

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP. HỒ CHÍ MINH

Quách Huỳnh Hạnh

**NGHIÊN CỨU THỰC HÀNH GIẢNG DẠY THỐNG KÊ MÔ TẢ
Ở TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**

Chuyên ngành : Lý luận và phương pháp dạy học môn Toán

Mã số : 60 14 10

LUẬN VĂN THẠC SĨ GIÁO DỤC HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC

PGS.TS. LÊ THỊ HOÀI CHÂU

Thành phố Hồ Chí Minh - 2009

LỜI CẢM ƠN

Đầu tiên, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến PGS.TS. Lê Thị Hoài Châu, người đã nhiệt tình hướng dẫn và giúp đỡ tôi hoàn thành luận văn này.

Tôi xin trân trọng cảm ơn PGS.TS. Lê Thị Hoài Châu, PGS.TS. Lê Văn Tiến, TS. Lê Thái Bảo Thiên Trung, TS. Trần Lương Công Khanh, TS. Nguyễn Chí Thành đã nhiệt tình giảng dạy, truyền thụ cho chúng tôi những kiến thức cơ bản và rất thú vị về didactic toán, cung cấp cho chúng tôi những công cụ cần thiết và hiệu quả để thực hiện việc nghiên cứu.

Tôi cũng xin chân thành cảm ơn:

- Tất cả các bạn cùng khóa, những người đã cùng tôi làm quen, học tập và nghiên cứu về didactic toán trong suốt khóa học.

- Ban giám hiệu và các thầy cô, đồng nghiệp ở Trường THPT Hòn Đất tỉnh Kiên Giang và Trường phổ thông Sao Việt nơi tôi công tác, đã tạo điều kiện thuận lợi, giúp đỡ và luôn động viên để tôi hoàn thành tốt khóa học của mình.

- Ban lãnh đạo và chuyên viên Phòng KHCN – SĐH Trường ĐHSP TP.HCM đã tạo điều kiện thuận lợi cho chúng tôi được học tập, nghiên cứu trong suốt khóa học.

- Ban Giám hiệu cùng các thầy, cô trong tổ toán Trường THPT Trần Đại Nghĩa, Trường THPT Trần Hưng Đạo và Trường Trung Học Thực Hành đã tạo điều kiện và giúp đỡ tôi tiến hành thực nghiệm.

Cuối cùng, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến những người thân yêu trong gia đình đã luôn động viên và nâng đỡ tôi về mọi mặt.

Quách Huỳnh Hạnh

DANH MỤC CÁC CHỮ VIẾT TẮT

SGK	:	Sách giáo khoa
TKMT	:	Thông kê mô tả
SGK1	:	Phan Đức Chính (2008), “ <i>Toán 7 – tập 2</i> ”, NXB giáo dục .
SGK2	:	Đoàn Quỳnh (2008), “ <i>Đại số 10 nâng cao</i> ”, NXB giáo dục
SGK3	:	William Collins (2002), “ <i>Mathematics Applications and connection – course 2</i> ”, Glencoe McGraw-Hill, United States of America.
SGK4	:	William Collins (2002), “ <i>Mathematics Applications and connection – course 3</i> ”, Glencoe McGraw-Hill, United States of America.

MỞ ĐẦU

1. Những ghi nhận ban đầu và câu hỏi xuất phát

Nhà khoa học Anh H.G Well đã dự báo: “Trong một tương lai không xa, kiến thức thống kê và tư duy thống kê sẽ trở thành một yếu tố không thể thiếu trong học vấn phổ thông của mỗi công dân, giống như là khả năng biết đọc biết viết vậy”. Quả thật thống kê có mặt trên khắp các lĩnh vực. Dù là toán học, kinh tế hay văn hóa...thì kiến thức về thống kê đều được sử dụng như một công cụ sắc bén cho phép đưa ra những nhận xét, dự báo có cơ sở khoa học.

Nếu như nhiều nước trên thế giới từ lâu đã đưa các kiến thức về thống kê vào dạy ở phổ thông thì Việt Nam chỉ thực hiện điều đó từ khoảng chục năm nay. Trong chương trình hiện hành, thống kê mô tả (TKMT) được đưa vào một cách có hệ thống, tổ chức thành một chương ở lớp 7, sau đó là lớp 10, và một số kiến thức về thống kê suy diễn xuất hiện ở lớp 11. Chắc chắn, một mục đích không thể không nói đến của dạy học thống kê là trang bị cho học sinh kiến thức cơ bản về phương pháp thống kê, phân tích dữ liệu thống kê, từ đó hình thành tư duy thống kê và khả năng vận dụng chúng vào cuộc sống. Bàn về dạy học thống kê ở Trung học phổ thông (THPT), nhiều nhà nghiên cứu và nhiều giáo viên Pháp đều khẳng định : mục đích là *đào tạo công dân, để họ có nhận định khoa học về những thông tin mà họ gặp thường ngày trên các phương tiện truyền thông, biết phê phán, biết tán thành, ... trên cơ sở của khoa học thống kê*. Thế nhưng, nhiều đồng nghiệp của chúng tôi - giáo viên toán THPT lại cho rằng TKMT là một phần dễ học vì học sinh chỉ cần nhớ công thức để tính toán. Chúng tôi tự hỏi : điều gì đã dẫn đến quan niệm này?

Một trong những lí do quan trọng để đưa TKMT vào chương trình giảng dạy nằm ở sự cần thiết của nó đối với cuộc sống và nghề nghiệp của mọi người. Câu hỏi được đặt ra là thể chế dạy học hiện hành đáp ứng như thế nào với yêu cầu phát huy tính ứng dụng của TKMT trong những tình huống thực tiễn? Câu hỏi này

có liên quan đến vấn đề mô hình hóa trong dạy học toán nói chung, dạy học TKMT nói riêng.

Chính những ứng dụng rộng rãi của Thống kê toán trong thực tế cùng với ý kiến của đồng nghiệp về việc học sinh chỉ cần nhớ công thức để tính toán đã dẫn chúng tôi đến câu hỏi về sự mô hình hóa trong dạy học TKMT: Học sinh có biết chuyển một tình huống ngoài toán học thành một tình huống của TKMT (để rồi sau đó chỉ việc vận dụng các công thức đã học để giải quyết) hay không?

Trong phạm vi của luận văn này, chúng tôi muốn trước hết là làm rõ những yếu tố liên quan đến mục tiêu quy định trong chương trình hiện hành về dạy học TKMT và sự cụ thể hóa mục tiêu này trong các sách giáo khoa (SGK) cũng như trong thực tế dạy học, từ đó xem xét ảnh hưởng của các yếu tố đó lên hoạt động học tập của học sinh Cụ thể hơn, chúng tôi muốn tìm câu trả lời cho những câu hỏi sau :

- **Q'1.** Mục đích mà các nhà lập chương trình quy định cho dạy học thống kê là gì ? Những nội dung kiến thức nào của TKMT được lựa chọn đưa vào chương trình?
- **Q'2.** Đặc trưng của toán thống kê là giải quyết các vấn đề trực tiếp liên quan đến thực tiễn, có tính ứng dụng cao. Với cách tổ chức để đưa vào các kiến thức và hệ thống bài tập liên quan, SGK đã đáp ứng như thế nào những yêu cầu trên ? Vấn đề mô hình hóa có được tính đến hay không? Ở mức độ nào?
- **Q'3.** Sự lựa chọn của chương trình và SGK ảnh hưởng như thế nào lên hoạt động giảng dạy của giáo viên ?
- **Q'4.** Ba yếu tố chương trình, SGK, thực tế giảng dạy của giáo viên ảnh hưởng ra sao đến học sinh trong việc hiểu và ứng dụng các kiến thức thống kê mô tả ?

Với những câu hỏi trên, có thể nói mục đích nghiên cứu của chúng tôi là :

- Làm rõ những lựa chọn sự phạm trong dạy học TKMT. Tìm hiểu xem chương trình và SGK đã tính đến vấn đề mô hình hóa như thế nào khi

đưa vào các kiến thức về TKMT

- Tìm hiểu thực hành giảng dạy của giáo viên.
- Xây dựng thực nghiệm để nghiên cứu sự ảnh hưởng của những lựa chọn trên đối với học sinh.

2. Phạm vi lý thuyết tham chiếu

Để đạt được mục đích trên, chúng tôi nhận thấy trước hết cần phải nghiên cứu kiến thức thống kê mô tả ở góc độ tri thức cần giảng dạy, trên cơ sở đó tiến hành phân tích thực hành của giáo viên và xây dựng thực nghiệm. Chúng tôi đặt nghiên cứu của mình trong phạm vi của Didactic toán, cụ thể là *thuyết nhân chủng học*, và khái niệm *Hợp đồng didactic* của lý thuyết tình huống. Sau đây, chúng tôi sẽ trình bày sơ lược những khái niệm lý thuyết cơ bản mà chúng tôi sử dụng như một công cụ để tìm câu trả lời cho những câu hỏi nêu trên. Hơn thế, mô hình hóa trong dạy học thống kê cũng là một vấn đề mà chúng tôi quan tâm khi phân tích sự lựa chọn của chương trình và SGK, nên chúng tôi cần phải làm rõ khái niệm này. Cùng với việc trình bày các khái niệm, chúng tôi sẽ giải thích tính thỏa đáng của sự lựa chọn công cụ lý thuyết cho nghiên cứu của mình.

Về *thuyết nhân học* và *hợp đồng didactic*, do nhiều luận văn đã giới thiệu và do cuốn sách *Những yếu tố cơ bản của didactic toán* (2009) đã trình bày đầy đủ, chúng tôi chỉ tóm lược những nét cơ bản nhất. Riêng những khái niệm liên quan đến *mô hình hóa trong dạy học toán* thì do chưa có nhiều luận văn đề cập đến nên chúng tôi sẽ cố gắng tập trung làm rõ.

2.1. Thuyết nhân học trong didactic toán

2.1.1. Quan hệ cá nhân đối với một đối tượng tri thức

Một đối tượng là một cái gì đó tồn tại ít nhất đối với một cá nhân. Quan hệ cá nhân của một cá nhân X với một đối tượng tri thức O , ký hiệu $R(X, O)$, là tập hợp những tác động qua lại mà X có thể có với O . $R(X, O)$ cho biết X nghĩ gì về

O, X hiểu như thế nào O, X có thể thao tác O ra sao.

Theo quan điểm này việc học tập của cá nhân X về đối tượng tri thức O là sự điều chỉnh mối quan hệ của X đối với O. Cụ thể, việc học tập xảy ra nếu quan hệ $R(X, O)$ bắt đầu được thiết lập (nếu nó chưa từng tồn tại), hoặc bị biến đổi (nếu nó đã tồn tại).

2.1.2. Quan hệ thể chế đối với một đối tượng tri thức. Phân tích sinh thái

Thế nhưng, một cá nhân không thể tồn tại độc lập ở đâu đó mà luôn luôn phải ở trong ít nhất một thể chế. Từ đó suy ra việc thiết lập hay biến đổi quan hệ $R(X, O)$ phải được đặt trong một thể chế I nào đó có sự tồn tại của X. Ở đây, giữa I và O cũng phải có một quan hệ xác định, bởi vì đối tượng O không thể tồn tại độc lập trong bất cứ thể chế nào. Nói cách khác, O sống trong mối quan hệ chằng chịt với những đối tượng khác. O sinh ra, tồn tại và phát triển trong mối quan hệ ấy. Theo cách tiếp cận *sinh thái* (écologie) thì O chỉ có thể phát triển nếu nó có một lý do tồn tại (raison d'être), nếu nó được nuôi dưỡng trong những quan hệ, những ràng buộc ấy.

Chevallard đã dùng thuật ngữ *quan hệ thể chế I với tri thức O*, ký hiệu $R(I, O)$, để chỉ tập hợp các môi ràng buộc mà thể chế I có với tri thức O. $R(I, O)$ cho biết O xuất hiện ở đâu, bằng cách nào, tồn tại ra sao, đóng vai trò gì trong I, Phân tích sinh thái là một phân tích nhằm làm rõ quan hệ $R(I, O)$ ấy. Hiển nhiên, trong một thể chế I, quan hệ $R(X, O)$ hình thành hay thay đổi dưới các ràng buộc của $R(I, O)$.

Với những định nghĩa trên thì trả lời cho câu hỏi Q'1, Q'2, chính là làm rõ quan hệ của các thể chế mà chúng tôi quan tâm đối với đối tượng O. Còn trả lời các câu hỏi Q'3, Q'4 thì có nghĩa là phải làm rõ quan hệ cá nhân đối với O. Đối tượng O ở đây là “mô hình hóa với việc nghiên cứu thống kê”, còn thể chế I mà chúng tôi quan tâm là dạy học theo chương trình hiện hành ở trường phổ thông. Cá nhân được xem xét ở đây là giáo viên và học sinh, hai chủ thể chủ yếu của các thể chế dạy học.

2.1.3. Tổ chức toán học

Vấn đề là làm thế nào để vạch rõ quan hệ thể chế $R(I, O)$ và quan hệ cá nhân $R(X, O)$?

Hoạt động nghiên cứu toán, dạy toán, học toán là một bộ phận của hoạt động xã hội. Do đó, cũng cần thiết xây dựng một mô hình cho phép mô tả và

ngiên cứu thực tế đó. Xuất phát từ quan điểm này mà Chevallard (1998) đã đưa vào khái niệm praxeologie.

Theo Chavallard, mỗi praxeologie là một bộ gồm 4 thành phần $[T, \tau, \theta, \Theta]$, trong đó : T là một kiểu nhiệm vụ, τ là kỹ thuật cho phép giải quyết T , θ là công nghệ giải thích cho kỹ thuật τ , Θ là lí thuyết giải thích cho θ , nghĩa là công nghệ của công nghệ θ .

Một praxeologie mà các thành phần đều mang bản chất toán học được gọi là một tổ chức toán học (organisation mathématique). Theo Bosch.M và Chevallard.Y, việc nghiên cứu mối quan hệ thể chế I với một đối tượng tri thức O có thể được tiến hành thông qua việc nghiên cứu các tổ chức toán học gắn liền với O:

“Mỗi quan hệ thể chế với một đối tượng [...] được định hình và biến đổi bởi một tập hợp những nhiệm vụ mà cá nhân [chiếm một vị trí nào đó trong thể chế này] phải thực hiện, nhờ vào những kỹ thuật xác định” (Bosch. M và Chevallard Y., 1999).

Hơn thế, cũng theo Bosch. M và Chevallard Y., việc nghiên cứu các tổ chức toán học gắn liền với O còn cho phép ta hình dung được một số yếu tố của quan hệ cá nhân của một chủ thể X tồn tại trong O, bởi vì:

“Chính việc thực hiện những nhiệm vụ khác nhau mà cá nhân phải làm trong suốt cuộc đời mình trong những thể chế khác nhau, ở đó nó là một chủ thể (lần lượt hay đồng thời), dẫn tới làm nảy sinh mối quan hệ cá nhân của nó với đối tượng nói trên”.

Trong luận văn này, việc xác định các tổ chức toán học gắn với đối tượng O trước hết sẽ cho phép chúng tôi:

- Vạch rõ các quan hệ thể chế $R(I,O)$.
- Hình dung được quan hệ mà các cá nhân chủ chốt (giáo viên và học sinh) trong thể chế I duy trì đối với O.

Hơn thế, chúng tôi sẽ căn cứ vào những tổ chức toán học đã chỉ ra để phân tích hoạt động của giáo viên trên lớp học, xác định sự chênh lệch (nếu có) giữa tổ chức toán học được giảng dạy với đòi hỏi của thể chế.

2.1.4. Tổ chức didactic

Câu hỏi Q’3 liên quan đến thực hành của giáo viên. Theo Chevallard, để phân tích thực hành của giáo viên, nhà nghiên cứu cần phải trả lời hai câu hỏi :

- Làm thế nào để phân tích một tổ chức toán học được xây dựng trong một lớp học nào đó ?

- Làm thế nào để mô tả và phân tích một tổ chức didactic mà một giáo viên đã triển khai để truyền bá một tổ chức toán học cụ thể trong một lớp học cụ thể ?

Ta thấy xuất hiện ở đây thuật ngữ *tổ chức didactic*. Đó là một praxéologie, trong đó kiểu nhiệm vụ cấu thành nên nó là kiểu nhiệm vụ thuộc loại nghiên cứu, mà trong trường hợp của chúng ta là dạy học : tổ chức, hướng dẫn học sinh nghiên cứu một tổ chức toán học như thế nào ?

Công cụ lý thuyết mà Chevallard đưa ra để giúp nhà nghiên cứu trả lời hai câu hỏi trên chính là khái niệm *các thời điểm nghiên cứu*. Theo ông, dù không phải là mọi tổ chức toán học đều được tổ chức tìm hiểu theo một cách thức duy nhất, thì vẫn có những thời điểm mà tất cả các hoạt động nghiên cứu đều phải trải qua. Cụ thể, ông cho rằng một tình huống học tập nói chung bao gồm 6 thời điểm, và ông gọi chúng là các *thời điểm nghiên cứu* (moment d'étude) hay *thời điểm didactic* (moment didactique).

Thời điểm thứ nhất : là thời điểm *gặp gỡ lần đầu tiên* với tổ chức toán học OM được xem là mục tiêu đặt ra cho việc học tập liên quan đến đối tượng O.

Sự gặp gỡ như vậy có thể xảy ra theo nhiều cách khác nhau. Tuy nhiên, có một cách gặp, hay « gặp lại », hầu như không thể tránh khỏi, trừ khi người ta nghiên cứu O rất hời hợt, là cách gặp thông qua một hay nhiều kiểu nhiệm vụ T_i cấu thành nên O. Sự « gặp gỡ lần đầu tiên » với kiểu nhiệm vụ T_i có thể xảy ra qua nhiều lần, tùy vào môi trường toán học và didactic tạo ra sự gặp gỡ này : người ta có thể *khám phá lại* một kiểu nhiệm vụ giống như khám phá lại một người mà người ta nghĩ rằng mình đã biết rõ.

Thời điểm thứ hai : là thời điểm *nghiên cứu kiểu nhiệm vụ T_i* được đặt ra, và *xây dựng nên một kỹ thuật τ_i* cho phép giải quyết kiểu nhiệm vụ này.

Thông thường, nghiên cứu một bài toán *cá biệt*, làm mẫu cho kiểu nhiệm vụ cần nghiên cứu, là một *cách thức* tiến hành để triển khai việc xây dựng kỹ thuật tương ứng. Kỹ thuật này sau đó sẽ lại là phương tiện để giải quyết mọi bài toán cùng kiểu.

Thời điểm thứ ba : là thời điểm *xây dựng môi trường công nghệ- lý thuyết $[\Theta/\Theta]$* liên quan đến τ_i , nghĩa là tạo ra những yếu tố cho phép giải thích kỹ thuật đã được thiết lập.

Thời điểm thứ tư : là thời điểm *làm việc với kỹ thuật*.

Thời điểm này là thời điểm hoàn thiện kỹ thuật bằng cách làm cho nó trở nên hiệu quả nhất, có khả năng vận hành tốt nhất - điều này nói chung thường đòi hỏi chỉnh sửa lại công nghệ đã được xây dựng cho đến lúc đó. Đồng thời đây cũng là thời điểm làm tăng khả năng làm chủ kỹ thuật : thời điểm thử thách kỹ thuật này đòi hỏi phải xét một tập hợp thích đáng cả về số lượng lẫn chất lượng các nhiệm vụ .

Thời điểm thứ năm : là thời điểm *thể chế hóa*.

Mục đích của thời điểm này là chỉ ra một cách rõ ràng những yếu tố của tổ chức toán học cần xây dựng. Những yếu tố này có thể là kiểu bài toán liên quan, kỹ thuật được giữ lại để giải, cơ sở công nghệ-lý thuyết của kỹ thuật đó, cách ghi hay ký hiệu mới.

Thời điểm thứ sáu : là thời điểm *đánh giá*.

Thời điểm đánh giá nổi khóp với thời điểm thể chế hóa. Trong thực tế, việc dạy học phải đi đến một thời điểm mà ở đó người ta phải « điếm lại tình hình » : cái gì có giá trị, cái gì đã học được,...6 thời điểm nghiên cứu nêu trên cho phép mô tả kỹ thuật thực hiện kiểu nhiệm vụ *dạy một tổ chức toán học như thế nào ?*

Phân tích một tổ chức didactic có nghĩa là phân tích cách thức mà sáu thời điểm nghiên cứu trên đã được thực hiện (hay không được thực hiện).

Lưu ý rằng Chevallard không áp đặt phải thực hiện các thời điểm theo đúng trình tự đã nêu. Chẳng hạn, có thể đi đến thời điểm thứ tư rồi lại quay trở lại với thời điểm thứ hai.

Khái niệm *thời điểm nghiên cứu* sẽ mang lại cho chúng tôi một mô hình lý thuyết thỏa đáng để quan sát hoạt động của giáo viên nhằm tìm kiếm câu trả lời cho câu hỏi Q'3.

2.2. Phương pháp mô hình hóa

Để trình bày khái niệm mô hình hóa và vài vấn đề liên quan đến nó, chúng tôi tham khảo tài liệu của Bùi Thế Tâm, Trần Vũ Thiệu và công trình của Coulange.

Theo Từ điển bách khoa toàn thư, *mô hình hóa* là sự chuyển đổi trừu tượng một thực thể cụ thể nhằm mục đích mô tả thế giới thực giác hay thế giới đã được quan niệm hóa bằng ngôn ngữ tự nhiên. Sự chuyển đổi này được đặt dưới sự kiểm tra của tư duy lôgic hay tư duy toán học. Nói cách khác, mô hình hóa toán học là sự giải thích toán học cho một hệ thống ngoài toán học nhằm trả lời cho những câu hỏi mà người ta đặt ra trên hệ thống này.

Theo các hiểu đó, mô hình hóa toán học được xem như công cụ đối với các khoa học khác. Nó có mục đích trả lời những câu hỏi đặt ra trên một hệ thống. Những câu hỏi này được giải đáp thông qua trung gian là một mô hình toán học. Chính những câu hỏi này đã “hướng dẫn” việc xây dựng các mô hình toán học theo nghĩa chúng ảnh hưởng đến sự lựa chọn một số phương diện cần tính đến để mô hình hóa hệ thống.

Trong lịch sử toán học, mô hình hóa toán học có vai trò hết sức quan trọng. Sự nghiên cứu mô hình hóa toán học diễn ra qua các thời kì lịch sử khác nhau đã góp phần tạo ra những công cụ toán học mới. Chính là thông qua sự mô hình hóa này mà toán học có thể tìm thấy ứng dụng của nó trong nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học và cuộc sống.

Quá trình mô hình hóa toán cho một vấn đề thực tế được chia thành 4 bước

- **Bước 1:** Xây dựng mô hình định tính của vấn đề, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất và xác lập những quy luật mà chúng ta phải tuân theo.
- **Bước 2:** Xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình định tính. Khi có một hệ thống ta chọn các biến cố đặc trưng cho các trạng thái của hệ thống. Mô hình toán học thiết lập mối quan hệ giữa các biến cố và các hệ số điều khiển hiện tượng.
- **Bước 3:** Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước thứ hai. Căn cứ vào mô hình đã xây dựng cần phải chọn hoặc xây dựng phương pháp giải cho phù hợp.

- **Bước 4:** Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước ba. Trong phần này phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế.

Quá trình mô hình hóa một hệ thống ngoài toán học đã được Coulange tóm tắt bằng một sơ đồ, trong đó bước 1 được tác giả đặt tương ứng với bước chuyển từ lĩnh vực ngoài toán học vào lĩnh vực phỏng thực tế.

Về sự mô hình hóa trong toán học có hai vấn đề được đặt ra: dạy-học bằng mô hình hóa và dạy- học chính sự mô hình hóa. Luận văn của chúng tôi quan tâm đến vấn đề thứ hai.

Dạy-học mô hình hóa là một yêu cầu tự nhiên của việc hoàn thiện, nâng cao năng lực học sinh, cũng là cách để giúp họ biết vận dụng những kiến thức đã học vào việc giải quyết các vấn đề thực tế một cách hiệu quả. Do tính ứng dụng rộng rãi của mình, Thống kê toán là một phạm trù mà việc dạy- học sự mô hình hóa dường như không thể bỏ qua.

