không trình bày lời giải cụ thể nhưng chúng tôi dự đoán kỹ thuật giải như sau:

Thế m_0 , t , T vào công thức $m = \frac{m_0}{2^{t/T}}$ để tìm m . Từ kết quả mà SGV nâng cao trình bày, chúng tôi có

nhận xét: thể chế ưu tiên cho việc ghi kết quả ở dạng số thập phân và số gần đúng.

Ví dụ: bài tập 9.19 trang 59 SBT

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phát ra tia phóng xạ α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày.

Tính độ phóng xạ ban đầu của 1 mg pôlôni và độ phóng xạ của nó sau 17.25 ngày; 34.5 ngày; 69 ngày và 276 ngày”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115, 116 như sau:

“Độ phóng xạ của nó sau thời gian t : $H = H_0 e^{-\lambda t} = \frac{H_0}{2^{t/T}}$

Sau khoảng thời gian $t_1 = 17.25 \text{ ngày} = 138/8 = T/8$, thì:

$$H = \frac{H_0}{2^{\frac{1}{8}}} \approx 1,53.10^{11} \text{ Bq}$$

Sau khoảng thời gian $t_2 = 34.5 \text{ ngày} = 138/4 = T/4$, thì:

$$H = \frac{H_0}{2^{\frac{1}{4}}} \approx 1,4.10^{11} \text{ Bq}$$

Sau khoảng thời gian $t_3 = 69 \text{ ngày} = 138/2 = T/2$, thì:

$$H = \frac{H_0}{2^{\frac{1}{2}}} \approx 1,18.10^{11} \text{ Bq}''$$

T2: Tìm khoảng thời gian t

Ví dụ: bài tập 2 trang 280 SGK vật lý 12 nâng cao

“Hạt nhân $^{14}_6\text{C}$ là một chất phóng xạ, nó phóng ra tia β^- và chu kỳ bán rã là 5730 năm

b) Sau bao lâu lượng chất phóng xạ của một mẫu chì còn bằng $(1/8)$ lượng chất phóng xạ ban đầu của mẫu đó”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 280, 281 như sau:

$$“b) \text{ Ta có: } m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{2^{\frac{t}{T}}}$$

$$\text{Theo đề bài: } \frac{m}{m_0} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Từ đó: } \frac{1}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} \Rightarrow t/T = 3 \Rightarrow t = 3T \text{ và } t = 3.5730 = 17190 \text{ năm}$$

Vậy sau $t = 17190$ năm lượng chất phóng xạ chỉ còn bằng $(1/8)$ lượng chất phóng xạ ban đầu”

Khi $\frac{m_0}{m} = 2^k$ thì công thức mà SGK nâng cao sử dụng là $m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}$ và SGK nâng cao tìm t bằng việc

giải phương trình mũ $2^{\frac{t}{T}} = 2^k \Leftrightarrow \frac{t}{T} = k \Leftrightarrow t = kT$. Kỹ thuật giải phương trình này không có bóng dáng của kí hiệu lôgarit.

Ví dụ: bài tập 2 trang 280 SGK vật lý 12 nâng cao

“c) Trong cây cối có chất phóng xạ $^{14}_6\text{C}$. Độ phóng xạ của một mẫu gỗ tươi và một mẫu gỗ cổ đại đã chết cùng khối lượng lần lượt là 0.250Bq và 0.215Bq . Xác định xem mẫu gỗ cổ đại đã chết cách đây bao lâu?”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 280, 281 như sau:

“c) Kí hiệu t là khoảng thời gian mà mẫu gỗ cổ đại đã chết, ta có : $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với $H_0 = 0.250 \text{ Bq}$,

$$H = 0.215 \text{ Bq}$$

từ đó: $\lambda t = \ln(H_0/H) = \ln(0.250/0.215) = \ln(1.162) = 0.1508$ và

$$t = 0.1508/\lambda = (0.1508T)/0.693 = (0.1508 \cdot 5730)/0.693$$

hay $t \approx 1250$ năm”

Khi $\frac{H_0}{H} \neq 2^k$ thì công thức mà SGK nâng cao sử dụng là $H = H_0 e^{-\lambda t}$ và t được tìm bằng cách giải

phương trình mũ $e^{\lambda t} = \frac{H_0}{H}$, phương trình mũ này được giải bằng cách lấy lôgarit cơ số e hai vế của

phương trình, thay các giá trị đã biết, bấm máy cho ra kết quả. Trong bài này, SGK nâng cao đã không thay số liệu vào công thức sau cùng mà thay số liệu vào từng công thức trung gian nên kết quả bị sai số nhiều.

Ví dụ: bài tập 9.19 trang 59 SBT

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phát ra tia phóng xạ α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày.

Ban đầu có 1g chất phóng xạ pôlôni. Hỏi sau bao lâu lượng pôlôni chỉ còn lại 10mg”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115, 116 như sau:

“Ta có: $m/m_0 = (10 \cdot 10^{-3})/1 = 1/10^2 = e^{-\lambda t} \Rightarrow \lambda t = 2 \ln 10$ với $\lambda = 0.693/T$, suy ra $t \approx 917$ ngày”

Trong bài này, $\frac{m}{m_0} \neq 2^k$ thì SGK nâng cao ưu tiên dùng công thức $m = m_0 e^{-\lambda t}$, t được tìm bằng việc

giải phương trình mũ với cơ số e , kết quả không chứa các kí hiệu của mũ và lôgarit.

T3: Tìm H

Ví dụ: bài tập 1 trang 279 SGK vật lý 12 nâng cao

“b) Một mẫu pôlôni nguyên chất có khối lượng ban đầu 0.01g. Tính độ phóng xạ của mẫu chất trên sau 3 chu kỳ bán rã. Cho biết số Avôgađrô $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ nguyên tử/mol”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 279, 280 như sau:

“b) Số hạt nhân pôlôni ban đầu là: $N_0 = N_A m_0 / A$ với $m_0 = 0.01 \text{ g}$, $A = 210 \text{ g}$. Sau thời gian $t = 3T$ số hạt nhân pôlôni còn lại (chưa bị phân rã phóng xạ) là:

$$N = N_0 / 2^{t/T} = N_0 / 2^3 = N_0 / 8 = N_A m_0 / 8A$$

Độ phóng xạ của mẫu pôlôni sau 3 chu kỳ bán rã là: $H = \lambda N = (0.693/T)N = (0.693 N_A m_0) / (8AT)$

Với $T = 138 \text{ ngày} = 138 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}$ ta có: $H \approx 2.084 \cdot 10^{11} \text{ Bq}$ ”

SGK nâng cao tìm số hạt nhân khi biết khối lượng bằng công thức: $N = N_A m / A$. Vì $t = kT$ nên số hạt nhân còn lại được tính bằng công thức $N = N_0 / 2^{t/T}$. Độ phóng xạ sau khoảng thời gian t được tính

bằng công thức : $H=\lambda N=(0.693/T)N$. Để tránh nhiều sai số nên SGK nâng cao ưu tiên thế số liệu vào công thức sau cùng rồi mới bấm ra kết quả 1 lần.

Ví dụ: bài 9.18 trang 59 (SBT)

“1 lượng chất phóng xạ radôn ^{222}Rn có khối lượng ban đầu $m_0=1\text{mg}$. Sau 15,2 ngày thì độ phóng xạ của nó giảm 93.75%. Tính chu kỳ bán rã T của Rn và độ phóng xạ H của lượng chất phóng xạ còn lại.”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115 như sau:

“Số nguyên tử Radôn phóng xạ còn lại sau $t=15.2$ ngày là: $N = \frac{m}{A} N_A$

Độ phóng xạ H của lượng Radôn còn lại là : $H=\lambda N=(0.693/T)(m/A)N_A$ với $m=(6.25/100)10^{-3}\text{g}$, $T=3,8.86400\text{s}$. Ta có: $H\approx 3.6.10^{11}\text{Bq}$ ”

Số nguyên tử của chất phóng xạ có khối lượng m được tính bằng công thức $N = \frac{m}{A} N_A$ và độ phóng xạ H được tính bằng công thức $H=\lambda N$, với các số liệu được thay vào công thức sau cùng nhằm tránh nhiều sai số.

Ví dụ: bài tập 9.19 trang 59 SBT

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phát ra tia phóng xạ α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày.

Tính độ phóng xạ ban đầu của 1 mg pôlôni”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115, 116 như sau:

“Độ phóng xạ ban đầu của 1mg pôlôni:

$H_0=\lambda N_0=(0.693/T)(m_0/A)N_A$ với $T=138$ ngày $=138.86400\text{s}$, $A=210$, $m_0=1\text{mg}=10^{-3}\text{g}$, ta có: $H_0\approx 1.67.10^{11}\text{Bq}$ ”

Số nguyên tử N có trong khối lượng m của chất phóng xạ được tính bằng công thức $N=(m/A)N_A$. Độ phóng xạ ứng với số hạt nhân N được tính bằng công thức $H=\lambda N$. Các số liệu được thay vào công thức sau cùng nhằm tránh nhiều sai số.

T4: Tìm N

Ví dụ: bài tập 5 [SGK_{NC}, trang 273]

“Tính khối lượng Pôlôni ^{210}Po có độ phóng xạ 1Ci”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 274 như sau:

“ $H=\lambda N \Rightarrow N=H/\lambda$, từ đó $m=NA/N_A \approx 0.22\text{mg}$ ”

SGK nâng cao tính số nguyên tử của 1 chất phóng xạ có độ phóng xạ H bằng công thức $N=H/\lambda$ và khối lượng của 1 chất được tính theo công thức: $m=NA/N_A$. **T5: Tìm số nguyên tử bị phân rã:**

Kiểu nhiệm vụ này thực chất là tìm hiệu số N_0-N

Ví dụ: bài tập 4 trang 273 SGK

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phóng ra tia α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Hỏi trong 0.168g pôlôni có bao nhiêu nguyên tử bị phân rã sau 414 ngày đêm và xác định lượng chì được tạo thành trong khoảng thời gian nói trên. Cho biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 274 như sau:

“Chú ý: $t=414$ ngày đêm $=3T$ và $N=mN_A/A(N_A$ là số Avôgađrô). Áp dụng công thức (53.1) SGK tìm được số nguyên tử pôlôni bị phân rã:

$$\Delta N = N_0 - N = 4.21 \cdot 10^{20} \text{ nguyên tử}”$$

Trong bài này, SGK đã chú ý đến mối quan hệ giữa t và T và đã thấy được $t=kT$ và dùng công thức $N(kT)=N_0 2^{-k}$. Sau đó, SGK tìm số nguyên tử bị phân rã bằng công thức $\Delta N = N_0 - N$. Công thức $N(kT)=N_0 2^{-k}$ được trình bày tường minh trong [SGK_{NC}], được chứng minh dựa vào định nghĩa chu kỳ bán rã của chất phóng xạ và phương pháp quy nạp toán học nhưng việc chứng minh công thức tổng quát bằng phương pháp quy nạp không được [SGK_{NC}] trình bày tường minh, [SGK_{NC}] chỉ trình bày một vài trường hợp cụ thể ban đầu sau khoảng thời gian $T, 2T, 3T$ rồi tổng quát hóa thành công thức $N(kT)=N_0 2^{-k}$. Công thức $\Delta N = N_0 - N$ không được [GK_{NC}] trình bày tường minh.

T6 : Tìm khối lượng chất mới được tạo thành

Ví dụ: bài tập 4 trang 273 SGK

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phóng ra tia α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Hỏi trong 0.168g pôlôni có bao nhiêu nguyên tử bị phân rã sau 414 ngày đêm và xác định lượng chì được tạo thành trong khoảng thời gian nói trên. Cho biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 274 như sau:

“Số nguyên tử chì được tạo thành bằng số nguyên tử pôlôni bị phân rã ΔN . Lượng chì được tạo thành: $m_{\text{Pb}} = \Delta N A_{\text{Pb}} / N_A = 0.144\text{g}$ ”

SGV nâng cao đã sử dụng tính chất “Chất phóng xạ X biến đổi thành chất Y thì số nguyên tử chất Y được tạo thành bằng số nguyên tử chất X bị phân rã ΔN . Khối lượng của 1 chất được tính theo công thức: $m = \Delta N A / N_A$.

T7 : Tìm tỉ số giữa khối lượng chất Y và chất tạo thành X

biết thời gian t , khối lượng ban đầu m_0 và chu kỳ bán rã T :

Ví dụ: bài tập 1 trang 279 SGK vật lý 12 nâng cao

“Pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ là nguyên tố phóng xạ α , nó phóng ra 1 hạt α và biến đổi thành hạt nhân con X. Chu kỳ bán rã của pôlôni là $T=138$ ngày

c) Tính tỉ số giữa khối lượng pôlôni và khối lượng chất X trong mẫu chất trên sau 4 chu kỳ bán rã”

Lời giải mong đợi được cho trong SGK vật lý 12 nâng cao trang 279, 280 như sau:

c) Số hạt nhân pôlôni còn lại sau $t=4T$ là $N' = N_0/2^{t/T} = N_0/2^4 = N_0/16$

Số hạt nhân pôlôni đã bị phân rã phóng xạ sau thời gian t đó: $\Delta N = N_0 - N' = 15N_0/16$

Số hạt nhân ΔN này cũng chính là số hạt nhân X được tạo ra trong thời gian $t=4T$. Vậy khối lượng chất X được tạo ra là $m_X = \Delta N A' / N_A = (15N_0 A') / (16 N_A)$ với $A' = 206$

Khối lượng pôlôni còn lại sau thời gian $t=4T$ là $m' = \frac{A}{N_A} N' = \frac{AN_0}{16N_A}$

Từ đó, ta tìm được tỉ số $m' / m_X = A / (15A') = 210 / (15 \cdot 206) = 0.068$

Số hạt nhân còn lại sau $t=kT$ được SGK nâng cao tính bằng công thức: $N' = N_0/2^{t/T}$. Số hạt nhân đã bị phân rã phóng xạ sau thời gian t được tính bằng công thức: $\Delta N = N_0 - N'$. Số hạt nhân đã bị phân rã phóng xạ cũng chính là số hạt nhân X được tạo ra trong khoảng thời gian t . Tìm khối lượng của chất X và chất Y bằng công thức: là $m = NA / N_A$. Từ đó, tìm được tỉ số giữa khối lượng chất X và khối lượng chất Y. Các số liệu đều được thế vào công thức sau cùng để tránh nhiều sai số.

T8: Tìm phần trăm lượng chất phóng xạ bị phân rã

Ví dụ: bài 9.14 trang 58 SBT

“Đồng vị phóng xạ coban $^{60}_{27}\text{Co}$ phát ra tia β^- và tia γ với chu kỳ bán rã $T=71.3$ ngày

b) Hãy tính xem trong 1 tháng (30 ngày) lượng chất coban này bị phân rã bao nhiêu phần trăm”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 113 như sau:

Lượng coban còn lại: $m = m_0 e^{-\lambda t}$ với $\lambda = \ln 2 / T = 0.693 / 71.3 \approx 9.72 \cdot 10^{-3}$ ngày

Sau 1 tháng lượng coban còn lại: $\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} = e^{-9.72 \cdot 10^{-3} \cdot 30} \approx 0.747 = 74.7\%$

Phần coban bị phân rã sau 1 tháng: $100\% - 74.7\% = 25.3\%$

SGK nâng cao đã tính lượng chất phóng xạ còn lại sau khoảng thời gian t bằng công thức

$\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t}$ mà không dùng công thức $\frac{m}{m_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$. Tại sao, SGK không ưu tiên cho lời giải với công thức

$\frac{m}{m_0} = 2^{-\frac{t}{T}}$, mặc dù việc bấm máy $2^{-\frac{t}{T}}$ cũng dễ dàng và nhanh chóng hơn, không cần phải tính trước

giá trị của λ , việc tính trước giá trị của λ dẫn đến kết quả bị nhiều sai số và mất thời gian tính toán, λ cũng được tính toán cụ thể với kết quả là số gần đúng rồi mới thay giá trị vào công thức sau cùng. Kết quả sau cùng cũng là số gần đúng.

Phải chăng thể chế ưu tiên cho việc tính toán với cơ số e hơn là cơ số 2?

T9: Tìm số hạt phóng xạ được giải phóng

Ví dụ: bài 9.15 trang 58 SBT

“Có bao nhiêu hạt β^- được giải phóng trong 1h từ 1microgam (10^{-6} g) đồng vị $^{24}_{11}\text{Na}$. Biết rằng đồng vị đó phóng xạ β^- với chu kỳ bán rã $T=15\text{h}$ ”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 114 như sau:

“Lượng ^{24}Na còn lại: $m = m_0 e^{-\lambda t}$ với $\lambda = 0.693/15 = 0.0462 \text{ (giờ)}^{-1}$, $t = 1\text{h}$

Phần hạt nhân ^{24}Na còn lại sau 1h: $\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \approx 0.9548 = 95.48\%$

Phần hạt nhân ^{24}Na bị phân rã sau 1h: $100\% - 95.48\% = 4.52\%$

1 μg đồng vị ^{24}Na có: $N = \frac{N_A m}{A} = 2.51 \cdot 10^{16}$ nguyên tử

Mỗi hạt nhân ^{24}Na bị phân rã phóng ra 1 hạt β^- . Số hạt β^- được giải phóng sau 1h bằng số hạt nhân bị phân rã sau 1h: $2.51 \cdot 10^{16} \cdot 4.52\% \approx 1.134 \cdot 10^{15}$ hạt”

SGV nâng cao tính phần hạt nhân phóng xạ còn lại sau khoảng thời gian t bằng công thức $\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t}$ và tính trước giá trị của λ . Trong bài này, tỉ số giữa t và T không là số nguyên và SGV

nâng cao đã tính toán với cơ số e mà không tính toán với cơ số 2 mặc dù việc tính toán với cơ số 2 là nhẹ nhàng và ít bị sai số hơn.

T10: Tìm chu kỳ bán rã

Ví dụ: bài 9.18 trang 59 (SBT)

“1 lượng chất phóng xạ radôn ^{222}Rn có khối lượng ban đầu $m_0 = 1\text{mg}$. Sau 15,2 ngày thì độ phóng xạ của nó giảm 93.75%. Tính chu kỳ bán rã T của Rn và độ phóng xạ H của lượng chất phóng xạ còn lại.”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115 như sau:

“Khối lượng Radôn phóng xạ còn lại sau $t = 15.2$ ngày là: $m = (100 - 93.75)m_0/100 = 6,25m_0/100$

Suy ra $m/m_0 = 1/16 \Rightarrow 2^{t/T} = 16 \Rightarrow t/T = 4$

Vậy $T = t/4 = 3.8$ ngày”

Khi $\frac{m_0}{m} = 2^k$ thì công thức mà SGV nâng cao ưu tiên sử dụng là $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$. Để tìm t SGV nâng cao

đưa về giải phương trình mũ $2^{\frac{t}{T}} = 2^k \Leftrightarrow \frac{t}{T} = k$.

T11: Tìm khối lượng của 1 hạt phóng xạ

Ví dụ: bài 9.19 trang 59 (SBT)

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phát ra tia phóng xạ α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày.

Biết rằng ban đầu khối lượng của khối chất pôlôni là 10mg và sau 6624h độ phóng xạ của khối chất pôlôni đó bằng $4.17.10^{11}$ Bq. Dựa vào các dữ liệu đó, hãy xác định khối lượng của 1 hạt α và số Avôgađrô, giả định rằng ban đầu chưa biết các số liệu này”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115, 116 như sau:

“Sau thời gian $t=6624h=276$ ngày $=2T$, tức là sau 2 chu kỳ bán rã thì khối lượng của khối chất pôlôni còn lại bằng: $m=\frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}=\frac{m_0}{2^2}=10/4=2.5\text{mg}$

Số hạt nhân pôlôni còn lại là N (có trong 2.5mg) liên hệ với độ phóng xạ H theo hệ thức $H=\lambda N$. Suy ra: $N=H/\lambda=(HT)/0.693=4,17.10^{11}.3312.3600/0.693\approx 7,17.10^{18}$ hạt nhân

Từ đó khối lượng của 1 hạt nhân pôlôni là: $m_{Po}=\frac{m}{N}\approx 3,49.10^{-22}$ kg biết $m_{\alpha}/m_{Po}=4/210$, ta tìm được khối lượng của 1 hạt α là: $m_{\alpha}=(4/210)m_{Po}\approx 6,65.10^{-24}$ kg”

Trong bài này, khi $t=KT$ thì công thức mà SGK nâng cao ưu tiên sử dụng là: $m=\frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}}$. Số nguyên tử

N ứng với độ phóng xạ H được tính bằng công thức $H=\lambda N$. Các số liệu được thay vào công thức sau cùng nhằm tránh nhiều sai số. Khối lượng của 1 hạt nhân chất phóng xạ được tính bằng công thức $m_{Po}=\frac{m}{N}$ với m là khối lượng của N hạt nhân và khối lượng của 1 hạt α được tính bằng công thức

$\frac{m_{\alpha}}{m_{\text{hathnhan}}}=\frac{A_{\alpha}}{A_{\text{hathnhan}}}$. Các số liệu được thay vào từng công thức trung gian nên kết quả bị nhiều sai số.

T12: Tìm số Avôgađrô

Ví dụ: bài tập 9.19 trang 59 SBT

“Chất phóng xạ pôlôni $^{210}_{84}\text{Po}$ phát ra tia phóng xạ α và biến đổi thành chì $^{206}_{82}\text{Pb}$. Biết chu kỳ bán rã của pôlôni là 138 ngày.

Biết rằng ban đầu khối lượng của khối chất pôlôni là 10mg và sau 6624h độ phóng xạ của khối chất pôlôni đó bằng $4.17.10^{11}$ Bq. Dựa vào các dữ liệu đó, hãy xác định khối lượng của 1 hạt α và số Avôgađrô, giả định rằng ban đầu chưa biết các số liệu này”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 nâng cao trang 115, 116 như sau:

Trong 2.5mg pôlôni có N hạt nhân. Vì vậy, trong 1mol pôlôni tức 210g pôlôni có số hạt nhân là: $(7,17.10^{18}.210)/(2,5.10^{-3})\approx 6,02.10^{23}$ hạt nhân

Đó chính là số Avôgađrô”

Số Avôgađrô chính là số hạt nhân có trong 1mol chất hóa học và số Avôgađrô được tính bằng công

thức $N_A=\frac{AN}{m}$

Nhận xét:

- Các bài tập luôn cho biết trước T, chỉ duy nhất bài 9.18 trang 59 là yêu cầu tìm T. Điều này phù hợp với SGK vật lý 12 nâng cao là T được xác định từ thực nghiệm.

- Các kiểu nhiệm vụ luôn bắt đầu bằng động từ “tính” hoặc “tìm” hoặc “xác định” giá trị của một đại lượng. Công việc này chính là đi tìm giá trị của một đại lượng chưa biết khi đã biết các giá trị của các đại lượng còn lại trong các công thức đã được SGK vật lý 12 nâng cao trình bày:

$N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = \lambda N$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, $\lambda = \ln 2 / T = 0.693 / T$. Riêng công thức

$m = \frac{NA}{N_A}$ dùng rất nhiều (nói lên mối quan hệ giữa khối lượng và số nguyên tử trong một mẫu chất

phóng xạ) nhưng công thức này không được SGK nhắc đến trong phần lý thuyết, chỉ xuất hiện trong các bài tập và nguyên nhân ra đời của công thức này không được SGK vật lý 12 nâng cao giải thích tường minh.

- Các kiểu nhiệm vụ trong SGK và SBT vật lý 12 nâng cao chỉ áp dụng các tính chất sau đây của hàm số mũ: tính giá trị của hàm số mũ ứng với biến t hoặc tìm giá trị của biến t tương ứng với giá trị của hàm số. Hoàn toàn vắng mặt các dạng bài tập liên quan đến đồ thị của hàm số mũ. Điều này phù hợp với quan điểm xem nhẹ phần đồ thị của hàm số mũ trong SGK. Cần khẳng định sự không quan trọng của đồ thị hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông. Ví dụ: SGK và SBT

vật lý nâng cao có thể trình bày các bài tập sau: vẽ đồ thị của hàm số mũ $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$,

$m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$ để thấy được tốc độ giảm của khối lượng m, số nguyên tử N, độ phóng xạ H của các chất phóng xạ có chu kỳ bán rã T khác nhau theo thời gian t. Hoặc dựa vào đồ thị đã có của

một hàm số mũ $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$ tìm giá trị của hàm số tương ứng với

giá trị của biến số và ngược lại. Hoặc cho nhiều đồ thị của các hàm số mũ $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$,

$m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, nhận biết xem đồ thị nào biểu diễn định luật phóng xạ của chất phóng xạ với chu kỳ bán rã T tương ứng.

- Các kỹ thuật để giải quyết các kiểu nhiệm vụ hoàn toàn là các phép tính rời rạc thông thường không thể hiện được đặc trưng cũng như vai trò của hàm số mũ. Kỹ thuật sử dụng thường xuyên là tính giá trị của hàm số mũ tương ứng với giá trị của biến bằng cách sử dụng phép tính lũy thừa với số mũ nguyên dương hoặc các số hữu tỷ dương (vì λ luôn được tính theo công thức $\lambda = 0.693 / T$), t, T không bao giờ nhận giá trị là các số vô tỉ và các số âm. Hoặc tính giá trị của biến số tương ứng với giá trị của hàm số bằng cách giải phương trình mũ đã cùng cơ số 2, khi đó có được 2 số mũ bằng nhau hoặc giải phương trình có cơ số e, khi đó giải phương trình bằng cách lôgarit hóa cơ số e 2 vế.

- Sau khi phân tích SGK và SBT vật lý 12 nâng cao chúng tôi thống kê trong bảng 3.1 và bảng 3.2 các đặc trưng của các bài tập và kỹ thuật giải tương ứng được thể chế ưu tiên:

Bảng 3.1: Các đặc trưng của các bài tập và kỹ thuật giải tương ứng được thể chế ưu tiên (mối quan hệ giữa t và T)

Mối quan hệ giữa t và T	Tổng số bài tập	Số lượng bài giải dùng định luật phóng xạ ở dạng $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$ $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$	Số lượng bài giải dùng định luật phóng xạ ở dạng $N = N_0 e^{-\lambda t}$ $m = m_0 e^{-\lambda t}$ $H = H_0 e^{-\lambda t}$
$t=kT$ (k là số tự nhiên)	4 1/279 [SGK _{NC}] câu b 4/273 [SGK _{NC}] 1/279 [SGK _{NC}] câu c 9.19/59 [SBT _{NC}]	4	0
$t \neq kT$ (k là số tự nhiên)	2 9.14/58 [SBT _{NC}] 9.15/58 [SBT _{NC}]	0	2

Bảng 3.2: Các đặc trưng của các bài tập và kỹ thuật giải tương ứng được thể chế ưu tiên (mối quan hệ giữa m và m_0)

Mối quan hệ giữa m và m_0	Tổng số bài tập	Số lượng bài giải dùng định luật phóng xạ ở dạng $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$ $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$	Số lượng bài giải dùng định luật phóng xạ ở dạng $N = N_0 e^{-\lambda t}$ $m = m_0 e^{-\lambda t}$ $H = H_0 e^{-\lambda t}$
$\frac{m_0}{m} = 2^k$ (k là số tự nhiên)	2 2/280 [SGK _{NC}]	2	0

tự nhiên)	9.18/59 [SBT _{NC}]		
$\frac{m_0}{m} \neq 2^k$ (k là số tự nhiên)	2 2/280 [SGK _{NC}] 9.19/59 [SBT _{NC}]	0	2

Qua bảng trên, chúng tôi rút ra được quy tắc hợp đồng didactic liên quan đến việc sử dụng định luật phóng xạ khi tìm giá trị của biến t như sau: nếu m_0/m , N_0/N , H_0/H là lũy thừa nguyên dương của 2 thì các định luật phóng xạ mà thể chế sử dụng là $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$ (tức là hàm số mũ cơ số 2). Ngược lại, các định luật phóng xạ mà thể chế sử dụng là $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$. Qua đó, chúng tôi thể chế không chấp nhận lôgarit với cơ số khác e. Chúng tôi giải thích nguyên nhân này như sau: do các kết quả đều được tính ra số thập phân bằng máy tính bỏ túi, phần lớn các máy tính bỏ túi thông thường chỉ có phím lôgarit cơ số e và cơ số 10 mà không có các phím lôgarit của các cơ số khác.

Khi tính giá trị của hàm số tương ứng với giá trị của biến t, nếu $t=kT$ thì thể chế luôn sử dụng các định luật phóng xạ viết ở dạng $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$, ngược lại thể chế sử dụng các định luật phóng xạ viết ở dạng $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với việc tính trước λ . Tại sao thể chế lại phân chia rạch ròi như thế, trong khi tính toán với cơ số nào thì cũng phải dùng đến máy tính, hơn nữa việc tính toán lũy thừa cơ số 2 thì dễ dàng hơn và sai số ít hơn, với lại lũy thừa cơ số 2 gần gũi với học sinh hơn là lũy thừa cơ số e.

- Các bài tập liên quan đến đạo hàm và tích phân các hàm số mũ hoàn toàn vắng mặt.
- Nhiều kết quả SGK và SBT vật lý không tuân theo quy tắc làm tròn trong toán học. Ví dụ: bài 4 trang 273 SGK, bài 2 trang 280 SGK, bài 2 trang 280 SGK (1.16279 được làm tròn thành 1.162), bài 9.15 trang 58 SBT (1.13452 làm tròn thành 1.134)
- Thời gian luôn được làm tròn thành số nguyên (bài 9.19 trang 59 SBT: 916.852 làm tròn thành 917), (bài 5 trang 273 SGK: 1246.874459 năm làm tròn là 1250 năm)
- Thể chế luôn áp dụng $\lambda=0.693/T$ không phải là $\ln 2/T$ để thuận tiện cho việc bấm máy
- Số chữ số thập phân mà thể chế lấy trong kết quả không theo quy luật nào, không theo quy luật đề bài cho bao nhiêu chữ số thập phân thì kết quả lấy bấy nhiêu chữ số thập phân.

- Các kỹ thuật giải mà thế giá trị vào từng giai đoạn không phải thế các giá trị vào công thức cuối cùng thường dẫn đến nhiều sai số và số chữ số thập phân được lấy không theo bất kỳ quy luật nào nhưng SGK và SBT vẫn áp dụng kỹ thuật này.

- SGK ưu tiên cho các kỹ thuật có đơn vị là % (ví dụ bài 9.15 trang 58 SBT) mặc dù không làm theo kỹ thuật này sẽ hiệu dễ dàng và không bị sai số.

- SGK và SBT luôn viết $t=kT$ hoặc $t=T/k$ nếu có thể, không thế t, T trực tiếp vào công thức. Theo chúng tôi mục đích của việc này là ngầm ẩn đổi t và T về cùng đơn vị để tránh sai sót trong quá trình tính toán và để lựa chọn hàm mũ cơ sở nào là phù hợp để sử dụng.

- Bài tập trong SGK và SBT đa dạng, có các bài tập T và t cùng đơn vị, t và T khác đơn vị, m và m_0 cùng đơn vị, m và m_0 khác đơn vị, có bài tập m_0/m là lũy thừa nguyên dương của 2, có bài tập m_0/m không là lũy thừa nguyên dương của 2, đơn vị của độ phóng xạ là Bq hoặc Ci.

- Vì sao thế chế không cho các dạng bài tập mà khi chọn gốc thời gian là thời điểm hiện tại thì có t là số âm và các bài tập cho t là số vô tỉ. Chẳng hạn, thế chế có thể giới thiệu các bài tập sau:

Ví dụ 1: biết khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ X là 1g. Chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày. Tìm khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 4 ngày.

Ví dụ 2: khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ là 1g. Trước thời điểm hiện tại bao lâu thì mẫu chất phóng xạ này có khối lượng là 2g. Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

Ví dụ 3: trước thời điểm hiện tại 8 ngày khối lượng của một mẫu chất phóng xạ là 3g. Không dùng dụng cụ đo lường, hãy tính khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại.

Ví dụ 4: tính khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại sau $\sqrt{2}$ ngày, biết khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại là 1g và chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

- Yếu tố công nghệ để giải thích cho các kỹ thuật trên là tìm giá trị chưa biết trong các công thức $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = \lambda N$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, $\lambda = \ln 2 / T = 0.693 / T$, $m = \frac{NA}{N_A}$, $\Delta N = N_0 - N$

khi đã biết các giá trị còn lại từ giả thiết bằng cách thế các giá trị mà giả thiết cho vào công thức chứa đại lượng tương ứng mà phải tìm giá trị của nó, số nguyên tử chất Y được tạo thành bằng số nguyên tử chất X bị phân rã và cũng bằng số hạt phóng xạ được giải phóng, giải phương trình mũ $2^u = 2^v$, $e^u = b$

- Kỹ thuật giải các bài tập không được SGK và SBT trình bày thành thuật toán. Các yếu tố công nghệ được SGK trình bày tường minh là $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = \lambda N$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, $\lambda = \ln 2 / T = 0.693 / T$, các yếu tố công nghệ còn lại không được SGK nhắc đến, chúng chỉ xuất hiện trong SBT và cũng không được giải thích

- Yếu tố lý thuyết giải thích cho các yếu tố công nghệ trên đã được phân tích trong mục “phân tích SGK vật lý 12 nâng cao”

3.3. Hàm số mũ trong sách giáo khoa vật lý cơ bản hiện hành:

3.3.1. Vị trí của hàm số mũ trong sách giáo khoa vật lý cơ bản hiện hành:

Trong SGK vật lý 12 ban cơ bản, hàm số mũ xuất hiện duy nhất trong định luật phóng xạ (trang 190), trong bài 37: Phóng xạ của chương VII: Hạt nhân nguyên tử.

Trước khi trình bày định luật phóng xạ, SGK định nghĩa hiện tượng phóng xạ “*phóng xạ là quá trình phân hủy tự phát của một hạt nhân không bền vững (tự nhiên hay nhân tạo). Quá trình phân hủy này kèm theo sự tạo ra các hạt và có thể kèm theo sự phát ra các bức xạ điện từ. Hạt nhân tự phân hủy gọi là hạt nhân mẹ, hạt nhân được tạo thành sau phân hủy gọi là hạt nhân con.*” (SGK trang 188), nêu đặc điểm của các dạng phóng xạ và đặc tính của quá trình phóng xạ “*các quá trình phóng xạ đã nêu ở trên:*

a) *Có bản chất là một quá trình biến đổi hạt nhân*

b) *Có tính tự phát và không điều khiển được, nó không chịu tác động của các yếu tố thuộc môi trường ngoài như nhiệt độ, áp suất...*

c) *Là một quá trình ngẫu nhiên: với một hạt nhân phóng xạ cho trước, thời điểm phân hủy của nó là không xác định. Ta chỉ có thể nói đến xác suất phân hủy của hạt nhân đó. Như vậy, ta không thể khảo sát sự biến đổi của một hạt nhân đơn lẻ. Tuy nhiên, ta có thể khảo sát sự biến đổi thống kê của một số lớn hạt nhân phóng xạ.*” (SGK trang 190)

3.3.2. Quy trình SGK đưa vào định luật phóng xạ:

“*Ta xét một mẫu phóng xạ có N hạt nhân tại thời điểm t . Tại thời điểm $t+dt$, số hạt nhân đó giảm đi và trở thành $N+dN$ với $dN<0$*

Số hạt nhân đã phân hủy trong khoảng thời gian dt là $-dN$; số này tỉ lệ với khoảng thời gian dt và cũng tỉ lệ với số hạt nhân N có trong mẫu phóng xạ:

$-dN=\lambda Ndt$, trong đó λ là một hằng số dương gọi là hằng số phóng xạ, đặc trưng cho chất phóng xạ đang xét. Vậy ta có: $dN/N=-\lambda dt$

Gọi N_0 là số hạt nhân của mẫu phóng xạ tồn tại vào lúc $t=0$, muốn tìm số hạt nhân N tồn tại vào lúc

$t>0$ ta phải tích phân phương trình trên (tích phân theo t từ 0 đến t): $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt$

Kết quả tìm được:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (37.6)$$

Công thức (37.6) biểu diễn định luật phân rã phóng xạ. Ta nhận thấy số lượng các hạt nhân phóng xạ giảm theo hàm mũ. Quy luật phân rã này được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 37.1” (SGK trang 191)

Qua phần trình bày định luật phóng xạ của SGK, chúng tôi có những ý kiến như sau:

- “Số hạt nhân đã phân hủy trong khoảng thời gian dt là $-dN$, số này tỉ lệ với khoảng thời gian dt và cũng tỉ lệ với số hạt nhân N ”, điều này không được SGK giải thích nguyên nhân vì sao có được như vậy và λ sẽ được xác định bằng cách nào? Cũng như SGK không giải thích phương pháp để tìm số hạt nhân N tồn tại vào lúc $t > 0$ “tích phân phương trình $dN/N = -\lambda dt$ (tích phân theo t từ 0 đến t)”. Cách làm này xuất phát từ định lý, hệ quả nào trong toán học? Trong chương trình toán phổ thông học sinh đã được tiếp cận các dạng toán này chưa?

- Vì sao SGK vật lý không dùng kí hiệu Δt , ΔN mà lại sử dụng dt , dN ? Phải chăng SGK đã đồng nhất 2 kí hiệu này khi Δt và ΔN rất nhỏ?

- Việc tính các tích phân $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N}$ và $\int_0^t \lambda dt$ không được SGK vật lý 12 trình bày cụ thể. Chúng tôi

giải thích nguyên nhân này như sau: theo phân phối chương trình THPT, ở thời điểm học bài phóng xạ thì học sinh đã được học tích phân trong chương trình môn toán nên học sinh có thể tính được các tích phân này nhưng trong chương trình môn toán phổ thông học sinh đã được tiếp cận với các tích phân dạng này không? Đây là các tích phân mà cận trên không là số thực cố định cho trước.

- SGK cũng ngầm ẩn đưa ra kết quả $N = N_0 e^{-\lambda t}$ mà không trình bày cụ thể việc thực hiện như thế nào. Có thể lý giải nguyên nhân mà SGK vật lý không thực hiện tường minh các bước tính toán vì học sinh đã được học lôgarit ở học kì 1 nên chỉ cần áp dụng định nghĩa của lôgarit và các quy tắc tính lôgarit thì có được hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$

Như vậy, hàm số mũ có thể xuất hiện sau khi tính tích phân và áp dụng định nghĩa lôgarit, SGK vật lý sử dụng các tính chất toán học đã học trong chương trình toán lớp 12 trước khi SGK vật lý trình bày định luật phóng xạ: tích phân, định nghĩa lôgarit “ $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$ ” và các quy tắc tính lôgarit “ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ”. Hàm số mũ xuất hiện trong vật lý khi đã học và sử dụng các kiến thức về tích phân và lôgarit.

- Đồ thị của hàm số mũ được vẽ trong SGK vật lý không cần thông qua các bước, trong chương trình môn toán lớp 12 bước này là cần thiết không thể thiếu khi vẽ đồ thị của các hàm số. Chúng tôi nhận thấy quan điểm vẽ đồ thị của hàm số mũ trong SGK vật lý là chỉ cần vẽ đúng hình dạng của hàm số mũ đã biết trong toán học, không cần thực hiện chi tiết các thao tác. Hơn nữa, trong khi vẽ đồ thị của hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ thì SGK chưa định nghĩa chu kỳ bán rã, như vậy đồ thị của hàm số mũ chỉ được vẽ với 1 điểm duy nhất là $(0; N_0)$. Điều đó chứng tỏ, SGK vật lý đã xem

nhẹ việc vẽ đồ thị của hàm số mũ, phải chăng đồ thị này không có ứng dụng gì đối với nội dung phóng xạ?

- Chu kỳ bán rã được SGK định nghĩa trực tiếp “đó là thời gian qua đó số lượng các hạt nhân còn lại là 50%” và được tính thông qua λ bằng cách sử dụng quy tắc tương ứng của hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$, định nghĩa chu kỳ bán rã, giải phương trình mũ $e^{-\lambda T} = 1/2$. Theo quan điểm của SGK vật lý thì giá trị của T có được do tính toán thông qua λ chứ không phải đo được từ thực nghiệm.

- Từ hàm số mũ cơ sở e , SGK yêu cầu học sinh chứng minh “sau thời gian $t = xT$ thì số hạt nhân phóng xạ còn lại là $N = N_0 / 2^x$ ” thông qua câu hỏi cuối mục II. Để chứng minh bài toán này phải sử dụng đến công thức liên hệ giữa λ , T và quy tắc $a^{\log_a b} = b$, quy tắc này cũng đã được biết trong chương trình toán lớp 12, học kỳ 1.

3.3.3. Các kiểu nhiệm vụ trong [SGK_{CB}]:

T1: tìm chu kỳ bán rã T

Đề bài cho: hằng số phân rã λ

Ví dụ: bài 37.6 trang 61 SBT vật lý 12 cơ bản

“Hằng số phân rã của rubiđi ^{89}Rb là 0.00077 s^{-1} . Tính chu kỳ bán rã tương ứng”

SBT vật lý 12 cơ bản trang 107 không trình bày cụ thể lời giải chỉ ghi đáp số “ $T = 15 \text{ phút}$ ” nên chúng tôi đề xuất lời giải như sau: “ $T = 0.693 / \lambda = 0.693 / 0.00077 = 900 \text{ s} = 15 \text{ phút}$ ”

$\tau 1$:

Thế λ vào công thức $T = 0.693 / \lambda$ để tìm T .

$\theta 1$: công thức $T = \ln 2 / \lambda = 0.693 / \lambda$

$\Theta 1$:

- Định luật phóng xạ $N = N_0 e^{-\lambda t}$
- Định nghĩa chu kỳ bán rã T
- Giải phương trình mũ $e^{-\lambda T} = 1/2$

T2: tìm số nguyên tử đã phân rã

Đề bài cho: t , T và N_0

Ví dụ: bài 37.7 trang 61 SBT vật lý 12 cơ bản

“Một mẫu chất phóng xạ radôn chứa 10^{10} nguyên tử phóng xạ. Hỏi có bao nhiêu nguyên tử đã phân rã sau 1 ngày? (Cho $T = 3.8 \text{ ngày}$)

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 cơ bản trang 107 như sau:

“ $N_0(1 - e^{-\lambda t}) = 1,67.10^9 / \text{ngày}$ ”

$\tau 2$: (kỹ thuật được thể chế ưu tiên)

Thế N_0 , λ , t vào công thức $N_0(1 - e^{-\lambda t})$ để tìm số nguyên tử bị phân rã

02:

- Số nguyên tử bị phân rã: $\Delta N = N_0 - N$
- Định luật phóng xạ $N = N_0 e^{-\lambda t}$

T3: tìm số lần giảm của lượng hạt nhân ban đầu

Đề bài cho: t và số lần giảm (k lần) của lượng hạt nhân ban đầu sau khoảng thời gian t_0

Ví dụ: bài 37.8 trang 61 SBT vật lý 12 cơ bản

“Sau 1 năm, lượng hạt nhân ban đầu của một chất đồng vị phóng xạ giảm 3 lần. Nó sẽ giảm bao nhiêu lần sau hai năm?”