Dạy học sự mô hình hóa nhằm làm cho học sinh có thể thực hiện được quy trình bốn bước trên vào việc giải quyết những vấn đề thực tế, trong đó bước chuyển từ lĩnh vực ngoài toán học vào lĩnh vực phỏng thực tế đóng vai trò quan trọng.

3. Trình bày lại hệ thống câu hỏi và phương pháp nghiên cứu

Trong phạm vi lý thuyết tham chiếu, chúng tôi trình bày lại 2 câu hỏi Q'1, Q'2 trong 4 ban đầu của mình như sau:

- **Q1.** Liên quan đến kiến thức thống kê mô tả được đưa vào chương trình, có những kiểu nhiệm vụ đặc trưng nào đã xuất hiện trong thể chế dạy học bậc trung học hiện hành? Những kiểu nhiệm vụ này được xuất hiện trong các bài toán thực tế hay chỉ là phỏng thực tế? Kỹ thuật nào đã được sử dụng? Những kỹ thuật này có liên quan đến bước mô hình hóa một bài toán

hay không? Có hay không sự xuất hiện của các yếu tố công nghệ, lý thuyết cho phép giải thích cho những kỹ thuật này?

Ở đây, không chỉ nghiên cứu quan hệ của thể chế vốn là nguồn gốc hình thành nên đề tài nghiên cứu, chúng tôi sẽ nhìn sang một thể chế khác : thể chế dạy học TKMT hiện hành ở Mỹ. Việc vượt ra ngoài một thể chế, nhìn sang thể chế khác rất có ích, vì nó sẽ cho phép chúng tôi nhìn nhận khách quan hơn mối quan hệ của thể chế thứ nhất. Nói cách khác, thể chế thứ hai sẽ giữ vai trò như tấm gương giúp chúng tôi soi rọi lại thể chế ban đầu H. Từ đó, để tìm câu trả lời cho câu hỏi Q1, phương pháp luận của chúng tôi là : việc vượt ra ngoài thể chế đích (thể chế cần nghiên cứu) sẽ giúp xác định được rõ hơn những đặc trưng của quan hệ thể chế đích đối với đối tượng O. Cụ thể hơn, chúng tôi thừa nhận giả thuyết công việc sau :

Giả thuyết công việc : *Liên quan đến đối tượng O, sự so sánh quan hệ của thể chế I với quan hệ của một thể chế khác sẽ giúp ta thấy rõ hơn những điều kiện cũng như những ràng buộc được hình thành trong I, từ đó làm nổi bật lên được đặc trưng của $R(I, O)$.*

Chúng tôi gọi thể chế thứ hai là thể chế tham chiếu. Trong luận văn này, với những tài liệu có trong tay, chúng tôi chọn thể chế thứ hai là thể chế dạy học ở bậc trung học của Mỹ theo sách giáo khoa hiện hành và gọi đó là I2. I1 là ký hiệu chúng tôi dùng để chỉ thể chế dạy học bậc trung học của Việt Nam.

Theo phương pháp luận đã lựa chọn, chúng tôi có thêm câu hỏi Q2.

- **Q2.** Đây là sự giống và khác nhau trong mối quan hệ của hai thể chế I1, I2 đối với TKMT ?

Nghiên cứu so sánh hai thể chế cho phép chúng tôi dự đoán những gì có thể tồn tại trong lớp học, những ràng buộc lên hoạt động giảng dạy của giáo viên, sự tiến triển cũng như những thời điểm quan trọng của việc học. Đây sẽ là cơ sở để chúng tôi lựa chọn tiết học cần quan sát. Trong phạm vi lý thuyết tham chiếu đã lựa chọn, các câu hỏi Q'3, Q'4 được phát biểu lại như sau :

- **Q3.** Tổ chức Didactic nào đã được giáo viên thiết lập để tiến hành giảng dạy các tổ chức toán học liên quan đến thống kê mô tả? Có hay không sự chênh lệch giữa tổ chức toán học cần giảng dạy với tổ chức toán học được xây dựng trên lớp?
- **Q4.** Sự lựa chọn của thể chế, thực hành giảng dạy của giáo viên có ảnh hưởng ra sao đến quan hệ giữa cá nhân học sinh với kiến thức thống kê mô tả?

Nhằm tìm những yếu tố trả lời cho câu hỏi Q3, chúng tôi sẽ tiến hành quan sát, ghi âm, ghi hình một vài tiết dạy ở một hay một số nội dung quan trọng (những nội dung này được xác định sau khi hoàn thành việc phân tích chương trình, sách giáo khoa), sau đó dùng khái niệm tổ chức toán học, tổ chức didactic để phân tích các tiết học được quan sát. Nghiên cứu này nhằm giải đáp cho câu hỏi Q3. Trong phần này chúng tôi sẽ làm rõ các vấn đề:

- Chỉ rõ các tổ chức toán học được giáo viên xây dựng.
- Xác định các thời điểm nghiên cứu cấu thành nên tổ chức Didactic mà giáo viên triển khai để xây dựng các tổ chức toán học đó.
- Tìm sự chênh lệch (nếu có) giữa tổ chức toán học được xây dựng trên lớp với tổ chức toán học cần giảng dạy.

Cuối cùng, dựa trên kết quả nghiên cứu của hai phần trên, chúng tôi sẽ xây dựng một thực nghiệm nhằm tìm câu trả lời cho câu hỏi Q4. ~~Q3~~

Nghiên cứu nhằm tìm câu trả lời cho Q1 sẽ được thực hiện qua việc phân tích chương trình, sách giáo khoa nhằm làm rõ mối quan hệ giữa các thể chế I1, I2 với thống kê mô tả. Trong phân tích này chúng tôi sẽ chú trọng làm rõ yếu tố dạy học mô hình hóa được tính đến ở mức độ nào. Phân tích này được trình bày ở chương 1 của luận văn.

Chương 2 dành cho việc nghiên cứu thực hành giảng dạy của giáo viên và nghiên cứu thực nghiệm được trình bày ở Chương 3. Thực nghiệm này sẽ được thực hiện qua một tiêu đề án didactic.

Chương 1: MỐI QUAN HỆ GIỮA KIẾN THỨC THỐNG KÊ MÔ TẢ ĐƯỢC LỰA CHỌN VÀ VẤN ĐỀ MÔ HÌNH HÓA: MỘT NGHIÊN CỨU THỂ CHẾ

Nghiên cứu chương này nhằm mục đích tìm câu trả lời cho câu hỏi Q1 và Q2. Chúng tôi xin nhắc lại nội dung của hai câu hỏi trên như sau:

- Q1: Liên quan đến kiến thức thống kê mô tả có những kiểu nhiệm vụ đặc trưng nào đã xuất hiện trong thể chế dạy học bậc trung học hiện hành của I1, I2? (Ở đây, I1, I2 theo thứ tự được dùng để chỉ thể chế dạy học bậc trung học của Việt Nam (bao gồm trung học cơ sở và trung học phổ thông) và của Mỹ theo chương trình hiện hành.) Những kiểu nhiệm vụ này được xuất hiện trong các bài toán thực tế hay chỉ là phỏng thực tế? Kỹ thuật nào đã được sử dụng? Những kỹ thuật này có liên quan đến bước mô hình hóa một bài toán hay không? Có hay không sự xuất hiện của các yếu tố công nghệ, lý thuyết cho phép giải thích cho những kỹ thuật này?
- Q2: Sự giống và khác nhau trong mối quan hệ của hai thể chế I1, I2_ nhìn trên mối quan hệ giữa kiến thức TKMT được lựa chọn và vấn đề mô hình hóa.

Để thực hiện được nghiên cứu này, chúng tôi sẽ phân tích trước hết là chương trình và sách giáo khoa của Việt Nam, sau đó là cuốn sách giáo khoa Mỹ mà chúng tôi có được. Một so sánh về quan hệ được thiết lập trong hai thể chế sẽ giúp chúng tôi hiểu rõ hơn những đặc trưng, những ràng buộc thể chế cũng như những điều kiện cho sự phát triển quan điểm mô hình hóa trong dạy học TKMT ở bậc trung học của chúng ta.

1.1. Phân tích chương trình và sách giáo khoa Việt Nam

1.1.1. Phân tích chương trình toán Việt Nam hiện hành

Trong chương trình toán Việt Nam hiện hành, kiến thức TKMT được đưa vào xuyên suốt qua các bậc học: tiểu học, trung học cơ sở và trung học phổ thông với các nội dung và mức độ khác nhau.

Ở bậc tiểu học (Từ lớp 1 đến lớp 5): TKMT được tổ chức thành 1 bài ở học kì II trong chương trình toán lớp 3 – Bài: “Làm quen với số liệu thống kê”. Bài học này giới thiệu dãy số liệu và bảng thống kê ở mức độ rất đơn giản. Trong phần bài tập cũng chỉ yêu cầu học sinh kỹ năng sắp xếp, so sánh các số trong dãy số liệu hay trong bảng thống kê, điền số liệu cho sẵn vào vị trí thích hợp trong bảng mà không yêu cầu học sinh phải tự lập được bảng thống kê.

Bậc trung học cơ sở (Lớp 6 đến lớp 9): trong chương trình toán lớp 7, TKMT được tổ chức thành 1 chương riêng biệt ở đầu học kì II với các nội dung:

- Thu thập số liệu thống kê, tần số.
- Bảng “tần số” các giá trị của dấu hiệu.
- Biểu đồ
- Số trung bình cộng, mốt của dấu hiệu.

Yêu cầu đặt ra cho việc dạy học chương này là:

“Về kiến thức:

Học sinh bước đầu hiểu được một số khái niệm cơ bản như bảng số liệu thống kê ban đầu, dấu hiệu, giá trị của dấu hiệu, tần số, bảng “tần số” (bảng phân phối thực nghiệm), công thức tính số trung bình cộng và ý nghĩa đại diện của nó, ý nghĩa của mốt. Thấy được vai trò của thống kê trong thực tiễn.

Về kỹ năng:

Biết tiến hành thu thập số liệu từ các cuộc điều tra nhỏ.

Biết cách tìm các giá trị khác nhau trong bảng số liệu thống kê và tần số tương ứng. Lập được bảng tần số, biểu diễn được bằng cột đứng các mối liên hệ nói trên và nhận xét sơ bộ sự phân phối các giá trị của dấu hiệu.

Biết tính số trung bình cộng, tìm mốt của dấu hiệu [SGV toán 7, tr.3]

Bậc trung học phổ thông (Lớp 10 đến lớp 12): TKMT xuất hiện trong chương trình toán lớp 10, ở chương V – thống kê. Nội dung bao gồm:

- Bảng phân bố tần số và tần suất.
- Biểu đồ.

- Số trung bình cộng, trung vị, Mốt.
- Phương sai và độ lệch chuẩn.

Với yêu cầu

“Về kiến thức

- o Học sinh nắm được các khái niệm: tần số, tần suất, bảng phân bố tần số_tần suất, bảng phân bố tần số_tần suất ghép lớp.
- o Hiểu được nội dung các biểu đồ tần số, tần suất hình cột, biểu đồ tần suất hình quạt, đường gấp khúc tần số, tần suất.
- o Nhớ công thức tính số trung bình, số trung vị, mốt, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu. Hiểu được ý nghĩa của các số này.

Về kỹ năng

- o Biết trình bày một mẫu số liệu dưới dạng một bảng phân bố tần số_tần suất, bảng phân bố tần số_tần suất ghép lớp (cho trước các lớp ghép) quạt, đường gấp khúc tần số, tần suất.
- o Biết vẽ các biểu đồ tần số, tần suất hình cột, biểu đồ tần suất hình quạt, đường gấp khúc tần số_tần suất.
- o Biết tính số trung bình cộng, số trung vị, phương sai và độ lệch chuẩn.” [SGV Đại số 10 nâng cao, tr.215]

Có thể thấy ngay rằng đối với chương trình Toán hiện hành thì TKMT thật sự là một mảng kiến thức được quan tâm, chiếm một thời lượng nhất định. Phần này được đưa vào chương trình dưới dạng những đường tròn đồng tâm qua các cấp học. Về cách tổ chức thì kiến thức chia thành ba mạch chính. Mạch thứ nhất là trình bày những khái niệm liên quan đến mẫu số liệu (dấu hiệu điều tra, giá trị, tần số, tần suất). Mạch thứ hai đề cập đến cách thức trình bày, biểu diễn mẫu số liệu (dùng bảng hoặc dùng đồ thị). Mạch thứ ba tập trung vào những số đặc trưng của mẫu số liệu (số trung bình cộng, trung vị, mốt, phương sai và độ lệch chuẩn). Kỹ năng biểu diễn số liệu và tính toán rất được quan tâm. Trong khi đó, có thể thấy ngay trong toàn bộ những mục tiêu đặt ra đối với chương trình này thì yêu cầu rèn luyện kỹ năng mô hình hóa cho học sinh đã không xuất hiện. Nói cách khác, mô hình hóa không được xem như là một trong những kết quả cần đạt được trong việc

giảng dạy được triển khai dựa trên chương trình.

1.2. Phân tích sách giáo khoa toán Việt Nam

Mục tiêu nghiên cứu SGK toán Việt Nam là nhằm tìm hiểu mối quan hệ giữa kiến thức TKMT được lựa chọn và vấn đề mô hình hóa trong thể chế I1. Như phân tích bên trên chúng tôi đã chỉ ra TKMT chỉ được tổ chức thành 1 bài dạy riêng biệt ở các lớp 3, lớp 7, lớp 10. Trong đó kiến thức TKMT trong lớp 3 chỉ mang tính chất giới thiệu. Vì vậy trong phần phân tích sách giáo khoa chúng tôi chỉ tập trung vào SGK toán lớp 7, và SGK toán lớp 10. Cụ thể chúng tôi sử dụng các tài liệu:

- Sách giáo khoa toán lớp 7 tập 2, Phan Đức Chính (tổng chủ biên), NXB Giáo Dục, Năm 2008. (SGK1)
- Sách giáo khoa đại số 10 nâng cao, Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên), NXB GiáoDục, Năm 2007. (SGK2)

1.2.1. Phân tích sách giáo khoa toán lớp 7 (Kí hiệu SGK1)

Trong chương Thống Kê bao gồm 4 bài

- Bài 1. Thu thập số liệu thống kê, tần số.
- Bài 2. Bảng “tần số” các giá trị của các dấu hiệu.
- Bài 3. Biểu đồ.
- Bài 4. Số trung bình cộng.

Trong bài đầu tiên SGK1 giới thiệu bảng số liệu thống kê ban đầu dưới dạng *mô tả* qua một bảng có sẵn trong ví dụ

Ví dụ:

Khi điều tra về số cây trồng của mỗi lớp trong dịp phát động phong trào tết trồng cây, người điều tra lập bảng dưới đây:

STT	Lớp	Số cây trồng được
1	6A	35
2	6B	30
3	6C	28
4	6D	30
5	6E	30
6	7A	35
7	7B	28
8	7C	30
9	7D	30
10	7E	35

Bảng 1.1

Các khái niệm dấu hiệu điều tra, đơn vị điều tra cũng được đề cập: “*Vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra quan tâm tìm hiểu gọi là **dấu hiệu điều tra***” Trong bảng 1 thì mỗi lớp là một đơn vị điều tra.

Khái niệm tần số được định nghĩa một cách tường minh: “*số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu được gọi là tần số của giá trị đó*”

SGK1 cũng quy ước rất rõ ràng: “*Ta chỉ xem xét, nghiên cứu các dấu hiệu mà giá trị của nó là các số ; tuy nhiên cần lưu ý rằng: không phải mọi dấu hiệu đều có giá trị là số*”.

Trong phần Bảng tần số các giá trị của dấu hiệu, SGK hướng dẫn cách tiến hành lập bảng phân phối thực nghiệm của dấu hiệu hay còn gọi là **bảng “tần số”**:

“...Hãy vẽ một khung hình chữ nhật gồm hai dòng: Ở dòng trên, ghi lại các giá trị khác nhau của các dấu hiệu theo thứ tự tăng dần. Ở dòng dưới, ghi lại các tần số tương ứng với mỗi giá trị đó.” Với chú ý “*Có thể chuyển bảng tần số dạng ngang sang bảng dọc*”. Ngoài ra sau khi có bảng, SGK cũng đưa ra một vài nhận xét thu được từ bảng “tần số”. Cụ thể

Từ bảng:

Giá trị (x)	Tần số
28	2
30	8
35	7
50	3
	N= 20

SGK1 có nhận xét...Bảng 9 giúp chúng ta quan sát, nhận xét về giá trị của dấu hiệu một cách dễ dàng ..., đồng thời sẽ có nhiều thuận lợi trong việc tính toán sau này. Chẳng hạn, từ bảng ta có thể nhận xét:

Tuy số các số liệu của X là 20, song chỉ có bốn giá trị khác nhau là: 28; 30; 35; 50.

Chỉ có hai lớp trồng được 28 cây, song lại có đến 8 lớp trồng được 30 cây.

Số cây trồng được của các lớp chủ yếu là 30 cây hoặc 35 cây.

Về **biểu đồ** thì SGK lớp 7 giới thiệu **biểu đồ đoạn thẳng** và **biểu đồ hình chữ nhật**. Cách xây dựng biểu đồ đoạn thẳng được giới thiệu thông qua một hoạt động. SGK1 cho bảng

Giá trị (x)	28	30	35	50	
Tần số (n)	2	8	7	3	N = 20

Hãy dựng biểu đồ đoạn thẳng theo các bước sau:

- Dựng hệ trục tọa độ, trục hoành biểu diễn các giá trị x , trục tung biểu diễn tần số n (độ dài đơn vị trên hai trục có thể khác nhau).
- Xác định các cặp điểm có tọa độ là cặp số gồm giá trị và tần số của nó: (28 ; 2) ; (30 ; 8) ; ... (Lưu ý: giá trị viết trước, tần số viết sau).
- Nối mỗi điểm đó với điểm trên trục hoành có cùng hoành độ. Chẳng hạn điểm (28;2) được nối với điểm (28 ; 0).

Biểu đồ hình chữ nhật không được giới thiệu cụ thể mà chỉ minh họa bằng hình ảnh với chú ý “các đoạn thẳng được thay thế bằng các hình chữ nhật, cũng có khi các hình chữ nhật được vẽ sát nhau để dễ nhận xét và so sánh”.

Trong những **số đặc trưng của mẫu số liệu** thì SGK1 chỉ giới thiệu **số trung bình cộng** và **mốt**. SGK1 đưa ra cách tính số trung bình cộng dựa vào bảng “tần số” như sau:

- Nhân từng giá trị với tần số tương ứng.
- Cộng tất cả các tích vừa tìm được.
- Chia tổng đó cho số các giá trị (tức tổng các tần số)

Ta có công thức:

$$\overline{X} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + \dots + x_k n_k}{N}$$

Trong đó: $x_1, x_2, \dots, x_k$ là k giá trị khác nhau của dấu hiệu.

$n_1, n_2, \dots, n_k$ là k tần số tương ứng.

N là số các giá trị.

SGK1 nhấn mạnh ý nghĩa của số trung bình cộng: Số trung bình cộng thường được dùng làm “đại diện” cho dấu hiệu, đặc biệt là khi muốn so sánh các dấu hiệu cùng loại. Đồng thời cũng lưu ý khi các giá trị của dấu hiệu chênh lệch rất lớn đối với nhau thì không nên lấy số trung bình làm đại diện cho dấu hiệu đó.

Mốt của dấu hiệu được định nghĩa tương minh “mốt của dấu hiệu là giá trị có tần số lớn nhất, kí hiệu là M_0 ”.

Các tổ chức toán học trong sách giáo khoa lớp 7

Trong SGK1 xuất hiện những kiểu nhiệm vụ sau:

- **$T_{XD.DH}$: Xác định dấu hiệu điều tra.**

Kỹ thuật $\tau_{XD.DH}$: Xác định vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra đang quan tâm tìm hiểu.

Công nghệ $\theta_{XD.DH}$: Phân lý thuyết “Vấn đề hay hiện tượng mà người điều tra đang quan tâm tìm hiểu gọi là dấu hiệu”.

- **$T_{XD.KTM}$: Xác định kích thước mẫu**

Kỹ thuật $\tau_{XD.KTM}$: Đếm số phần tử có trong mẫu số liệu, tổng số phần tử chính là kích thước mẫu.

Công nghệ $\theta_{XD.KTM}$: Lý thuyết “số phần tử của một mẫu được gọi là kích thước mẫu”.

- **$T_{XD.GT}$: Xác định các giá trị khác nhau của dấu hiệu điều tra**

Kỹ thuật $\tau_{XD.GT}$: Nhận diện những giá trị khác nhau xuất hiện, đếm số lượng những giá trị khác nhau này.

Công nghệ $\theta_{XD.GT}$: Phương pháp xác định số lượng những phần tử khác nhau có mặt trong một tập hợp.

- **$T_{XD.TSO}$: Xác định tần số của những giá trị của dấu hiệu điều tra.(T4)**

Kỹ thuật $\tau_{XD.TSO}$: Đếm số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu (hay còn gọi là mẫu số liệu).

Công nghệ $\theta_{XD.TSO}$: Định nghĩa tần số “số lần xuất hiện của một giá trị trong dãy giá trị của dấu hiệu được gọi là tần số của giá trị đó”.

- **$T_{LB.SLTK}$: Lập bảng số liệu thống kê ban đầu. (T5)**

Kỹ thuật $\tau_{LB.SLTK}$: Để thực hiện được kiểu nhiệm vụ này, cần tiến hành lần lượt những bước sau:

- Bước 1: Xác định dấu hiệu muốn điều tra.
- Bước 2: Thu thập những giá trị của dấu hiệu.
- Bước 3: Ghi lại những giá trị này dưới dạng một dãy các số liệu.

Công nghệ $\theta_{LB.SLTK}$: Đặc điểm của bảng số liệu thống kê ban đầu.

- **$T_{LB.TSO}$: Lập bảng tần số. (T6.1)**

Kỹ thuật $\tau_{LB.TSO}$: Kẻ bảng gồm hai cột (hoặc hai dòng)

- o Cột (dòng) thứ nhất: Ghi lần lượt những giá trị khác nhau của dấu hiệu theo thứ tự tăng dần.
- o Cột (dòng) thứ hai: Ghi tần số tương ứng với mỗi giá trị. Ở phần cuối của cột (dòng) này có dành một phần để ghi tổng số những giá trị có mặt trong dãy.

Công nghệ $\theta_{LB.TSO}$: Phần hướng dẫn lập bảng “tần suất” trang 9, 10 SGK1.

- **$T_{V.BT}$: Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.**

Kỹ thuật $\tau_{V.BT}$: Thực hiện lần lượt các bước sau:

- o Bước 1: Dựng hệ trục tọa độ, trục hoành biểu diễn các giá trị của x, trục tung biểu diễn tần số n (độ dài đơn vị trên hai trục có thể khác nhau).

- o Bước 2: Xác định các điểm có tọa độ là cặp số gồm giá trị và tần số của nó:
 $(x_i; n_i)$
- o Bước 3: Nối mỗi điểm trên với điểm trên trục hoành có cùng hoành độ. Ta được biểu đồ đoạn thẳng.

Công nghệ $\theta_{V,DT}$: Chiều cao của đoạn thẳng tỷ lệ thuận với tần số của giá trị.

Trong SGK1 cũng xuất hiện kiểu nhiệm vụ yêu cầu đưa ra nhận xét về dấu hiệu điều tra dựa vào bảng hoặc biểu đồ.

- **$T_{NX.BTS}$: Nhận xét dựa vào bảng tần số.**
- **$T_{NX.BD}$: Nhận xét dựa vào biểu đồ.**

Kỹ thuật giải quyết những kiểu nhiệm vụ này không được làm rõ cũng như không có một thuật giải rõ ràng. Nhưng từ việc tìm hiểu lời giải mong đợi ứng với kiểu nhiệm vụ này, chúng tôi có những nhận định sau về kỹ thuật

- o Phải nêu được giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của số liệu.
- o Nêu được giá trị có tần số lớn nhất và nói rõ tần số lớn nhất đó là bao nhiêu.
- o Chỉ ra được phần lớn những số liệu của dãy tập trung vào những giá trị nào.

Công nghệ: Những đặc điểm của bảng tần số và biểu đồ.

- **$T_{T.TBC}$: Tính số trung bình cộng (T8.1)**

Để tính số trung bình SGK1 cung cấp hai kỹ thuật.