SBT không trình bày lời giải cụ thể chỉ ghi đáp số: “giảm 9 lần” nên chúng tôi đề xuất lời giải như sau:

Sau 1 năm, lượng hạt nhân ban đầu của một chất đồng vị phóng xạ giảm 3 lần tức là khi $t=1$ năm thì $N=N_0/3$. Mà lượng hạt nhân của chất phóng xạ ở thời điểm $t=1$ năm là $N=N_0 e^{-\lambda}$. Nên $e^{-\lambda}=1/3$

Sau 2 năm lượng hạt nhân của chất phóng xạ giảm $N_0/N = e^{\lambda 2} = 9$

τ3:

- Thế t_0 , $N=N_0/k$ vào công thức $N=N_0 e^{-\lambda t}$ để tìm $e^{-\lambda}$
- Thế t , $e^{-\lambda}$ vừa tìm được vào công thức $N_0/N = e^{\lambda t}$ để tìm số lần giảm của lượng hạt nhân so với lượng hạt nhân ban đầu.

03:

- Định luật phóng xạ $N=N_0 e^{-\lambda t}$
- Tính chất của hàm mũ $a^{uv} = (a^u)^v$

T4: xác định tuổi của quặng A

Đề bài cho: số nguyên tử của quặng đó và số nguyên tử của chất B được tạo thành có trong quặng đó trong quá trình phân rã phóng xạ

Thực chất đây là kiểu nhiệm vụ tìm t

Ví dụ: bài 37.9 trang 61 SBT vật lý 12 cơ bản

“Tại sao trong quặng urani có lẫn chì?”

Xác định tuổi của quặng, trong đó cứ 10 nguyên tử urani có:

- a) 10 nguyên tử chì
- b) 2 nguyên tử chì”

Lời giải mong đợi được cho trong SBT vật lý 12 cơ bản trang 107 như sau:

“Cứ 1 nguyên tử urani phóng xạ cuối cùng biến thành một nguyên tử chì. Ta có: số nguyên tử urani hiện có/số nguyên tử urani ban đầu $= N/N_0$

- a) $1/2$
- b) $5/6$ ”

τ_4 : (kỹ thuật được thể chế ưu tiên)

- Số nguyên tử urani hiện có chính là N
- $N_0 = N +$ số nguyên tử chì
- Tìm tỉ số giữa N và N_0

θ_4 :

Số nguyên tử ban đầu = số nguyên tử hiện tại + số nguyên tử bị phân rã

Nhận xét:

- SBT vật lý 12 cơ bản nhìn chung không trình bày lời giải cụ thể, chỉ ghi đáp số hoặc hướng dẫn sơ sài, thậm chí bài 37.9 trang 61 vẫn chưa ra kết quả cuối cùng. Bài 37.9 trang 61 còn thiếu dữ liệu ở đề bài (thiếu giá trị của chu kỳ bán rã)

- Thể chế luôn sử dụng $T = 0.693/\lambda$ nghĩa là không muốn sử dụng đến kí hiệu $\ln$

- T1 phù hợp với tiến trình mà SGK vật lý 12 cơ bản đưa vào định luật phóng xạ, chứng tỏ T xuất hiện sau khi có λ .

- Bài tập về định luật phóng xạ trong SBT vật lý 12 cơ bản ít ỏi và cũng không có hướng tiếp cận nào khác về hàm số mũ, không thoát khỏi những quan điểm đã có trong SGK vật lý 12 nâng cao. Đó là áp dụng các công thức $T = \ln 2/\lambda = 0.693/\lambda$, $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $\Delta N = N_0 - N$ để tìm giá trị chưa biết khi biết các giá trị còn lại trong công thức. Nhưng có 1 điều khác biệt so với SBT vật lý 12 nâng cao là SBT vật lý 12 cơ bản có sử dụng tính chất $a^{uv} = (a^u)^v$ của hàm số mũ mà trong SGK nâng cao không có.

- Chỉ có duy nhất một bài tập mà SBT cơ bản sử dụng đến việc giải phương mũ (37.9 trang 61) nhưng SBT vật lý cơ bản vẫn chưa giải ra kết quả nên cũng chưa thấy được kỹ thuật mà thể chế ưu tiên.

- Các yếu tố lý thuyết giải thích cho yếu tố công nghệ đã được trình bày trong phần “phân tích định luật phóng xạ trong SGK vật lý 12 cơ bản”

- Các yếu tố công nghệ được trình bày tường minh trong SGK nhưng kỹ thuật không được SGK và SBT trình bày thành hệ thống.

Sau khi phân tích chương trình vật lý phổ thông ở hai thời kì cải cách giáo dục gần đây nhất: chương trình chỉnh lý hợp nhất năm 2000 và chương trình hiện hành, chúng tôi rút ra được những nhận xét sau về vị trí của hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông ở hai thời kỳ trên:

3.4. Kết luận chương 3:

Sau khi phân tích chương trình vật lý phổ thông ở hai thời kì cải cách giáo dục gần đây nhất: chương trình chỉnh lý hợp nhất năm 2000 và chương trình hiện hành, chúng tôi rút ra được những nhận xét sau về vị trí của hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông ở hai thời kỳ trên:

Vị trí của hàm số mũ trong 3 bộ SGK vật lý của 2 chương trình: chỉnh lý hợp nhất năm 2000 và chương trình hiện hành:

Sự khác biệt của 3 bộ SGK vật lý trong quá trình tiếp cận hàm số mũ:

Bảng 3.3: Sự khác biệt của 3 bộ SGK vật lý trong quá trình tiếp cận hàm số mũ

	SGK vật lý 12 (SGK chỉnh lý hợp nhất năm 2000)	SGK vật lý 12 nâng cao hiện hành	SGK vật lý 12 cơ bản hiện hành
Trình tự xuất hiện của T và λ	T xuất hiện trước λ	T xuất hiện trước λ	T xuất hiện sau λ
Hoàn cảnh ra đời của λ	Không được đề cập	Áp dụng định nghĩa của lôgarit và tính chất của hàm số mũ : $a^{\log_a b} = b, \forall b \in \mathbb{R}, b > 0$ và $(a^u)^v = a^{uv}$ để có được công thức $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}} = N_0 e^{-\left(\frac{\ln 2}{T}\right)t}$. Đặt $\lambda = \ln 2 / T$	$\lambda = \frac{-dN}{Ndt}$
Cách tiếp cận về hàm số mũ	- Hình thành công thức $N_0/2^k$ (k là số nguyên dương) dựa vào định nghĩa của T - Đưa ra công thức $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$ (không chứng minh)	- Hình thành công thức $N_0/2^k$ (k là số nguyên dương) dựa vào định nghĩa của T - Đưa ra công thức tổng quát $N(kT) = N_0 2^{-k}$ - Vẽ đồ thị biểu diễn sự biến thiên của số hạt nhân N của chất phóng xạ theo thời gian t - Giới thiệu công thức $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ (1) với lời giải thích “do tính liên tục của quá trình phân rã (tức là của giá trị $N(t)$) ta có thể viết: $N(t) = N_0 2^{-t/T}$ ”.	- Sử dụng các vi phân dt, dN để có phương trình vi phân $dN/N = -\lambda dt$ - Tích phân về phải theo t từ 0 đến t, tương ứng tích phân về trái từ N_0 đến N. - Áp dụng định nghĩa của lôgarit và các quy tắc tính lôgarit thì có được hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$

		- Trình bày cách ghi khác của công thức (1): $N(t)=N_0e^{-(\ln 2/T)t} = N_0e^{-\lambda t}$ với $\lambda=\ln 2/T=0.693/T$ gọi là hằng số phóng xạ, đặc trưng cho từng loại chất phóng xạ.	
Khai thác các tính chất toán học của hàm số mũ	- Giải phương trình mũ ($e^x=b \Leftrightarrow x=\ln b$) - Đạo hàm của hàm số mũ	- $a^{\log_a b} = b, \forall b \in \mathbb{R}, b > 0$ $(a^u)^v = a^{uv}$ - Đạo hàm của hàm số mũ	- Giải phương trình mũ ($e^x=b \Leftrightarrow x=\ln b$)

Cách tiếp cận hàm số mũ trong SGK vật lý chính lý hợp nhất năm 2000 và SGK vật lý 12 nâng cao: mở rộng lũy thừa nhờ tính liên tục của quá trình phân rã hạt nhân, từ lũy thừa với số mũ tự nhiên sang lũy thừa với số mũ là các số thực không âm. Ban đầu SGK hình thành công thức liên hệ giữa N và N_0 tại các thời điểm $t=kT$ (k là số tự nhiên), và có được công thức $N(k)=N_02^{-k}$ (1), tính đúng đắn của (1) có thể chứng minh bằng toán học. Công thức này vẫn đúng khi k là các số thực không âm và như thế (1) đã trở thành hàm số mũ với tập xác định là các số thực không âm, việc chuyển từ (1) sang hàm số mũ đã không được SGK vật lý chương trình năm 2000 giải thích nhưng SGK nâng cao giải thích là do tính liên tục của quá trình phân rã (tức là của giá trị $N(t)$). Trong khi đó SGK vật lý 12 cơ bản tiếp cận hàm số mũ theo hướng khác: đặt ra các đại lượng vi phân để thực hiện phép tính tích phân và sử dụng định nghĩa, quy tắc của hàm số lôgarit.

Điểm tương đồng của 3 bộ SGK vật lý về cách tiếp cận hàm số mũ:

Thời điểm xuất hiện của hàm số mũ: hàm số mũ được giảng dạy ở lớp 12, trong phần vật lý hạt nhân (hạt nhân nguyên tử), trong bài phóng xạ, cụ thể là trong định luật phóng xạ. Trong 3 bộ SGK, định luật phóng xạ được trình bày ở chương cuối hoặc gần cuối của SGK. Thời điểm mà định luật phóng xạ được giảng dạy thì học sinh đã được nghiên cứu về hàm số mũ, đạo hàm, tích phân với vai trò đối tượng trong chương trình môn toán. Riêng trong SGK vật lý 12 nâng cao hiện hành hàm số mũ còn xuất hiện trong chương “Lượng tử ánh sáng: Hấp thụ và phản xạ lọc lựa ánh sáng, màu sắc các vật - định luật về sự hấp thụ ánh sáng”, nhưng hàm số mũ được đề cập trong chương này rất mờ nhạt, không đáng kể, chỉ là phát biểu định luật.

- 3 bộ SGK khai thác các tính chất sau của hàm số mũ: giải phương trình mũ ($e^x=b \Leftrightarrow x=\ln b$), đạo hàm của hàm số mũ và các tính chất của lũy thừa, lôgarit: $a^{\log_a b} = b, \forall b \in \mathbb{R}, b > 0$

$$(a'')^v = a^{''v}$$

- Đặc điểm chung của các kiểu nhiệm vụ liên quan đến hàm số mũ trong 3 bộ SGK vật lý 12: kiểu nhiệm vụ trong 3 bộ SGK liên quan đến hàm số mũ chính là đi tìm giá trị của hàm số mũ tại một giá trị của biến và giải phương trình mũ để tìm giá trị của biến tương ứng với giá trị của hàm số. Thông qua các kiểu nhiệm vụ này, chương trình vật lý phổ thông chỉ sử dụng các tính chất liên quan đến hàm số mũ đã biết trong toán học như là một công cụ, không khai thác thêm những hướng tiếp cận mới về hàm số mũ.

- Chương trình vật lý luôn cho rằng hàm số có dạng $y = ba^x$ là hàm số mũ, ngầm ẩn xem học sinh đã được biết hàm số này rồi, trong khi đó chương trình toán phổ thông chỉ giới thiệu một dạng duy nhất của hàm số mũ là $y = a^x$. Vì thế học sinh khó mà hiểu được vì sao $y = ba^x$ được gọi là hàm số mũ.

Các đặc trưng của hàm số mũ trong 3 bộ SGK vật lý:

- Sự nối khớp giữa toán và lý: so với chương trình toán học phổ thông hàm số mũ trong vật lý vẫn còn giữ nguyên các tính chất:

- Mở rộng lũy thừa là cơ sở để tiến tới sự ra đời của hàm số mũ
- Gắn với hàm số mũ là các kiểu nhiệm vụ: giải phương trình mũ, đạo hàm của hàm số mũ và tính giá trị của hàm số mũ tại các giá trị của biến số tương ứng bằng cách thực hiện các phép tính lũy thừa.
- Đồ thị của hàm số mũ trong định luật phóng xạ vẫn giữ được các đặc điểm của hàm số mũ được định nghĩa trong toán học: đồ thị nằm phía trên trục hoành, nhận trục hoành làm tiệm cận ngang, đồ thị luôn cắt trục tung.

- So với chương trình toán học phổ thông các kiểu nhiệm vụ của hàm số mũ đã không còn tồn tại trong vật lý:

- Các bài tập liên quan đến đồ thị, tính liên tục, giới hạn, tích phân của hàm số mũ, các giá trị âm và vô tỉ của biến số.

- So với chương trình toán học phổ thông hàm số mũ trong vật lý có những sự thay đổi:

- Trong vật lý hàm số mũ có dạng: $y = ba^x$, a, b là các số thực dương, $a \neq 1$, trong khi đó trong chương trình toán phổ thông hàm số mũ được định nghĩa là hàm số có dạng $y = a^x$, a là các số thực dương, $a \neq 1$
- Trong SGK vật lý 12 nâng cao, đã le lói hướng tiếp cận hàm số mũ từ việc xây dựng đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của N vào t trong quá trình phân rã phóng xạ nhưng nó không được triển khai thực hiện trong SGK.
- Trong SGK vật lý 12 cơ bản, hàm số mũ được tiếp cận từ tích phân phụ thuộc cận trên và định nghĩa của lôgarit

- Đồ thị của hàm số mũ được vẽ không cần thông qua các bước khảo sát hàm số.

Vậy hàm số mũ xuất hiện trong vật lý có những điểm kế thừa nhưng vẫn có những điểm khác biệt so với hàm số mũ được nghiên cứu trong chương trình toán phổ thông. Trong chương trình vật lý phổ thông, hàm số mũ giữ vai trò công cụ thông qua các kiểu nhiệm vụ được đưa vào SGK và SBT, việc xem hàm số mũ là đối tượng nghiên cứu thì hoàn toàn biến mất. Những gì mà hàm số mũ kế thừa đã chứng tỏ ứng dụng quan trọng của nó trong môn học khác và sự cần thiết khi nghiên cứu hàm số mũ trong chương trình toán phổ thông. Những điểm khác biệt của hàm số mũ trong vật lý đã chứng tỏ hàm số mũ đã bị biến đổi để thích nghi với đặc thù của từng môn học, điểm khác biệt đó cũng chính là động cơ thúc đẩy toán học tiếp tục nghiên cứu về hàm số mũ và những hướng tiếp cận khác về hàm số mũ (mặc dù chưa rõ ràng) trong vật lý cho phép chương trình toán học phổ thông có thể thực hiện phương án dạy học bài hàm số mũ bằng mô hình hóa các hiện tượng trong vật lý, giúp học sinh tiếp thu bài tốt hơn và tạo động cơ trong học tập.

Những kiến thức chuẩn bị cho hàm số mũ:

- Sự xuất hiện định nghĩa chu kỳ bán rã T và công thức biểu diễn mối liên hệ của số hạt nhân phóng xạ với số hạt nhân ban đầu sau các khoảng thời gian t là bội lần của chu kỳ bán rã T . Đó là các phép tính lũy thừa với số mũ nguyên.
- Tính liên tục của quá trình phân rã phóng xạ
- Đại lượng biến thiên trong khoảng thời gian rất nhỏ được xem là vi phân mà không cần tính qua giới hạn, sự tỉ lệ của số nguyên tử phân rã với số nguyên tử N và dt , tích phân phụ thuộc cận trên, định nghĩa và tính chất của lôgarit.

Đặc trưng của hàm số mũ thông qua các kiểu nhiệm vụ vật lý:

- Tính chất “nếu $a^x = a^t$ thì $x=t$ ($a>0$ và $a\neq 1$)” của hàm số mũ trong toán học vẫn còn duy trì trong vật lý
- Tập xác định của hàm số mũ đã bị thu hẹp, tập xác định của hàm số mũ chỉ bao gồm các số thực không âm, trong toán học tập xác định của hàm số mũ là R .
- Trong vật lý có sự tham gia của việc tính giá trị của hàm số mũ trong điều kiện giá trị của biến là các số không nguyên và kết quả luôn được tính ra thành các số thập phân, không có sự hiện diện của các ký hiệu toán học.
- Tính liên tục của hàm số mũ, đồ thị, giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm số mũ đã biến mất trong vật lý.
- Sự nối khớp giữa toán và lý: cơ sở để tính giá trị của hàm số mũ chính là thực hiện các phép toán lũy thừa, đồ thị của hàm số mũ trong toán và lý không thể hiện được vai trò cũng như chức năng của nó.

3.5. Nhận xét cách trình bày định luật phóng xạ trong các giáo trình đại học và các SGK vật lý phổ thông:

SGK chỉnh lý hợp nhất năm 2000: [SGK_{CL}]

Chu kỳ bán rã được định nghĩa trước tiên làm cơ sở để tìm số nguyên tử của chất phóng xạ ở các thời điểm $t=T, t=2T, \dots, t=kT$. Hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là kết quả của việc mở rộng tập xác định của hàm số $N = N_0 2^{-t/T}$ với tập xác định là các số tự nhiên khác 0 sang tập xác định là các số thực khác 0 và công thức chuyển đổi cơ số $2^x = e^{x \ln 2}$, là kết quả của việc chuyển từ rời rạc sang liên tục. Nhưng công việc này chỉ được [SGK_{CL}] thực hiện ngầm ẩn. [SGK_{CL}] đã không dùng ngôn ngữ dN, dt để xây dựng phương trình vi phân, theo chúng tôi là do ở trường phổ thông học sinh chưa được học phương trình vi phân với lại hiệu số được [SGK_{CL}] kí hiệu là Δ . Cách trình bày định luật phóng xạ trong [SGK_{CL}] giúp học sinh hình dung được quy luật giảm của số hạt nhân trong chất phóng xạ rồi từ đó mới hình thành hàm mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$, tránh được việc sử dụng các ký hiệu dN, dt , hằng số λ và việc giải phương trình vi phân, đây cũng là một chương ngại với học sinh nhưng học sinh lại gặp khó khăn với việc chuyển từ rời rạc sang liên tục.

Vết của hai giáo trình trong [SGK_{CL}] là tìm mối quan hệ giữa T và λ

SGK nâng cao: [SGK_{NC}]

Quy trình thiết lập định luật phóng xạ tương tự [SGK_{CL}] nhưng chi tiết và rõ ràng hơn việc tìm mối liên hệ giữa T và λ không cần giải phương trình mũ mà từ công thức đổi cơ số có được $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

SGK cơ bản: [SGK_{CB}]

[SGK_{CB}] trình bày định luật phóng xạ theo tinh thần của [G_{SP}] nhưng đã điều chỉnh và khắc phục được mâu thuẫn trong [G_{SP}] như sau: “*Ta xét một mẫu phóng xạ có N hạt nhân tại thời điểm t . Tại thời điểm $t+dt$, số hạt nhân đó giảm đi và trở thành $N+dN$ với $dN < 0$*

Số hạt nhân đã phân hủy trong khoảng thời gian dt là $-dN$; số này tỉ lệ với khoảng thời gian dt và cũng tỉ lệ với số hạt nhân N có trong mẫu phóng xạ”. Trong [SGK_{CB}] thì dN luôn mang nghĩa $dN = N(t+dt) - N(t)$. Nhưng theo cách trình bày của [SGK_{CB}] thì học sinh gặp khó khăn khi dùng các kí hiệu dt, dN vì học sinh chưa nhận được lời giải thích cho việc sử dụng kí hiệu dN, dt thay cho $\Delta N, \Delta t$ và trước bài phóng xạ học sinh chưa từng gặp kí hiệu này, học sinh cũng gặp khó khăn khi hiểu về sự xuất hiện của hằng số phân rã λ và cách tính hai tính phân phụ thuộc cận trên vì trong chương trình môn toán phổ thông học sinh không gặp tích phân dạng này nhưng học sinh đã tránh được khó khăn của việc chuyển từ rời rạc sang liên tục. Với lý do giảm nhẹ chương trình cho các học sinh ban cơ bản nên [SGK_{CB}] không trình bày độ phóng xạ, [SGK_{CB}] vẫn còn giữ được vết của hai giáo trình khi tìm mối quan hệ giữa T và λ .