Kỹ thuật $\tau_{T.TBC1}$:
$$\overline{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

Kỹ thuật $\tau_{T.TBC2}$:
$$\overline{X} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{N}$$

Trong đó, $x_1, x_2, \dots, x_k$ là các giá trị khác nhau của dấu hiệu X.

$n_1, n_2, \dots, n_k$ là k tần số tương ứng.

N là số các giá trị.

Công nghệ $\theta_{T.TBC}$: Phần công thức được thừa nhận trong SGK1, tr

- **$T_{XD.M}$** : Tìm một của dấu hiệu. (T8.2)

Kỹ thuật $\tau_{XD.M}$: Tìm giá trị có tần số xuất hiện nhiều nhất.

Công nghệ $\theta_{XD.M}$: Định nghĩa một.

- **$T_{NX.DD}$** : Nhận xét về khả năng đại diện của các số đặc trưng của mẫu số liệu. (T9)

Ví dụ: (bài 16 trang 20)

Quan sát bảng “tần số” (bảng 24) và cho biết có nên dùng số trung bình cộng làm “đại diện” cho dấu hiệu hay không? Vì sao?

Thời gian (x)	2	3	4	90	100	
Tần số (n)	3	2	2	2	1	N=10

Kỹ thuật $\tau_{NX.DD}$: Quan sát bảng “tần số”

- o Nếu các giá trị có sự chênh lệch quá lớn thì số trung bình cộng không thể “đại diện” tốt cho dấu hiệu.
- o Nếu các giá trị tương đối đồng đều thì số trung bình cộng có thể “đại diện” tốt cho dấu hiệu.

Công nghệ $\theta_{NX.DD}$: Ý nghĩa của số trung bình cộng.

Số lượng bài toán thuộc từng kiểu nhiệm vụ trên như sau:

Kiểu nhiệm vụ	Kỹ thuật	Công nghệ	Tổng cộng	Tỷ lệ
$T_{XD.DH}$	$\tau_{XD.DH}$	$\theta_{XD.DH}$	11	85,7%
$T_{XD.KTM}$	$\tau_{XD.KTM}$	$\theta_{XD.KTM}$	10	
$T_{XD.GT}$	$\tau_{XD.GT}$	$\theta_{XD.GT}$	6	
$T_{XD.TSO}$	$\tau_{XD.TSO}$	$\theta_{XD.TSO}$	5	
$T_{LB.SLTK}$	$\tau_{LB.SLTK}$	$\theta_{LB.SLTK}$	3	

$T_{LB.TSO}$	$\tau_{LB.TSO}$	$\theta_{LB.TSO}$	8	
$T_{V.DT}$	$\tau_{V.DT}$	$\theta_{V.DT}$	5	
$T_{T.TBC}$	$\tau_{T.TBC1}$	$\theta_{T.TBC1}$	1	
	$\tau_{T.TBC2}$	$\theta_{T.TBC2}$	8	
$T_{XD.M}$	$\tau_{XD.M}$	$\theta_{XD.M}$	3	
$T_{NX.DD}$	$\tau_{NX.DD}$	$\theta_{NX.DD}$	1	14,3%
$T_{NX.BTS}$	$\tau_{NX.BTS}$	$\theta_{NX.BTS}$	4	
$T_{NX.BD}$	$\tau_{NX.BD}$	$\theta_{NX.BD}$	5	
Tổng			70	100%

Bảng 1.1

Kết luận

Qua phân phân tích SGK1 ta có thể nhận thấy số lượng bài tập liên quan đến kiểu nhiệm vụ yêu cầu học sinh xác định những đặc điểm của mẫu số liệu như: xác định dấu hiệu điều tra, tính số các giá trị, xác định tần số hay là rèn luyện kỹ năng vẽ biểu đồ đoạn thẳng, tính số trung bình cộng, một đã hoàn toàn chiếm số lượng tuyệt đối : 85,7% bài tập. Trong khi đó dạng bài tập yêu cầu học sinh rút ra những nhận xét. Nói cách khác là khai thác những kết quả, biểu đồ có được chiếm một số lượng rất khiêm tốn: 14,3% bài tập. Điều này khiến chúng tôi nghĩ phải chăng vấn đề khai thác những kết quả thống kê có được đã được xếp hàng thứ yếu so với yêu cầu phải biết tính toán những giá trị và rèn luyện kỹ thuật biểu diễn số liệu thống kê.

Vấn đề mô hình hóa.

Để có một cái nhìn khách quan về “mức độ quan tâm” của SGK1 đến vấn đề mô hình hóa ứng với những kiến thức thống kê đã được triển khai trong chương, chúng tôi tiến hành tìm hiểu mối liên hệ giữa kỹ thuật cần triển khai để giải quyết

những kiểu nhiệm vụ đã xuất hiện với bốn bước cần tiến hành khi thực hiện mô hình hóa toán học cho một vấn đề thực tế.

Xin nhắc lại nội dung của 4 bước:

- *Bước 1: Xây dựng mô hình định tính của vấn đề, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất và xác lập những quy luật mà chúng ta phải tuân theo.*
- *Bước 2: Xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình định tính. Khi có một hệ thống ta chọn các biến cố đặc trưng cho các trạng thái của hệ thống. Mô hình toán học thiết lập mối quan hệ giữa các biến cố và các hệ số điều khiển hiện tượng.*
- *Bước 3: Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước thứ hai. Căn cứ vào mô hình đã xây dựng cần phải chọn hoặc xây dựng phương pháp giải cho phù hợp.*
- *Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước ba. Trong phần này phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế.*

Chúng tôi nhận được kết quả như sau

Kiểu nhiệm vụ	Các bước tương ứng khi thực hiện mô hình hóa toán học	Số lượng bài tập	Tỷ lệ
$T_{XD.DH}$	Bước 3	11	100%
$T_{XD.KTM}$	Bước 3	10	
$T_{XD.GT}$	Bước 3	6	
$T_{XD.TSO}$	Bước 3	5	
$T_{LB.SLTK}$	Bước 3	3	
$T_{LB.TSO}$	Bước 3	8	
$T_{V.DT}$	Bước 3	5	
$T_{T.TBC}$	Bước 3	9	
$T_{XD.M}$	Bước 3	3	
$T_{NX.BD}$	Bước 3	1	
$T_{NX.BTS}$	Bước 3	4	
$T_{NX.BD}$	Bước 3	5	

Bảng 1.2

Phân tích cho thấy, toàn bộ 70 bài toán xuất hiện ở SGK1 trong kỹ thuật giải đều chỉ tương ứng với bước 3_bước giải toán trong 4 bước cần tiến hành để thực hiện mô hình hóa toán học. Nói cách khác, toàn bộ những bài toán xuất hiện tuy đề cập đến những vấn đề có liên quan chặt chẽ đến thực tiễn nhưng đều đã được viết sẵn dưới dạng một bài toán. Việc của học sinh là giải toán. Không có kiểu nhiệm vụ nào yêu cầu phải thực hiện bước 1, 2_bước chuyển từ hệ thống hay tình huống ngoài toán học vào trong mô hình toán học. Ngoài ra, trong kỹ thuật giải cũng không có kỹ thuật nào liên quan đến bước cuối cùng_kiểm định kết quả thu được. Tóm lại, ứng với những kiến thức TKMT được lựa chọn đưa vào trong SGK1 thì vấn đề mô hình hóa toán học đã không xuất hiện như là một kiểu nhiệm vụ cần quan tâm.

1.2.2. Sách giáo khoa lớp 10 (kí hiệu SGK2)

Tài liệu phân tích: Đại số 10 nâng cao – Đoàn Quỳnh tổng chủ biên.

Chương thống kê gồm các bài:

- Bài 1: Khái niệm mở đầu.
- Bài 2: Trình bày một mẫu số liệu.
- Bài 3: Các số đặc trưng của mẫu số liệu.

Trong phần mở đầu SGK2 nêu khái niệm thống kê: *“Thống kê là khoa học về các phương pháp thu thập, tổ chức, trình bày, phân tích và xử lý số liệu”*. SGK2 cũng nhắc lại những khái niệm dấu hiệu, đơn vị điều tra và giá trị của dấu hiệu thông qua ví dụ.

Mẫu số liệu được định nghĩa tương minh:

“Một tập hợp con hữu hạn các đơn vị điều tra gọi là mẫu. Số phần tử của một mẫu gọi là kích thước mẫu. Các giá trị của dấu hiệu thu được trên mẫu được gọi là mẫu số liệu (mỗi giá trị như thế còn gọi là một giá trị của mẫu)”.

SGK2 cũng chú ý **phân biệt giữa điều tra toàn bộ và điều tra mẫu**: *“Nếu thực hiện điều tra trên mọi đơn vị điều tra thì đó là điều tra toàn bộ. Nếu chỉ điều tra trên một mẫu thì đó là điều tra mẫu”*. Đồng thời cũng giải thích lí do tại sao trong thống kê thường chỉ điều tra mẫu:

Điều tra toàn bộ đôi khi không khả thi vì số lượng đơn vị điều tra quá lớn hoặc vì muốn điều tra phải phá hủy đơn vị điều tra. Lí do này được minh họa bằng ví dụ về điều tra kiểm định chất lượng các hộp sữa của một nhà máy chế biến sữa.

Có thể thấy SGK2 đã có sự chú ý đến việc cho học sinh tiếp cận với khái niệm mẫu trong thống kê, đồng thời cũng nêu lên được ý nghĩa, sự cần thiết của việc phải làm việc trên mẫu thay vì điều tra trên tổng thể. Theo chúng tôi đây là một khía cạnh rất quan trọng, cơ bản trong quá trình cho học sinh tiến hành tiếp cận với kiến thức thống kê. Ngoài ra, theo đánh giá của chúng tôi việc hiểu được mối liên hệ giữa mẫu và tổng thể đặc biệt có ý nghĩa quan trọng trong quá trình mô hình hóa toán học. Chúng tôi sẽ làm rõ quan điểm này trong những phân tích tiếp theo.

Bài tiếp theo SGK2 nêu những phương pháp trình bày một mẫu số liệu. Nội dung tập trung vào hai phương pháp: phương pháp dùng bảng và phương pháp dùng biểu đồ.

Đối với phương pháp dùng bảng, SGK2 đưa ra **bảng phân bố tần số - tần suất**. Về hình thức thì không khác gì so với bảng tần số đã học ở lớp 7, tuy nhiên trong bảng có thêm cột tần suất. Tần suất được định nghĩa:

Tần suất f_i của giá trị x_i là tỉ số giữa tần số n_i và kích thước mẫu N .

$$f = \frac{n_i}{N}$$

Với chú ý là: Người ta thường viết tần suất dưới dạng phần trăm. Cụ thể bảng tần số - tần suất có dạng:

Giá trị	30	32	34	36	38	40	42	44	
Tần số	10	20	30	15	10	10	5	20	N=120
Tần suất %	8,3	16,7	25,0	12,5	8,3	8,3	4,2	16,7	

Bảng tần số - tần suất có thể viết dưới dạng “ngang” như trên hoặc dưới dạng “dọc” (chuyển hàng thành cột).

Bên cạnh đó SGK2 cũng đưa vào **bảng phân bố tần số - tần suất ghép lớp** (gọi tắt là bảng tần số - tần suất ghép lớp). Lí do xuất hiện xuất hiện dạng bảng này được giải thích là “để trình bày mẫu số liệu (theo một tiêu chí nào đó) được gọn gàng, súc tích, nhất là khi có nhiều số liệu”. Kỹ thuật phân lớp mẫu số liệu không được đề cập đến, toàn bộ các lớp cần phân chia đều được SGK2 nêu ra sẵn.

Phương pháp xác định mỗi số liệu thuộc vào lớp nào hoàn toàn dựa vào kiến thức

về tập hợp số. Có thể khái quát như sau:

$$x_i \in [a; b] \Leftrightarrow a \leq x_i \leq b$$

$$x_i \in [a; b) \Leftrightarrow a \leq x_i < b$$

Việc phân lớp được SGK2 trình bày thông qua một ví dụ.

Ví dụ 2 trang 163:

Chọn 36 học sinh nam của một trường THPT và đo chiều cao của họ, ta thu được mẫu số liệu sau (đơn vị : cm)

160 161 161 162 162 162 163 163 163 164 164
 164 164 165 165 165 165 165 166 166 166 166
 167 167 168 168 168 168 169 169 170 171 171
 172 172 174.

Ở đây, ta ghép các số liệu trên thành năm lớp theo các đoạn có độ dài bằng nhau. Lớp thứ nhất gồm các học sinh có chiều cao nằm trong khoảng $[160 ; 162]$, lớp thứ hai gồm các học sinh có chiều cao nằm trong đoạn $[163 ; 165]$, ... Khi đó, ta sẽ có một bảng như sau:

Lớp	Tần số
$[160 ; 162]$	6
$[163 ; 165]$	12
$[166 ; 168]$	10
$[169 ; 171]$	5
$[172 ; 174]$	3
	N = 36

Bảng 4

Trong bảng 4, tần số của mỗi lớp là số học sinh trong lớp đó.

Bổ sung một cột tần suất vào bảng 4, ta nhận được bảng 5 như sau.

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
$[160 ; 162]$	6	16,7
$[163 ; 165]$	12	33,3
$[166 ; 168]$	10	...
$[169 ; 171]$	5	...
$[172 ; 174]$	3	...
	N = 36	

Bảng 5

Trong nhiều trường hợp, ta ghép lớp theo các nửa khoảng sao cho mút bên phải của một nửa khoảng cũng là mút bên trái của nửa khoảng tiếp theo. Chẳng hạn, trong ví dụ 2, ta có thể ghép các số liệu thành năm lớp với các nửa khoảng $[159,5 ; 162,5)$; $[162,5 ; 165,5)$; ... Ta có bảng sau

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
$[159,5 ; 162,5)$	6	16,7
$[162,5 ; 165,5)$	12	33,3
$[165,5 ; 168,5)$	10	27,8
$[168,5 ; 171,5)$	5	...
$[171,5 ; 174,5)$	3	...
	N = 36	

Bảng 6

Ta có thể nhận thấy cách phân lớp thứ 2 có sự liên tục giữa các lớp, tuy nhiên SGK2 không đưa ra lời giải thích về sự khác biệt giữa hai cách phân lớp cũng như ưu nhược điểm của từng cách mà chỉ giới thiệu cả hai như những kiểu chia lớp khác nhau. Thoạt nhìn, thì với sự xuất hiện của bảng phân bố tần số_tần suất ghép lớp có vẻ như học sinh đã có được kỹ thuật trình bày số liệu tốt hơn, các số liệu với số lượng lớn được tổ chức gọn gàng và làm nổi bật đặc trưng của dấu hiệu điều tra. Tuy nhiên, chúng tôi nhận thấy do tất cả các lớp đều luôn luôn được cho sẵn nên công việc còn lại khi lập bảng chỉ là xác định tần số, tần suất_điều này không có gì khác biệt so với lập bảng tần số_tần suất trước đây đã biết ở SGK1.

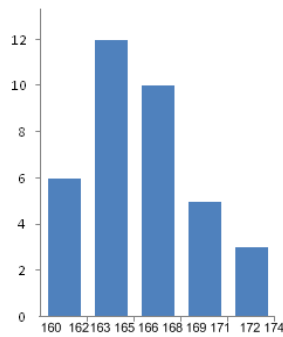
Về biểu đồ SGK2 lựa chọn đưa vào biểu đồ tần số, tần suất hình cột, đường gấp khúc tần suất và biểu đồ tần suất hình quạt.

SGK2 nhấn mạnh biểu đồ hình cột là một cách thể hiện rất tốt cho bảng phân bố tần số (hay tần suất ghép lớp).

Các bước tiến hành để vẽ biểu đồ được giới thiệu thông qua một ví dụ vẽ biểu đồ tần số hình cột cho bảng 4.

Ví dụ 3:

...Hình 5.1 là biểu đồ tần số hình cột thể hiện bảng 4 với cách vẽ như sau:



- *Vẽ hai đường thẳng vuông góc.*
- *Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số), ta đánh dấu các đoạn xác định lớp, bắt đầu từ đoạn $[160 ; 162]$ cho tới đoạn $[172 ; 174]$*
- *Tại mỗi đoạn, ta dựng lên một cột hình chữ nhật với đáy là đoạn đó, còn chiều cao bằng tần số mà đoạn đó xác định. Hình thu được đó là biểu đồ tần số hình cột.*

Đối với cách ghép lớp như ở bảng 6, biểu đồ hình cột cũng được xây dựng tương tự, chỉ khác là giữa các cột **không có khe hở**.

Biểu đồ tần suất hình cột cũng được vẽ theo cách như trên, tất nhiên trong trường hợp này cột hình chữ nhật sẽ có chiều cao bằng tần suất.

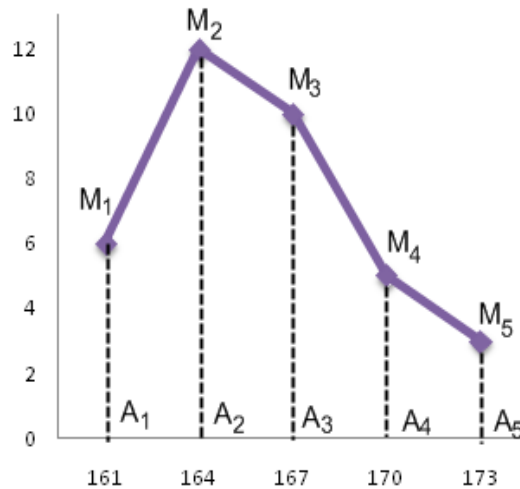
Ngoài ra bảng phân bố tần số ghép lớp cũng có khi được thể hiện bằng đường gấp khúc tần số. Cũng giống như trên, những bước tiến hành vẽ biểu đồ dạng này cũng được đưa ra qua một ví dụ cụ thể.

Ví dụ 4 trang 166:

- *Ta vẽ hai đường thẳng vuông góc. Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số), ta đánh dấu các điểm $A_1; A_2; A_3; A_4; A_5$ ở đó A_i là trung điểm của đoạn (hoặc nửa khoảng) xác định thứ i ($i = 1, 2, 3, \dots, 5$).*
- *Tại mỗi điểm A_i , ta dựng đoạn thẳng $A_i M_i$ vuông góc với đường thẳng nằm ngang và độ dài bằng tần số của lớp thứ i ; $A_1 M_1 = 6, \dots, A_5 M_5 = 3$.*
- *Vẽ các đoạn thẳng $M_1 M_2, M_2 M_3, M_3 M_4, M_4 M_5$ ta được một đường gấp khúc. Đó là đường gấp khúc tần số thể hiện bảng 4.*
- *Nếu độ dài các đoạn thẳng $A_i M_i$ được lấy bằng tần suất của lớp thứ i thì khi vẽ các đoạn thẳng $M_1 M_2, M_2 M_3, M_3 M_4, M_4 M_5$ ta được một đường gấp khúc gọi là đường*

gấp khúc tần suất.

Sau khi hoàn thành ta được biểu đồ



Biểu đồ tần suất hình quạt được đưa vào như là một công cụ thích hợp để thể hiện bảng phân bố tần số ghép lớp. Trong đó, hình tròn được chia thành những hình quạt. Mỗi lớp được tương ứng với một hình quạt mà diện tích của nó tỉ lệ với tần suất của lớp đó.

Phần giới thiệu **Các số đặc trưng của mẫu số liệu** thì SGK2 đề cập đến: số trung bình, số trung vị, môđ, phương sai và độ lệch chuẩn.

Đối với **số trung bình**. Ngoài việc nhắc lại công thức tính số trung bình cộng và ý nghĩa của số này như đã xuất hiện ở lớp 7, SGK2 cũng đưa ra công thức tính xấp xỉ số trung bình cộng trong trường hợp mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số ghép lớp.

$$\bar{x} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i$$

Trong đó x_i là giá trị đại diện của lớp thứ i , chính là trung điểm của đoạn (hay nửa khoảng) của lớp thứ i .

Trong SGK2 xuất hiện số đặc trưng mới đó là **Số trung vị**. Số trung vị được giới thiệu như là một số đại diện cho mẫu số liệu trong trường hợp các số liệu trong mẫu có sự chênh lệch rất lớn đối với nhau. Vì khi đó số trung bình không thể đại diện tốt cho những số liệu. Lí do tồn tại của số trung vị được minh họa thông qua một ví dụ.

Ví dụ 2:

Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 100):

0 ; 0 ; 63 ; 65 ; 69 ; 70 ; 72 ; 78 ; 81 ; 85 ; 89.

Với các điểm số như trên thì số trung bình là 61,09. Rõ ràng ta nhận thấy trong 11 học sinh có đến 9 học sinh có điểm vượt trên số trung bình, trong khi 2 học sinh còn lại thì 0 điểm. Như vậy, số trung bình này không phản ánh đúng trình độ của học sinh. Trong trường hợp này, có một số đặc trưng khác thích hợp hơn đó là số trung vị

Phương pháp tìm trung vị của mẫu số liệu được SGK2 trình bày khái quát.

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Nếu N là một số lẻ thì số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ (số liệu đứng chính giữa) gọi là số trung vị. Nếu

N là một số chẵn, ta lấy trung bình cộng của hai số liệu thứ $\frac{N}{2}$; $\frac{N}{2} + 1$ làm số trung vị.

số trung vị được kí hiệu là M_e

Khái niệm **mốt** của một mẫu số liệu cũng được SGK2 đề cập đến. Điểm khác biệt so với lần xuất hiện trong SGK1 là ở đây SGK2 giới thiệu trường hợp một mẫu số liệu trong đó có nhiều mốt.

Phương sai và độ lệch chuẩn là hai khái niệm mới được đưa vào trong SGK2, với mục đích đo lường sự chênh lệch giữa các giá trị của mẫu số liệu so với số trung bình.

SGK2 cung cấp công thức tổng quát để tính những giá trị này:

Giả sử một mẫu số liệu có kích thước N là $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Phương sai của mẫu số liệu này, kí hiệu là s^2 , được tính bởi công thức sau

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Hoặc có thể tính bằng công thức

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Trong đó $\bar{x}$ là số trung bình của mẫu số liệu.

Căn bậc hai của phương sai được gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu là s

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Nếu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số thì phương sai được tính bởi công

$$\text{thức. } s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^m n_i x_i \right)^2$$

Ứng với mỗi công thức SGK2 đều đưa ra ví dụ minh họa cho cách tính.

Nếu mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số ghép lớp. Các số liệu được chia thành m lớp ứng với m đoạn (hoặc nửa khoảng). Gọi x_i là giá trị đại diện của lớp thứ i thì phương sai cũng được tính theo công thức trên.

Trong phần nêu ý nghĩa của phương sai, độ lệch chuẩn, SGK2 nhận xét

“phương sai là trung bình cộng của bình phương khoảng cách từ mỗi số liệu tới số trung bình. Như vậy, phương sai và độ lệch chuẩn đo mức độ phân tán của các số liệu trong mẫu quanh số trung bình. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán càng lớn”.

Ý nghĩa này được làm rõ thông qua một ví dụ về điểm toán của hai học sinh:

Ví dụ 6 trang 174

Điểm trung bình từng môn học của hai học sinh An và Bình trong năm học vừa qua được cho trong bảng sau:

Môn	Điểm của An	Điểm của Bình
Toán	8	8,5
Vật lí	7,5	9,5
Hóa học	7,8	9,5
Sinh học	8,3	8,5
Ngữ văn	7	5
Lịch sử	8	5,5
Địa lí	8,2	6
Tiếng anh	9	9
Thể dục	8	9
Công nghệ	8,3	8,5
Giáo dục công dân	9	10

Hai học sinh này có điểm trung bình gần sắp xỉ nhau, tuy nhiên dựa vào phương sai hoặc độ lệch chuẩn có thể đánh giá được học sinh nào học đều các môn hơn.

Phương sai và độ lệch chuẩn điểm các môn học của An là:

$$s_A^2 \approx 0,309 ; s_A = 0,556$$

Phương sai và độ lệch chuẩn điểm các môn học của Bình là:

$$s_B^2 = 2,764 ; s_B = 1,663$$

Phương sai điểm các môn học của Bình gấp gần 9 lần phương sai điểm các môn học của An. Điều đó phù hợp với nhận xét Bình học lệch hơn An.

Như vậy, so với SGK1 thì SGK2 đã tổ chức đưa vào một lượng kiến thức đầy đủ hơn về cả phần kỹ thuật biểu diễn số liệu và các số đặc trưng của mẫu số liệu. Sự xuất hiện của biểu đồ hình cột, hình quạt và đường gấp khúc tần suất giúp cho việc biểu diễn số liệu trở nên phong phú và phản ánh được tổng quát hơn đặc điểm của dấu hiệu điều tra. Trong những số đặc trưng cho mẫu số liệu cũng đã có mặt số đo mức độ phân tán (phương sai, độ lệch chuẩn), tham số này cùng với các số trung bình cộng, trung vị, một sẽ cho phép đưa ra những nhận định nhanh về mẫu số liệu, giúp cho việc nhận xét về các số liệu trong cùng một mẫu và giữa những mẫu khác nhau được tổng quát và toàn diện hơn.

Các tổ chức toán học trong SGK2

Trong SGK2 có sự xuất hiện trở lại của rất nhiều kiểu nhiệm vụ đã có mặt trong SGK1 với kỹ thuật giải và yếu tố công nghệ hoàn toàn tương tự. Có thể kể đến những kiểu nhiệm vụ sau

- $T_{XD.DH}$: Xác định dấu hiệu điều tra.
- $T_{XD.KTM}$: Xác định kích thước mẫu
- $T_{XD.GT}$: Xác định các giá trị khác nhau của dấu hiệu điều tra
- $T_{XD.TSO}$: Xác định tần số của những giá trị của dấu hiệu điều tra
- $T_{XD.M}$: Tìm một của dấu hiệu.

Với kiểu nhiệm vụ $T_{T.TBC}$ tính số trung bình cộng ngoài hai kỹ thuật $\tau_{T.TBC1}$ và $\tau_{T.TBC2}$ đã có trong SGK1, trong SGK2 còn có thêm kỹ thuật $\tau_{T.TBC3}$ sử dụng khi số liệu được cho dưới dạng bảng tần số - tần suất ghép lớp.

Tính trung bình cộng hai đầu mút của lớp i , giá trị x_i này được gọi là giá trị đại diện của lớp thứ i . Khi đó:

$$\bar{x} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i$$

Ngoài ra trong SGK2 xuất hiện những kiểu nhiệm vụ mới sau đây

• **$T_{XD.TSu}$: Xác định tần suất của những giá trị của dấu hiệu điều tra.**

Kỹ thuật $\tau_{XD.TSu}$: Để tính tần suất f_i của một giá trị x_i ta lần lượt thực hiện những bước sau:

- Bước 1: Xác định tần số n_i của giá trị x_i .
- Bước 2: Tính f_i bằng công thức $f_i = \frac{n_i}{N}$

Công nghệ $\theta_{XD.TSu}$: Định nghĩa tần suất.

• **$T_{LB.GL}$: Lập bảng tần số - tần suất ghép lớp.**

Kỹ thuật $\tau_{LB.GL}$: Kỹ thuật lập bảng phân bố tần số - tần suất không được SGK2 nêu tổng quát mà chỉ được hình dung thông qua ví dụ. Chúng tôi nhận thấy có thể tóm tắt kỹ thuật này gồm những bước chính như sau.

- Vẽ một bảng gồm 3 cột (hoặc 3 dòng).
- Trong đó, cột (dòng) thứ nhất dùng để ghi lớp giá trị khác nhau của mẫu số liệu theo thứ tự từ nhỏ đến lớn (lưu ý rằng với SGK2 thì những lớp này đã được cho sẵn).
- Cột (dòng) thứ hai dùng để ghi tần số tính được tương ứng của từng lớp
- Cột (dòng) thứ ba ghi tần suất tính được tương ứng với từng lớp. Cuối cột (dòng) thứ hai có phần ghi kích thước mẫu N .

Công nghệ $\theta_{LB.TSu}$: phần hướng dẫn lập bảng tần số - tần suất (SGK2, tr.)

- **$T_{V.TSoHC}$: Vẽ biểu đồ tần số hình cột.**

Kỹ thuật $\tau_{V.TSoHC}$: Tiến hành các bước

- Vẽ hai đường thẳng vuông góc tương ứng với hai trục (độ dài đơn vị trên mỗi trục có thể khác nhau).
- Trên đường thẳng nằm ngang ta đánh dấu các đoạn xác định lớp.
- Tại mỗi đoạn ta dựng lên một hình chữ nhật với đáy là đoạn đó, còn chiều cao bằng tần số của lớp mà đoạn đó xác định.

Công nghệ $\theta_{V.TSoHC}$: Khi độ rộng các lớp như nhau thì chiều cao của hình chữ nhật tỷ lệ thuận với tần số của lớp.

- **$T_{V.TSuHC}$: Vẽ biểu đồ tần suất hình cột.**

Kỹ thuật $\tau_{V.TSuHC}$: Tương tự như $\tau_{V.TSoHC}$ chỉ khác là cột hình chữ nhật lúc này sẽ có chiều cao bằng tần suất (tính theo %).

Công nghệ $\theta_{V.TSuHC}$: Khi độ rộng các lớp như nhau thì chiều cao của hình chữ nhật tỷ lệ thuận với tần suất của lớp.

- **$T_{V.HQ}$: Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt.**

Kỹ thuật $\tau_{V.HQ}$: Thực hiện các bước

- Tính tần suất của từng lớp
- Tính số đo góc ở tâm tương ứng với lớp x_i theo công thức $360^0 \cdot f_i$
- Vẽ các hình quạt tương ứng với những số đo góc đã tính bên trên.

Công nghệ $\theta_{V.HQ}$: Góc ở tâm của hình quạt tỷ lệ thuận với tần suất của lớp.

- **$T_{V.DGKTS}$: Vẽ đường gấp khúc tần số (hoặc tần suất) (T6.2.5)**

Kỹ thuật $\tau_{V.DGKTS}$:

- Ta vẽ hai đường thẳng vuông góc.

- Trên đường thẳng nằm ngang (dùng làm trục số), ta đánh dấu các điểm A_i là trung điểm của đoạn (hoặc nửa khoảng) xác định thứ i
- Tại mỗi điểm A_i , ta dựng đoạn thẳng $A_i M_i$ vuông góc với đường thẳng nằm ngang và độ dài bằng tần số (hoặc tần suất) của lớp thứ i ;
- Về các đoạn thẳng $M_1 M_2, \dots, M_i M_{i+1}, \dots, M_{k-1} M_k$ (giả sử có k lớp) ta được một đường gấp khúc. Đó là đường gấp khúc tần số (hoặc tần suất).

Công nghệ $\theta_{V.DGKTS}$: Phân hướng dẫn vẽ biểu đồ.

- **$T_{NX.SDT}$: Nhận xét về dấu hiệu điều tra dựa vào số đặc trưng của mẫu số liệu (T7.3)**

Bài 15 trang 179

Trên hai con đường A và B, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ (km/h) của 30 chiếc ô tô trên mỗi đường như sau:

Con đường A: 60 65 70 68 62 75 80 83 82 69 73 75 85 72 67

88 90 85 72 63 75 76 85 84 70 61 60 65 73 76

Con đường B: 76 64 58 82 72 70 68 75 63 67 74 70 79 74 69

80 73 75 71 68 72 73 79 80 63 62 71 70 60 63

- Tìm số trung bình, số trung vị, phương sai và độ lệch chuẩn của tốc độ ô tô trên mỗi con đường A, B.*
- Theo em thì xe chạy trên con đường nào an toàn hơn?*

Kỹ thuật $\tau_{NX.SDT}$: Tính những số đặc trưng của mẫu số liệu. Sau đó, dựa vào giá trị tìm được và ý nghĩa của những số đặc trưng để đưa ra nhận xét.

Công nghệ $\theta_{NX.SDT}$: ý nghĩa của những số đặc trưng của mẫu số liệu.

- **$T_{T.TV}$: Tính số trung vị.**

Kỹ thuật $\tau_{T.TV}$: Thực hiện các bước sau:

- Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm.
- Nếu N là số lẻ thì số trung vị chính là số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$

- Nếu N là số chẵn: Tính số trung bình cộng của hai số liệu đứng thứ $\frac{N}{2}$

và $\frac{N}{2} + 1$

Công nghệ $\theta_{T.TV}$: Định nghĩa số trung vị.

- **$T_{T.PS}$: Tính phương sai.**

Phương sai có thể được tính theo một trong những kỹ thuật sau

Kỹ thuật $\tau_{T.PS1}$: Sử dụng công thức $s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$

Kỹ thuật $\tau_{T.PS2}$: Sử dụng công thức $s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$.

Kỹ thuật $\tau_{T.PS3}$: Nếu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số, hay phân bố tần số ghép lớp thì ta sử dụng công thức.

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^m n_i x_i \right)^2$$

Công nghệ $\theta_{T.PS}$: Định nghĩa phương sai.

- **$T_{T.DLC}$: Tính độ lệch chuẩn.**

Để tính độ lệch chuẩn SGK2 đưa ra ba kỹ thuật sau

Kỹ thuật $\tau_{T.DLC1}$: Sử dụng công thức $s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

Kỹ thuật $\tau_{T.DLC2}$: Sử dụng công thức $s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}$.

Kỹ thuật $\tau_{T.DLC3}$: Nếu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số, hay phân bố tần số ghép lớp thì ta sử dụng công thức.

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^m n_i x_i \right)^2}$$

Công nghệ $\theta_{T.DLC}$: Định nghĩa độ lệch chuẩn.

Ngoài ra trong SGK2 còn có kiểu nhiệm vụ T_{NIN} : **Nêu ý nghĩa của số đặc trưng của mẫu số liệu.**

Bài 9 trang 177:

Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được cho trong bảng sau đây.

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	N $=100$

a) Tính số trung vị và mốt. Nêu ý nghĩa của chúng.

Kỹ thuật τ_{NIN} tương ứng với kiểu nhiệm vụ này không được đề cập một cách tường minh thành thuật giải mà chủ yếu là sau khi tính được số đặc trưng ta dựa vào phân ý nghĩa của từng số để đưa ra nhận định. Tuy nhiên, từ việc nghiên cứu các lời giải mong đợi chúng tôi thấy rằng yêu cầu về nhận định đưa ra khá đơn giản. Ví dụ như với yêu cầu của bài toán trong ví dụ trên, lời giải là:

Một chiếc tivi của cửa hàng được bán với giá trung bình 2,527 triệu đồng. Cục thuế thì quan tâm nhất đến giá trị này để xác định doanh thu của cửa hàng. Song điều mà người chủ cửa hàng quan tâm lại là: Loại tivi nào nhiều người mua nhất? Đó là loại tivi có giá 3 triệu đồng. Như vậy điều mà chủ cửa hàng quan tâm nhất là mốt của mẫu số liệu trên.

(SGV đại số 10 nâng cao, tr.231)

Có thể thấy lời giải mong đợi của bài toán muốn nhấn mạnh “giá trị sử dụng” của những kết quả tính toán thu được, nói cách khác giải quyết kiểu nhiệm vụ này đòi hỏi học sinh phải biết cách khai thác kết quả tính toán. Tuy nhiên, chúng tôi cho rằng với cách ra đề bài như trên thì rất khó có khả năng học sinh sẽ đưa ra được lời giải giống như mong đợi nếu không có thêm một tác động nào khác, chẳng hạn như gợi ý của giáo viên.

Số lượng các bài tập thuộc mỗi kiểu nhiệm vụ được thể hiện trong bảng sau

Kiểu nhiệm vụ	Kỹ thuật	Công nghệ	Tổng cộng	Tỷ lệ
$T_{XD.DH}$	$\tau_{XD.DH}$	$\theta_{XD.DH}$	6	75/78 (96,2%)
$T_{XD.KTM}$	$\tau_{XD.KTM}$	$\theta_{XD.KTM}$	2	
$T_{XD.GT}$	$\tau_{XD.GT}$	$\theta_{XD.GT}$	2	
$T_{XD.TSO}$	$\tau_{XD.TSO}$	$\theta_{XD.TSO}$	1	
$T_{LB.GL}$	$\tau_{LB.GL}$	$\theta_{LB.GL}$	7	
$T_{V.TSoHC}$	$\tau_{V.TSoHC}$	$\theta_{V.TSoHC}$	4	
$T_{V.TSuHC}$	$\tau_{V.TSuHC}$	$\theta_{V.TSoHC}$	3	
$T_{V.HQ}$	$\tau_{V.HQ}$	$\theta_{V.HQ}$	2	
$T_{V.DGKTS}$	$\tau_{V.DGKTS}$	$\theta_{V.DGKTS}$	1	
$T_{T.TBC}$	$\tau_{T.TBC1}$	$\theta_{T.TBC1}$	3	
	$\tau_{T.TBC2}$	$\theta_{T.TBC2}$	4	
	$\tau_{T.TBC3}$	$\theta_{T.TBC3}$	9	
$T_{T.TV}$	$\tau_{T.TV}$	$\theta_{T.TV}$	2	
$T_{XD.M}$	$\tau_{XD.M}$	$\theta_{XD.M}$	10	
$T_{T.PS}$	$\tau_{T.PS1}$	$\theta_{T.PS}$	12	
	$\tau_{T.PS2}$			
	$\tau_{T.PS3}$			
$T_{T.DLC}$	$\tau_{T.DLC1}$	$\theta_{T.DLC}$	14	
	$\tau_{T.DLC2}$			
	$\tau_{T.DLC3}$			
$T_{XD.TSu}$	$\tau_{XD.TSu}$	$\theta_{XD.TSu}$	3	
T_{NYN}	τ_{NYN}	θ_{NYN}	2	3/78
$T_{NX.SDT}$	$\tau_{NX.SDT}$	$\theta_{NX.SDT}$	1	(3.8%)
Tổng			78	100%

Bảng 1.3

Kết luận:

Trong SGK2, những kiểu nhiệm vụ liên quan đến kỹ thuật tính toán và vẽ biểu đồ chiếm 75/78 bài tập, còn kiểu nhiệm vụ đòi hỏi học sinh nêu nhận xét, rút ra kết luận từ những dữ liệu có được chỉ chiếm 3/78 bài tập. Như vậy tương tự như SGK1, ở đây SGK2 chú trọng đến kỹ năng tính toán và biểu diễn số liệu còn việc khai thác những kết quả có được là một yêu cầu thứ yếu.

Vấn đề mô hình hóa

Để làm rõ mối liên quan giữa kiến thức TKMT được lựa chọn với vấn đề mô hình hóa trong SGK2, chúng tôi cũng tiến hành lập bảng thể hiện sự tương ứng giữa kỹ thuật của mỗi kiểu nhiệm vụ với các bước của quá trình mô hình hóa toán học.

Kiểu nhiệm vụ	Các bước tương ứng khi thực hiện mô hình hóa toán học	Số lượng bài tập	Tỷ lệ
$T_{XD.DH}$	Bước 3	6	100%
$T_{XD.KTM}$	Bước 3	2	
$T_{XD.GT}$	Bước 3	2	
$T_{XD.TSO}$	Bước 3	1	
$T_{LB.GL}$	Bước 3	7	
$T_{V.TsoHC}$	Bước 3	4	
$T_{V.TsuHC}$	Bước 3	3	
$T_{V.HQ}$	Bước 3	2	
$T_{V.DGKTS}$	Bước 3	1	
$T_{T.TBC}$	Bước 3	16	
$T_{T.TV}$	Bước 3	2	
$T_{XD.M}$	Bước 3	10	
$T_{T.PS}$	Bước 3	12	
$T_{T.DLC}$	Bước 3	14	
$T_{XD.Tsu}$	Bước 3	3	
T_{NYN}	Bước 3	2	
$T_{NX.SDT}$	Bước 3	1	

Bảng 1.4

Như vậy tương tự như SGK1, trong SGK2 ứng với chương TKMT thì vấn đề tạo điều kiện cho học sinh tiếp cận với kỹ thuật mô hình hóa toán học vẫn tiếp tục là một yêu cầu bị bỏ ngỏ. Mặc dù lượng kiến thức đã phong phú hơn nhưng những gì đòi hỏi ở học sinh vẫn chỉ dừng lại ở việc giải toán.

1.2.3. Các kết luận chung

Về các kiến thức được lựa chọn

Qua việc phân tích SGK1 và SGK2 cho thấy lần lượt qua hai SGK này thì những kiến thức liên quan đến TKMT đã được lựa chọn đưa vào có thể tổng quát theo mạch sau:

Thứ nhất là những kiến thức về mẫu số liệu. Kế đó là phương pháp trình bày những số liệu có trong mẫu (Dùng bảng hoặc dùng biểu đồ). Tiếp theo SGK giới thiệu các số đặc trưng của mẫu số liệu. Những số này chia thành hai nhóm. Nhóm thứ nhất là các số định tâm như số trung bình cộng, trung vị, mốt. Nhóm thứ hai là những số đo lường độ phân tán như phương sai, độ lệch chuẩn. Chúng tôi nhận thấy những kiến thức này cho phép tiến hành những bước xử lý cần thiết liên quan đến số liệu thống kê, qua đó có thể đưa ra những kết quả phản ánh tính chất của dấu hiệu điều tra ở một mức độ nhất định.

Trong hệ thống những kiểu nhiệm vụ xuất hiện thì kiểu nhiệm vụ yêu cầu đến kỹ năng tính toán và biểu diễn số liệu chiếm ưu thế tuyệt đối, kiểu nhiệm vụ đòi hỏi nhận xét khai thác kết quả thống kê thu thập được chỉ là thứ yếu.

Về vấn đề mô hình hóa.

Căn cứ vào đặc trưng của bốn bước trong quá trình mô hình hóa toán học, chúng tôi nhận thấy với tất cả các kiểu nhiệm vụ xuất hiện ở cả SGK1 và SGK2 thì kỹ thuật dùng để giải quyết đều chỉ mới dừng lại ở bước thứ ba, tức là sử dụng kiến thức toán học để giải quyết bài toán đã có sẵn. Học sinh không hề được đặt trước yêu cầu thực hiện bước chuyển từ hệ thống hay tình huống ngoài toán học

vào trong mô hình toán học, đồng thời cũng không có yêu cầu kiểm tra tính thỏa đáng của những kết quả có được.

Từ kết quả phân tích trên, chúng tôi hình thành giả thuyết nghiên cứu

- **H1:** “Với các lựa chọn đưa vào các kiến thức cũng như các kiểu nhiệm vụ của SGK1, SGK2, kỹ năng mô hình hóa trong khi giải quyết bài toán liên quan đến kiến thức thống kê mô tả chưa thật sự “sẵn có” ở học sinh”

Đặc biệt kết quả phân tích đã dẫn chúng tôi tới giả thuyết về sự tồn tại ngầm ẩn quy tắc sau đây của hợp đồng didactic

- **RE:** *Học sinh không có nhiệm vụ kiểm tra tính hợp lý của những kết quả tính được khi giải toán thống kê.*

1.3. Phân tích sách giáo khoa Mỹ

Tài liệu phân tích:

Mathematics – Application and connections (Course 2 and Course 3) -California Edition – McGraw Hill

1.3.1. Phân tích Course 2 (kí hiệu SGK3)

Như đã trình bày từ lúc đầu mục tiêu trung tâm mà chúng tôi muốn đạt được khi tiến hành nghiên cứu này là làm rõ được sự hiện diện của vấn đề mô hình hóa trong phần kiến thức TKMT. Chính vì vậy, trong phân tích tiếp theo đối với SGK của Mỹ chúng tôi tập trung khai thác khía cạnh này.

Trong SGK3, TKMT được tổ chức thành 1 chương (chương 3) bao gồm các nội dung chính:

- Bảng phân bố tần số.
- Biểu đồ
- Số trung bình cộng, trung vị, mốt.

Ngoài ra, kiến thức về TKMT còn được đề cập trong chương 11 và chương 13 của sách.

Chương 3 của SGK3 có tất cả 7 bài.

- Bài 1: Bảng phân bố tần số.
- Bài 2, bài 3, bài 5, bài 6 trình bày về những dạng biểu đồ khác nhau.
- Bài 4: Số trung bình cộng, một, trung vị.
- Bài 7: Misleading statistics. (tạm dịch: thống kê không toàn diện)

Về bảng phân bố tần số.

SGK3 đưa vào cả ***bảng phân bố tần số và bảng phân bố tần số ghép lớp***. Đối với bảng phân bố tần số ghép lớp SGK3 đặt ra yêu cầu học sinh ***phải biết tự phân lớp*** các số liệu thống kê ban đầu chứ các lớp không được đưa ra sẵn như trong SGK2. Việc phân lớp được thực hiện thông qua các bước

- 1) Xác định “range” _khoảng cách giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong dãy số liệu.
- 2) Xác định “scale” _thang chia hợp lí, thang chia này phải chứa tất cả các giá trị trong dãy số liệu.
- 3) Xác định “interval” _Khoảng cách, khoảng cách này chia scale thành những phần bằng nhau.

Tất cả những bước cần tiến hành để xây dựng được một bảng phân bố tần số ghép lớp được cụ thể hóa qua một ví dụ.

Bảng phân bố tần số trong SGK3 bao gồm 3 cột, ngoài hai cột ghi các giá trị của dấu hiệu và ghi tần số tương ứng như trong SGK2 còn thêm 1 cột vào giữa để “đếm” số lần xuất hiện của mỗi giá trị.

Ví dụ: bài toán xuất hiện ở trang 88

SGK3 đưa ra bảng thống kê ban đầu như sau.

Ví dụ 1

<i>Giá của Cameras (\$)</i>		
<i>10</i>	<i>6</i>	<i>10</i>
<i>5</i>	<i>10</i>	<i>9</i>
<i>7</i>	<i>8</i>	<i>15</i>
<i>10</i>	<i>16</i>	<i>10</i>
<i>11</i>	<i>14</i>	<i>8</i>
<i>15</i>	<i>10</i>	<i>9</i>
<i>18</i>	<i>6</i>	<i>7</i>

Khi đó bảng tần số tương ứng có dạng:

Giá (\$)	Số lượng	Tần số
1 – 5	I	1
6 – 10	IIII IIII	14
11 – 15	IIII	4
16 – 20	IIII	4
	II	2

Về biểu đồ:

SGK3 giới thiệu rất nhiều loại biểu đồ trong đó có biểu đồ hình chữ nhật, đường gấp khúc tần suất và biểu đồ hình quạt. Biểu đồ hình chữ nhật được SGK3 sử dụng khá nhiều, tuy nhiên không có phần hướng dẫn cách vẽ. Cách vẽ biểu đồ hình quạt, đường gấp khúc tần số được trình bày với nội dung hoàn toàn tương tự như SGK2.

SGK3 đưa vào ba số đặc trưng cho mẫu số liệu: Số trung bình, trung vị và mốt.

Số trung bình được định nghĩa là “*số trung bình cộng của những số liệu. Số này được tính bằng cách cộng tất cả những giá trị có trong dãy số liệu và chia cho số các giá trị*”.

Mốt là số xuất hiện nhiều nhất trong dãy số liệu.

Số trung vị là số đứng giữa trong dãy số liệu khi mà những số liệu này đã được sắp xếp theo một trật tự nhất định.

Kỹ thuật tính số trung bình cộng và tìm mốt, trung vị cũng trùng khớp với SGK2.

Bài 4 chương 11, SGK3 đề cập đến khái niệm tổng thể (population) và mẫu (sample). Khái niệm mẫu được giới thiệu như là một phần của tổng thể, điều tra trên mẫu là cần thiết vì việc điều tra trên tổng thể rất tốn kém và mất nhiều thời gian. Điểm cần nhấn mạnh là SGK3 nói rất rõ “***mẫu chỉ có thể đại diện cho tổng thể nếu như nó mang tính ngẫu nhiên. Một mẫu ngẫu nhiên cho phép mọi đối tượng có cơ hội được lựa chọn như nhau***”. Như vậy có thể thấy ngoài những kiến thức liên quan đến mẫu và tổng thể như SGK2 đã trình bày SGK3 còn quan

tâm đến kỹ thuật chọn mẫu số liệu.

Những tổ chức toán học trong SGK3

Trong SGK3 có khá nhiều tổ chức toán học tương tự như SGK2, có thể kể đến những tổ chức liên quan đến các kiểu nhiệm vụ sau:

- $T_{LB.TSO}$: Lập bảng tần số - tần suất.
- $T_{LB.GL}$: Lập bảng tần số - tần suất ghép lớp.