Do vai trò của trường ĐHSP là đào tạo sinh viên để sau này trở thành các thầy cô giáo nên [G_{SP}] được viết theo tinh thần sao cho sinh viên có thể áp dụng giảng dạy được ở trường phổ thông. Do đó, [G_{SP}] không giải phương trình vi phân bằng kỹ thuật giải phương trình vi phân mà lại tính tích phân phụ thuộc cận trên ở hai vế của phương trình.

Điểm khác biệt của hai bộ [SGK_{CL}], [SGK_{NC}] với hai giáo trình [G_{KT}] và [G_{SP}] là xây dựng định luật phóng xạ không theo con đường thiết lập và giải phương trình vi phân, thiết lập công thức tính độ phóng xạ H bằng cách tính đạo hàm của hàm mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ vì không thiết lập phương trình vi phân nên hai bộ SGK trên không thể tính độ phóng xạ H như hai giáo trình đã phân tích. Trong hai giáo trình đại học còn đề cập đến tích phân suy rộng để tìm thời gian sống trung bình của hạt nhân phóng xạ.

3.6. Giả thuyết nghiên cứu và hợp đồng didactic

Sau khi phân tích các giáo trình đại học và các SGK vật lý chương trình chính lý hợp nhất năm 2000 và chương trình hiện hành, chúng tôi rút ra giả thuyết nghiên cứu và các quy tắc hợp đồng didactic như sau:

Giả thuyết nghiên cứu:

Do quá trình xây dựng định luật phóng xạ trong sách giáo khoa vật lý, giáo viên đã không quan tâm và dành sự ưu tiên cho việc giải các bài tập có liên quan cần huy động đến các hàm mũ với biến số nhận giá trị âm.

Các quy tắc hợp đồng didactic:

R1: Liên quan đến chủ đề phóng xạ, giáo viên có trách nhiệm chọn những bài tập thỏa:

- Thời điểm mốc $t = 0$ được cho trước trong đề bài một cách ngầm ẩn;
- Đại lượng phải tìm được xét ở thời điểm $t > 0$ ứng với thời điểm mốc đã xác định.

R2: Khi thực hiện kiểu nhiệm vụ “Tìm giá trị của t ”, nếu $N_0/N=2^k$, $m_0/m=2^k$, $H_0/H=2^k$ (k là số nguyên dương) thì các định luật mà giáo viên và học sinh lớp 12 ưu tiên sử dụng là $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$, ngược lại thì ưu tiên sử dụng các định luật $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$.

R3: Khi thực hiện các kiểu nhiệm vụ “Tìm giá trị của t ”, “Tìm giá trị của m hoặc N ”, “Tìm giá trị của m_0 hoặc N_0 ”, giáo viên và học sinh lớp 12 ưu tiên viết kết quả của bài toán ở dạng số nguyên và số thập phân, trong kết quả không chứa đựng các kí hiệu của mũ và lôgarit, ưu tiên tính toán với lôgarit cơ số e , không tính toán với lôgarit cơ số 2, ưu tiên cơ số e hơn cơ số 2.

R4: Khi thực hiện các kiểu nhiệm vụ “Tìm giá trị của m hoặc N ”, “Tìm giá trị của m_0 hoặc N_0 ”, nếu $t=kT$ hoặc $t=\frac{1}{2^k}T$ với k là số nguyên dương thì giáo viên và học sinh lớp 12 ưu tiên sử dụng các

định luật $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$, ngược lại ưu tiên sử dụng các định luật $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$ với việc tính trước $\lambda = 0.693/T$.

CHƯƠNG 4: THỰC NGHIỆM

Để kiểm chứng giả thuyết nghiên cứu và những quy tắc của hợp đồng didactic về hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông và phát hiện các quy tắc mới, chúng tôi đã tiến hành thực nghiệm vào tháng 9 năm 2010 với các giáo viên dạy vật lý ở 8 trường THPT ở TP Hồ Chí Minh.

Chúng tôi đã gửi phiếu thăm dò ý kiến đến 50 giáo viên trong thành phố và nhận được hồi âm của 30 người. Điều đó chứng tỏ rằng giáo viên dạy vật lý không sẵn sàng khảo sát bản chất của hàm số mũ, đặc biệt những giáo viên không gửi lại phiếu thăm dò ý kiến là các giáo viên chưa từng dạy vật lý lớp 12. Các giáo viên này nói rằng để hoàn thành phiếu thăm dò thì họ phải xem thêm SGK vật lý 12 nhưng họ không có thời gian để làm việc đó. Nghĩa là hàm số mũ không giữ vai trò quan trọng đối với đại đa số giáo viên dạy vật lý. Có một số giáo viên dạy vật lý 12 thì cho rằng hàm số mũ mà chúng tôi định khảo sát đã xuất hiện thường xuyên ở chương trình vật lý lớp 10 và lớp 11, khuyên chúng tôi nên nhờ các giáo viên dạy vật lý ở lớp 10 và lớp 11 trả lời phiếu thăm dò ý kiến, thì ra các giáo viên này đã nhầm lẫn hàm số lũy thừa là hàm số mũ, đối với họ hàm số lũy thừa là hàm số mũ. Chứng tỏ rằng đối với một số giáo viên dạy vật lý thì họ không phân biệt được hàm số lũy thừa và hàm số mũ vì họ không được đào tạo một cách cơ bản về lý thuyết, toán học nói chung và hàm số mũ nói riêng chỉ là công cụ đối với các nhà vật lý, sự phân biệt giữa hàm số lũy thừa và hàm số mũ không được đặt ra đối với họ.

4.1. Phân tích a priori:

Toàn văn phiếu tham khảo ý kiến giáo viên dạy vật lý được trình bày trong phụ lục 1 gồm 5 câu hỏi.

Câu 1: *Xin thầy, cô cho 3 ví dụ về phương trình của hàm số mũ thường được thầy, cô đề cập trong giảng dạy*

Mỗi học sinh khi hoàn thành chương trình lớp 12 nói chung và mỗi giáo viên nói riêng đều đã tiếp cận hàm số mũ trong 2 lĩnh vực toán học và vật lý, mục đích của câu 1 và câu 2 là tìm hiểu vấn đề sau: phương trình, đồ thị, tập xác định của hàm số mũ đã trình bày trong toán học có còn tồn tại trong nhận thức của các giáo viên dạy vật lý?

Mục đích của câu 1 là tìm hiểu các phương trình của hàm số mũ thường được thầy, cô dạy vật lý đề cập trong giảng dạy; chúng tôi dự đoán 3 ví dụ về phương trình của hàm số mũ có thể được các thầy cô đề cập đến sẽ được đưa về trong các dạng sau:

- a) $y = a^x$
- b) $y = a^{u(x)}$
- c) $y = e^x$
- d) $y = e^{u(x)}$

e) $y = ba^x$

f) $y = ba^{u(x)}$

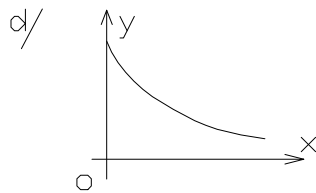
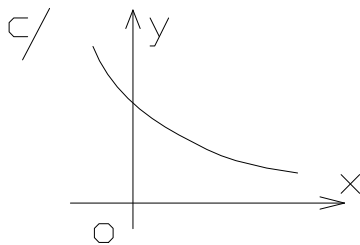
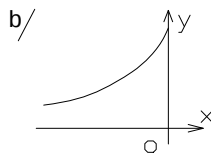
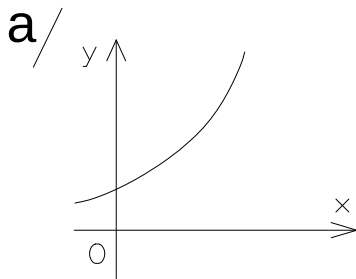
g) $y = be^x$

h) $y = be^{u(x)}, 0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, a \neq e$

Căn cứ vào kết quả phân tích quan hệ thể chế ở chương 2 và chương 3, chúng tôi dự đoán các phương trình của hàm số mũ trong các trường hợp h, f, e sẽ xuất hiện với tần số cao vì chương trình vật lý phổ thông chỉ đề cập đến các hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}, N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}, N = N_0 2^{-k}$

Câu 2: Xin thầy, cô phác họa 3 đồ thị hàm số mũ (vẽ đồ thị trong hệ trục tọa độ Oxy) thường được thầy, cô sử dụng trong giảng dạy

Mục đích của câu 2 là tìm hiểu đồ thị hàm số mũ trong hệ trục tọa độ Oxy thường được thầy cô dạy vật lý sử dụng trong giảng dạy. Qua đó, cũng giúp chúng tôi tìm hiểu được tập xác định của hàm số mũ trong nhận thức của giáo viên dạy vật lý. Chúng tôi dự đoán 3 đồ thị hàm số mũ có thể được các thầy cô sử dụng sẽ nằm trong các dạng sau:



Căn cứ vào kết quả phân tích quan hệ thể chế ở chương 2 và chương 3, chúng tôi dự đoán đồ thị hàm số mũ ở trường hợp d sẽ xuất hiện với tần số cao vì chương trình vật lý phổ thông chỉ đề cập đến đồ thị của hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}, N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}, N = N_0 2^{-k}$

Nếu các dự đoán của chúng tôi ở câu 1 và câu 2 xuất hiện thì cũng đồng nghĩa với việc chúng minh được phương trình, đồ thị, tập xác định của hàm số mũ đã trình bày trong toán học không còn tồn tại trong nhận thức của các giáo viên dạy vật lý.

Câu 3: Xin thầy, cô nêu vài bài tập mà thầy, cô thường cho học sinh làm trong phần “Phóng xạ” ở lớp 12.

Mục đích của câu 3 là kiểm chứng qui tắc hợp đồng didactic RP. Chúng tôi dự đoán các dạng bài tập mà thầy cô thường cho học sinh làm trong phần phóng xạ ở lớp 12 sẽ xoay quanh việc tìm các đại lượng chưa biết trong các công thức sau: $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, $H = \lambda N$. Cụ thể, các dạng bài tập này được trình bày trong bảng 4.1.

Bảng 4.1: Các bài tập thầy cô thường cho học sinh làm trong phần phóng xạ

<u>Dạng 1a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) T t <u>Yêu cầu tìm:</u> m (hoặc N hoặc H)	<u>Dạng 1b:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) λ t <u>Yêu cầu tìm:</u> m (hoặc N hoặc H)
<u>Dạng 2a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) T m <u>Yêu cầu tìm:</u> t	<u>Dạng 2b:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) λ m <u>Yêu cầu tìm:</u> t
<u>Dạng 3a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m T t <u>Yêu cầu tìm:</u> m_0	<u>Dạng 3b:</u> <u>Đề bài cho:</u> m λ t <u>Yêu cầu tìm:</u> m_0
<u>Dạng 4:</u> <u>Đề bài cho:</u> T	

<u>Yêu cầu tìm:</u> λ	
<u>Dạng 5:</u> <u>Đề bài cho:</u> λ <u>Yêu cầu tìm:</u> T	
<u>Dạng 6a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) m t <u>Yêu cầu tìm:</u> T	<u>Dạng 6b:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) m t <u>Yêu cầu tìm:</u> λ
<u>Dạng 7a:</u> <u>Đề bài cho:</u> λ N <u>Yêu cầu tìm:</u> H	<u>Dạng 7b:</u> <u>Đề bài cho:</u> T N <u>Yêu cầu tìm:</u> H
<u>Dạng 8a:</u> <u>Đề bài cho:</u> λ H <u>Yêu cầu tìm:</u> N	<u>Dạng 8b:</u> <u>Đề bài cho:</u> T H <u>Yêu cầu tìm:</u> N
<u>Dạng 9a:</u> <u>Đề bài cho:</u> H N <u>Yêu cầu tìm:</u> λ	<u>Dạng 9b:</u> <u>Đề bài cho:</u> H N <u>Yêu cầu tìm:</u> T
<u>Các dạng khác :</u> <u>Yêu cầu tìm:</u>	

Tìm số nguyên tử bị phân rã Xác định lượng nguyên tố hóa học được tạo thành	
---	--

Trong đó,

m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0) được diễn đạt bằng các cụm từ:

- + Lượng hạt nhân ban đầu
- + Một chất phóng xạ X có khối lượng ban đầu
- + Ban đầu có a (g) hoặc a (kg) hoặc a nguyên tử ... chất phóng xạ X
- + Một mẫu chất phóng xạ X chứa a (g) hoặc a (kg) hoặc a nguyên tử ... phóng xạ X
- + Độ phóng xạ của một mẫu gỗ tươi
- + Độ phóng xạ ban đầu
- + Nếu nhận được a (g) hoặc a (kg) hoặc a nguyên tử ... chất phóng xạ X

m (hoặc N hoặc H) được diễn đạt bằng các cụm từ:

- + Lượng chất phóng xạ X còn bao nhiêu?
- + Lượng chất phóng xạ X chỉ còn lại a (g) hoặc a (kg) hoặc a nguyên tử ...
- + Tính độ phóng xạ của mẫu chất trên
- + Độ phóng xạ của mẫu gỗ cổ đại đã chết
- + Tính khối lượng chất phóng xạ X còn lại

t được diễn đạt bằng các cụm từ :

- + Sau t tuần, sau t ngày, sau t năm, sau t giây..., trong t ngày, trong t giây..., sau kT (k là số tự nhiên khác 0)
- + Hỏi sau bao lâu ?
- + Sau bao nhiêu năm thì còn a (g) hoặc a (kg) hoặc a nguyên tử ... chất phóng xạ X
- + Xác định xem mẫu gỗ cổ đại đã chết cách đây bao lâu ?

Có nhiều dạng bài tập nhưng chúng tôi chỉ yêu cầu quý thầy, cô đề cập trong phiếu điều tra chỉ có 4 dạng với mục đích tìm hiểu các vấn đề sau :

- + Dạng bài tập nào được thầy, cô quan tâm nhiều nhất ?
- + Trong các đề bài tập thuộc dạng 1a, 1b, 2a, 2b, 3a, 3b, 6a, 6b có phải lúc nào cũng xuất hiện trong số các cụm từ đã liệt kê ở trên ?

Theo dự đoán, các bài tập mà thầy cô nêu ra trong chủ đề phóng xạ đều thỏa :

- + Thời điểm mốc $t=0$ được cho trước trong đề bài một cách ngầm ẩn bằng cách :

m_0 , N_0 , H_0 được xác định thông qua các cụm từ như liệt kê ở trên nhưng cụm từ xuất hiện nhiều nhất là cụm từ “ban đầu”, t luôn là giá trị xuất hiện sau từ “sau”, đại lượng gắn liền với cụm từ “sau thời gian t ” sẽ là m , N hoặc H . Nhờ sự hiện diện của các cụm từ trên trong đề bài mà học sinh dễ dàng xác định được các đại lượng trong các công thức đã nêu và t luôn là số thực dương mà không cần xây dựng mốc tọa độ $t=0$ để rồi suy ra t và $m(t)$, $N(t)$, $H(t)$ tương ứng.

Câu 4 :

Ba bài tập trong câu 4 chính là tình huống phá vỡ hợp đồng didactic RP. Trong các bài tập này, các cụm từ quen thuộc dùng để nhận biết các giá trị của các đại lượng trong định luật phóng xạ đã không xuất hiện và từ “sau” cũng biến mất, thay vào đó là các cụm từ chưa từng xuất hiện trong các SGK và SBT vật lý 12. Các cụm từ đó là: khối lượng hiện tại, trước thời điểm hiện tại, cách thời điểm hiện tại.

Sau đây, chúng tôi phân tích các biến tình huống và biến didactic trong ba bài tập của câu 4.

Các biến tình huống:

V1: khối lượng hiện tại của chất phóng xạ. Giá trị: nhỏ hay khá lớn.

V2: chu kỳ bán rã T của chất phóng xạ. Giá trị: nhỏ hay khá lớn.

V3: khối lượng của chất phóng xạ cách thời điểm hiện tại một khoảng thời gian t . Giá trị: nhỏ hay khá lớn.

Giá trị của $V1$, $V2$ và $V3$ không ảnh hưởng đến sự lựa chọn các chiến lược giải mà chỉ làm cho việc tính toán nhẹ nhàng hay nặng nề. Ở đây, chúng tôi chọn giá trị của $V1$, $V2$ và $V3$ là nhỏ nhằm tạo điều kiện cho việc tính toán được dễ dàng.

Các biến didactic:

V4: giá trị của t trước thời điểm hiện tại. Giá trị: $t=kT$, $t \neq kT$ (t là các số nguyên dương)

Đối với bài 1, nếu $t=kT$ thì chiến lược “dùng định nghĩa chu kỳ bán rã” sau đây sẽ được ưu tiên.

- Gọi a là khối lượng hiện tại của mẫu phóng xạ X
- Trước thời điểm hiện tại khoảng thời gian T thì khối lượng của mẫu chất phóng xạ là $2a$
- Trước thời điểm hiện tại khoảng thời gian $2T$ thì khối lượng của mẫu chất phóng xạ là 2^2a
- Trước thời điểm hiện tại khoảng thời gian $3T$ thì khối lượng của mẫu chất phóng xạ là 2^3a
- ...
- Trước thời điểm hiện tại khoảng thời gian kT thì khối lượng của mẫu chất phóng xạ là 2^ka

V5: khối lượng a của chất phóng xạ ở thời điểm cách hiện tại một khoảng thời gian t

Gọi b là khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại.

Ta có các giá trị sau của a : $a=b2^k$, $a \neq b2^k$, $k \in \mathbb{N}^+$

Đối với bài 2, nếu $a=b2^k$ thì chiến lược “dùng định nghĩa chu kỳ bán rã” sau đây sẽ được ưu tiên :

- Khi $a=b2$ thì trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian T khối lượng của chất phóng xạ là a .
- Khi $a=b2^2$ thì trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $2T$ khối lượng của chất phóng xạ là a .
- Khi $a=b2^3$ thì trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $3T$ khối lượng của chất phóng xạ là a .
- ...
- Khi $a=b2^k$ thì trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian kT khối lượng của chất phóng xạ là a .

Tương tự,

- Khi $a = \frac{b}{2} = b2^{-1}$ thì sau thời điểm hiện tại một khoảng thời gian T khối lượng của chất phóng xạ là a .
- Khi $a = \frac{b}{2^2} = b2^{-2}$ thì sau thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $2T$ khối lượng của chất phóng xạ là a .
- Khi $a = \frac{b}{2^3} = b2^{-3}$ thì sau thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $3T$ khối lượng của chất phóng xạ là a .
- ...
- Khi $a = \frac{b}{2^k} = b2^{-k}$ thì sau thời điểm hiện tại một khoảng thời gian kT khối lượng của chất phóng xạ là a .

Đối với bài 3, nếu $t=kT$ thì chiến lược “dùng định nghĩa chu kỳ bán rã” sau đây sẽ được ưu tiên :

- Trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian T , khối lượng của chất phóng xạ là a . Nên khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại là $a/2$
- Trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $2T$, khối lượng của chất phóng xạ là a . Nên khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại là $a/2^2$
- Trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian $3T$, khối lượng của chất phóng xạ là a . Nên khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại là $a/2^3$
- ...
- Trước thời điểm hiện tại một khoảng thời gian kT , khối lượng của chất phóng xạ là a . Nên khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại là $a/2^k$

Nếu trong 3 bài tập của câu 4 chúng tôi chọn $t=kT$ hoặc $a=b2^k$ thì không cần áp dụng các công thức trong định luật phóng xạ mà vẫn tìm được kết quả. Vì thế, tình huống phá vỡ hợp đồng trong

tình huống này sẽ không vận hành được. Do đó, chúng tôi chọn $t \neq kT$ hoặc $a \neq b2^k$ nhằm ngăn cản các chiến lược trên, bắt buộc người giải bài tập phải dùng đến định luật phóng xạ. Từ đó, mới tìm hiểu được quan điểm của giáo viên đối với việc chọn hệ trục tọa độ của người giải bài tập và biến t của hàm số mũ trong vật lý có thể mang giá trị âm.

Vì đây là dạng bài tập không quen thuộc đối với giáo viên và học sinh, không có mặt trong SGK và SBT vật lý 12 nên chúng tôi đặt ra câu hỏi “*thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?*”. Chúng tôi dự đoán: phần lớn thầy, cô sẽ trả lời “*không*” với các câu giải thích như sau:

- *Dạng bài tập này không có trong SGK và SBT vật lý 12*
- *Dạng bài tập này không có các cụm từ: khối lượng ban đầu, sau, ...*
- *Dạng bài tập này xuất hiện các cụm từ lạ: khối lượng hiện tại, trước thời điểm hiện tại*
- *Học sinh chưa từng giải các dạng bài tập này và từ các bài tập này học sinh không xác định được các giá trị của các đại lượng trong định luật phóng xạ. Do đó, học sinh sẽ không làm được các bài tập dạng này.*

Chúng tôi trình bày lời giải giả định với mong muốn tìm hiểu:

- Ý kiến của thầy, cô trước 1 lời giải mà không có trong SGK và SBT vật lý 12. Thầy, cô có chấp nhận lời giải mà việc chọn hệ trục tọa độ là nhiệm vụ của người giải bài tập, người ra đề bài tập không có trách nhiệm chọn trước hệ trục tọa độ cũng như không có trách nhiệm tạo cơ hội cho người giải bài tập biết được giá trị các đại lượng trong định luật phóng xạ.
- Thầy, cô có chấp nhận lời giải mà t mang giá trị âm?