Kiểu nhiệm vụ này xuất hiện trong hai tình huống

- Tình huống 1: Trong bài toán đã có *phân lớp sẵn*. Với tình huống này kỹ thuật giải hoàn toàn tương tự như SGK2.
- Tình huống 2: Bài toán đã cho các số liệu *chưa được phân lớp*. Tình huống này đòi hỏi người thực hiện phải tự chia lớp, nghĩa là phải xác định biên độ (range), thang chia (scale) và các khoảng cách (intervals), sau khi thực hiện xong các bước này tức là đã chi lớp xong thì sử dụng kỹ thuật $\tau_{LB.GL}$.

Ngoài ra SGK3 còn yêu cầu lập bảng tần số cho cùng một dãy số liệu nhưng với hai cách phân lớp khác nhau. Chúng tôi hình dung với kiểu nhiệm vụ này sẽ cho phép người thực hiện thấy được ý nghĩa của việc chọn được một cách phân lớp phù hợp trong việc tổ chức các số liệu thống kê. Với một cách phân lớp hợp lý, thì bảng tần số sẽ thể hiện rõ hơn những thông tin và khi bảng tần số được lập nên với những mục đích khác nhau thì cách phân chia các lớp cũng có thể khác nhau.

Ví dụ

Phần check for understanding (mục 2 trang 89)

Lập bảng tần số cho các dữ liệu trong ví dụ 1 sử dụng một thang chia (scale) khác và khoảng (intervals) khác.

Phần critical thinking (mục 23 trang 91) Với ví dụ 2, hãy nêu sự thuận lợi và không thuận lợi của hai thang chia, hai khoảng cách khác nhau đối với các số liệu trong ví dụ 1.

- $T_{NX.BTS}$: **Nhận xét dựa vào bảng tần số.**

Đối với kiểu nhiệm vụ này nếu như trong SGK2, yêu cầu nhận xét chỉ dừng lại ở mức độ dựa vào bảng tần số (hoặc tần suất) để nhận xét số liệu của mẫu điều

tra tập trung nhiều nhất ở giá trị nào (hoặc lớp nào), số lượng (hoặc phần trăm) số liệu có giá trị thỏa một tiêu chí nào đó là bao nhiêu thì trong SGK3 yêu cầu đặt ra đa dạng hơn. Cụ thể, khi khai thác bảng tần số SGK3 còn đặt ra những yêu cầu về dùng bảng tần số để đưa ra những ý kiến có ý nghĩa thực tiễn về dấu hiệu nghiên cứu

Ví dụ bài 7 trang 96

Một cuộc điều tra cho thấy thời gian sử dụng máy tính mỗi tuần của sinh viên như trong bảng sau

Lớp	Số giờ mỗi tuần
<i>Pre K – K</i>	3.9
<i>1 – 3</i>	4.9
<i>4 – 6</i>	4.2
<i>7 – 8</i>	6.9
<i>9 – 12</i>	6.7

b) Dựa theo những dữ liệu trên, hãy quyết định lớp máy tính nào mà những nhà sản xuất nên thiết kế phần mềm mới? Giải thích.

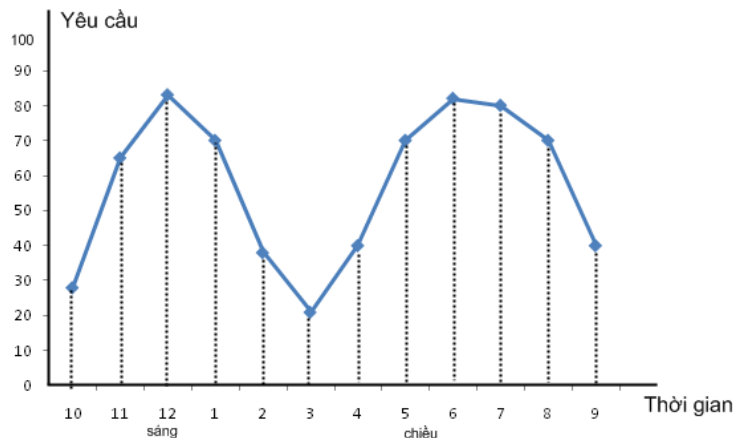
• **$T_{NX.BĐ}$: Nhận xét dựa vào biểu đồ.**

Tương tự như trên, trong kiểu nhiệm vụ này SGK3 cũng đặt ra một số yêu cầu khác hướng vào khai thác ý nghĩa thực tiễn của biểu đồ.

Ví dụ

Phần check for understanding (mục 4 trang 96) có bài toán như sau

Sự trợ giúp thêm sẽ cần thiết ở cửa hàng Ralphy's Burgers khi nào mà số lượng đơn đặt hàng vượt quá 60. Dựa vào biểu đồ hãy cho biết những thời gian nào thì sự trợ giúp sẽ cần thiết?



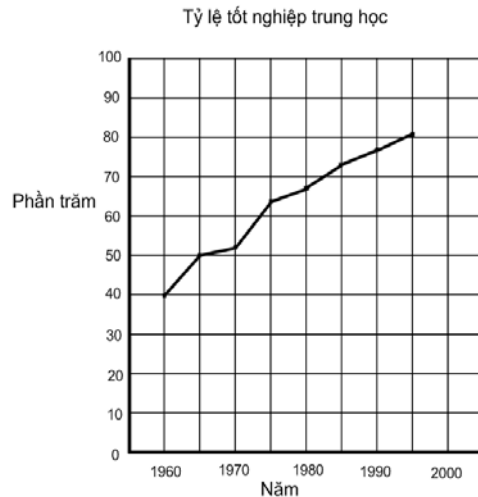
Điều làm chúng tôi đặt biệt quan tâm khi phân tích là trong SGK3 đó là sự xuất hiện của yêu cầu dựa vào biểu đồ (hoặc đồ thị) để thực hiện dự đoán về sự tiến triển của một dấu hiệu điều tra nào đó trong tương lai. Chúng tôi xem như đây là một kiểu nhiệm vụ mới.

• **$T_{DD.BD}$: Đưa ra dự đoán dựa vào biểu đồ.**

Ví dụ:

Phần mở đầu trang 94 có bài toán

Hiện nay số lượng học sinh tốt nghiệp trung học phổ thông đã nhiều hơn so với trước đây. Đồ thị cho thấy phần trăm của người lớn có bằng tốt nghiệp phổ thông trung học trong khoảng từ năm 1960 đến năm 1995. Bạn có thể dự có bao nhiêu phần trăm người sẽ có bằng tốt nghiệp trung học phổ thông vào năm 2000 hay không?



Kỹ thuật $\tau_{DD.BD}$:

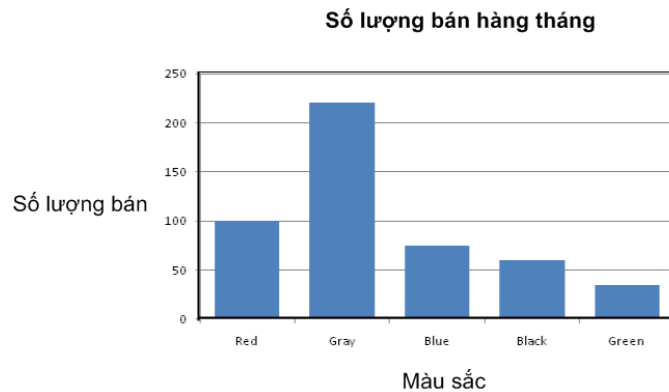
Kỹ thuật mà SGK3 sử dụng để giải quyết kiểu nhiệm vụ này có thể mô tả như sau: dựa vào hướng cũng như độ dốc của đồ thị đã có để xác định hướng cũng như độ dốc trong khoảng còn lại, từ đó cho ra kết quả dự đoán.

Đối với biểu đồ cột thì kỹ thuật lại khác.

Ví dụ

Phần ví dụ 2 trang 95:

Người quản lý của công ti sản xuất áo Sweatshirts giữ một bảng thống kê ghi lại số lượng áo mỗi màu bán được trong tháng trước. Hãy sử dụng biểu đồ để dự đoán áo màu nào sẽ được bán chạy nhất vào 3 tháng tới.



Lời giải được đưa ra là: Biểu đồ cho thấy áo Sweatshirts màu xám được bán nhiều nhất. Bạn có thể dự đoán rằng áo màu xám sẽ tiếp tục là áo có số lượng bán nhiều nhất trong ba tháng tiếp theo.

Có thể thấy kỹ thuật này rất gần với kỹ thuật $\tau_{NX.BD}$ chỉ khác là sau khi quan sát biểu đồ và nhận ra đặc điểm của dấu hiệu, học sinh cần phải áp dụng nhận xét này để dự đoán.

Chúng tôi quan tâm đến kiểu nhiệm vụ này vì trước hết yêu cầu đặt ra là dùng bảng hoặc đồ thị để đưa ra dự đoán cho phép học sinh khai thác thêm thông tin từ biểu đồ đã đề cập đến một khía cạnh rất hay, đó là bảng hay biểu đồ không chỉ biểu diễn được các số liệu mà quan trọng hơn nữa là từ những số liệu đang có (của hiện tại) sẽ cho phép đưa ra một số dự đoán nhất định về đặc điểm của dấu hiệu điều tra trong tương lai. Điều này phát huy tính ứng dụng của kiến thức thống kê. Ngoài ra qua phân tích chúng tôi nhận thấy những kỹ thuật dùng để giải quyết kiểu nhiệm vụ này không xa lạ, nói cách khác trên cơ sở những kiến thức được đưa vào trong SGK1, SGK2 của thể chế I1 cho phép giải quyết được kiểu nhiệm vụ này tuy nhiên nó đã không xuất hiện.

Đối với nhóm những tham số định tâm (số trung bình cộng, trung vị, mốt) thì SGK3 có các kiểu nhiệm vụ

- T_{TBC} : Tính số trung bình cộng.
- $T_{XD.M}$: Tìm một của dấu hiệu.
- T_{TV} : Tính số trung vị.

Với yếu tố kỹ thuật, công nghệ tương tự như trong SGK2.

Ngoài ra, trong SGK3 cũng xuất hiện kiểu nhiệm vụ $T_{NX.DD}$ Nhận xét về khả năng đại diện của các số đặc trưng của mẫu số liệu. $T_{NX.DD}$ đã xuất hiện trong SGK1, tuy nhiên SGK1 chỉ dừng lại ở việc cho học sinh một bảng tần số, sau đó đặt câu hỏi là trong trường hợp có nên dùng số trung bình để “đại diện” cho mẫu số liệu hay không? Vì sao? Trong khi đó cũng với kiểu nhiệm vụ này, SGK4 đặt ra yêu cầu học sinh hãy xác định trong trường hợp cụ thể của bài toán đưa ra thì nên dùng số nào trong ba số trên để đại diện là tốt nhất. Cụ thể SGK3 đặt ra kiểu nhiệm vụ này trong hai trường hợp

- o Trường hợp 1: Lựa chọn tham số để đại diện tốt nhất, tiêu biểu nhất cho dãy số liệu.
- o Trường hợp 2: Lựa chọn tham số đại diện theo một mục đích nào đó.

Ví dụ

Phần Application 2 trang 103

Điểm kiểm tra của Darrell trong giai đoạn đầu tiên được biểu diễn trên biểu đồ line plot như sau



(số liệu trong biểu đồ trên tương ứng với dãy số liệu sau: 78, 83, 84, 86, 87, 90, 92, 92.)

Anh ta có thể miêu tả điểm của mình với bố mẹ như thế nào? Dùng số trung bình, trung vị, hay một? Liệu số liệu này có cho phép đưa đến một sự miêu tả đúng hay không?

Trong phần giải quyết bài toán này SGK3 đã thực hiện các bước

- **Phân tích:** số liệu thống kê nào sẽ giúp cho điểm của những bài kiểm tra xuất hiện tốt nhất? Câu trả lời là: Đó phải là số có giá trị lớn nhất.

- **Kế hoạch đề ra:** Tìm số trung bình cộng, trung vị, mốt của điểm những bài kiểm tra và xác định xem số nào là lớn nhất.
- **Giải:**

$$\text{số trung bình cộng} = \frac{78+83+84+86+87+90+92+92}{8} = \frac{692}{8} = 86.5$$

$$\text{mốt} = 92$$

$$\text{Số trung vị} = 86.5$$

Bởi vì mốt có giá trị lớn nhất nên Darrell có thể sẽ dùng số này để mô tả cho cho điểm kiểm tra của anh ấy.

Tuy nhiên SGK3 cũng phân tích trong trường hợp này *một không phải là một đại diện tốt cho điểm kiểm tra của Darrell vì tất cả các điểm còn lại của anh ấy đều nhỏ hơn 92.*

Trong SGK4 không xuất hiện tường minh kiểu nhiệm vụ T_{NYN} . Nêu ý nghĩa của số đặc trưng của mẫu số liệu nhưng với kiểu nhiệm vụ tương ứng với bài toán sau chúng tôi thiết nghĩ học sinh phải hiểu rõ ý nghĩa của những số đặc trưng mới có thể giải quyết được, nói cách khác kỹ thuật giải và công nghệ hoàn toàn tương tự như đối với T_{NYN}

Phản check for understanding (mục 7 trang 104)

Người quản lí của cửa hàng giày giữ một bảng ghi chép, ghi lại kích cỡ của những đôi giày thể thao đã bán. Khi cô ấy chuẩn bị đặt một lô hàng, cô ấy dựa vào bảng ghi chép này để quyết định những kích cỡ nào mà cô ấy cần. Số nào sẽ hữu ích nhất cho cô ấy? Số trung bình cộng, trung vị hay mốt?

Chúng tôi thiết nghĩ đây là một kiểu nhiệm vụ rất đặc biệt, một mặt trong kỹ thuật giải quyết đòi hỏi học sinh phải dựa vào ý nghĩa của số trung bình, trung vị, mốt để đưa ra câu trả lời. Mặt khác bài toán cũng đặt ra một tình huống cho thấy tính ứng dụng cụ thể của những số này.

Bên cạnh những kiểu nhiệm vụ quen thuộc như đã có ở SGK2, trong SGK3 xuất hiện hai kiểu nhiệm vụ mới như sau.

- **T_{PHKQS} :** Phát hiện ra những kết quả thống kê không phản ánh đúng thực tế (misleading statistic)

Kiểu nhiệm vụ này yêu cầu học sinh phát hiện ra hiện tượng khi mà ta phải đối diện với những kết quả thống kê, biểu đồ không phản ánh đúng bản chất của dấu hiệu điều tra.

Hiện tượng này có thể xuất hiện trong ba trường hợp.

- o Trường hợp 1: Khi trong dãy số liệu có một hay một ít số liệu có giá trị lớn (hoặc nhỏ) đột biến.

Ví dụ 1 trang 119

Nói về tiền lương. Amara đang tham gia phỏng vấn tìm việc làm tại một công ti kỹ thuật. Cô ấy nói rằng mức lương trung bình của 37 công nhân tại đây là nhiều hơn 40.000\$. Sử dụng những thông tin có trong bảng cho biết liệu Amara có nên mong đợi mức lương hơn 40.000\$ nếu cô ấy làm công việc này? Hãy giải thích tại sao?

Người lao động	Mức lương
<i>Giám đốc</i>	<i>\$375,000</i>
<i>Phó giám đốc</i>	<i>\$325,000</i>
<i>Nhân viên bán hàng (15)</i>	<i>\$35,000</i>
<i>Secretaries (10)</i>	<i>\$16,000</i>
<i>Nhân viên trực điện thoại (10)</i>	<i>\$12,000</i>

SGK3 phân tích, công ty này có 37 nhân viên, nhưng chỉ có hai nhân viên có mức lương cao trên \$40,000. Hai mức lương rất cao này được xem như misleading mean. Amara không nên mong đợi một mức lương cao hơn \$40,000 khi vào làm cho công ty này. Nói cách khác con số trung bình về mức lương _\$40,000 là một số không đại diện tốt cho các số liệu trên.

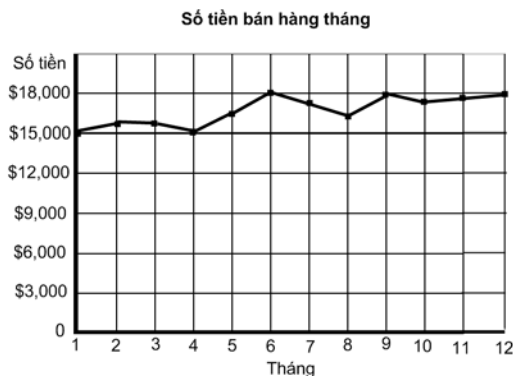
- o Trường hợp 2: trong biểu đồ thống kê đơn thang chia trên cột đứng bị mất một số giá trị ban đầu dẫn đến hiện tượng biểu đồ không phản ánh đúng đặc điểm của dấu hiệu điều tra.

SGK3 đưa ra bài toán sau:

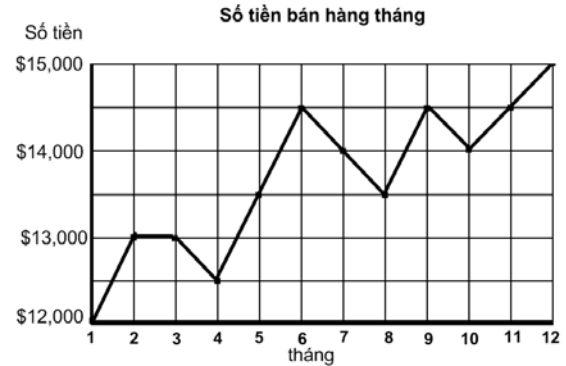
Phần application 2 trang 119.

Cả hai biểu đồ đều biểu diễn số tiền bán CD hàng tháng trong một năm ở Music Barn.

Biểu đồ 1



Biểu đồ 2



Ta có thể thấy ở biểu đồ thứ hai tạo được ấn tượng mạnh hơn rất nhiều so với biểu đồ 1 về mức độ tăng doanh thu của cửa hàng. Thực chất biểu đồ 2 không phản ánh đúng thực tế, hiện tượng này xảy ra khi bên trục biểu diễn số tiền có giá trị bắt đầu không phải bằng 0.

Việc phát hiện ra những biểu đồ dạng này rất có ích trong việc giúp chúng ta nhận biết trường hợp khi mà vì một mục đích nào đó, người ta cố tình đưa ra kết quả sai, chúng ta có thể đánh giá một cách chính xác về đặc điểm của dấu hiệu điều tra.

- o TH3: Lựa chọn mẫu điều tra không phù hợp dẫn đến kết quả không chính xác.

Phần exercises 4 trang 465.

Bảng bên cho thấy kết quả của cuộc điều tra về chương trình TV được yêu thích được tiến hành tại trường Trutt Middle school. Trường này có tất cả 840 học sinh.

Chương trình	Số lượng
A	46
B	32
C	28
D	25
E	23
F	21
G	19

- a. *Hãy xác định kích thước của mẫu?*
- b. *Có bao nhiêu phần trăm học sinh thích chương trình A?*
- c. *Có bao nhiêu sinh viên trong trường mà bạn mong đợi rằng học sẽ nói chương trình A là chương trình yêu thích của họ?*
- d. *Mykia không đồng ý với kết quả của cuộc điều tra và quyết định tự tiến hành một cuộc điều tra của cô ấy. Cô ấy điều tra trên toàn bộ 35 bạn học sinh nữ trong lớp vật lý. Mẫu mà bạn Mykia chọn có ngẫu nhiên hay không? Hãy giải thích?*

Bài toán này tập trung vào mối quan hệ giữa mẫu và tổng thể. Để giải quyết được bài toán chắc chắn học sinh cần phải hiểu được mối quan hệ giữa kết quả điều tra trên mẫu với đặc điểm của tổng thể. Hơn nữa trong những tình huống đặt ra trong câu d của bài toán còn cho phép học sinh nhìn nhận thấy một vấn đề rất quan trọng:

- o Thứ nhất: kết quả thống kê sẽ không còn chính xác nếu như không thực hiện đúng các yêu cầu về kỹ thuật thống kê, biểu diễn đồ thị hay chọn mẫu.
- o Thứ hai: có một vấn đề là đôi khi vì một mục đích nào đó mà người thực hiện muốn mang lại một bức tranh khác, không đúng với đặc điểm thực tế của dấu hiệu nên đã chọn mẫu không ngẫu nhiên. nếu có kiến thức về thống kê sẽ giúp cho chúng ta có thể nhìn ra những yếu tố này.

Xét về phương diện mô hình hóa, thì kiểu nhiệm vụ này đã đặt ra yêu cầu học sinh phải biết đánh giá các kết quả có được có phù hợp với thực tế không (bước 4).

Trong SGK3 xuất hiện kiểu nhiệm vụ tổng hợp mà chúng tôi xin đặt tên là

- ***T_{MHH}*: Vận dụng thống kê giải quyết vấn đề thực tế.**

Ví dụ: Bài thực hành trang 128, 129

- Chủ đề của hoạt động

If the shoe fits (Nếu giày vừa vặn)

Bạn trông như thế nào? Câu trả lời cho câu hỏi này dường như bao gồm: bạn cao bao nhiêu, mắt bạn màu gì? Màu tóc của bạn màu gì? Và bạn có làn da sáng màu hay sẫm màu? Những đặc điểm này được bố mẹ truyền sang cho đứa trẻ qua sự hoạt động của gen.

Một đặc điểm khác bạn có là chiều dài của chân bạn. Có thể có một bạn khác trong lớp cũng có chiều dài bàn chân giống như bạn. Tuy nhiên, hầu hết có chiều dài chân khác nhau. Có rất nhiều kích thước chân khác nhau vì đặc điểm này phụ thuộc cả vào gen và những yếu tố khác.

- Bạn sẽ làm gì

Bạn sẽ thu thập dữ liệu về chân của con người, phân tích nó, và thiết kế một phương pháp để trình bày kết quả.

Dụng cụ: Thước đo, máy tính.

1. Làm việc nhóm. Mỗi nhóm sẽ đo chiều dài chân của ít nhất 10 người trong độ tuổi từ 10 đến 18. Bao gồm cả nam và nữ. Chỉ đo những người mà họ thật sự sẵn lòng giúp bạn. Lớp của bạn nên thống nhất cách chính xác để đo chiều dài của bàn chân.
2. Tính số trung bình, trung vị, mốt và biên độ của độ dài chân của nam, độ dài chân của nữ, độ dài chân của cả nam lẫn nữ.
3. Trình bày kết quả có được bằng đồ thị.
4. Viết một nhận xét để diễn tả các dữ liệu.

- Tạo sự kết nối (Making the connection)

Sử dụng những dữ liệu đã thu thập được về chiều dài của bàn chân như là điều cần thiết giúp ích cho những cuộc điều tra nghiên cứu.

Nghệ thuật ngôn ngữ (language Arts)

Giả sử rằng bạn là người quản lý của cửa hàng giày và đang lên kế hoạch để bán một số kiểu giày mới cho giới trẻ. Hãy dự đoán có bao nhiêu đôi ở mỗi kích cỡ mà bạn mong đợi sẽ bán được. Thiết kế một tờ báo quảng cáo để tiếp thị những đôi giày.

- Nghiên cứu xã hội (Social Studies)

Nghiên cứu sự đóng góp của Jan Earnst Matzeliger đã làm cho nền công nghiệp giày. Bao gồm những kết quả thống kê đã giúp tạo hiệu ứng kinh tế của sự khám phá của ông ta.

- Khoa học (Science)

Hãy chỉ ra bằng cách nào một Punnett Square có thể được dùng để thực hiện một dự đoán về xu hướng (traits) của một tổng thể.

- Mở rộng (Go further)

- o Thu thập dữ liệu về chiều dài chân của nhiều nhóm lứa tuổi khác nhau. Vẽ biểu đồ cho mỗi nhóm lứa tuổi.

- o Hỏi một podiatrist địa phương về bảng thống kê kích thước chân trung bình của những nhóm lứa tuổi khác nhau. Nhận xét mức độ tương tự giữa kết quả điều tra của bạn với trung bình của cộng đồng.

Trang web tham khảo thông tin về giày : www.glencoe.com/sec/math/mac/mathnet.

Với kiểu nhiệm vụ này chúng tôi hình dung người giải quyết phải thực hiện hầu như tất cả các kỹ thuật đã xuất hiện ở các kiểu nhiệm vụ trên. Điểm khác biệt của kiểu nhiệm vụ này là đặt người giải quyết trước một vấn đề hoàn toàn thực tế, chưa được đưa vào trong môi trường toán học. Đầu tiên là việc thu thập các số liệu trong thực tế. Mặc dù trong bài toán đặt ra có yêu cầu tính số trung bình cộng, trung vị và mốt nhưng việc khai thác các số này, sắp xếp, biểu diễn các số liệu hoàn toàn phụ thuộc vào sự sáng tạo của người thực hiện. Bài toán còn đặt ra yêu cầu dùng các kết quả thống kê có được để thực hiện những dự đoán rất có ích trong thực tế.

1.3.2. Phân tích Coure 3 (kí hiệu SGK4)

SGK4 có nội dung tương tự như SGK3, về kiến thức chỉ có thêm bài nói về các tham số đo lường sự phân tán của những giá trị trong dãy số liệu: biên độ (range), và biên độ một phần tư (interquartile range). Trong đó

Biên độ: là sự chênh lệch giữa giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trong dãy số liệu.

Biên độ một phần tư: là biên độ của một nửa dãy số liệu ở giữa

Cách tìm biên độ một phần tư như sau.

- o Bước 1: Sắp xếp các số trong dãy số liệu theo thứ tự từ bé đến lớn.
- o Bước 2: Tìm trung vị của dãy số liệu. Số trung vị chia dãy số liệu thành hai nhóm.
- o Bước 3: Tìm trung vị của nửa nhóm trên (upper quartile), tìm trung vị của nhóm dưới (lower quartile)
- o Bước 4: tính hiệu giữa số trung vị của nhóm trên và số trung vị của nhóm dưới. Giá trị tìm được chính là biên độ một phần tư.

Trong SGK4 không xuất hiện các tham số phương sai, độ lệch chuẩn.

Về các kiểu nhiệm vụ

Trong SGK4 có đầy đủ các tổ chức toán học trong SGK3, ngoài ra còn xuất hiện thêm các tổ chức toán học sau.

- $T_{T.BĐ}$: Tính biên độ của dãy số liệu.
- $T_{T.BĐMPT}$: Tính biên độ một phần tư.

1.4. Kết luận và so sánh

Qua phân tích chúng tôi nhận thấy về kiến thức được lựa chọn đưa vào thì SGK3 và SGK4 khá giống với SGK2. Chỉ có vài điểm khác biệt. Trong SGK3 và SGK4 không xuất hiện khái niệm phương sai, độ lệch chuẩn thay vào đó là khái niệm biên độ dùng để đo lường mức độ phân tán của các số liệu trong dãy số liệu so với giá trị trung tâm (như số trung bình cộng, trung vị, mốt). Số loại biểu đồ xuất hiện trong SGK3 và SGK4 phong phú hơn so với SGK2.

Về các tổ chức toán học, chúng tôi nhận thấy trong SGK3 và SGK4 có mặt tất cả các kiểu nhiệm vụ có trong SGK2 trừ những kiểu có liên quan đến phương sai và độ lệch chuẩn. Ngoài ra còn xuất hiện thêm những kiểu nhiệm vụ mới, cho phép học sinh thao tác trên các số liệu thống kê không chỉ dừng lại ở các phép tính, mà tập trung vào việc khai thác các thông tin có được từ số liệu. Nói cách khác là dịch các số có được thành thông tin về dấu hiệu điều tra, dự đoán sự tiến triển trong tương lai của số liệu. Đặc biệt là xuất hiện kiểu nhiệm vụ yêu cầu học sinh phát hiện ra những kết quả thống kê không phản ánh đúng tình trạng thực của dấu hiệu điều tra và đồng thời kiểu nhiệm vụ đặt học sinh vào một tình huống ngoài toán học, đòi hỏi phải có bước chuyển mô hình hóa mới có thể dùng kiến thức TKMT để giải cũng đã có mặt. Như vậy có thể thấy trong SGK3 và SGK4 đã xuất hiện kiểu nhiệm vụ mà trong kỹ thuật giải quyết cần phải thực hiện bước 1 và bước 4 của quá trình mô hình hóa toán học. Như vậy, việc tạo điều kiện cho học sinh làm quen với bước chuyển từ lĩnh vực ngoài toán học vào trong mô hình toán đã được tính đến trong thể chế I2. Qua quá trình phân tích chúng tôi cũng nhận thấy rằng, nếu như trong các SGK1 và SGK2 số lượng bài tập chỉ yêu cầu tính

toán đơn thuần và vẽ biểu đồ chiếm ưu thế tuyệt đối so với số lượng bài đòi hỏi đưa ra nhận định từ kết quả thống kê thu được thì với SGK3, SGK 4 có hiện tượng ngược lại. Số lượng các bài toán yêu cầu đưa ra nhận định lại chiếm số lượng ưu thế. Chúng tôi cho rằng điều này hoàn toàn phù hợp với đặc điểm của Thống kê có tính ứng dụng cao.

Chương 2: NGHIÊN CỨU THỰC HÀNH GIẢNG DẠY CỦA GIÁO VIÊN

Nghiên cứu ở chương 1 đã cho chúng tôi thấy được sự giống và khác nhau trong nội dung và tiến trình đưa vào kiến thức TKMT giữa hai thể chế I1 và I2. Trong chương này chúng tôi sẽ tìm hiểu hoạt động thực tế giảng dạy của giáo viên trong thể chế I1. Nhằm tìm kiếm các yếu tố trả lời cho câu hỏi Q3. Cụ thể, trong phần này chúng tôi sẽ làm rõ tổ chức didactic nào đã được giáo viên thiết lập để tiến hành giảng dạy kiến thức TKMT. Sự giống và khác nhau giữa tổ chức toán học được xây dựng trên lớp với những tổ chức toán học có mặt trong thể chế I1. Đặc biệt chúng tôi sẽ chú ý làm rõ có hay không sự xuất hiện của những kiểu nhiệm vụ có liên quan đến vấn đề mô hình hóa.

Chúng tôi sẽ nghiên cứu chương 2 theo trình tự như sau:

Đầu tiên từ những tiết học quan sát được, chúng tôi sẽ chỉ ra:

- Tiến trình được giáo viên sử dụng để đưa vào kiến thức TKMT
- Mô tả những tổ chức toán học thực tế được giảng dạy xung quanh phần kiến thức này. Các kỹ thuật và công nghệ tương ứng được trao tay cho học sinh.

Tiếp theo từ những kết quả ghi nhận được trong khi quan sát các tiết học, chúng tôi tiến hành đánh giá tổ chức didactic đã được ghi nhận ở trên.

THỰC TẾ GIẢNG DẠY THỐNG KÊ MÔ TẢ Ở THỂ CHẾ I1

Trong giới hạn của luận văn chúng tôi chỉ chọn quan sát một lớp học được giảng dạy theo sách giáo khoa đại số 10 nâng cao do tác giả Đoàn Quỳnh tổng chủ biên của trường Trung Học Thực Hành, Quận 5 do thầy Đoàn giảng dạy. Để cực “học sinh” không ảnh hưởng đến bộ ba: Tri thức_Thầy giáo_Học sinh chúng tôi đã chọn quan sát tiết học của một lớp có lực học Trung bình_khá.

Theo phân phối của Bộ Giáo Dục thì chương Thống kê được giảng dạy với thời lượng 8 tiết. Trong đó, có 5 tiết lý thuyết và 3 tiết bài tập. Cụ thể

- Tiết 67: Một vài khái niệm mở đầu.
- Tiết 68-69: Trình bày một mẫu số liệu.
- Tiết 70: Luyện tập.
- Tiết 71-72: Các số đặc trưng của mẫu số liệu.
- Tiết 73: Kiểm tra.

Nhằm mục đích có được một cái nhìn khái quát về thực tế giảng dạy chương TKMT, chúng tôi lựa chọn quan sát các tiết học 68, 69, 71, 72. Đây là những tiết xuất hiện gần như tất cả những kiến thức liên quan đến kiến thức TKMT.

2.1. Tổ chức Didactic một quan điểm động

Tiết 68_69 (Trình bày một mẫu số liệu)

Giáo viên bắt đầu tiết dạy bằng cách tổ chức hoạt động nhóm cho học sinh. Giáo viên phát cho mỗi tổ 1 bảng, phân mỗi tổ là một nhóm,

1. *GV: còn nếu không ngồi theo tổ thì các em cứ chia theo vị trí ngồi.*
2. *Học sinh: tiến hành chia tổ theo yêu cầu của giáo viên.*

Sau khi chia tổ xong, giáo viên tiến hành kiểm tra bài cũ.

3. *GV: các em mở sách ra, bài số 2*
4. *GV: Bữa trước mình đã học bài số 1 là “một vài khái niệm mở đầu của thống kê”. Thế thì nhắc lại cho thầy ở bài số 1 mình đã học những khái niệm nào? Rồi cho thầy biết xem nào? ở bài số 1 mình đã học những phần nào? Em Linh nào, bài 1 mình đã học những gì nào?*
5. *HS: thưa thầy là mẫu, kích thước mẫu và mẫu số liệu.*

Sau đó, giáo viên tiến hành giới thiệu bài mới

6. *GV: Như vậy buổi trước các em đã học mẫu, kích thước mẫu và dấu hiệu điều tra. Hôm nay mình sẽ, sau khi mình đã có mẫu số liệu mình sẽ làm cái bước phân tích cái mẫu số liệu đó, trình bày bằng các cái biểu đồ. Giờ các em sang bài 2 “trình bày mẫu số liệu”.*

Giáo viên cho học sinh tiếp cận với Bảng phân bố tần số_tần suất bằng cách đọc các khái niệm và ví dụ được cho trong SGK2.

7. GV: Rồi, phần này chủ yếu các em đọc sách cho thầy thôi chứ không cần ghi chép nhiều mà chỉ gạch dưới trong sách thôi. Mở sách trang 161 cho thầy nào. Được chưa? Rồi chúng ta có phần thứ nhất: “bảng phân bố tần số, tần suất”. Rồi chúng ta làm ví dụ 1 cho biết khái niệm tần số, tần suất đó là gì? Rồi đọc cho thầy, bạn Hoa Phạm nào?
8. HS: Thưa thầy là số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong...
9. GV: (ngắt lời học sinh) Em đọc ví dụ 1 trước
10. HS: Thưa cô là (cả lớp cười, học sinh sửa lại) Thưa thầy là khi điều tra năng suất của một giống lúa mới, điều tra viên ghi lại năng suất (tạ / ha) của giống lúa đó trên 120 thửa ruộng có cùng diện tích 1 héc-ta. Theo các mẫu số liệu này điều tra viên nhận thấy.

10 thửa ruộng có năng suất 30,
 20 thửa ruộng có cùng năng suất 32,
 30 thửa ruộng có cùng năng suất 34,
 15 thửa ruộng có cùng năng suất 36,
 10 thửa ruộng có năng suất 38,
 10 thửa ruộng cùng có năng suất 40;
 5 thửa ruộng cùng có năng suất 42;
 20 thửa ruộng cùng có năng suất 44;

Số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là tần số của giá trị đó.

Sau khi nghe học sinh đọc xong giáo viên tóm tắt

11. GV: rồi, rồi cảm ơn em. Như vậy chúng ta có khái niệm đầu tiên đó là tần số của những giá trị trong mẫu số liệu phải không. Như vậy số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là tần số của giá trị đó. Cho thầy biết tần số của giá trị, tần số xuất hiện đó, tần số của giá trị 32, Khái?

Chúng ta thấy xuất hiện kiểu nhiệm vụ $T_{XB.TSO}$ Xác định tần số của những giá trị của dấu hiệu điều tra. Đồng thời ở thời điểm này kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ, môi trường công nghệ lý thuyết để giải quyết kiểu nhiệm vụ cũng đã xuất hiện. Học sinh dễ dàng tìm ra câu trả lời.

12. HS: dạ 20.

Giáo viên tiếp tục gọi 1 học sinh khác và cũng nhận được câu trả lời đúng

13. GV: à đúng rồi. Tần số của giá trị 42 bạn Khôi nào?
14. HS: dạ 5

15. GV: em trả lời nguyên câu nào.
16. HS: Dạ tần số xuất hiện của 42 là 5.

Sau khi cho học sinh làm việc với kiểu nhiệm vụ $T_{XB.TSO}$, giáo viên nhanh chóng chuyển sang một hoạt động khác.

17. GV: Tần số của giá trị 42 là 5. Hay nói cách khác là chúng ta có năm thừa ruộng cùng có năng suất 42, phải không. Đó là diễn tả bằng lời, còn dùng ngôn ngữ tần số thì chúng ta có tần số của giá trị 42 là 5. Rồi, được chưa nào? Rồi bây giờ ta sẽ trình bày gọn gàng mẫu số liệu trên trong một bảng phân bố tần số. Chúng ta gọi là bảng phân bố, bảng tần số, gọi tắt là bảng tần số sau đây. Như vậy bảng phân bố tần số các em thấy là gồm..., gồm những gì nào? Bạn nào nhìn bảng 1 mà mô tả cho thầy? thứ nhất ví dụ như là bảng đó gồm mấy hàng? hàng 1 ghi cái gì? Hàng 2 ghi cái gì? Mô tả cái bảng tần số giùm cho thầy xem nào. Bạn Khang nào? Mô tả cái bảng tần số, bảng 1 cho thầy.
18. HS: dạ có hai cột ngang (lớp cười nhắc bạn: hàng ngang)
19. GV: Hai cột ngang hả? là cái gì? Gồm mấy hàng?
20. HS: dạ 2 hàng
21. GV: Rồi, bao nhiêu cột?
22. HS: 10 cột
23. GV: rồi hàng 1 ghi cái gì?
24. HS: Hàng 1 ghi giá trị
25. GV: nói lại xem nào.
26. HS: dạ, ghi giá trị thầy.
27. GV: Giá trị thầy ở trong đó hả? Thầy thì vô giá rồi (lớp cười...) . Hàng 1 ghi các giá trị đúng không?
28. HS: Dạ
29. GV: Rồi hàng 2?
30. HS: Dạ tần số.
31. GV: À, tần số. Vậy còn cái cột cuối ghi gì?
32. HS: dạ cột cuối ghi ...
33. GV: (gợi ý) Cái $N = 120$ đó theo em là ghi cái gì?
34. HS: tổng số tần số

Có thể xem đây là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ $T_{LB.TSO}$ Lập bảng “tần số”, giáo viên không đặt ra yêu cầu học sinh lập bảng tần số

nhưng trong hoạt động trên thực chất học sinh đã được tìm hiểu kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ $T_{LB.TSO}$ thông qua việc tìm cấu tạo của bảng tần số.

Và sau khi giới thiệu cho học sinh về bảng tần số, giáo viên cũng nhanh chóng đi đến thời điểm thể chế hóa tổ chức toán học liên quan đến nhiệm vụ $T_{LB.TSO}$ và chuyển qua một hoạt động khác.

35. GV: Rồi, N đó là tổng số tần số, được chưa nào? Rồi như vậy em nhắc lại nha, em có khái niệm đầu tiên là bảng tần số, được chưa? Gồm hai hàng phải không? Hàng đầu ghi giá trị hàng thứ hai ghi tần số và chúng ta có một cột cuối ghi tổng số tần số. Rồi, bây giờ tiếp theo chúng ta có một khái niệm gọi là khái niệm tần suất. Rồi đọc tiếp cho thầy coi nào. Duy nào?
36. HS: Nếu muốn biết trong 120 thửa ruộng (H5 đọc tiếp phần của H4)
37. GV: Đọc lại rõ xem nào.
38. HS: Đọc lại
39. GV: Rồi, em ngồi xuống. cái tần suất nói một cách đơn giản là chúng ta tính tỷ lệ phần trăm, sau đó mình viết thêm...Cái bảng tần số chúng ta viết thêm một cái hàng tần suất nữa thì ta gọi cái bảng này là bảng tần số, tần suất. được không nào? Rồi, (GV: chiếu lên bảng phần định nghĩa) Như vậy là ở đây thầy chỉ nói lại cái ý trong sách trên màn hình thôi. Như vậy tần số là tỷ số giữa tần số và kích thước mẫu tương ứng. kích thước mẫu ha. Rồi, Như vậy mô tả bảng tần số tần suất cho thầy xem nào. Bạn Viên nào? Mô tả bảng tần số tần suất?

Trong thời điểm này, khi làm theo yêu cầu của giáo viên chúng tôi cho là học sinh đã được tiếp xúc lần đầu tiên với kiểu nhiệm vụ $T_{XD.TSu}$ Xác định tần suất của những giá trị của dấu hiệu điều tra. Tuy nhiên, giáo viên không tổ chức cho học sinh tìm hiểu xây dựng kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ này. Thay vào đó, ngay sau khi xuất hiện kiểu nhiệm vụ diễn biến của tiết học chuyển ngay đến thời điểm xây dựng môi trường công nghệ lý thuyết và thời điểm thể chế hóa thông qua việc giáo viên tổng kết khái niệm và chiếu công thức tính tần suất lên bảng. Có thể thấy giáo viên giảng rất nhanh chóng đi qua phần lý thuyết liên quan đến khái niệm tần suất để tập trung vào việc mô tả bảng phân bố tần suất. Đây cũng chính là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu

nhiệm vụ $T_{LB.TSO}$ Lập bảng tần số - tần suất. Sau khi đặt câu hỏi, giáo viên gọi một học sinh trả lời.

40. H6: Dạ thưa thầy. bảng gồm có 3 hàng, hàng đầu tiên là hàng của giá trị x . Ờ, hàng thứ 2 là hàng của tần số. hàng thứ 3 là tần suất.

Thời điểm này nghiên cứu kiểu nhiệm vụ $T_{LB.TSO}$ vừa đặt ra, đồng thời xây dựng kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ này. Tiếp theo giáo viên đặt câu hỏi

41. GV: Ờ. Như vậy để ra được số 8,3 này ta làm cái gì ta? Bạn Vi? Để ra được 8,3 này ta làm cái gì đây?
42. HS: Dạ là lấy...
43. GV: Lấy số nào chia số nào?
44. HS: lấy tần số chia cho...
45. GV: Cụ thể, không nói chung nữa, tần số cụ thể, ví dụ là số 8,3 này là tần suất của giá trị 30 đúng không? Thì lấy cái gì chia cho cái gì?
46. HS: Dạ là lấy n nhỏ chia cho N lớn.
47. GV: (gợi ý) Cụ thể là lấy số nào chia cho số nào?
48. HS: dạ 10 chia cho 120.

Có thể thấy với hoạt động này giáo viên và học sinh đang ở thời điểm làm việc với kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ $T_{XB.TSu}$ tính tần suất. Có thể thấy kỹ thuật duy nhất được giáo viên thừa nhận là tần suất được tính bằng tỷ lệ phần trăm giữa tần số và kích thước mẫu.

49. GV: Được chưa? Sau này khi thực hành làm bài tập là em phải tính đấy. Được chưa như vậy để ra được 8,3 này chúng ta lấy 10 chia cho 120. Như vậy là 1 phần 12, bấm máy ra. Tương tự đúng không? tương tự là 16,7 chúng ta lấy 20 chia cho N là 120.

Sau đó giáo viên cho học sinh đọc phần chú ý trong SGK về cách trình bày của bảng phân bố tần số _ tần suất.

50. Rồi, đọc cho thầy phần chú ý coi nào? Bạn thế Bảo nào?
51. H8: Đọc phần chú ý SGK (Bổ sung nội dung)
52. GV: Rồi, Như vậy bảng tần số, tần suất chúng ta có thể viết dạng ngang hoặc chúng ta có thể viết dạng dọc. Bảng dọc như bảng 3.

Sau phần chú ý giáo viên và học sinh tiếp tục làm việc với kỹ thuật của kiểu nhiệm vụ $T_{XB.TSO}$ và $T_{XB.TSu}$.

53. GV: Ta thấy bảng 3 hoạt động H1 trang 163 chưa nào? Đó là người ta thống kê điểm thi môn toán trong kì thi vừa qua của 400 em học sinh. Thì điểm bài thi chúng ta có từ 0 tới 10. Đúng không? Bữa sau thầy cho thống kê điểm kiểm tra chung của lớp các em nha. Như vậy là 400 học sinh này là của một khối. được chưa. Rồi bây giờ thì người ta cho cái số tần số và tần suất tương ứng. Người ta chưa lại những cái chỗ trống. Rồi bây giờ có 5 phút, 5 phút làm việc cá nhân đi rồi bắt đầu điền vào đó.

Điểm bài thi	Tần số	Tần suất (%)
0	...	1,50
1	15	3,75
2	43	10,75
3	53	13,25
4	85	21,25
5	...	18,00
6	55	...
7	33	...
8	18	...
9	10	...
10	10	...
N = 400		

Bảng 3

Trong khi học sinh làm việc cá nhân giáo viên di chuyển trong lớp theo dõi hoạt động của học sinh.

54. GV: (nhắc nhở) Điền xong rồi một chút thầy hỏi phải nêu cách tính cho thầy luôn nha, làm sao mà ra được số đó.

Kết thúc thời gian hoạt động cá nhân giáo viên yêu cầu học sinh trình bày kết quả có được.

55. GV: (sau 2 phút) Rồi xong chưa nào. Bây giờ điền theo cái cột dọc, cột thứ hai trước nha. Rồi ô trống đầu tiên Tuấn Tú nào.
56. HS: Thừa thầy là 6
57. GV: Tại sao ra được 6.
58. HS: Thừa thầy ta lấy 1,5% nhân 400.
59. GV: 1,5% nhân 400. Tại sao? Em áp dụng công thức nào?
60. HS: từ công thức ... (học sinh áp dụng)
61. GV: à, $f_i = \frac{n_i}{N}$, f_i là tần suất. Như vậy người ta cho f_i rồi cho N rồi như vậy muốn ra n_i thì ta lấy f_i nhân cho N. Đúng rồi phải không? Rồi, kêu số chỉ người thứ hai cho thầy, kêu số đi?
62. HS: Thừa thầy số 1.

63. GV: Như vậy cái đầu tiên là số 6. Đúng rồi phải không? Rồi,
64. HS: (đứng lên cho kết quả).
65. GV: Tính sao?
66. HS: Ta có n_i thì ta lấy f_i nhân cho N .
67. GV: Cụ thể đi, số nào nhân cho số nào.
68. HS: dạ 18% nhân 400.
69. GV: 18 nhân với 400 chia 100 phải không? Rồi, đúng rồi 72. Rồi những cái số bên cột tần suất thì có cách tính giống nhau phải không. Rồi, một bạn đọc hết cho thầy luôn. Đọc tiếp cho thầy coi, Khải?
70. HS: Điền tiếp các số còn thiếu trong cột tần suất ở bảng 3.

Như vậy có thể thấy số trường hợp giáo viên đưa ra để học sinh làm việc với kỹ thuật khá nhiều, điều này tạo điều kiện thuận lợi cho việc nâng khả năng làm chủ kỹ thuật của học sinh. Cũng như khẳng định phạm vi hợp thức rộng lớn của kỹ thuật. Sau thời điểm này giáo viên hướng dẫn cả lớp chuyển sang một hoạt động mới: Hoạt động nhằm giới thiệu với học sinh bảng phân bố tần số_tần suất ghép lớp.

71. GV: Rồi, Phần 1 này các em nhớ cho thầy chúng ta có khái niệm bảng phân bố tần số và bảng phân bố tần suất. Bây giờ ta sang phần 2 là bảng phân bố tần số tần suất ghép lớp. Rồi, các em nhìn ví dụ 2 trang 163 cho thầy. (thầy đọc VD)
72. Người ta chọn 36 học sinh nam và đo chiều cao. Như vậy ở đây chúng ta có 36 số đo. Đúng không? Đây là số đo vòng 4 (thầy nói đùa)
73. cả lớp cười, vòng 4 là gì vậy thầy?
74. GV: Theo định nghĩa của thầy số đo vòng 4 là chiều cao. Rồi, để trình bày mẫu số liệu, thôi trật tự nào. (thầy đọc trong SGK) Để trình bày mẫu số liệu theo một tiêu chí nào đấy, để ngắn gọn và xúc tích nhất là khi có nhiều số liệu phải không thì ta sẽ thực hiện ghép các số liệu thành các lớp. Ở đây ta ghép các số liệu trên thành 5 lớp (thôi trật tự nào). Ta ghép các số liệu thành 5 lớp. Lớp thứ nhất gồm các học sinh có chiều cao từ 1,6m đến 1,62m, thứ hai là từ 1,63m đến 1,65m, lớp 3 từ 1,66m đến 1,68m, lớp 1,69m đến 1,71m, lớp thứ 5 từ 1,72m đến 1,74m. Được chưa?