Chúng tôi cũng muốn tìm hiểu thêm lời giải của thầy, cô đối với các bài tập trong câu 4. Từ đó, giúp chúng tôi hiểu biết thêm cách nhìn nhận của thầy, cô về hàm số mũ trong vật lý. Chúng tôi dự đoán thầy, cô có thể trình bày lời giải khác như sau:

Bài 1:

Chọn gốc tọa độ $t=0$ là thời điểm trước hiện tại 7 ngày.

Đề bài cho khối lượng hiện tại của chất phóng xạ là 1g nên $m(7)=1g$

Theo đề bài thì phải tìm khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày nghĩa là tìm khối lượng của chất phóng xạ ứng với $t=0$ trên trục tọa độ tức là tìm $m_0=m(0)$.

Vậy khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày là: $m(7)=m_0 2^{-7/4}$

$$\Rightarrow m_0=m(7)2^{7/4}=1.2^{7/4}=3,36 \text{ (g)}$$

Bài 2:

Chọn gốc tọa độ $t=0$ là thời điểm mà lúc đó khối lượng của chất phóng xạ là 7g. Nên $m_0=m(0)=7$

Trên trục tọa độ t ứng với thời điểm hiện tại. Đề bài cho khối lượng của chất phóng xạ ở thời điểm hiện tại bằng 2g. Nên $m(t)=2$

Áp dụng định luật phóng xạ: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} = \frac{7}{2} \Rightarrow \lambda t = \ln \frac{7}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{7}{2} = \frac{T}{\ln 2} \ln \frac{7}{2} = 7$ (ngày)

Vậy trước thời điểm hiện tại 7 ngày thì mẫu phóng xạ có khối lượng 7g

Bài 3:

Chọn gốc tọa độ $t=0$ là thời điểm trước hiện tại 7 ngày.

Theo đề bài thì $m_0 = m(0) = 3$

Trên trục tọa độ, thời điểm hiện tại ứng với $t=7$

Áp dụng định luật phóng xạ:

$$m(t) = m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Rightarrow m(7) = m_0 2^{\frac{-7}{4}} = 3.2^{\frac{-7}{4}} = 0.89g$$

Chúng tôi dự đoán có thể xảy ra các trường hợp sau:

H1: thầy cô có cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng + thầy cô có trình bày lời giải khác như dự đoán

Trong trường hợp này,

- Giáo viên có quan tâm và muốn học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ, thoát khỏi những ràng buộc của thể chế.

- Giáo viên xem việc chọn hệ trục tọa độ là cần thiết với người giải bài tập và người giải bài tập được quyền chọn hệ trục tọa độ mà tiện lợi cho việc giải toán. Giáo viên chấp nhận t mang giá trị âm do việc chọn hệ trục tọa độ và cũng thừa nhận hàm số mũ trong vật lý có tập xác định là $\mathbb{R}$, không như chương trình và SGK, SBT vật lý 12 thì hàm số mũ có tập xác định là các số thực không âm.

- Giáo viên cũng thừa nhận tùy theo người giải bài tập chọn hệ trục tọa độ như thế nào thì sẽ thu được giá trị t tương ứng. Như vậy, t mang giá trị âm hay dương là tùy thuộc vào việc chọn hệ trục tọa độ. Nhưng kết quả cuối cùng là như nhau.

H2: thầy cô có cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng + thầy cô không trình bày lời giải khác như dự đoán

Trong trường hợp này,

- Giáo viên có quan tâm và muốn học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ, thoát khỏi những ràng buộc của thể chế.

- Giáo viên xem việc chọn hệ trục tọa độ là cần thiết với người giải bài tập và người giải bài tập được quyền chọn hệ trục tọa độ mà tiện lợi cho việc giải toán. Giáo viên chấp nhận t mang giá trị âm do việc chọn hệ trục tọa độ và cũng thừa nhận hàm số mũ trong vật lý có tập xác định là $\mathbb{R}$, không như chương trình và SGK, SBT vật lý 12 thì hàm số mũ có tập xác định là các số thực không âm.

- Giáo viên thấy rằng việc chọn hệ trục tọa độ như trong lời giải giả định là thích hợp nhất và lời giải cũng là tối ưu nên không cần tìm cách giải khác hoặc không nghĩ ra được lời giải khác.

H3: thầy cô có cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là sai + thầy cô có trình bày lời giải khác như dự đoán

Trong trường hợp này,

- Giáo viên có quan tâm và muốn học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ, thoát khỏi những ràng buộc của thể chế.

- Giáo viên thừa nhận việc chọn hệ trục tọa độ có thể là công việc của người giải bài tập nhưng không chấp nhận việc chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ là thời điểm xảy ra sau theo dòng thời gian hoặc cho rằng t mang giá trị âm là không hợp lý, trái với chương trình, SGK và SBT vật lý 12.

- Giáo viên thừa nhận việc chọn hệ trục tọa độ có thể là công việc của người giải bài tập nhưng chọn gốc tọa độ phải là thời điểm xảy ra trước theo dòng thời gian, nghĩa là giáo viên tuân thủ theo ràng buộc của thể chế và chỉ chấp nhận t mang giá trị dương.

H4: thầy cô có cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là sai + thầy cô không trình bày lời giải khác như dự đoán

Trong trường hợp này,

- Giáo viên có quan tâm và muốn học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ, thoát khỏi những ràng buộc của thể chế nhưng không tìm được lời giải hợp lý. Nguyên nhân không tìm được lời giải hợp lý là do giáo viên không có khái niệm tự xây dựng hệ trục tọa độ khi giải các bài tập phóng xạ, cho rằng công việc đó là của người ra đề bài tập.

- Giáo viên không chấp nhận việc chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ là thời điểm xảy ra sau theo dòng thời gian hoặc cho rằng việc chọn hệ trục tọa độ không thuộc về trách nhiệm của người giải bài tập hoặc cho rằng t mang giá trị âm là không hợp lý, trái với chương trình, SGK và SBT vật lý 12.

H5: thầy cô không cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng + thầy cô có trình bày lời giải khác như dự đoán

Trong trường hợp này,

- Giáo viên không quan tâm đến việc cho học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ giống như chương trình, SGK và SBT vật lý 12 và cũng không muốn học sinh khảo sát những gì không được trình bày trong chương trình, SGK và SBT vật lý 12 hoặc giáo viên chỉ tuân thủ chương trình và không nghĩ đến sẽ xảy ra trường hợp này.

- Bản thân thầy cô có nghĩ đến việc xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ và công nhận việc chọn hệ trục tọa độ là cần thiết với người giải bài tập và người giải bài tập được quyền chọn hệ trục tọa độ mà tiện lợi cho việc giải toán. Giáo viên chấp nhận t mang giá

trị âm do việc chọn hệ trục tọa độ và cũng thừa nhận hàm số mũ trong vật lý có tập xác định là $\mathbb{R}$, không như chương trình và SGK, SBT vật lý 12 thì hàm số mũ có tập xác định là các số thực không âm.

- Giáo viên cũng thừa nhận tùy theo người giải bài tập chọn hệ trục tọa độ như thế nào thì sẽ thu được giá trị t tương ứng. Như vậy, t mang giá trị âm hay dương là tùy thuộc vào việc chọn hệ trục tọa độ. Nhưng kết quả cuối cùng là như nhau.

H6: thầy cô không cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng + thầy cô không trình bày lời giải khác như dự đoán

Trường hợp này,

- Giáo viên không quan tâm đến việc cho học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ giống như chương trình, SGK và SBT vật lý 12 và cũng không muốn học sinh khảo sát những gì không được trình bày trong chương trình, SGK và SBT vật lý 12 hoặc giáo viên chỉ tuân thủ chương trình và không nghĩ đến sẽ xảy ra trường hợp này.

- Bản thân thầy cô có nghĩ đến việc xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ và công nhận việc chọn hệ trục tọa độ là cần thiết với người giải bài tập và người giải bài tập được quyền chọn hệ trục tọa độ mà tiện lợi cho việc giải toán. Giáo viên chấp nhận t mang giá trị âm do việc chọn hệ trục tọa độ và cũng thừa nhận hàm số mũ trong vật lý có tập xác định là $\mathbb{R}$, không như chương trình và SGK, SBT vật lý 12 thì hàm số mũ có tập xác định là các số thực không âm.

- Giáo viên thấy rằng việc chọn hệ trục tọa độ như trong lời giải giả định là thích hợp nhất và lời giải cũng là tối ưu nên không cần tìm cách giải khác hoặc không nghĩ ra được lời giải khác.

H7: thầy cô không cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là sai + thầy cô có trình bày lời giải khác như dự đoán

Trường hợp này,

- Giáo viên không quan tâm đến việc cho học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ giống như chương trình, SGK và SBT vật lý 12 và cũng không muốn học sinh khảo sát những gì không được trình bày trong chương trình, SGK và SBT vật lý 12 hoặc giáo viên chỉ tuân thủ chương trình và không nghĩ đến sẽ xảy ra trường hợp này.

- Bản thân giáo viên thừa nhận việc chọn hệ trục tọa độ có thể là công việc của người giải bài tập nhưng không chấp nhận việc chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ là thời điểm xảy ra sau theo dòng thời gian hoặc cho rằng t mang giá trị âm là không hợp lý, trái với chương trình, SGK và SBT vật lý 12.

- Giáo viên thừa nhận việc chọn hệ trục tọa độ có thể là công việc của người giải bài tập nhưng chọn gốc tọa độ phải là thời điểm xảy ra trước theo dòng thời gian, nghĩa là giáo viên tuân thủ theo ràng buộc của thể chế và chỉ chấp nhận t mang giá trị dương.

H8: thầy cô không cho học sinh làm bài tập dạng này + thầy cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là sai + thầy cô không trình bày lời giải khác như dự đoán

Trường hợp này,

- Giáo viên không quan tâm đến việc cho học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ giống như chương trình, SGK và SBT vật lý 12 và cũng không muốn học sinh khảo sát những gì không được trình bày trong chương trình, SGK và SBT vật lý 12 hoặc giáo viên chỉ tuân thủ chương trình và không nghĩ đến sẽ xảy ra trường hợp này.

- Giáo viên không chấp nhận việc chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ là thời điểm xảy ra sau theo dòng thời gian hoặc cho rằng việc chọn hệ trục tọa độ không thuộc về trách nhiệm của người giải bài tập hoặc cho rằng t mang giá trị âm là không hợp lý, trái với chương trình, SGK và SBT vật lý 12.

- Thầy cô không tìm được lời giải hợp lý. Nguyên nhân không tìm được lời giải hợp lý là do giáo viên không có khái niệm tự xây dựng hệ trục tọa độ khi giải các bài tập phóng xạ, cho rằng công việc đó là của người ra đề bài tập, bị những ràng buộc của thể chế chi phối.

Câu 5:

Bốn bài tập trong câu 5 giúp kiểm chứng các quy tắc hợp đồng didactic R2, R3, R4. Đây là các dạng bài tập quen thuộc đã được trình bày trong SGK và SBT vật lý 12. Bốn bài tập trong câu 5, chúng tôi đều trình bày nhiều lời giải.

Đối với bài 1, chúng tôi có các lời giải sau:

- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả vẫn còn chứa ký hiệu $\ln$
- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$
- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2
- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e với việc tính trước λ và kết quả không còn chứa ký hiệu $\ln$

Trong bài 1, chúng tôi chọn $m_0/m=2^k$, chúng tôi muốn tìm hiểu: giáo viên sẽ ưu tiên lời giải nào trong các lời giải trên (tính theo điểm mà giáo viên cho từng lời giải từ cao xuống thấp)?

Đối với bài 2, chúng tôi có các lời giải sau:

- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả vẫn còn chứa ký hiệu $\log_2$
- Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\log_2$

- c) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả vẫn còn chứa ký hiệu $\ln$
- d) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$
- e) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$ và λ đã được tính trước.

Trong bài 2, chúng tôi chọn $m_0/m \neq 2^k$, chúng tôi muốn tìm hiểu: giáo viên sẽ ưu tiên lời giải nào trong các lời giải trên (tính theo điểm mà giáo viên cho từng lời giải từ cao xuống thấp)?

Đối với bài 3, chúng tôi có các lời giải sau:

- a) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả vẫn còn chứa ký hiệu mũ
- b) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu mũ
- c) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và vẫn còn chứa ký hiệu $\ln$ và mũ
- d) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$ và mũ
- e) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$, λ đã được tính trước.

Trong bài 3, chúng tôi chọn $t/T=k$, chúng tôi muốn tìm hiểu: giáo viên sẽ ưu tiên lời giải nào trong các lời giải trên (tính theo điểm mà giáo viên cho từng lời giải từ cao xuống thấp)?

Đối với bài 4, chúng tôi có các lời giải sau:

- a) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả vẫn còn chứa ký hiệu mũ
- b) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số 2 và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu mũ
- c) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và vẫn còn chứa ký hiệu $\ln$ và mũ
- d) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$ và mũ
- e) Lời giải sử dụng định luật phóng xạ với cơ số e và kết quả đã được viết ở dạng số thập phân, không còn chứa ký hiệu $\ln$, λ đã được tính trước.

Trong bài 4, chúng tôi chọn $t/T \neq k$, chúng tôi muốn tìm hiểu: giáo viên sẽ ưu tiên lời giải nào trong các lời giải trên (tính theo điểm mà giáo viên cho từng lời giải từ cao xuống thấp)?

4.2. Phân tích a posteriori:

Câu 1: Xin thầy, cô cho 3 ví dụ về biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô đề cập trong giảng dạy

Các biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô đề cập trong giảng dạy được chúng tôi liệt kê trong bảng 4.2 kèm theo số lượng giáo viên cho ví dụ biểu thức giải tích của hàm số mũ đó.

Bảng 4.2: Các biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô đề cập trong giảng dạy

Biểu thức giải tích của hàm số mũ		Số lượng giáo viên cho ví dụ
Dạng $y = be^{u(x)}$: 47	$m = m_0 e^{-\lambda t}$	16
	$N = N_0 e^{-\lambda t}$	17
	$H = H_0 e^{-\lambda t}$	14
Dạng $y = ba^{u(x)}$ ($a \neq e$): 41	$m = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$	15
	$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$	17
	$H = H_0 2^{-\frac{t}{T}}$	10
	$N = \frac{N_0}{2^k}$	1

Kết quả thu được ở câu 1 cho chúng ta thấy rằng: biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô dạy vật lý đề cập trong giảng dạy là các hàm số mũ có dạng $y = be^{u(x)}$, $y = ba^{u(x)}$, trong khi đó hàm số mũ được định nghĩa trong SGK toán phổ thông có dạng $y = a^x$. Đối với thầy cô dạy vật lý biểu thức giải tích của hàm số mũ mà thầy cô đã tiếp cận trong toán học đã không còn tồn tại trong bộ môn vật lý. Chúng tôi giải thích sự kiện này là do quá trình xuất hiện của hàm số mũ trong chương trình toán học và vật lý phổ thông có điểm khác biệt:

- Trong toán học, hàm số mũ được định nghĩa từ khái niệm lũy thừa.
- Trong vật lý, hàm số mũ là kết quả của quá trình thiết lập định luật phân rã phóng xạ.

Câu 2: Xin thầy, cô phác họa 3 đồ thị hàm số mũ (vẽ trong hệ trục tọa độ Oxy) thường được thầy, cô sử dụng trong giảng dạy

Kết quả thu được từ thực nghiệm đã chứng minh rằng: trong vật lý, đồ thị của hàm số mũ chỉ được vẽ với tập xác định là các số thực không âm, có đến 75/90 ví dụ (chiếm 83,3%) vẽ hệ trục tọa độ chỉ chứa các giá trị dương, phần chứa các giá trị âm không được sử dụng nên khỏi vẽ. Do trong chương trình vật lý phổ thông, biến số của hàm số mũ là thời gian t mà trong cuộc sống không bao giờ đề cập đến thời gian mang giá trị âm, vật lý lại là bộ môn khoa học ứng dụng, nghiên cứu các hiện tượng trong cuộc sống nên thời gian mà có giá trị âm là không có nghĩa.

Từ kết quả phân tích a posteriori câu 1 và câu 2, chúng tôi kết luận: do đặc thù của bộ môn vật lý mà biểu thức giải tích, đồ thị, tập xác định của hàm số mũ đã trình bày trong toán học không còn tồn tại trong nhận thức của các giáo viên dạy vật lý.

Câu 3: *Xin thầy, cô nêu 4 dạng bài tập mà thầy, cô thường cho học sinh làm trong phần “Phóng xạ” ở lớp 12.*

Từ kết quả thực nghiệm thu được, chúng tôi thấy rằng các dạng bài tập mà thầy cô thường cho học sinh làm trong phần phóng xạ ở lớp 12 xoay quanh việc tìm các đại lượng chưa biết trong các công thức sau: $N = N_0 e^{-\lambda t}$, $m = m_0 e^{-\lambda t}$, $H = H_0 e^{-\lambda t}$, $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $H = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$, $H = \lambda N$. Chúng tôi thu được kết quả trình bày trong bảng 4.3.

Bảng 4.3: Kết quả thực nghiệm các dạng bài tập giáo viên thường cho học sinh làm

Dạng bài tập	Số lượng giáo viên
<u>Dạng 1a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , t <u>Yêu cầu tìm:</u> m (hoặc N hoặc H)	30
<u>Dạng 2a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , m <u>Yêu cầu tìm:</u> t	30
<u>Dạng 3a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m , T , t <u>Yêu cầu tìm:</u> m_0	20
<u>Dạng 6a:</u> <u>Đề bài cho:</u> m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), m , t <u>Yêu cầu tìm:</u> T	18
<u>Các dạng khác :</u>	18

<u>Yêu cầu tìm:</u> Tìm số nguyên tử bị phân rã	
<u>Các dạng khác :</u> <u>Yêu cầu tìm:</u> Xác định lượng nguyên tố hóa học được tạo thành	4

Như vậy,

- Các dạng bài tập tìm m (N hoặc H) , t được 100% giáo viên chọn để cho học sinh làm bài tập thường xuyên. Các dạng bài tập tìm m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T, tìm số nguyên tử bị phân rã cũng là dạng bài tập được nhiều giáo viên cho học sinh làm trong phần “phóng xạ” ở lớp 12.

- 100% bài tập dạng 1a đều sử dụng một trong các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu” để mô tả m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), sử dụng một trong các cụm từ “còn lại sau...là bao nhiêu?”, “sau...là bao nhiêu?” để mô tả m (hoặc N hoặc H), sử dụng cụm từ “sau khoảng thời gian” để mô tả t

Ví dụ: **ban đầu** có 20g chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã T. Khối lượng của chất phóng xạ X **còn lại sau** khoảng thời gian 3T kể từ thời điểm ban đầu là bao nhiêu?

Hoặc biết $N_A=6,02.10^{23}$ hạt/mol. **Ban đầu** có 10g $^{226}_{88}\text{Ra}$ có chu kỳ bán rã T=1600 năm. **Sau** thời gian 100 năm độ phóng xạ là bao nhiêu?

- 100% bài tập dạng 2a đều sử dụng một trong các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu” để mô tả m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), sử dụng cụm từ “chỉ còn lại”, “còn lại”, “còn” để mô tả m (hoặc N hoặc H), sử dụng cụm từ “sau bao lâu?” để mô tả t

Ví dụ: **ban đầu** có 10g chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã T. **Sau bao lâu thì** lượng chất phóng xạ này **còn lại** 1g?

Hoặc $^{24}_{11}\text{Na}$ là chất phóng xạ có chu kỳ bán rã T=15h. **Ban đầu** có 24g chất này. **Sau bao lâu còn** 3g?

- 100% bài tập dạng 3a đều sử dụng một trong các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu” để mô tả m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), sử dụng cụm từ “sau...còn lại” để mô tả m (hoặc N hoặc H), sử dụng cụm từ “sau khoảng thời gian” để mô tả t

Ví dụ: giả sử **sau** 3 giờ phóng xạ (kể từ thời điểm ban đầu) số hạt nhân của một chất phóng xạ X **còn lại** 10g. Hỏi **lúc đầu** có bao nhiêu g chất phóng xạ X, biết rằng chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã là T.

- 100% bài tập dạng 6a đều sử dụng một trong các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu” để mô tả m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), sử dụng cụm từ “sau...còn lại” để mô tả m (hoặc N hoặc H), sử dụng cụm từ “sau khoảng thời gian” để mô tả t

Ví dụ: giả sử sau 3 giờ phóng xạ (kể từ thời điểm ban đầu) số hạt nhân của một chất phóng xạ X còn lại bằng 25% số hạt nhân ban đầu. Tìm chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó.

- 100% bài tập dạng: tìm số nguyên tử bị phân rã, xác định lượng nguyên tố hóa học được tạo thành đều sử dụng một trong các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu” để mô tả m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), sử dụng cụm từ “sau...khối lượng”, “số hạt nhân...sau” để mô tả m (hoặc N hoặc H), sử dụng cụm từ “sau khoảng thời gian” để mô tả t

Ví dụ: lúc đầu có 21mg chất phóng xạ $^{210}_{84}\text{Po}$ có chu kỳ bán rã 140 ngày đêm, khi phóng xạ tia α biến thành chì. Tìm số hạt nhân pôlôni bị phân rã sau 280 ngày đêm.