Qua phần trình bày trên giáo viên đã nêu ý nghĩa xuất hiện của bảng phân bố tần số_tần suất ghép lớp: giúp trình bày các số liệu một cách ngắn gọn xúc tích. Giáo viên không giới thiệu cách chia lớp cho học sinh mà chỉ nêu các lớp đã được chia

theo SGK. Để giải thích cho học sinh hiểu việc chia lớp, giáo viên lấy một ví dụ thực tế

75. GV: Thường người ta chia thành các lớp như thế. Khi thống kê điểm cho bài kiểm tra chung thầy thường thống kê theo các mức yếu_kém dưới 3,5, trung bình là từ 3,5 cho đến 5. được chưa, ví dụ như thế.

76. Rồi, thế thì ở đây người ta đã làm sẵn cho các em rồi và người ta đếm luôn.

Sau đó, giáo viên nêu tần số của mỗi lớp dựa vào bảng 4.

77. GV: Như vậy là có 6 bạn có chiều cao trong đoạn từ 1,6m đến 1,62m. 12 bạn từ 1,63 đến 1,65. 10 bạn từ 1,66 đến 1,68. Thì cái bảng 4 đó, các em đã thấy bảng 4 chưa nào. Bảng 4 đó là bảng phân bố tần số ghép lớp. được chưa?

Cần làm rõ là lúc này giáo viên vẫn chưa triển khai cho học sinh tìm hiểu cách xác định tần số của mỗi lớp, Những giá trị tần số giáo viên vừa nêu hoàn toàn là do đọc từ bảng 4. Tiếp theo giáo viên nêu cách tính tần suất đối với bảng tần số_tần suất ghép lớp.

78. Rồi, qua trang 164 nào. Tương tự cách tính tần suất như ở phần 1 chúng ta đã nói, chúng ta bổ sung thêm cột tần suất. Như vậy để ra được 6,7 lấy 6 chia cho 36.

Có thể thấy kỹ thuật tính tần suất của các lớp hoàn toàn tương tự như kỹ thuật tính tần suất đối với những giá trị rời rạc: đều là tỷ lệ phần trăm của tần số đối với kích thước mẫu. Sau khi giảng xong giáo viên yêu cầu học sinh tính tần suất của những lớp còn lại trong bảng.

79. GV: Rồi điền tiếp cho thầy nào. Cột tần suất, còn 3 chỗ trống. Rồi, 1 phút.

Đây chính là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ T4 trong trường hợp các giá trị được cho đã được ghép thành lớp. Khi giáo viên yêu cầu học sinh bắt đầu thực hiện tính toán.

(Cả lớp: tính toán)

80. GV: Rồi đọc cho thầy xem nào bạn Chi ?

81. H12: dạ 27,8

82. GV: 27,8 đúng.

83. H12: 13,9.

84. GV: Đúng luôn.

85. H12: 8,3

86. GV: Chính xác. Cái này là máy tính chứ mình đâu có tính đâu. Rồi, đọc tiếp cái phần dưới cái H2 coi nào. Quyền, (giáo viên nhắc: trong nhiều trường hợp đó)

87. H13: đọc tiếp (nói hết 5 lớp ghép)

Trong nhiều trường hợp, ta ghép các lớp theo các nửa khoảng sao cho mút bên phải của một nửa khoảng cũng là mút bên trái của nửa khoảng tiếp theo. Chẳng hạn trong ví dụ 2, ta có thể ghép các số liệu thành năm lớp với các nửa khoảng $[159,5 ; 162,5)$, $[162,5 ; 165,5)$,

Như vậy giáo viên đã cho học sinh tiếp xúc với một kỹ thuật ghép lớp khác để giải quyết kiểu nhiệm vụ $T_{LB, GL}$. Sau khi học sinh đọc xong, giáo viên phân tích rõ hơn về kỹ thuật này

88. GV: Rồi, như vậy là mình có quyền ghép các lớp sao cho đầu mút bên phải của nửa khoảng này là đầu mút bên trái của nửa khoảng tiếp theo. Và nhớ ví dụ như 162,5 mình đã tính rồi thì không tính nữa nha. Ví dụ mà em viết đoạn luôn đó thì em sẽ tính hai lần. Được chưa? Trong thống kê mà mình tính, mình thống kê lộn ngay từ đầu thì coi như bài mình sai hết. Thì vừa rồi các em đã xong cái phần bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp. Thường trong thực tế thì chúng ta sẽ gặp bảng ghép lớp vì thường chúng ta điều tra khá nhiều. Mẫu có kích thước cũng khoảng một trăm mấy đúng không?

Giáo viên không làm rõ vì sao có hai cách phân lớp khác nhau như vậy với cùng một mẫu số liệu cũng như không đề cập đến ưu và nhược điểm của từng cách phân lớp.

Sau phần này giáo viên hướng dẫn học sinh chuyển sang tìm hiểu một cách trình bày mẫu số liệu khác: dùng biểu đồ.

89. Bây giờ chúng ta sẽ thể hiện, sau khi chúng ta tính tần số tần suất xong chúng ta sẽ thể hiện bằng một biểu đồ. Được chưa? Tục ngữ có câu trăm nghe không bằng một thấy, trăm thấy không bằng một thử.

90. Cả lớp cười

91. GV: đó là vina cafe nói nha. Một hình ảnh có giá trị ngàn lần hơn lời nói. Như là xem tivi thì thích hơn nghe FM đúng không? Chẳng ai lại nói xem phim hàn quốc bằng nghe FM. Đúng không? Xem phim Hàn Quốc chủ yếu người ta xem diễn viên trẻ đẹp. Rồi, bây giờ chúng ta có phần thứ nhất là biểu đồ tần số _ tần suất hình cột. Rồi, đọc ví dụ 3 cho thầy nào bạn Việt anh.

92. H14: Đọc hết VD3

Xét bảng phân bố tần số (bảng 4) chiều cao của 36 học sinh trong ví dụ 2. Hình 5.1 là biểu đồ tần số hình cột thể hiện bảng 4 với cách vẽ như sau:

Vẽ hai đường thẳng vuông góc. Trên đường nằm ngang (dùng làm trục số), ta đánh dấu các đoạn xác định lớp, bắt đầu từ đoạn [160 ; 162] cho tới đoạn [172 ; 174]. Tại mỗi đoạn ta dựng lên một hình chữ nhật với đáy là đoạn đó, còn chiều cao bằng tần số của lớp mà đoạn đó xác định. Hình thu được đó là biểu đồ tần số hình cột.

Đối với cách ghép lớp như ở bảng 6, ta thể hiện bằng phân bố tần số bằng biểu đồ hình cột như hình 5.2. Trong trường hợp này giữa các cột không có khe hở. Chúng ta cũng có thể dùng biểu đồ hình cột để thể hiện bằng tần suất ghép lớp gọi là biểu đồ tần suất hình cột. trong trường hợp này, cột hình chữ nhật sẽ có chiều cao bằng tần suất (tính bằng %).

Có thể thấy đây là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ $T_{V.TSoHC}$ Vẽ biểu đồ tần số hình cột và $T_{V.TSuHC}$ Vẽ biểu đồ tần suất hình cột. Điều đáng lưu ý là hai kiểu nhiệm vụ này không được xuất hiện thông qua một tình huống có vấn đề cần giải quyết mà hoàn toàn do giáo viên giới thiệu cho học sinh. Ngoài ra việc tìm hiểu xây dựng kỹ thuật cần thiết để giải quyết vấn đề cũng không được đặt ra. Thay vào đó, giáo viên cung cấp cho học sinh ngay lập tức.

93. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy là sau khi có bảng 4 là bảng lớp và tần số tương ứng bây giờ thầy sẽ vẽ biểu đồ hình cột. Cái này bên Địa mình gặp rồi phải không. Chúng ta sẽ dùng hai cái cột gồm hai tia vuông góc, giống như là hệ trục tọa độ nhưng mà ở đây mình không cần vẽ mũi tên. Rồi, trên cái cột nằm ngang này thầy sẽ ghi các lớp lên trên này. Trên cái cột hàng dọc thầy sẽ ghi cái tần số. Rồi, được chưa, sau đó thầy sẽ vẽ các cái hình chữ nhật. Ví dụ trong cái bảng đó từ 160 đến 162 thì có bao nhiêu bạn? (thầy tự trả lời) 6 bạn đúng không? ở đây em nên để vị trí các điểm chia cho nhìn rõ hơn đúng không? Rồi tương tự (thầy vừa nói vừa vẽ).
94. Đúng không? ở đây để vẽ biểu đồ này thì các em có thể dùng cái powerpoint. Ở đây có thể dùng powerpoint để vẽ biểu đồ (vừa giảng vừa minh họa). Như vậy các em thấy, được chưa nào. Như vậy khi vẽ xong mình có thể ghi thêm các chỉ số để nhìn cho rõ cũng được. Ví dụ như cột đầu tiên là 6 người, cột thứ 2 là 12 người phải không? Là cái chiều cao của cột này, ta chú thích trên này. Trường hợp mà ví dụ như ở đây chúng ta có (giáo viên đếm số cột) 2, 4, 5 cột ứng với năm lớp mà ví dụ như trong tập chúng ta có không đủ màu thì chúng ta có thể làm: cột thứ nhất đánh dấu cộng, cột thứ hai đánh dấu trừ, cột thứ ba đánh dấu nhân, cột thứ 4 đánh dấu chia, cột cuối cùng đánh ăn bậc hai.

95. *Cả lớp cười.*

96. *GV: Thì cho nó ấn tượng, đúng không? Rồi các bạn gạch chéo cũng được. rồi, ở đây các em thấy nếu như mình ghép lớp sao cho cái mút bên phải trùng với mút bên trái của khoảng tiếp theo (giáo viên minh họa). Đây, thì các em thấy các cột này sẽ khít vào nhau đúng không? Thì đó cũng là một cách trình bày.*

Sau khi tìm hiểu kỹ thuật, giáo viên cho học sinh làm việc với kỹ thuật

97. *Bây giờ các em làm hoạt động H3, chia nhóm nào. Vẽ biểu đồ tần suất hình cột thể hiện bảng 5. Rồi, cho 3 phút nha.*

98. *HS: Chia nhóm làm việc*

Trong khi học sinh làm việc giáo viên quan sát và hỗ trợ học sinh khi cần thiết.

99. *GV: đi xuống lớp quan sát. Thấy nhóm 1 loay hoay kiểm chỗ vẽ giáo viên gợi ý đem xuống đất vẽ luôn. Giáo viên nhắc đơn vị chỉ cần lấy tương đối thôi. Các nhóm làm xong chưa nào?*

100. *HS: chưa thầy ơi.*

101. *GV: Đơn vị ở hai cột không cần bằng nhau, không bằng nhau nha. Bạn nào vẽ cái cột càng dài là tô càng lâu. Thôi các em để cột được rồi, khỏi phải tô, khỏi chú thích gì hết. Rồi có nhóm nào xong năm cột chưa?*

102. *HS: Tiếp tục thảo luận*

103. *GV: rồi ngưng ngưng ngưng. Khỏi tô, khỏi tô. Rồi, mỗi tổ cử người lên đây cầm.*

104. *HS: đại diện lên cầm bảng kết quả.*

105. *GV: (thấy tổ 1 vẫn đang làm việc) Thôi cái chợ chòm hôm này chúng ta về chỗ. Các nhóm kia mau lên.*

106. *HS: đem các bảng lên*

107. *GV: Cái nhóm này bảng xanh, viết phần xanh có thấy gì đâu. Nhóm của bạn Kinh Khôn đó (GV đề nghị nhóm này nói trước). Các em trật tự nào.*

108. *HS: đưa sản phẩm*

Quá trình quan sát tiết học cho thấy đến lúc này học sinh vẫn chưa thật sự nắm được kỹ thuật giải quyết. Học sinh gặp vấn đề khi chia tỷ lệ của hai trục. Một số học sinh vẫn cho rằng tỷ lệ trên hai trục phải như nhau. Giáo viên đã theo dõi và giải đáp cho học sinh những vấn đề này.

109. *GV: Tổng thể là cái nhóm này nhìn chung là được nhưng mà các em lưu ý chỗ này nè. Ví dụ như đơn vị 30% đúng không? Ai biểu em lấy cho nó dài vậy nè để mình tô nó một đúng không? Ví dụ như 5 đơn vị mình lấy 1 ô thôi. (sắp hết giờ, học sinh thu dọn sách*

vở). Khoan thu dọn nha, ai thu dọn tôi cho ở đây luôn. Rồi các em nhìn đây, ở đây thầy nói nhanh các em về đọc sách chúng ta còn hai phần nữa nào. Như vậy thầy nhắc lại một kinh nghiệm vẽ biểu đồ mà cho nó nhanh là chúng ta lấy đơn vị này nó nhỏ thôi, nó vừa thôi. Vừa tức là đừng nhỏ quá đúng không? Á và đừng lớn quá. Lớn quá mình khó vẽ. Tính Khôn rồi chưa?

110. HS: dạ (lớp khá ồn ào)

111. GV: Mất trật tự tôi cho ở đây luôn. Nhắc lại cách vẽ biểu đồ là lấy đơn vị vừa phải thôi để nó khỏi phải tốn giấy là một, khỏi mất thời gian tô được chưa?

Trong khoảng thời gian rất ngắn ở cuối tiết học giáo viên đề cập đến kiểu nhiệm vụ $T_{V.HQ}$ Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt và $T_{V.DGKTS}$ Vẽ đường gấp khúc tần số (hoặc tần suất)

112. GV: Còn hai ý nữa ở đây thầy nói sơ rồi mấy em về nhà đọc sách ha. Là đường gấp khúc tần số tần suất là sao. (Thầy chiếu hình minh họa lên bảng) Rồi, đây là đường gấp khúc tần số. Tức là vậy, ở cái cột hàng ngang này thì thay vì viết nguyên một cái đoạn thì thầy chỉ tính cái trung điểm thôi. Tất cả chú ý nào. Cái đường gấp khúc tần số các em lưu ý cho thầy nè nó chỉ khác là cái cột nằm ngang này mình kiếm cái trung điểm, đúng không? ở đây thì thầy chưa có tính cái trung điểm ở đây ha. ở đây tính cái trung điểm, được chưa? Ví dụ ở đây chúng ta tính trung điểm. Trung điểm thứ nhất là 161 phải không? Còn cái chiều cao tương ứng ở trung điểm này tương tự như cái bảng thống kê đúng không chỉ khác là ở cái hàng ngang. Cái đó các em về xem thêm trong sách cho thầy nha.

Kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ này được giáo viên tóm tắt và nhấn mạnh là chỉ có điểm khác so với biểu đồ tần số_tần suất hình cột là ở đây học sinh chỉ cần xác định được trung điểm của lớp và biết tần số_tần suất là có thể vẽ được. Có thể nói đây là thời điểm gặp gỡ đầu tiên, đồng thời xây dựng yếu kỹ thuật, công nghệ. Đối với kiểu nhiệm vụ này không có giai đoạn làm việc với kỹ thuật. Giáo viên nhanh chóng chuyển sang giới thiệu biểu đồ hình quạt.

113. Cuối cùng là tần suất hình quạt. à, tần suất hình quạt (giáo viên chiếu hình minh họa lên bảng) đây. Ở đây ví dụ như là số đo trong khoảng từ 160 đến 162 được chưa? Là ở đây (vừa nói vừa chỉ hình minh họa) là có 6 bạn đúng không? Có 6 bạn được chưa. Rồi chúng ta chia ra, chúng ta tính phần trăm xem như là 6 bạn này chia cho tổng số 36 như vậy là chiếm 1 phần 6. Như vậy chúng ta dùng nguyên cái hình tròn tượng trưng

cho 100%. Có 6 bạn chiếm tỉ lệ 1 phần 6 tức là 16,7% như vậy chúng ta vẽ cái hình quạt ở đây cái góc ở tâm sẽ là bao nhiêu độ đây? Một phần 6 của 360. (giáo viên vẽ) được không? Tương tự chúng ta tính tỷ lệ và suy ra cái góc ở tâm. Cái này bên Địa đã làm rồi đúng không? Các em về đọc thêm trong sách nha. Vì chúng ta vào lớp trễ nên còn việc. Bài tập cho thầy nào.

Cũng tương tự như cách giới thiệu đường gấp khúc tần suất, giáo viên đã cung cấp cho học sinh kỹ thuật giải quyết và thể chế hóa ngay khi học sinh vừa tiếp xúc với kiểu nhiệm vụ này. Không xuất hiện thời điểm làm việc với kỹ thuật trong giờ dạy này. Sau đó, hết giờ. Cả lớp nghe thầy dặn bài tập về nhà rồi ra về.

114. HS: lớp ồn ào.

115. GV: nghe thầy dặn đây, thứ 3 tuần sau 3 tiết chúng ta học thống kê tiếp thay cho học cung lượng giác ha. Bài tập từ bài số 5 đến bài số 8 trang 165.

Chuông reo hết giờ.

Chuyển đến tiết 71_72 (Các số đặc trưng của mẫu số liệu)

Đây là tiết học liên tục, tiếp theo của tiết đã phân tích bên trên. Mở đầu tiết học giáo viên cho học sinh tìm hiểu về số trung bình cộng.

1. GV: mở sách ra trang 170 xem nào. Ai mang sách giờ tay lên đi, thầy ghi tên vô sổ đầu bài. Mở sách trang 170. Rồi bài số 3 các số đặc trưng của mẫu số liệu. Bài này chủ yếu các em sẽ đọc trong sách không cần ghi nhiều đâu, không cần ghi gì hết luôn. Rồi, mở sách ra trang 170. Đọc cho thầy từ đầu cho đến hết công thức số hai, đọc từ đầu cho đến công thức số hai bạn Phương nào.
2. HS: (đọc to cho cả lớp nghe) Để nhanh chóng nắm bắt được những thông tin quan trọng chứa đựng trong mẫu số liệu, ta đưa ra một vài chỉ số gọi là các số đặc trưng của mẫu số liệu.

1. Số trung bình

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N là $x_1, x_2, \dots, x_n$. Ở lớp dưới ta đã biết số trung bình (hay số trung bình cộng) của mẫu số liệu này, kí hiệu là $\bar{x}$, được tính bởi công thức

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$$

để cho gọn, ta kí hiệu tổng $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ là ... (học sinh lúng túng)

3. GV: xích ma, cái dấu đó gọi là xích ma x_i .

4. HS: dạ, là $\sum_{i=1}^N x_i$ gọi là tổng của các x_i với i chạy từ 1 đến N . Với kí hiệu này, công thức

(1) được viết gọn là:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

5. GV: À, rồi thôi được rồi em ngồi xuống đi, chỗ đó hơi khó đọc ha. Như vậy là chúng ta có mẫu số liệu rồi thì chúng ta quan tâm đến những thông tin đó. Thông tin đầu tiên là số trung bình. Được không?

Như vậy đây là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ $T_{T.BC}$ Tính số trung bình cộng. Đồng thời, kỹ thuật giải quyết cũng đã nhanh chóng được xuất hiện qua phần đọc nội dung SGK của học sinh.

6. GV: Trung bình cộng thì giống như là trung bình cộng mình hay sử dụng, lấy tổng chia cho N . Đúng không?

Chúng ta có thể thấy rằng đây chính là thời điểm thể chế hóa của $T_{T.BC}$. Sau đó, chuyển sang thời điểm làm việc với kiểu nhiệm vụ trên thông qua việc giải quyết bài toán giáo viên đưa ra.

7. GV: Ví dụ như là thầy nói là tính điểm trung bình của bảng điểm thi học kì 1 thì lấy tổng hết lại các em chia cho bao nhiêu?

8. HS: dạ, 38

9. GV: 38, đúng không? À sĩ số lớp mình là 38. Được chưa?

Giáo viên cũng nói qua về kỹ thuật tính số trung bình cộng trong trường hợp mẫu số liệu được cho đã được trình bày dưới dạng bảng phân bố tần số.

10. GV: Bây giờ trường hợp mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số, là bảng 7, các em nhìn sách bảng 7, thấy chưa? Giá trị là từ x_1, x_2 cho đến x_n . Tần số của x_1 là n_1 , của x_2 là n_2 ... Thế thì công thức tính số trung bình trở thành là gì? Nếu chúng ta cộng từng cái một thì có phải x_1 cộng x_1 cộng x_1 ... cộng n_1 lần. À, như vậy chúng ta đặt

thừa số chung luôn, ta có $n_1 \cdot x_1$ đúng không? Rồi, chúng ta sẽ viết $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ được chưa?

Rồi đó là cái trường hợp thứ hai.

Giá trị	x_1	x_2	...	x_m	
Tần số	n_1	n_2	...	n_m	N

Bảng 7

Tiếp theo, giáo viên cho học sinh đọc phần nói về kỹ thuật tính số trung bình cộng trong trường hợp có bảng phân bố tần số ghép lớp.

11. Trường hợp thứ 3. Đọc tiếp cho thầy cái phần mà mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số ghép lớp, Bạn Khang nào.

12. HS: Giả sử mẫu số liệu kích thước N được cho dưới dạng bảng tần số ghép lớp. Các số liệu được chia thành m lớp ứng với m đoạn (bảng 7a) hoặc m lớp ứng với m nửa khoảng (bảng 7b). Ta gọi trung điểm x_i của đoạn (hay nửa khoảng) ứng với lớp thứ i là giá trị đại diện của lớp đó.

13. GV: Rồi khi đó thì sao?

14. HS: Dạ, khi đó số trung bình của mẫu số liệu này được tính xấp xỉ theo công thức

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i$$

15. GV: rồi, em ngồi xuống. Như vậy trường hợp thứ 3 là trường hợp các em hay gặp, tức là cái bảng số liệu bây giờ được cho dưới dạng bảng tần số ghép lớp như vậy các em sẽ tính giá trị trung bình như thế nào. Các em sẽ tính giá trị đại diện tức là cái trung điểm của cái đoạn hoặc nửa khoảng đó. Ví dụ như lớp $[a_1; a_2]$ thì trung điểm của nó là x_1 được không? Như vậy ta tính giá trị đại diện sau đó chúng ta tính giá trị trung bình lấy xấp xỉ hay gần bằng thôi tại vì chúng ta (chỉ) lấy cái giá trị đại diện là cái trung điểm thôi. Rồi các em tập trung lên bảng thầy nói về số trung bình nào (giáo viên trình chiếu công thức lên bảng). Đây là công thức tính số trung bình áp dụng cho bảng tần số ghép lớp, phải không? Rồi.

Như vậy cho đến thời điểm này thì cả 3 kỹ thuật để giải quyết kiểu nhiệm vụ $T_{T.TBC}$ đều đã được thiết lập. Yếu tố công nghệ cho phép giải thích những kỹ thuật

này cũng đã xuất hiện dưới dạng một thuật toán được thừa nhận trong SGK2. Để học sinh có thể nắm được những kỹ thuật trên giáo viên đưa ra bài toán

16. Ví dụ nào:

Người ta chia 179 củ khoai tây thành 9 lớp dựa trên khối lượng của chúng, đơn vị là gram và thu được bảng tần số sau:

Lớp	Tần số
[10;19]	
[20;29]	1
[30;39]	14
[40;49]	21
[50;59]	73
[60;69]	42
[70;79]	13
[80;89]	9
[90;99]	4
	2
	N = 179

Bây giờ từ 10 cho đến 19 thì giá trị đại diện là... em phải tính trung điểm là lấy 19 cộng 10 chia hai rồi tính tương tự. Còn tần số, sau khi người ta thống kê xong được như thế này. Nếu ứng dụng thực tế này sẽ mua một bao khoai tây, một cái cân chia làm 4 và từng nhóm sẽ cân. Đúng không? Được chưa bây giờ cách tính khối lượng trung bình nè, như vậy thầy sẽ lấy giá trị nhân với tần số, cộng hết lại chia cho 179 được chưa?