Hoặc $^{222}_{86}\text{Rn}$ là chất phóng xạ có chu kỳ bán rã $T=3.8$ ngày. Lúc đầu có 2g Rn. Sau 1 ngày, khối lượng Rn đã bị phân rã là bao nhiêu?

Hoặc một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã T . Ban đầu có 20g chất phóng xạ X, sau 10 ngày lượng chất phóng xạ chỉ còn lại 1g. Có bao nhiêu chất hóa học Y được tạo thành trong quá trình phóng xạ đó.

Như vậy,

- Các dạng bài tập mà thầy cô quan tâm nhiều nhất là các dạng sau:

Dạng 1a:

Đề bài cho:

m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , t

Yêu cầu tìm: m (hoặc N hoặc H)

Dạng 2a:

Đề bài cho:

m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), T , m

Yêu cầu tìm: t

Dạng 3a:

Đề bài cho:

m , T , t

Yêu cầu tìm: m_0

Dạng 6a:

Đề bài cho:

m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0), m , t

Yêu cầu tìm: T

Các dạng khác :

Yêu cầu tìm:

Tìm số nguyên tử bị phân rã

Các dạng bài tập mà thầy cô cho đều có chung đặc điểm là không tính toán phức tạp, dễ dàng xác định được m (N hoặc H), t , T , m_0 (hoặc N_0 hoặc H_0). Ưu tiên các dạng bài tập cho và tìm các đại lượng trên.

- Các dạng bài tập mà thầy cô thường cho học sinh làm đều chứa các cụm từ quen thuộc, từ các cụm từ đó là xác định được các đại lượng trong các công thức của định luật phóng xạ. Thời điểm mốc $t = 0$ được cho trước trong đề bài một cách ngầm ẩn bằng cách : m_0 , N_0 , H_0 được xác định thông qua các cụm từ “ban đầu”, “lúc đầu”, t luôn là giá trị xuất hiện sau từ “sau”, đại lượng gắn liền với cụm từ “sau thời gian t ”, sẽ là m , N hoặc H. Nhờ sự hiện diện của các cụm từ trên trong đề bài mà chúng ta dễ dàng xác định được các đại lượng trong các công thức đã nêu và t luôn là số thực dương mà không cần xây dựng mốc tọa độ $t=0$ để rồi suy ra t và $m(t)$, $N(t)$, $H(t)$ tương ứng.

Câu 4:

Câu 4: Xin thầy, cô:

- Đánh dấu câu trả lời vào ô vuông tương ứng và ghi giải thích vào phần chừa trống phía dưới.
- Cho biết bài giải giả định phía dưới là đúng hay sai. Xin thầy, cô vui lòng nêu rõ lý do của sự chọn lựa đó.

Nếu thầy, cô có lời giải khác; thầy, cô vui lòng trình bày lời giải đó.

Bài 1: *Biết khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ X là 1g. Chu kỳ bán rã T của chất phóng xạ này là 4 ngày. Tìm khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày.*

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Có cho học sinh làm bài tập dạng này	Không cho học sinh làm bài tập dạng này
0/30	30/30

30/30 giáo viên trả lời là không cho học sinh làm bài tập với cách dùng từ như trên, thay vào đó giáo viên cho học sinh làm dạng bài tập tương đương với cách dùng các cụm từ quen thuộc như SGK và SBT đã trình bày, 30/30 giáo viên đã đề nghị chỉnh sửa lại cách dùng từ của bài tập trên như sau: Sau 7 ngày khối lượng của chất phóng xạ X là 1g, Tìm khối lượng ban đầu của chất phóng xạ đó, biết rằng chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

Sau khi phân tích các câu giải thích của giáo viên, chúng tôi thấy rằng: lý do khiến giáo viên không cho học sinh làm bài tập dạng này là:

✚ Dạng bài tập này không chứa các cụm từ quen thuộc nên học sinh sẽ không xác định được đâu là m , đâu là m_0 . Vì thế, đây là dạng bài tập xa lạ với học sinh, có nhiều giáo viên cho rằng đề bài tập không rõ ràng, đánh đố học sinh.

✚ Dạng bài tập này không có trong chương trình vật lý phổ thông và các đề thi.

✚ Bản thân giáo viên không nghiên cứu bài tập dạng này nên không cho học sinh làm.

Cụ thể, nội dung các câu giải thích của giáo viên là:

- Không nghiên cứu, đề không rõ, không phù hợp học sinh phổ thông
- Đề cho như vậy là không rõ ràng lắm, có vẻ đánh đố học sinh, không phù hợp với đối tượng là học sinh phổ thông. Nếu có cho thì viết lại đề như sau: một lượng chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã là 4 ngày. Tìm khối lượng ban đầu của lượng chất phóng xạ trên, biết rằng sau 7 ngày thì lượng chất phóng xạ trên chỉ còn 1g. Giáo viên kèm theo lời giải như sau:

$$m = 1\text{g}, T = 4 \text{ ngày}, t = 7 \text{ ngày}, m_0 = ?, m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 1 = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m_0 e^{-\frac{\ln 2}{4} \cdot 7} = 1 \Rightarrow m_0 = 3,36 \text{ g}$$

- Vì học sinh không gặp bài tập này trong chương trình học và đề thi
- Vì làm cho học sinh khi đọc đề bài các em bị rối.
- Thường các dạng bài tập cho tìm khối lượng còn lại sau thời gian t . Bài toán trên cho tìm khối lượng trước thời gian t
- Học sinh mà gặp dạng bài tập này thì bó tay!

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Đánh giá lời giải giả định là đúng	Đánh giá lời giải giả định là sai
26/30	4/30

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là đúng với các lý do có nội dung như sau:

✚ Cách lập luận thì không sai nhưng trong vật lý thường quy với thời điểm $t = 0$ là thời điểm ban đầu và thời gian không âm. Thời gian mang giá trị âm sẽ làm học sinh khó hiểu.

✚ Đúng nhưng không phù hợp về mặt vật lý vì trong vật lý thường sử dụng khái niệm thời gian $t > 0$. Do đó, thường chọn gốc thời gian trùng với thời điểm đầu ($t=0$) $\Rightarrow m_0$ khối lượng lúc đầu, m : khối lượng hiện tại

✚ Cách giải đúng, logic nhưng thời gian có giá trị âm (-) khiến học sinh khó hiểu

✚ Đúng vì lập luận logic, tuy nhiên thời gian t có giá trị âm nên sẽ có rất nhiều học sinh khó hiểu!!!

✚ Thực ra cách giải và đáp số thì đúng nhưng t là thời gian mà cho là số âm ($t=-7$) thì hơi khó hiểu

✚ Đúng nhưng khó hiểu vì trong vật lý, thời gian t đối với học sinh phổ thông chỉ hiểu là $t \geq 0$, chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu xảy ra sự phân rã, đừng chọn mốc thời gian mà sự phân rã đã xảy ra.

✚ Cách giải không sai nhưng làm học sinh khó hiểu. Chỉ cần cho học sinh biết $m=?$ Tìm m_0 hay ngược lại

✚ Đúng nhưng nên chọn gốc thời gian để thời gian có giá trị dương

✚ Đúng nhưng nên hiểu thời điểm hiện tại là t , thời điểm trước hiện tại là $t_0=0 \Rightarrow$ thời gian không có giá trị âm

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là sai với các lý do có nội dung như sau:

✚ Sai vì thời gian mà âm

✚ Sai vì không có thời gian âm

✚ Sai vì tìm m_0 không phải tìm m

✚ Sai vì thời gian âm là vô lý

Dưới đây là bảng 4.4 thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị:

Bảng 4.4: Thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị ở bài 1, câu 4

Lời giải khác	Số lượng
Lời giải 1: Ta có thể xác định: $m=1g$, $t=7$ ngày, $T=4$ ngày, $m_0=?$. Ta có $m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow m_0 = m2^{\frac{t}{T}} = 1.2^{\frac{7}{4}} = 3.36g$	20
Lời giải 2: Chọn thời điểm trước hiện tại 7 ngày $t=0$, m_0 là khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày. Khối lượng của chất phóng xạ hiện tại là $m=1g$. Đề bài cho $t=7$. Ta có: $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Rightarrow m_0 = \frac{m}{2^{\frac{-t}{T}}} = \frac{1}{2^{\frac{-7}{4}}} = 3.36g$	6
Lời giải 3: $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$: khối lượng chất ở thời điểm t $m' = m_0 2^{\frac{-(t-7)}{T}}$: khối lượng chất ở thời điểm trước t 7 ngày $\Rightarrow \frac{m'}{m} = 2^{\frac{-(t-7)}{T}} \cdot 2^{\frac{t}{T}} = 2^{\frac{7}{T}} = 2^{\frac{7}{4}} \Rightarrow m' = m2^{\frac{7}{4}} = 1.2^{\frac{7}{4}} = 3.36g$	4

Bài 2: Khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ là 2g. Cách thời điểm hiện tại bao lâu thì mẫu chất phóng xạ này có khối lượng là 7g. Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Có cho học sinh làm bài tập dạng này	Không cho học sinh làm bài tập dạng này
0/30	30/30

30/30 giáo viên trả lời là không cho học sinh làm bài tập với cách dùng từ như trên, thay vào đó giáo viên cho học sinh làm dạng bài tập tương đương với cách dùng các cụm từ quen thuộc như SGK và SBT đã trình bày, 30/30 giáo viên đã đề nghị chỉnh sửa lại cách dùng từ của bài tập trên như sau: Ban đầu có 7g chất phóng xạ. Sau bao lâu thì khối lượng của chất phóng xạ còn lại 1g. Biết rằng chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

Sau khi phân tích các câu giải thích của giáo viên, chúng tôi thấy rằng: lý do khiến giáo viên không cho học sinh làm bài tập dạng này là:

✚ Dạng bài tập này không chứa các cụm từ quen thuộc nên học sinh sẽ không xác định được đâu là m , đâu là m_0 . Vì thế, đây là dạng bài tập xa lạ với học sinh, có nhiều giáo viên cho rằng đề bài tập không rõ ràng, đánh đố học sinh.

✚ Dạng bài tập này không có trong chương trình vật lý phổ thông và các đề thi.

✚ Bản thân giáo viên không nghiên cứu bài tập dạng này nên không cho học sinh làm.

Cụ thể, nội dung các câu giải thích của giáo viên là:

- Đề không rõ, không phù hợp học sinh phổ thông
- Đề cho như vậy là không phù hợp với đối tượng là học sinh phổ thông nên không cho. Nếu cho sẽ viết đề lại như sau: một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã là 4 ngày. Ban đầu có 7g chất phóng xạ đó. Sau bao lâu thì chỉ còn 2g chất phóng xạ trên?
- Không cho đề với cách dùng từ khó hiểu như thế này
- Chỉ cho học sinh làm dưới dạng: hiện tại khối lượng của chất phóng xạ là 7g. Sau bao lâu còn lại 2g?
- Thường cho 7g trước, sau bao lâu còn lại 2g
- Không nghiên cứu dạng bài tập này
- Vì học sinh không gặp bài tập này trong chương trình học và các đề thi
- Vì làm cho học sinh khi đọc đề bài các em bị rối.
- Học sinh mà gặp dạng bài tập này thì bó tay!

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Đánh giá lời giải giả định là đúng	Đánh giá lời giải giả định là sai
26/30	4/30

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là đúng với các lý do có nội dung như sau:

- ✚ Đúng nhưng chưa phù hợp với vật lý
- ✚ Đúng vì lập luận logic nhưng thời gian có giá trị âm sẽ làm cho học sinh khó hiểu!
- ✚ Cách lập luận thì không sai nhưng trong vật lý thường quy với thời điểm $t=0$ là thời điểm ban đầu và thời gian không âm. Thời gian mang giá trị âm sẽ làm học sinh khó hiểu.
- ✚ Đúng nhưng không phù hợp về mặt vật lý vì trong vật lý thường sử dụng khái niệm thời gian $t > 0$. Do đó, thường chọn gốc thời gian trùng với thời điểm đầu ($t=0$) $\Rightarrow m_0$ khối lượng lúc đầu, m : khối lượng hiện tại
- ✚ Cách giải đúng, logic nhưng thời gian có giá trị âm (-) khiến học sinh khó hiểu
- ✚ Đúng vì lập luận logic, tuy nhiên thời gian t có giá trị âm nên sẽ có rất nhiều học sinh khó hiểu!!!
- ✚ Thực ra cách giải và đáp số thì đúng nhưng t là thời gian mà cho là số âm ($t=-7$) thì hơi khó hiểu
- ✚ Đúng nhưng khó hiểu vì trong vật lý, thời gian t đối với học sinh phổ thông chỉ hiểu là $t \geq 0$, chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu xảy ra sự phân rã, đừng chọn mốc thời gian mà sự phân rã đã xảy ra.
- ✚ Cách giải không sai nhưng làm học sinh khó hiểu. Chỉ cần cho học sinh biết $m=?$, $m_0=?$ Tìm t .
- ✚ Đúng nhưng nên chọn gốc thời gian để thời gian có giá trị dương
- ✚ Đúng nhưng nên hiểu thời điểm hiện tại là t , thời điểm trước hiện tại là $t_0=0 \Rightarrow$ thời gian không có giá trị âm

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là sai với các lý do có nội dung như sau:

- ✚ Sai vì ban đầu là m_0 , lúc sau là m
- ✚ Sai vì trong phóng xạ m luôn nhỏ hơn m_0 , kết quả $t < 0$ không thực tế
- ✚ Thời gian t dạy học sinh phổ thông có điều kiện $t \geq 0$
- ✚ Thời gian mà là số âm thì không hợp lý, nên chọn gốc thời gian $t=0$ thích hợp hơn.

Dưới đây là bảng 4.5 thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị:

Bảng 4.5: Thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị ở bài 2, câu 4

Lời giải khác	Số lượng
Lời giải 1: Ta có thể xác định: $m_0=7g$, $m=2g$, $T=4$ ngày, $t=?$. Ta có $m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} = \frac{7}{2} \Rightarrow t = 7 \text{ ngày}$	20
Lời giải 2: Chọn thời điểm lúc chất phóng xạ 7g là gốc thời gian $t=0$. Đề bài cho ở thời điểm đầu $m_0=7g$, thời điểm hiện tại t chất phóng xạ có khối lượng 2g.	6

Ta có: $m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} = \frac{7}{2} \Rightarrow t = 7 \text{ ngày}$	
Lời giải 3: $m = m_0 e^{-\lambda t}$: với $m=7g$ ở thời điểm t $m' = m_0 e^{-\lambda t'}$: $m' = 2g$ ở thời điểm t' $\frac{m}{m'} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t'} = e^{\lambda(t'-t)} = e^{\lambda \Delta t} \Rightarrow \ln\left(\frac{m}{m'}\right) = \lambda \Delta t = \frac{\ln 2}{T} \Delta t$ $\Rightarrow \Delta t = \frac{T \ln\left(\frac{m}{m'}\right)}{\ln 2} = \frac{4 \ln\left(\frac{7}{2}\right)}{\ln 2} = 7.22 \text{ ngày}$	4

Bài 3: Trước thời điểm hiện tại 7 ngày khối lượng của một mẫu chất phóng xạ là 3g. Không dùng dụng cụ đo lường, hãy tính khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại. Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó là 4 ngày.

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Có cho học sinh làm bài tập dạng này	Không cho học sinh làm bài tập dạng này
0/30	30/30

30/30 giáo viên trả lời là không cho học sinh làm bài tập với cách dùng từ như trên, thay vào đó giáo viên cho học sinh làm dạng bài tập tương đương với cách dùng các cụm từ quen thuộc như SGK và SBT đã trình bày, 30/30 giáo viên đã chỉnh sửa lại cách dùng từ của bài tập trên, giáo viên dùng các cụm từ quen thuộc “ban đầu”, “sau”, “còn lại”, điển hình giáo viên đưa ra đề bài như sau: ban đầu có 3g chất phóng xạ. Sau 7 ngày khối lượng của chất phóng xạ này còn lại bao nhiêu? Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó là 4 ngày.

Sau khi phân tích các câu giải thích của giáo viên, chúng tôi thấy rằng: lý do khiến giáo viên không cho học sinh làm bài tập dạng này là:

✚ Dạng bài tập này không chứa các cụm từ quen thuộc nên học sinh sẽ không xác định được đâu là m , đâu là m_0 . Vì thế, đây là dạng bài tập xa lạ với học sinh, có nhiều giáo viên cho rằng đề bài tập không rõ ràng, đánh đố học sinh.

✚ Dạng bài tập này không có trong chương trình vật lý phổ thông và các đề thi.

✚ Bản thân giáo viên không nghiên cứu bài tập dạng này nên không cho học sinh làm.

Cụ thể, nội dung các câu giải thích của giáo viên là:

➤ Không cho bài tập dạng này, không sử dụng từ ngữ như của đề bài. Thường cho học sinh biết khối lượng lúc ban đầu $t=0$ là m_0 , tính khối lượng lúc sau (ở thời điểm t)

- Không nghiên cứu, đề không rõ, không phù hợp học sinh phổ thông
- Đề cho như vậy là không rõ ràng lắm, có vẻ đánh đố học sinh, không phù hợp với đối tượng là học sinh phổ thông. Nếu có cho thì viết lại đề như sau: một lượng chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã là 4 ngày. Ban đầu có 3g chất phóng xạ. Sau 7 ngày thì lượng chất phóng xạ trên còn lại bao nhiêu?
- Vì học sinh không gặp bài tập này trong chương trình học và trong các đề thi
- Vì làm cho học sinh khi đọc đề bài các em bị rối.
- Học sinh mà gặp dạng bài tập này thì bó tay!

Đối với câu hỏi điều tra: “Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?”, chúng tôi thu được kết quả thực nghiệm như sau:

Đánh giá lời giải giả định là đúng	Đánh giá lời giải giả định là sai
26/30	4/30

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là đúng với các lý do có nội dung như sau:

- ✚ Cách giải đúng nhưng không phù hợp với vật lý quan niệm: khối lượng hiện tại m , khối lượng đầu m_0
- ✚ Cách lập luận thì không sai nhưng trong vật lý thường quy với thời điểm $t=0$ là thời điểm ban đầu và thời gian không âm. Thời gian mang giá trị âm sẽ làm học sinh khó hiểu.
- ✚ Đúng nhưng không phù hợp về mặt vật lý vì trong vật lý thường sử dụng khái niệm thời gian $t > 0$. Do đó, thường chọn gốc thời gian trùng với thời điểm đầu ($t=0$) $\Rightarrow m_0$ khối lượng lúc đầu, m : khối lượng hiện tại
- ✚ Cách giải đúng, logic nhưng thời gian có giá trị âm (-) khiến học sinh khó hiểu
- ✚ Đúng vì lập luận logic, tuy nhiên thời gian t có giá trị âm nên sẽ có rất nhiều học sinh khó hiểu!!!
- ✚ Thực ra cách giải và đáp số thì đúng nhưng t là thời gian mà cho là số âm ($t=-7$) thì hơi khó hiểu
- ✚ Đúng nhưng khó hiểu vì trong vật lý, thời gian t đối với học sinh phổ thông chỉ hiểu là $t \geq 0$, chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu xảy ra sự phân rã, đừng chọn mốc thời gian mà sự phân rã đã xảy ra.
- ✚ Cách giải không sai nhưng làm học sinh khó hiểu. Chỉ cần cho học sinh biết $m=?$ Tìm m_0 hay ngược lại
- ✚ Đúng nhưng nên chọn gốc thời gian để thời gian có giá trị dương
- ✚ Đúng nhưng nên hiểu thời điểm hiện tại là t , thời điểm trước hiện tại là $t_0=0 \Rightarrow$ thời gian không có giá trị âm

Giáo viên đánh giá lời giải giả định là sai với các lý do có nội dung như sau:

- ✚ Sai vì thời gian mà âm

✚ Sai vì không có thời gian âm

✚ Sai vì tìm m không phải tìm m_0

✚ Sai vì thời gian âm là vô lý

✚ Sai vì thời gian không thể là số âm. Có thể chọn gốc thời gian phù hợp để có kết quả hợp lý hơn.

Dưới đây là bảng 4.6 thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị:

Bảng 4.6: Thống kê nội dung các lời giải khác mà giáo viên đề nghị ở bài 3, câu 4

Lời giải khác	Số lượng
Lời giải 1: Ta có thể xác định: $m_0=3g$, $t=7$ ngày, $T=4$ ngày, $m=?$. Ta có $m = \frac{m_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{3}{2^{\frac{7}{4}}} \approx 0.89g$	20
Lời giải 2: chọn gốc thời gian $t=0$ ở thời điểm trước hiện tại 7 ngày. Ta có $t=7$, $m_0 = 3g$. Tìm $m=?$ Ta có: $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 3.2^{\frac{-7}{4}} \approx 0.89g$ Vậy khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại là $0.89g$	6
Lời giải 3: $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$: $m=3g$ ở thời điểm t $m' = m_0 2^{\frac{-(t+7)}{T}}$: khối lượng chất ở thời điểm sau t 7 ngày $\Rightarrow \frac{m'}{m} = 2^{\frac{-(t+7)}{T}}.2^{\frac{t}{T}} = 2^{\frac{-7}{T}} = 2^{\frac{-7}{4}} \Rightarrow m' = m 2^{\frac{-7}{T}} = 3.2^{\frac{-7}{4}} = 0.89g$	4

Sau khi phân tích a posteriori câu 4, chúng tôi có những nhận xét sau:

✚ 30/30 giáo viên đều không cho học sinh làm dạng bài tập như bài 1, bài 2, bài 3. 30/30 giáo viên đề nghị sửa lại đề bài 1, bài 2, bài 3 bằng cách dùng các cụm từ quen thuộc như SGK và SBT đã trình bày. Điều đó chứng tỏ rằng, giáo viên có trách nhiệm chọn những bài tập thỏa:

- Thời điểm mốc $t = 0$ được cho trước trong đề bài một cách ngầm ẩn;
- Đại lượng phải tìm được xét ở thời điểm $t > 0$ ứng với thời điểm mốc đã xác định.

✚ 26/30 giáo viên đánh giá lời giải giả định là đúng, đối với phần đông giáo viên tính đúng sai của lời giải phải được xem xét trong các bước lập luận lời giải, chỉ cần lập luận của lời giải hợp logic thì giáo viên vẫn chấp nhận mặc dù t mang giá trị âm nhưng giáo viên vẫn không quên nêu lên quan điểm trong vật lý là thời gian có giá trị không âm, do đó thường và nên chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu xảy ra sự phân rã, nghĩa là chọn thời điểm xảy ra trước làm gốc thời gian $t=0$, mục đích là để t có giá trị dương. Nếu cách lập luận đúng và đưa đến kết quả t mang giá trị âm thì phần đông giáo viên vẫn không cho rằng điều này là sai, nghĩa là giáo viên đã ngầm ẩn công nhận t mang giá trị âm

hay dương là phụ thuộc vào việc chọn gốc thời gian $t=0$ và xem xét sự việc xảy ra trước hay sau thời điểm chọn làm gốc thời gian $t=0$. Nhưng các giáo viên này vẫn không thoát ra được quan điểm từ cuộc sống là thời gian phải có giá trị không âm. Để họ chọn gốc thời gian thì họ luôn ngầm ẩn hoặc tường minh chọn gốc thời gian là thời điểm bắt đầu xảy ra sự kiện để t không phải mang giá trị âm. Điều đó cho thấy rằng giáo viên và chương trình vật lý đã đánh đồng biến số t với “thời gian”, khi đề cập đến t chỉ gán cho nó nghĩa là “thời gian” nên nó không thể mang giá trị âm, nhưng nếu xem t là biến số thì khi t nhận giá trị âm vẫn làm cho các hàm số mũ trong định luật phóng xạ có nghĩa. Chính vì các giáo viên và chương trình vật lý chỉ xem t là “thời gian” mà không nhìn nó ở khía cạnh là biến số nên đối với họ tập xác định của hàm số mũ trong vật lý chỉ là các số không âm.

4/30 giáo viên đánh giá lời giải giả định là sai vì họ chỉ nhìn nhận t ở khía cạnh là “thời gian” mà thời gian mang giá trị âm thì đối với họ đó là điều rất vô lý hoặc họ cho rằng lời giải này xác định giá trị m và m_0 không đúng vì các giáo viên này ngầm ẩn chọn gốc thời gian là thời điểm trước hiện tại, trong khi đó lời giải giả định chọn gốc thời gian là thời điểm hiện tại.

30/30 giáo viên cho lời giải khác đều có t dương, có đến 20/30 giáo viên ngầm ẩn chọn gốc thời gian là thời điểm trước hiện tại, 6/30 giáo viên tường minh chọn gốc thời gian là thời điểm trước hiện tại, 4/30 giáo viên ngầm ẩn chọn gốc thời gian là thời điểm bất kỳ. Như vậy, phần đông giáo viên ngầm ẩn chọn gốc thời gian.

Giáo viên không quan tâm đến việc cho học sinh xét tình trạng của chất phóng xạ trước thời điểm chọn làm gốc tọa độ giống như chương trình, SGK và SBT vật lý 12 và cũng không muốn học sinh khảo sát những gì không được trình bày trong chương trình, SGK và SBT vật lý 12 hoặc giáo viên chỉ tuân thủ chương trình và không nghĩ đến sẽ xảy ra trường hợp này.

Giáo viên cũng thừa nhận tùy theo người giải bài tập chọn hệ trục tọa độ như thế nào thì sẽ thu được giá trị t tương ứng. Như vậy, t mang giá trị âm hay dương là tùy thuộc vào việc chọn hệ trục tọa độ. Nhưng kết quả cuối cùng là như nhau.

Câu 5:

Câu 5: Xin thầy, cô:

- Đánh dấu chéo vào cột điểm mà thầy, cô cho tương ứng từng đáp án; thang điểm từ 0 đến 10; đáp án mà thầy cô cho là ưu việt hơn thì điểm sẽ cao hơn. Thầy, cô ghi giải thích lý do của sự cho điểm như thế vào phần chữa trống phía dưới.
- Nếu thầy, cô có lời giải khác; thầy, cô vui lòng trình bày lời giải đó.

Bài 1: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 32g. Hỏi sau thời gian bao lâu thì khối lượng của chất phóng xạ còn lại 1g.

Chúng tôi thống kê số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bảng 4.7 sau:

Bảng 4.7: Số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bài 1, câu 5

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng số giáo viên	Tổng số điểm
a						3	9		18	0	0	30	213
b										30	0	30	270
c										0	30	30	300
d			2		4	4	6	4	10	0	0	30	184

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án a:

- Vì ra kết quả cuối cùng bằng bao nhiêu?
- Biết áp dụng công thức và thế số đúng nhưng chưa có kết quả cuối cùng
- Ba cách giải a, b, c tổng quát, học sinh dễ tiếp thu
- Học sinh không biết bấm máy, chưa tối giản
- Đáp án a chưa ra kết quả cuối cùng và không phù hợp với trào lưu làm trắc nghiệm
- Kết quả cần ghi số cụ thể không nên ghi dưới dạng công thức toán học

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án b:

- Biết áp dụng công thức, thế số đúng, kết quả cuối cùng đúng nhưng chọn công thức dài
- Học sinh không nhận xét $32=2^5$
- Đáp án b chỉ cho 9 điểm vì không nhạy bén thấy $32=2^5$
- Khi giải không nên thế số vào trước mà cần có biểu thức cần tìm sau cùng rồi thế số

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án c:

- Nếu $\frac{m_0}{m} = 2^n$ thì ta nên giải theo phương trình mũ $2^{\frac{t}{T}} = 2^n$, $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = \frac{m_0}{m} = 2^n \Rightarrow \frac{t}{T} = n$
- Đúng, ngắn, gọn, nhanh
- Đơn giản, đúng, chính xác
- Áp dụng công thức đúng, kết quả cuối cùng đúng, tiện theo dõi
- Dễ cho học sinh yếu không biết lấy ln

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu d:

- Vì làm bài dài dòng và bị sai số nhiều
- Dài dòng vì phải tính λ , kết quả không chính xác vì bị sai số nhiều
- Đáp án d lợm thợm quá!

Sau khi phân tích các lời giải thích của giáo viên kèm theo bảng số liệu trên, chúng tôi nhận xét như sau:

Trong bốn đáp án, đáp án c có ba cái nhất:

- ✚ Có số lượng giáo viên cho điểm 10 nhiều nhất (30/30 giáo viên)
- ✚ Có tổng số điểm cao nhất
- ✚ Điểm số chỉ tập trung ở thang điểm 10

Như vậy đáp án c đối với giáo viên là sự chọn lựa hoàn hảo nhất. Khi $\frac{m_0}{m} = 2^n$ thì giáo viên ưu tiên dùng hàm số mũ có cơ số 2 vì kết quả ra ngay không cần phải tính lôgarit, trong các đáp án sử dụng hàm số mũ có cơ số e giáo viên ưu tiên cho đáp án ra số cụ thể (đáp án b), giáo viên không hài lòng với các đáp án chưa tính ra số cụ thể, còn chứa các ký hiệu lôgarit hoặc tính λ ra số gần đúng rồi mới thế vào công thức (đáp án a và d).

Bài 2: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 15g. Hỏi sau thời gian bao lâu thì khối lượng của chất phóng xạ còn lại 3g.

Chúng tôi thống kê số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bảng 4.8 sau:

Bảng 4.8: Số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bài 2, câu 5

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng số giáo viên	Tổng số điểm
a						8	8	4	10	0	0	30	196
b									0	19	11	30	281
c						9	8	4	9	0	0	30	193
d										11	19	30	289
e			2		3	9	10	3	3	0	0	30	166

Các câu giải thích của giáo viên:

- ✚ Về các cách giải a, b, c, d, e là như nhau tuy nhiên cần phải bấm ra kết quả cụ thể và chính xác vì thi trắc nghiệm có đáp án trước
- ✚ Kết quả phải ra số cụ thể
- ✚ Nếu $\frac{m_0}{m} \neq 2^n$ thì ta nên dùng $\frac{m_0}{m} = e^{\lambda t}$ vì lôgarit Neper dễ bấm máy tính hơn $\log_2$

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu a:

- ✚ Chưa tối giản, không phù hợp học sinh phổ thông
- ✚ Đáp án a ít tồn tại trong vật lý

✚ Áp dụng công thức đúng, ngắn gọn nhưng chưa ra kết quả cuối cùng

✚ Chưa tối giản vì còn tồn tại $\log_2 5$

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu b:

✚ Cũng như a nhưng đã cho kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu c:

✚ Học sinh không bấm máy được

✚ Đáp án c cho thấy học sinh không sử dụng được máy tính

✚ Biết áp dụng công thức đúng, tính toán hơi dài, chưa cho kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu d:

✚ Chính xác

✚ Cũng như c nhưng đã tính toán đến kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm câu e:

✚ Dài dòng

✚ Đáp án e lợm thướt quá

Sau khi phân tích các lời giải thích của giáo viên kèm theo bảng số liệu trên, chúng tôi nhận xét như sau:

Trong bốn đáp án, đáp án d có ba cái nhất:

✚ Có số lượng giáo viên cho điểm 10 nhiều nhất (19/30 giáo viên)

✚ Có tổng số điểm cao nhất

✚ Điểm số chỉ tập trung ở hai thang điểm 9 và 10

Tuy nhiên, đáp án b cũng được nhiều giáo viên cho điểm 9, điểm 10 và có tổng số điểm xấp xỉ đáp án d, đáp án b cũng có điểm số chỉ tập trung ở hai thang điểm 9 và 10. Điều đó chứng tỏ rằng giáo viên cũng thường cho học sinh tính toán với lôgarit cơ số 2 vì hiện nay có nhiều loại máy tính đã có phím $\log_2$. Vì vậy, tính toán với lôgarit cơ số 2 là thuận tiện nhất. Những giáo viên mà sử dụng máy tính không có phím $\log_2$ thì họ ưu tiên cho phương án tính toán với lôgarit cơ số e. Theo chúng tôi, trong tương lai số lượng giáo viên sử dụng tính toán với lôgarit cơ số 2 sẽ đông hơn.

Như vậy đáp án b và d đối với giáo viên là sự chọn lựa hoàn hảo nhất. Nếu giáo viên sử dụng máy tính chỉ có phím lôgarit cơ số e thì giáo viên ưu tiên sử dụng lôgarit cơ số e để bấm máy ra số cụ thể, nếu giáo viên sử dụng máy tính có phím lôgarit cơ số bất kỳ thì giáo viên ưu tiên sử dụng lôgarit cơ số 2 để bấm máy ra số cụ thể. Trong các đáp án sử dụng hàm số mũ có cơ số e cũng như cơ số 2 giáo viên ưu tiên cho đáp án ra số cụ thể (đáp án b và d), giáo viên không hài lòng với các đáp án chưa tính ra số cụ thể, còn chứa các ký hiệu lôgarit hoặc tính λ ra số gần đúng rồi mới thế vào công thức (đáp án a, c và e).

Bài 3: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 1g. Tìm khối lượng của chất phóng xạ sau 30 ngày.

Chúng tôi thống kê số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bảng 4.9 sau:

Bảng 4.9: Số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bài 3, câu 5

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng số giáo viên	Tổng số điểm
a									16	14	0	30	254
b										0	30	30	300
c					2	6	2	20	0	0	0	30	190
d									14	16	0	30	256
e		2	2			6	15	5		0	0	30	161

Các câu giải thích của giáo viên:

✚ Vì $\frac{t}{T} = \frac{30}{5} = 6$ (nếu t chia hẳn cho T) ta nên dùng hàm $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ sẽ dễ tính toán hơn hàm

$$m = m_0 e^{-\lambda t}$$

✚ Năm cách giải trên là như nhau, tuy nhiên nên bấm ra giá trị cụ thể, không nên để $e^{\frac{-\ln 2}{5} \cdot 30} \Rightarrow$ học sinh sẽ khó tính đúng nếu không có kỹ năng về sử dụng máy tính.

✚ $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ là công thức đơn giản nhất ($\frac{t}{T} = n, n \in \mathbb{N}^*$). Lúc làm bài học sinh cần nhớ trước thương số này

✚ Khi đã biết t và T thì không ai sử dụng $m = m_0 e^{-\lambda t}$

✚ Kết quả phải ra một số cụ thể, không viết ở dạng toán học

✚ Khi tính m dùng công thức $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ dễ làm hơn, kết quả là con số cụ thể viết 2^{-6} g khó nhận đáp án vì sử dụng máy tính.

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án a:

✚ Đúng, chính xác

✚ Đáp án a rõ ràng tối giản rồi

✚ Biết áp dụng công thức, tính đúng, ngắn gọn, nhưng chưa tính ra kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án b:

✚ Đúng

✚ Dùng công thức dễ nhớ, dễ tính

✚ Cũng như a nhưng đã tính đến kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án c:

✚ Không thỏa (đúng nhưng dài), không tối giản

✚ Biết áp dụng công thức đúng, tính toán hơi dài, chưa tính đến kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án d:

✚ Đúng nhưng khó vì cơ số e

✚ Cũng như c nhưng đã tính đến kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án e:

✚ Dài vì tính λ

✚ Đáp án e lợm thọt quá

Sau khi phân tích các lời giải thích của giáo viên kèm theo bảng số liệu trên, chúng tôi nhận xét như sau:

Trong bốn đáp án, đáp án b có ba cái nhất:

✚ Có số lượng giáo viên cho điểm 10 nhiều nhất (30/30 giáo viên)

✚ Có tổng số điểm cao nhất

✚ Điểm số chỉ tập trung ở thang điểm 10

Điều đó chứng tỏ rằng giáo viên ưu tiên cho việc tính toán nâng lên lũy thừa với cơ số 2 và tính ra kết quả cuối cùng. Đáp án a và d có số điểm xấp xỉ nhau và là sự lựa chọn kế tiếp của giáo viên. Trong các đáp án với cơ số e, giáo viên ưu tiên cho đáp án tính ra số cụ thể. Giáo viên không hài lòng với các đáp án với cơ số e mà còn để nguyên các ký hiệu lôgarit và không tính ra số cụ thể hoặc tính λ ra số gần đúng rồi mới thế vào công thức (đáp án c và e). Mặc dù, cả hai đáp án a và c đều chưa tính ra số cụ thể nhưng giáo viên ưu tiên cho đáp án a hơn, điều đó cho thấy rằng, khi thực hiện phép toán nâng lên lũy thừa giáo viên có cảm tình với cơ số 2 hơn cơ số e.

Bài 4: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 1g. Tìm khối lượng của chất phóng xạ sau 26 ngày.

Bảng 4.10: Số lượng giáo viên cho điểm từng đáp án trong bài 4, câu 5

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng số giáo viên	Tổng số điểm
a									16	14	0	30	254
b										0	30	30	300
c					2	6	2	20	0	0	0	30	190

d									14	16	0	30	256
e		2	2			6	15	5		0	0	30	161

Các câu giải thích của giáo viên:

- Nên cụ thể vì nếu không học sinh khó tiếp thu (nếu học sinh yếu)
- Học sinh có máy tính nên sử dụng máy tính bấm ra kết quả.
- Kết quả phải ra số cụ thể

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án a:

- Học sinh chưa bấm máy được
- Đáp án a chỉ có 8 điểm vì chưa tối giản, khả năng học sinh không sử dụng được máy tính
- Đúng, ngắn gọn nhưng chưa ra kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án b:

- Chính xác
- Như a nhưng đã tính ra kết quả cuối cùng, ưu việt hơn a
- Dùng công thức dễ nhớ, dễ tính

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án c:

- Dài vì dùng e
- Khi đã biết thời gian t và T thì không ai sử dụng $m = m_0 e^{-\lambda t}$ nên điểm chỉ là 7 cho đáp án c và 8 cho đáp án d
- Biết áp dụng công thức đúng, tính toán dài, chưa ra kết quả sau cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án d:

- Dài vì dùng e
- Khi đã biết thời gian t và T thì không ai sử dụng $m = m_0 e^{-\lambda t}$ nên điểm chỉ là 8 cho d
- Như c nhưng hơn c là đã tính ra kết quả cuối cùng

Các câu giải thích của giáo viên khi cho điểm đáp án e:

- Dài vì dùng e và dùng λ
- Đáp án e chỉ có 2 điểm vì quá lượng thặng không phù hợp với trào lưu làm trắc nghiệm

Sau khi phân tích bảng số liệu và các câu giải thích của giáo viên, chúng tôi thấy rằng kết quả ở bài 4 và bài 3 như nhau, nghĩa là quan điểm của giáo viên khi thực hiện phép toán lũy thừa không phụ thuộc vào số mũ, cho dù số mũ nguyên hay số hữu tỉ thì thao tác giáo viên thực hiện vẫn như nhau.

Trong bốn đáp án, đáp án b có ba cái nhất:

- Có số lượng giáo viên cho điểm 10 nhiều nhất (30/30 giáo viên)
- Có tổng số điểm cao nhất
- Điểm số chỉ tập trung ở thang điểm 10

Điều đó chứng tỏ rằng giáo viên ưu tiên cho việc tính toán nâng lên lũy thừa với cơ số 2 và tính ra kết quả cuối cùng. Đáp án a và d có số điểm xấp xỉ nhau và là sự lựa chọn kế tiếp của giáo viên. Trong các đáp án với cơ số e, giáo viên ưu tiên cho đáp án tính ra số cụ thể. Giáo viên không hài lòng với các đáp án với cơ số e mà còn để nguyên các ký hiệu lôgarit và không tính ra số cụ thể hoặc tính λ ra số gần đúng rồi mới thế vào công thức (đáp án c và e). Mặc dù, cả hai đáp án a và c đều chưa tính ra số cụ thể nhưng giáo viên ưu tiên cho đáp án a hơn, điều đó cho thấy rằng, khi thực hiện phép toán nâng lên lũy thừa giáo viên có cảm tình với cơ số 2 hơn cơ số e.

Sau khi phân tích 4 bài tập trong câu 5, chúng tôi nhận xét như sau:

✚ Do đặc thù của bộ môn vật lý và hình thức thi trắc nghiệm hiện nay nên lúc nào giáo viên cũng ưu tiên cho kết quả tính ra số cụ thể, không hài lòng với các kết quả mà còn để ký hiệu lôgarit.

✚ Giáo viên ưu tiên cho các cách giải ra kết quả nhanh, không biến đổi công thức dài dòng. Khi $\frac{m_0}{m} = 2^n$ thì giáo viên ưu tiên cho định luật phóng xạ có công thức với cơ số 2 để đưa về giải phương

trình mũ $2^{\frac{t}{T}} = 2^n \Leftrightarrow \frac{t}{T} = n$ nhằm tránh tính lôgarit dài dòng. Khi $\frac{m_0}{m} \neq 2^n$ thì hiện nay giáo viên nào

dùng máy tính mà có phím lôgarit với cơ số bất kỳ thì giáo viên đó ưu tiên cho hàm số $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$,

giáo viên nào dùng máy tính mà chỉ có phím ln thì giáo viên đó ưu tiên cho hàm số $m = m_0 e^{-\lambda t}$,

✚ Giáo viên ưu tiên thế số và bấm máy một lần ở công thức cuối cùng để cho ra kết quả là số thập phân và tránh bị sai số nhiều.

✚ Khi tìm giá trị của hàm số mũ ứng với biến t, giáo viên ưu tiên cho hàm số $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ vì trong máy tính đã cho phép tính lũy thừa có cơ số 2, hơn nữa lũy thừa với cơ số 2 được giáo viên cảm nhận nó là một số, còn lũy thừa với cơ số e thì giáo viên cảm nhận nó không còn là một số.

Như vậy, việc giáo viên ưu tiên cho cách giải nào thì còn tùy thuộc vào môi trường máy tính bỏ túi, đặc thù của môn học và hình thức thi cử.

4.3. Kết luận chương 4:

Các kết quả thu được ở chương 4 giúp chúng tôi kiểm chứng được giả thuyết nghiên cứu và các quy tắc hợp đồng didactic mà chúng tôi đã trình bày ở chương 3. Sau khi thu được kết quả thực nghiệm, chúng tôi có những nhận xét sau:

Do quá trình xây dựng định luật phóng xạ trong sách giáo khoa vật lý, giáo viên đã không quan tâm và dành sự ưu tiên cho việc giải các bài tập có liên quan cần huy động đến các hàm mũ với biến số nhận giá trị âm.

Liên quan đến chủ đề phóng xạ, giáo viên có trách nhiệm chọn những bài tập thỏa:

- Thời điểm mốc $t = 0$ được cho trước trong đề bài một cách ngầm ẩn; học sinh nhận dạng được các đại lượng trong công thức bằng các cụm từ quen thuộc mà không cần thiết phải xây dựng gốc thời gian. Gốc thời gian luôn được chọn là thời điểm xảy ra trước.
- Đại lượng phải tìm được xét ở thời điểm $t > 0$ ứng với thời điểm mốc đã xác định.

KẾT LUẬN

Từ bốn chương đã trình bày, chúng tôi có những kết luận sau về hàm số mũ trong dạy học vật lý và đã trả lời được các câu hỏi đã đặt ra trong phần mục đích nghiên cứu ở phần mở đầu của luận văn:

✚ Mục đích của việc đưa các phép tính mũ và hàm số mũ vào chương trình vật lý ở trường THPT là để thiết lập công thức tính số nguyên tử của chất phóng xạ sau khoảng thời gian t .

✚ Khi tiếp cận hàm số mũ trong chương trình vật lý phổ thông, chúng tôi dự đoán học sinh gặp các trở ngại:

Theo cách trình bày của sách giáo khoa vật lý chỉnh lý hợp nhất năm 2000 thì học sinh không hiểu được lý do vì sao có được hàm số mũ $N=N_0e^{-\lambda t}$, theo cách trình bày của sách giáo khoa vật lý 12 nâng cao hiện hành thì học sinh không hiểu được lý do vì sao có thể chuyển được từ rời rạc sang liên tục, còn theo cách trình bày của sách giáo khoa vật lý 12 cơ bản hiện hành thì học sinh sẽ không hiểu được cách tính tích phân phụ thuộc cận trên, cách dùng các kí hiệu dN , dt . Chương trình vật lý đã đồng nhất dN với ΔN , dt với Δt mà không cần phải tính giới hạn. Sách giáo khoa vật lý 12 cơ bản hiện hành đã khắc phục được mâu thuẫn ở hai giáo trình mà chúng tôi đã phân tích ở chương 2, đó là: SGK vật lý 12 cơ bản đã xem dN chính là ΔN với $\Delta N=N(t+\Delta t)-N(t)$, $\Delta t>0$ và số hạt nhân đã bị phân rã là $-dN$, trong cách trình bày của giáo trình thì dN chính là số nguyên tử bị phân rã, nghĩa là dN chính là ΔN với $\Delta N=N(t)-N(t+\Delta t)$ nhưng khi thiết lập công thức thì ΔN lại mang nghĩa là $\Delta N=N(t+\Delta t)-N(t)$.

✚ Biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô dạy vật lý đề cập trong giảng dạy là các hàm số mũ có dạng $y=be^{u(x)}$, $y=ba^{u(x)}$, trong khi đó hàm số mũ được định nghĩa trong SGK toán phổ thông có dạng $y=a^x$. Đối với thầy cô dạy vật lý biểu thức giải tích của hàm số mũ mà thầy cô đã tiếp cận trong toán học đã không còn tồn tại trong bộ môn vật lý. Chúng tôi giải thích sự kiện này là do quá trình xuất hiện của hàm số mũ trong chương trình toán học và vật lý phổ thông có điểm khác biệt:

- Trong toán học, hàm số mũ được định nghĩa từ khái niệm lũy thừa.
- Trong vật lý, hàm số mũ là kết quả của quá trình thiết lập định luật phân rã phóng xạ.

✚ Trong vật lý, đồ thị của hàm số mũ chỉ được vẽ với tập xác định là các số thực không âm.

✚ Các kiểu nhiệm vụ liên quan đến hàm số mũ trong vật lý chỉ đơn thuần là giải phương trình mũ, tìm giá trị của hàm số mũ tương ứng với giá trị của biến số.

✚ Giáo viên và chương trình vật lý đã đánh đồng biến số t với “thời gian”, khi đề cập đến t chỉ gán cho nó nghĩa là “thời gian” nên nó không thể mang giá trị âm, nhưng nếu xem t là biến số thì khi t nhận giá trị âm vẫn làm cho các hàm số mũ trong định luật phóng xạ có nghĩa. Chính vì các

giáo viên và chương trình vật lý chỉ xem t là “thời gian” mà không nhìn nó ở khía cạnh là biến số nên đối với họ tập xác định của hàm số mũ trong vật lý chỉ là các số không âm.

✚ Do đặc thù của bộ môn vật lý và hình thức thi trắc nghiệm hiện nay nên lúc nào giáo viên cũng ưu tiên cho kết quả tính ra số cụ thể, không hài lòng với các kết quả mà còn để ký hiệu mũ và lôgarit.

✚ Giáo viên ưu tiên cho các cách giải ra kết quả nhanh, không biến đổi công thức dài dòng. Khi $\frac{m_0}{m} = 2^n$ thì giáo viên ưu tiên cho định luật phóng xạ có công thức với cơ số 2 để đưa về giải phương

trình mũ $2^{\frac{t}{T}} = 2^n \Leftrightarrow \frac{t}{T} = n$ nhằm tránh tính lôgarit dài dòng. Khi $\frac{m_0}{m} \neq 2^n$ thì hiện nay giáo viên nào

dùng máy tính mà có phím lôgarit với cơ số bất kỳ thì giáo viên đó ưu tiên cho hàm số $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$, giáo viên nào dùng máy tính mà chỉ có phím $\ln$ thì giáo viên đó ưu tiên cho hàm số $m = m_0 e^{-\lambda t}$

✚ Giáo viên ưu tiên thể số và bấm máy một lần ở công thức cuối cùng để cho ra kết quả là số thập phân và tránh bị sai số nhiều.

✚ Khi tìm giá trị của hàm số mũ ứng với biến t , giáo viên ưu tiên cho hàm số $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}}$ vì trong máy tính đã cho phép tính lũy thừa có cơ số 2, hơn nữa lũy thừa với cơ số 2 được giáo viên cảm nhận nó là một số, còn lũy thừa với cơ số e thì giáo viên cảm nhận nó không còn là một số. Trong giáo trình và SGK vật lý phổ thông thì ưu tiên tính lũy thừa với cơ số e hơn cơ số 2 với việc tính trước $\lambda = 0.693/T$.

✚ Sự tương đồng và khác biệt giữa hai bộ SGK toán và lý trong việc trình bày hàm số mũ:

	Trong SGK Toán	Trong SGK vật lý
Định nghĩa	Hàm số mũ cơ số a ($a > 0$ và $a \neq 1$), là hàm số xác định bởi công thức $y = a^x$	Không định nghĩa tường minh nhưng chúng ta thấy rằng trong vật lý hàm số mũ có dạng $y = be^{u(x)}$, $b > 0$, trong SGK vật lý chỉnh lý hợp nhất năm 2000 và SGK vật lý nâng cao hiện hành thì hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là kết quả của quá trình “mở rộng tập xác định”, trong SGK vật lý 12 cơ bản thì hàm số mũ $N = N_0 e^{-\lambda t}$ là nghiệm của phương trình vi phân

		$dN = -\lambda N dt$
Tập xác định	$\mathbb{R}_+$	$\mathbb{R}_+$. Không định nghĩa tường minh nhưng thông qua đồ thị và cách giải các bài tập thì chúng tôi có được kết luận trên.
Tập giá trị	$\mathbb{R}_+^*$	$\mathbb{R}_+^*$. Không định nghĩa tường minh nhưng thông qua đồ thị, cách giải các bài tập và biểu thức giải tích của hàm số mũ thì chúng tôi có được kết luận trên.
Đồ thị	Đồ thị luôn luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1	Đồ thị luôn luôn cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng N_0

Hướng nghiên cứu mới mở ra từ luận văn:

- Kết quả xuất hiện của hàm số mũ trong vật lý giúp xây dựng tình huống dạy học bằng mô hình hóa hàm số mũ trong toán học.
- Xây dựng tình huống dạy học định luật phóng xạ để giúp học sinh dễ hiểu hơn trong vấn đề chuyển từ hàm số $N = N_0 2^{\frac{-t}{T}}$ với t là bội lần T sang hàm số $N = N_0 e^{\frac{-t}{T}}$ với t là số thực dương bất kỳ.
- Nghiên cứu những quy tắc hợp đồng didactic và những khó khăn đã tồn tại ở học sinh khi tiếp thu khái niệm hàm số mũ trong vật lý và thao tác trên các bài tập hàm số mũ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

1. Lương Duyên Bình (chủ biên), *Vật lý đại cương (dùng cho các trường đại học khối kỹ thuật công nghiệp)*, Tập 3, Phần 1 (trang 194, 195, 196), Nhà xuất bản Giáo Dục
2. TS Thái Khắc Định – Tạ Hưng Quý, *Vật lý nguyên tử và hạt nhân (trang 136 → 141)*, Trường ĐHSP TPHCM.
3. Thạc sĩ Trần Quốc Hà – Tạ Hưng Quý, *Bài tập vật lý nguyên tử và hạt nhân*, Trường ĐHSP TPHCM.
4. Lương Duyên Bình (chủ biên) – Nguyễn Hữu Hồ - Lê Văn Nghĩa, *Bài tập vật lý đại cương, Tập 3: Quang học – vật lý lượng tử*, Nhà xuất bản Giáo Dục
5. Dương Trọng Bái – Nguyễn Thượng Chung – Đào Văn Phúc – Vũ Quang, *Sách giáo viên vật lý 12*, Bộ giáo dục và đào tạo.
6. Đào Văn Phúc (chủ biên) - Dương Trọng Bái - Nguyễn Thượng Chung- Vũ Quang (2000), *Sách “chinh lý hợp nhất” Vật lý 12, sách giáo viên vật lý 12*, Nhà xuất bản Giáo dục.
7. Dương Trọng Bái - Đào Văn Phúc - Vũ Quang (2000), *Bài tập vật lý 12 “chinh lý hợp nhất”*, Nhà xuất bản Giáo dục
8. Nguyễn Thế Khôi (tổng chủ biên) – Vũ Thanh Khiết (chủ biên) – Nguyễn Đức Hiệp – Nguyễn Ngọc Hưng – Nguyễn Đức Thâm – Phạm Đình Thiệt – Vũ Đình Túy – Phạm Quý Tư (2007), *Sách vật lý 12 nâng cao, sách giáo viên vật lý 12 nâng cao*, Nhà xuất bản Giáo dục.
9. Lương Duyên Bình (tổng chủ biên) – Vũ Quang (chủ biên) – Nguyễn Thượng Chung – Tô Giang – Trần Chí Minh – Ngô Quốc Quýnh (2007), *Sách vật lý 12 cơ bản, sách giáo viên vật lý 12 cơ bản*, Nhà xuất bản Giáo dục
10. Vũ Quang (chủ biên) – Lương Duyên Bình – Tô Giang – Ngô Quốc Quýnh (2007), *Bài tập vật lý 12 cơ bản*, Nhà xuất bản Giáo dục
11. Nguyễn Thế Khôi (tổng chủ biên) – Vũ Thanh Khiết (chủ biên) – Nguyễn Đức Hiệp – Nguyễn Ngọc Hưng – Nguyễn Đức Thâm – Phạm Đình Thiệt – Vũ Đình Túy – Phạm Quý Tư (2007), *Sách bài tập vật lý 12 nâng cao*, Nhà xuất bản Giáo dục
12. Nguyễn Hữu Lợi (2008), *Khái niệm hàm số mũ ở trường trung học phổ thông*, Luận văn thạc sỹ lý luận và phương pháp dạy học toán, ĐHSP.TPHCM.
13. Phạm Trần Hoàng Hùng (2008), *Khái niệm hàm số lôgarit trong trường trung học phổ thông*, Luận văn thạc sỹ lý luận và phương pháp dạy học toán, ĐHSP.TPHCM.
14. Annie Bessot – Claude Comiti – Lê Thị Hoài Châu – Lê Văn Tiến, *Những yếu tố cơ bản của Didactic toán*, Nhà xuất bản Đại Học Quốc Gia TPHCM

Tiếng Anh

15. Florian Cajori, *A history of mathematical notations – Volume I Notations in elementary mathematics*, The University of Chicago Press Chicago, Illinois, U.S.A

Tiếng Pháp

16. Carl B. Boyer, *A history of mathematic*

PHỤ LỤC
PHIẾU THAM KHẢO Ý KIẾN GIÁO VIÊN

Kính chào quý thầy, cô!

Chúng tôi đang tiến hành một nghiên cứu về “Hàm số mũ trong dạy học vật lý ở THPT”.

Xin quý thầy, cô vui lòng dành chút thời gian trả lời những câu hỏi dưới đây để giúp chúng tôi hoàn thành đề tài nghiên cứu.

Câu 1: Xin thầy, cô cho 3 ví dụ về biểu thức giải tích của hàm số mũ thường được thầy, cô đề cập trong giảng dạy

.....
Câu 2: Xin thầy, cô phác họa 3 đồ thị hàm số mũ thường được thầy, cô sử dụng trong giảng dạy

.....
Câu 3: Xin thầy, cô nêu bốn dạng bài tập mà thầy, cô thường cho học sinh làm trong phần “*Phóng xạ*” ở lớp 12.

.....
Câu 4: Xin thầy, cô:

- Đánh dấu câu trả lời vào ô vuông tương ứng và ghi giải thích vào phần chừa trống phía dưới.
- Cho biết bài giải giả định phía dưới là đúng hay sai. Xin thầy, cô vui lòng nêu rõ lý do của sự chọn lựa đó.

Nếu thầy, cô có lời giải khác; thầy, cô vui lòng trình bày lời giải đó.

Bài 1: Biết khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ X là 1g. Chu kỳ bán rã T của chất phóng xạ này là 4 ngày. Tìm khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày.

Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?

☐ Có ☐ Không
--

Giải thích:

Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?
--

☐ Đúng ☐ Sai
--

Giải thích:

..... <i>Bài giải:</i>

Trên trục thời gian, chọn thời điểm hiện tại làm gốc tọa độ $t = 0$. Đề bài cho khối lượng hiện tại của chất phóng xạ là 1g nên ta có $m_0 = m(0) = 1\text{g}$ Theo đề bài ta phải tìm khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày nghĩa là phải tìm khối lượng của chất phóng xạ ứng với $t = -7$.
--

Nên khối lượng của chất phóng xạ trước thời điểm hiện tại 7 ngày là:

$$t = -7 \Rightarrow m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 1.2^{\frac{7}{4}} = 3.36(g)$$

Lời giải khác (nếu có):

Bài 2: Khối lượng hiện tại của mẫu chất phóng xạ là 2g. Cách thời điểm hiện tại bao lâu thì mẫu chất phóng xạ này có khối lượng là 7g. Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ này là 4 ngày.

Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?

☐ Có

☐ Không

Giải thích:

Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?

☐ Đúng

☐ Sai

Giải thích:

Bài giải:

Trên trục thời gian, chọn thời điểm hiện tại làm gốc tọa độ $t=0$. Đề bài cho khối lượng hiện tại của chất phóng xạ là 2g nên ta có $m_0=m(0)=2g$

Theo đề bài ta phải tìm thời điểm t để mẫu chất phóng xạ này có khối lượng là 7g.

Khi đó ta có:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} = \frac{2}{7} \Rightarrow \lambda t = \ln \frac{2}{7} \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{2}{7} = \frac{T}{\ln 2} \ln \frac{2}{7} = -7 \text{ (ngày)}$$

với $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

Vậy trước thời điểm hiện tại 7 ngày thì mẫu chất phóng xạ này có khối lượng là 7g.

Lời giải khác (nếu có):

Bài 3: Trước thời điểm hiện tại 7 ngày khối lượng của một mẫu chất phóng xạ là 3g. Không dùng dụng cụ đo lường, hãy tính khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại. Biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ đó là 4 ngày.

Thầy, cô có cho học sinh làm dạng bài tập này không?

☐ Có

☐ Không

Giải thích:

Thầy, cô đánh giá lời giải giả định dưới đây là đúng hay sai?

☐ Đúng

☐ Sai

Giải thích:

Bài giải:

Trên trục thời gian, chọn thời điểm hiện tại làm gốc tọa độ $t=0$. Theo đề bài, ta xét tình trạng của chất phóng xạ xảy ra trước gốc tọa độ $t=0$ là 7 ngày nên ta có $t=-7$ và $m(-7)=3g$. Đề bài yêu cầu tìm $m(0)$, tức là đi tìm m_0

$$\text{Ta có: } m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Rightarrow 3 = m_0 2^{\frac{7}{4}} \Rightarrow m_0 = 0.89g$$

Vậy khối lượng của mẫu chất phóng xạ hiện tại là 0.89g.

Lời giải khác (nếu có):

Câu 5: Xin thầy, cô:

- Đánh dấu chéo vào cột điểm mà thầy, cô cho tương ứng từng đáp án; thang điểm từ 0 đến 10; đáp án mà thầy cô cho là ưu việt hơn thì điểm sẽ cao hơn. Thầy, cô ghi giải thích lý do của sự cho điểm như thế vào phần chừa trống phía dưới.

- Nếu thầy, cô có lời giải khác; thầy, cô vui lòng trình bày lời giải đó.

Bài 1: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 32g. Hỏi sau thời gian bao lâu thì khối lượng của chất phóng xạ còn lại 1g.

Thầy, cô cho điểm từng đáp án:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a											
b											
c											
d											

Giải thích:

Bài giải:

$$\text{a) } m = m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 32 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 32 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 32}{\lambda} = \frac{\ln 32}{\frac{\ln 2}{T}} = \frac{5 \ln 32}{\ln 2} (\text{ngày})$$

$$\text{b) } m = m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 32 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 32 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 32}{\lambda} = \frac{\ln 32}{\frac{\ln 2}{T}} = 25 (\text{ngày})$$

$$\begin{aligned} \text{c) } m &= m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 32 = 2^5 \Leftrightarrow \frac{t}{T} = 5 \Leftrightarrow t = 5T = 25 \text{ (ngày)} \\ \text{d) } m &= m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 32 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 32 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 32}{\lambda} = \frac{\ln 32}{0.1386} = 25 \text{ (ngày)}, \\ \text{với } \lambda &= \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{5} = 0.1386 \end{aligned}$$

Lời giải khác (nếu có):

Bài 2: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 15g. Hỏi sau thời gian bao lâu thì khối lượng của chất phóng xạ còn lại 3g.
Thầy, cô cho điểm từng đáp án:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a											
b											
c											
d											
e											

Giải thích:

Bài giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } m &= m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 5 \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_2 5 \Leftrightarrow t = 5 \log_2 5 \text{ (ngày)} \\ \text{b) } m &= m_0 2^{\frac{-t}{T}} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 5 \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \log_2 5 \Leftrightarrow t = 5 \log_2 5 = 12 \text{ (ngày)} \\ \text{c) } m &= m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 5 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 5 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 5}{\lambda} = \frac{\ln 5}{\frac{\ln 2}{T}} = \frac{5 \ln 5}{\ln 2} \text{ (ngày)} \\ \text{d) } m &= m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 5 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 5 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 5}{\lambda} = \frac{\ln 5}{\frac{\ln 2}{T}} = 12 \text{ (ngày)} \\ \text{e) } m &= m_0 e^{-\lambda t} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = \frac{m_0}{m} \Leftrightarrow e^{\lambda t} = 5 \Leftrightarrow \lambda t = \ln 5 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 5}{\lambda} = \frac{\ln 5}{0.1386} = 12 \text{ (ngày)}, \quad \text{với} \\ \lambda &= \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{5} = 0.1386 \end{aligned}$$

Lời giải khác (nếu có):

Bài 3: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 1g. Tìm khối lượng của chất phóng xạ sau 30 ngày.
Thầy, cô cho điểm từng đáp án:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a											
b											
c											
d											
e											

Giải thích:

Bài giải:

a) $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 2^{-6} \text{ (g)}$

b) $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 2^{-6} = 0,016 \text{ (g)}$

c) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{\frac{-\ln 2}{5} \cdot 30} = e^{-6 \ln 2} \text{ (g)}$

d) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{\frac{-\ln 2}{5} \cdot 30} = 0.016 \text{ (g)}$

e) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{-0,1386 \cdot 30} = 0.016 \text{ (g)}, \text{ với } \lambda = \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{5} = 0.1386$

Lời giải khác (nếu có):

Bài 4: Một chất phóng xạ X có chu kỳ bán rã $T=5$ ngày, có khối lượng ban đầu 1g. Tìm khối lượng của chất phóng xạ sau 26 ngày.
Thầy, cô cho điểm từng đáp án:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a											
b											
c											
d											
e											

Giải thích:

Bài giải:

a) $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 2^{\frac{-26}{5}} \text{ (g)}$

b) $m = m_0 2^{\frac{-t}{T}} = 0.03 \text{ (g)}$

c) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{\frac{-\ln 2}{5} 26} \text{ (g)}$

d) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{\frac{-\ln 2}{5} 26} = 0.03 \text{ (g)}$

e) $m = m_0 e^{-\lambda t} = e^{-0.1386 \cdot 26} = 0.03 \text{ (g)}$, với $\lambda = \frac{0.693}{T} = \frac{0.693}{5} = 0.1386$

Lời giải khác (nếu có):

.....
Xin chân thành cảm ơn sự giúp đỡ của quý thầy, cô!