Giáo viên không đặt ra yêu cầu học sinh phải giải quyết bài toán này, mà việc giải quyết bài toán được chính giáo viên thực hiện. Như vậy, thực chất bài toán này không phải đặt ra nhằm mục đích đưa học sinh đến thời điểm làm việc với kỹ thuật mà chỉ mang tính chất minh họa cho kỹ thuật tính toán giáo viên vừa giới thiệu. Chúng tôi đặc biệt lưu ý đến phần giáo viên liên hệ thực tế: “*Nếu ứng dụng thực tế này sẽ mua một bao khoai tây, một cái cân chia làm 4 và từng nhóm sẽ cân*”. Tuy chưa rõ ý, nhưng chúng tôi nhận thấy trong phần này giáo viên muốn đề

cập đến vấn đề ứng dụng thống kê trong thực tế, cụ thể là cách thức tiến hành để có được những thông tin trong bảng tần số ghép lớp: mỗi nhóm sẽ cân khối lượng của từng củ khoai tây, sau đó tổng hợp kết quả lại để có mẫu số liệu từ đó chia lớp để lập bảng tần số.

Tiếp theo giáo viên đặt câu hỏi

17. GV: Thế thì cái số trung bình đó, tại sao người ta lại lấy số trung bình để làm chỉ số đặc trưng cho mẫu số liệu đó. Theo các em thì lí do nào người ta lấy?

Câu hỏi đặt ra nhằm mục đích hướng học sinh đến việc lý giải nguyên nhân tồn tại của kiểu nhiệm vụ **T_{T.TBC}**. Tuy nhiên ngay sau đó giáo viên đã giải đáp mà không chờ đến ý kiến của học sinh.

18. GV: Ví dụ như vậy ta lấy ví dụ trong thực tế, bây giờ so sánh lớp A5 với lớp A4 đi, coi lớp nào học toán giỏi hơn. Bây giờ thầy lấy bài kiểm tra chung đúng không? Thầy lấy điểm trung bình của bài kiểm tra chung lớp này so với trung bình của kiểm tra chung của 10A4 thì điểm trung bình lớp nào cao hơn thầy nói lớp đó học toán giỏi hơn. Như vậy so sánh sẽ nhanh hơn chứ không phải so sánh theo thứ tự số 1 của lớp này so với số 1 của lớp kia. So như thế thì sẽ không hợp lí, đúng không? Rồi như vậy thì ý nghĩa của số trung bình là mình có thể lấy số trung bình đó để mà làm đại diện cho các số liệu của mẫu. Được không?

Như vậy lý do được đưa ra là: số trung bình có khả năng làm đại diện cho các số liệu của mẫu, nên được dùng làm phương tiện để so sánh đặc điểm của dấu hiệu điều tra giữa hai hay nhiều mẫu khác nhau. Tiếp theo, giáo viên yêu cầu học sinh cho ví dụ về một số trường hợp trong thực tế mà số trung bình được dùng với tư cách đại diện cho mẫu số liệu.

19. GV: Kể cho thầy một cái tình huống nào mà người ta hay dùng số trung bình để người ta so sánh nào? Đọc trên báo hay ở đâu đó chúng ta thấy người ta dùng số trung bình? Bạn Sơn nào?

20. HS: Dạ thưa thầy là tuổi thọ trung bình.

21. GV: à, như vậy là số tuổi thọ trung bình phải không à! Tuổi thọ trung bình của người Việt Nam thời hiện nay khoảng bao nhiêu?

22. HS: Lớp lao xao thảo luận.

23. GV: Rồi, nếu thầy nhớ không lầm thì cách đây 1 năm thầy có đọc một cái thông tin thì tuổi thọ trung bình của người Việt Nam độ khoảng sáu mươi mấy.

24. HS: lao xao

25. GV: sáu mươi mấy là đủ rồi, sáu mươi năm cuộc đời. À, như vậy là để so sánh dân nước nào thọ hơn thì người ta so sánh tuổi thọ trung bình, đúng không? Đó là một tình huống. Kể ra một tình huống khác xem nào? Tình huống để mà khi so sánh hai tập hợp thì người ta sẽ lấy số trung bình để so sánh. Quỳnh Anh? Thường trong cuộc sống thì người ta hay dùng số trung bình để so sánh trong tình huống nào?

26. HS: dạ, thu nhập

27. GV: thu nhập? đúng rồi. Ví dụ tổng thu nhập của toàn nước Việt Nam đúng không? So với thu nhập của nước Campuchia chẳng hạn. Chắc là cao hơn đúng không? Còn so với thu nhập của Singapor chẳng hạn. Như vậy học trong địa lí kinh tế thì biết rõ hơn đúng không? Rồi cảm ơn bạn. Được chưa đó là các ví dụ cho thấy người ta lấy số trung bình đúng không?

Chúng tôi nhận thấy qua phần hoạt động này giáo viên đã dành một khoảng thời gian khá thích đáng để giải thích lí do tồn tại của kiểu nhiệm vụ này. Thời gian tiếp theo thầy giáo dành khoảng 20 phút để hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán số trung bình.

28. Bây giờ thầy sẽ chỉ, hướng dẫn sử dụng máy tính bỏ túi. (giáo viên chiếu hình máy tính 570MS lên bảng). Cái hình này thầy mới chụp hồi sáng. Bây giờ nhập số liệu một lần mình sẽ ra được số trung bình và nó ra được nhiều số khác nữa. Rồi bây giờ mình làm sao? Để qua chế độ xác suất thống kê. Ai có máy gì thì mang ra. Có ba loại: 500MS, 570MS nói trước, còn máy 570ES thầy sẽ nói sau. 500MS thì muốn bật chế độ thống kê thì ta bấm mode 2. 570MS ta bấm mode 1. được không?... (xem phần phụ lục)

29. HS: Làm theo hướng dẫn của giáo viên.

30. GV: Đã thấy chữ SD hiện lên chưa? Thường khi em sẽ xóa bộ nhớ thống kê bằng cách nhấn nút shift+clear.

31. HS : cười lớn (vì thầy phát âm cờ lia ơ)

32. GV: (nhấn mạnh) shift+clear+1. được chưa? Rồi nói tiếp nào. Bây giờ mẫu số liệu là x_1 tần số n_1 , x_i tần số n_i thì ta sẽ nhập số liệu như sau: $x_1 + ; + n_1$ bấm DT +shift 1. x_1 là cái số biết rồi phải không? Shift nằm dưới chữ Can nê đúng không? Ví dụ bây giờ nhập cho thầy nè, rồi nhìn sách đi, nhìn sách, ví dụ 1 trong sách đó, vậy cho nó dễ. Trang 171 thấy chưa? Bây giờ nhập 5,65 rồi shift, chấm phẩy. tức là shift rồi bấm phẩy nó sẽ ra chấm phẩy, sau đó nhập vào số 5, rồi bấm dt, dt là dưới cái M+.

33. HS : làm theo hướng dẫn của giáo viên (giáo viên đi xuống lớp quan sát học sinh).

34. GV: xem học sinh làm, hỏi: đúng không?
35. HS: Thầy bấm cho em đi thầy ơi.
36. GV: Chỉ cho học sinh cách bấm máy tính nhập số 5,65 với tần số bằng 5 vào máy tính. (sau khi học sinh thực hiện được). Rồi bây giờ ta tiếp tục. Rồi sau đó nhập tiếp 6,05 rồi chấm phẩy 9 dt. Được không? Bấm dt xong nó ra $n = 14$ đó. Đã thấy $n = 14$ chưa? Nhập tiếp tương tự, rồi 570ES để qua chế độ thống kê bằng cách nào? Mode 3, 1 thì nó hiện ra chữ statistics. Statistics là cái gì hé?
37. HS: Không biết.
38. GV: là thống kê. Được chưa? Rồi xóa bộ nhớ shift+clear+1. Rồi, mở chế độ nhập tần số. là regular of frequency đó. Ấn shift+set up. Xong chưa? Bấm cái mũi tên phía dưới để nó ra số 4 là chữ Var đó.
39. HS: Thực hành theo hướng dẫn của giáo viên.
40. GV: Xong chưa, (nhắc lại) shift +set up, bấm cái mũi tên ở dưới enter đó, rồi bấm số 4. Bấm số 4 thì nó hỏi frequency chấm hỏi on 1, 3, 2 of. Rồi các em tự bấm số liệu vô. Rồi nhập... Ta nhập 1 bước rồi (hình như là bị sai). Bấm shift +mode + 3+1 lại.
41. HS: (xôn xao) shift mode 3 bằng bằng hả?
42. HS: (khác) Bấm mà không hiểu tại sao bấm vậy nữa.
43. GV: à, thầy xin lỗi mode 3+1, thầy lộn. Ta chưa mở chế độ sd mà. Bấm mode 3+1 nó ra hai cột chưa?
44. HS: Dạ rồi.
45. GV: (chỉ trên máy tính) cột bên này (tức là cột thứ nhất) thì nhập giá trị, cột bên này (tức là cột thứ hai) thì nhập tần số. Em có thể nhập hết cột này xong mới qua cột này. (giáo viên xuống lớp chỉ học sinh trực tiếp trên máy tính của học sinh). Xong chưa? Rồi, quay lại cái đề cũ nè, cái đề cũ nhập số liệu xong hết rồi phải không?
46. HS: Dạ rồi.
47. GV: Rồi, để tính số trung bình ấn shift+ S-var +1. Shift, cái chữ Svar nằm đây nè (chỉ cho học sinh), Bằng nữa (tức là ấn thêm dấu bằng).
48. HS: Làm theo hướng dẫn.
49. GV: Nó ra chưa? Nó ra 6,8 chưa?
50. HS: Thực hiện tìm ra kết quả.
51. GV: Còn em ES sau khi nhập dữ liệu xong, tìm số trung bình thì bấm shift + Can+ 5, 2, bằng. Rồi ra 6,8.
52. HS: Tính được ra kết quả đúng theo hướng dẫn của thầy.

53. GV: Như vậy thì dùng máy tính bỏ túi ta có thể tính toán được các số trong thống kê rất là dễ. À, cái Svar hình như nó nằm dưới chữ số mấy? Số 8 hả?
54. HS: số hai thầy ơi.
55. GV: a, số 2 hả? Được chưa? Máy em bấm kiểm tra ví dụ 1. Rồi như vậy để tính số trung bình các em ghi. Các em giả bộ ghi vài số thôi. Như: 5,65 nhân 5 cộng cho...Giống sách phải không? Các em giả bộ ghi vài số thôi xong rồi cầm máy bấm các số vô. Còn ai muốn khỏi bấm máy tính thì nhìn kế bên viết vô. Máy ES thì nhập nó dễ hơn vì nó có hai cột rồi, một cột giá trị, một cột tần số. Rồi, để tính số trung bình thì bấm shift + Svar +1. Ủa ES không phải MS à? Xin lỗi thầy lộn. Shift +Can+5+2 bằng. Shift+Can, Can nằm đâu ta. À, Can là ở phím số 1.
56. HS: Không có đâu, phím số 1 không có.
57. GV: được chưa? Rồi một em thực tập tính ví dụ nay2 cho thầy coi.
58. HS: Chưa thầy.
59. GV: 500ES nó có hướng dẫn trong sách trang 179. Cái đó khỏi ghi đi. 500MS đó. Còn ES thì không có. Trang 179 thấy chưa? Rồi, những bạn xài máy ES thì ghi nhanh trên bảng vô. Máy ES thì các em nhập nó có bảng hai cột dễ hơn, Bạn nào có ý định đổi máy thì nên đổi máy ES luôn thì lên lớp 12 rất là tiện. Thầy chỉ chỗ mua rẻ nè, đừng có vô mấy cái nhà sách Nguyễn Văn Cừ bán rất là mắc đến ba trăm mấy lặn đó. Bữa thầy mua ở chỗ ngay đầu đường Nguyễn Văn Cừ đây này có cai đại lí Casio hết hai trăm sáu là bị hổ rồi. Học trò thầy nó nói ra chợ Kim Biên mua có hai trăm hai thôi.
60. H: bàn tán, coi chừng bị đổi đồ
61. GV: Mà không biết có phải là hàng thật không thì thầy không biết. Mới đầu nó bán hai trăm sau, nó trả hai trăm tư, nó mua hai trăm tư, sau này có đứa trong lớp mua chỉ hai trăm hai. Còn ai muốn mua rẻ hơn ra đường Nguyễn Chí Thanh, cai chợ chòm hôm, mỗi người khoác cái vali nhỏ nhỏ bán điện thoại di động nữa đó. Chỉ có đồ ăn cấp mới bán rẻ. Rồi nhanh nhanh, xong chưa? Rồi có gì mình về nhà thực tập sau ha.

Thực chất quá trình trên cũng chính là thời điểm làm việc với kỹ thuật của kiểu nhiệm vụ **T_{T.TBC}**. Chúng tôi ghi nhận giáo viên đã dành rất nhiều thời gian của tiết học để giúp học sinh có thể tính toán thành thạo số trung bình bằng cách dùng máy tính cầm tay. Điều này theo chúng tôi cũng thể hiện một cách nhìn là vấn đề tính toán ra kết quả nhanh và chính xác là một yêu cầu rất được coi trọng khi giảng dạy kiến thức thống kê. Sau hoạt động tính toán giáo viên gọi một học sinh đọc phần ý nghĩa của số trung bình trong sách giáo khoa

62. Các em đọc cho thầy ý nghĩa của số trung bình trang 172 sách giáo khoa, bạn Nghiệp?

63. HS: Thưa thầy

Ý nghĩa của số trung bình

Số trung bình của mẫu số liệu được dùng làm đại diện cho các số liệu của mẫu. Nó là một số đặc trưng quan trọng của mẫu số liệu.

Chẳng hạn, nếu nói thời gian trung bình điều trị khỏi bệnh A đối với bệnh nhân nam là 5,3 ngày, đối với bệnh nhân nữ là 6,2 ngày thì ta có thể cho rằng nói chung đối với bệnh A thì bệnh nhân nam nhanh chóng bình phục hơn bệnh nhân nữ.

Tuy nhiên, khi các số liệu trong mẫu có sự chênh lệch rất lớn đối với nhau thì số trung bình chưa đại diện tốt cho các số liệu trong mẫu.

Ví dụ 2: Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 100) :

0 ; 0 ; 63 ; 65 ; 69 ; 70 ; 72 ; 78 ; 81 ; 85 ; 89.

Số trung bình là

$$\frac{0+0+63+\dots+85+100}{11} \approx 61,09$$

64. GV: Rồi được rồi, em ngồi xuống. Bạn Phương đọc tiếp.

65. HS: Quan sát dãy điểm trên, ta thấy hầu hết các em (9 em) trong nhóm có số điểm vượt số trung bình. Như vậy, số trung bình này không phản ánh đúng trình độ trung bình của nhóm. Trong trường hợp này , có một số đặc trưng khác thích hợp hơn đó là số trung vị.

66. GV: em đọc tiếp luôn.

67. HS: Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Nếu

N là một số lẻ thì số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ (số liệu đứng chính giữa) gọi là số trung vị.

Nếu N là một số chẵn, ta lấy trung bình cộng của hai số liệu thứ $\frac{N}{2}; \frac{N}{2}+1$ làm số trung

vị. số trung vị được kí hiệu là M_e

Ta có thể thấy thông qua phần “đọc” nội dung ghi trong SGK của học sinh thì những vấn đề sau lần lượt được thể hiện: đầu tiên là ý nghĩa của số trung bình cộng sau đó có một ví dụ xuất hiện cho thấy tình huống số trung bình không thể đại diện tốt cho mẫu số liệu trong trường hợp các giá trị của mẫu có sự phân tán lớn lúc đó xuất hiện một số khác đại diện phù hợp hơn đó là số trung vị. Học sinh

cũng được cung cấp ngay lập tức định nghĩa và cách tính của số trung vị. Như vậy, thực chất học sinh chưa phải đứng trước nhiệm vụ tính số trung vị (vì cho đến lúc này không có một yêu cầu nào đặt ra là học sinh phải tính trung vị cả) mà kỹ thuật giải quyết cũng như yếu tố công nghệ để lí giải cho kỹ thuật này đã xuất hiện.

Về phần giáo viên sau khi cho học sinh nghe hai bạn đọc những nội dung trên thì tiến hành giải thích một số vấn đề.

68. GV: Được rồi, em ngồi xuống. (nhắc nhở cả lớp) Một bạn đọc sách thì các bạn khác phải tự đọc bài chứ ngồi nói chuyện không. Như vậy vừa rồi các em đã biết cách tính số trung bình. Số trung bình thì người ta thường lấy làm đại diện cho mẫu số liệu đó. Tuy nhiên, ở ví dụ 2 phía trên, các em thấy nhóm có 11 học sinh trong đó có 2 em không điểm, điểm cao nhất là 89, điểm trung bình là 61,09. Mà mình thấy đa số là hơn mức trung bình, hơn cái điểm 61. Như vậy khi mình nói là nhóm đó chỉ có điểm trung bình là 61,09 thì không đúng. Trong đó, chỉ có hai em là cực kì yếu còn lại là trên khá hết. Phải không? Như vậy cái số trung bình là 61,09 không phản ánh đúng trình độ của cái nhóm đó. Thì lúc đó mình sẽ dùng một số đặc trưng khác gọi là số trung vị. Được chưa. Như vậy một nhận xét khi nào thì dùng số trung vị thì các em thấy khi mà các số liệu có sự chênh lệch lớn ví dụ như 0 và 89. Thì các em nhớ cách tính số trung vị cho thầy nè. Nếu số n là số lẻ thì chúng ta sẽ lấy số liệu đứng chính giữa. Ví dụ ở ví dụ 2 có 11 em thì số đứng chính giữa là số mấy? $\frac{11+1}{2}$ là số nào, Trần Tuấn?

69. HS: Dạ thứ 6.

70. GV: Số thứ 6 có giá trị bao nhiêu?

71. HS: Dạ, số thứ 6 có giá trị 70.

72. GV: À, số thứ 6 có giá trị 70. Như vậy các em sẽ nói là cái nhóm học sinh đó có trình độ từ 70 điểm trở lên, Cỡ 70 điểm chứ không phải là 61 điểm. Như vậy có hai trường hợp nếu N là số lẻ thì ta lấy số chính giữa, nếu N là số chẵn thì ta lấy trung bình cộng của hai số $\frac{N}{2}$ và $\frac{N}{2}+1$, tức là trung bình cộng của hai số đứng giữa. Ví dụ 3 nào, ví dụ 3 là có 28 học sinh. Như vậy thì hai cái số đứng giữa là bao nhiêu? Là 28 chia 2 là 14, vậy hai số chính giữa là số 14 và 15. Rồi cho thầy biết hai cái giá trị đứng ở vị trí 14 và 15. Ở đây lưu ý cho thầy là phải sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Tính số trung vị thì em phải sắp mẫu số liệu theo giá trị tăng dần. Rồi, cho thầy biết giá trị thứ 14 và 15, bạn Đại? Bạn

Đại nói nhiều lắm nha, thầy kêu tên hai lần là ghi tên vô sổ đầu bài. Đại trả lời đi giá trị thứ 14 và 15 ở ví dụ 3.

73. HS: dạ 42, 43.

74. GV: 42, 43 chắc chưa? Tính chưa? Rồi, số 14 như vậy ta đếm từ số 38. số 38 đếm số 1, ở đây chúng ta sắp xếp theo thứ tự không giảm có nghĩa là bé hơn hoặc bằng. Như vậy số thứ 14 là 42, thứ 15 là 43 như vậy lấy trung bình cộng của nó ta có số trung vị là 42,5. Rồi, ta có hoạt động H1.

75. (Trống đánh ra chơi)

Trong phần này giáo viên và học sinh đã cùng tìm hiểu kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ $T_{T.TV}$ Tính số trung vị.

Sau khi vào học, giáo viên cho học sinh làm tiếp hoạt động H2.

76. GV: câu a tính số trung vị của mẫu số liệu trong ví dụ 2? Rồi trả lời lại cho thầy coi số trung vị của nhóm trong ví dụ 2 tức là nhóm 11 học sinh là bao nhiêu nè, bạn Nghĩa?

77. HS: 70

Chúng tôi nhận thấy đây là giai đoạn học sinh làm việc với kiểu nhiệm vụ $T_{T.TV}$. Sau đó thầy giáo chuyển tiếp qua giải quyết câu hỏi b của hoạt động H2.

78. GV: à, M_e bằng 70, rồi. Bây giờ tính số trung bình của mẫu số liệu trong ví dụ 3. Ví dụ 3 người ta tính cho em trung vị là 42,5 rồi phải không? Bây giờ em bấm máy tính số trung bình cho thầy coi.

79. HS: Tính theo yêu cầu giáo viên.

80. GV: (lưu ý học sinh) ví dụ 3 ta thấy số 39 lặp lại 2 lần thì tần số 2. Được không? Thông tin trong 1 phút nào.

81. Cả lớp tính.

82. GV: (nhắc lớp) Tính trung bình mình bấm bình thường cũng được nhưng mà nhập kiểu kia mình còn tính nhiều cái khác nữa. Rồi có đáp số này coi, bạn...(giáo viên định gọi 1 học sinh đọc đáp số). Bạn Vinh không đem máy tính hả bạn Vinh?

83. HS: dạ có.

84. GV: Bấm chưa?

85. HS: Loay hoay tính

86. GV: Tính trung bình chứ không phải tính trung vị đâu nha.

87. HS: 42,3.

88. GV: 42,3 bạn so sánh nó với số trung vị.

89. HS: Nhỏ hơn

90. GV: Nhỏ hơn?

91. HS: nhỏ hơn 0,3.

92. GV: à, nhỏ hơn 0,3. Nhỏ hơn, ít hơn như vậy là mình có thể xem là nó làm sao. Nó gần bằng. Rồi em đọc cho thầy cái chú ý luôn đi.

93. HS: Đọc chú ý

Chú ý: Khi các số liệu trong mẫu không có sự chênh lệch quá lớn thì số trung bình và số trung vị sắp xỉ nhau.

94. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy trong một mẫu số liệu nếu các giá trị không có sự chênh lệch quá lớn thì em dùng số trung bình làm đại diện cho mẫu đó cũng được mà dùng số trung vị cũng được. Nhưng mà những cái mẫu có sự chênh lệch lớn thì em phải dùng số trung vị thì nó chính xác hơn. Đúng không?

Việc giải quyết bài toán này là thời điểm làm việc của học sinh với kỹ thuật của kiểu nhiệm vụ $T_{T.BC}$ Tính số trung bình cộng. Mục đích thật sự là một ví dụ để học sinh nhận thấy vấn đề số trung vị và số trung bình của mẫu số liệu sẽ không chênh lệch nhiều nếu những giá trị của mẫu không lệch nhau quá lớn. Lúc này, trong hai số trên học sinh có thể dùng số nào đại diện cũng được. Sau khi hoàn thành việc giải quyết bài toán này giáo viên chuyển sang cho học sinh một ví dụ thực tế do chính mình đưa ra.

95. Rồi, ví dụ ở đây thầy lấy một cái ví dụ thực tế nha. (nhìn hình trên bảng nha) Một công ty thuê 6 người A, B, C, D, E, F. Thằng F này là giám đốc nè. Rồi bây giờ lương của thằng A là 56\$, tính tiền đô đi cho nó hên, cho nó sang. Đúng không? Bây giờ mình đi chợ mình nói mua bó rau hết 0,1 đô. Nhưng mà người Việt phải xài tiền Việt đúng không. Xài tiền đô người ta nói mình vọng ngoại đúng không? Rồi, B là 1 tháng là 60\$, C là 70\$, D là 120\$, E 120\$. Riêng cái thằng làm giám đốc ngồi chỉ tay năm ngón thôi mà nó tới 450\$. Như vậy nếu các em tính trung bình tức là các em lấy tổng hết lại rồi đem chia cho 6 thì lương của mỗi nhân viên là 146\$. Thì thằng A, nếu thằng A lấy số trung bình về khoe với má là “má ơi tháng này con được 146\$” nhưng mà thực tế nó được bao nhiêu?

96. Cả lớp: 56

97. GV: à, về khoe lương trung bình của con được 146\$ mà trong khi thực tế con được có 56\$. À như vậy ta thấy trong cái bảng số liệu này thì có sự chênh lệch lớn giữa số 56 và số 450. Như vậy em sẽ không thể, không thể lấy số trung bình để làm đại diện được. Nó sẽ không chính xác, đúng không? Bởi vì lương trung bình cao hơn tất cả 5 người chỉ trừ thằng giám đốc này ra.

Ví dụ này được đưa ra nhằm mục đích nêu bậc trường hợp mà dùng số trung bình để đại diện hoàn toàn không phù hợp, thậm chí là phản ánh sai lệch hoàn toàn đặc trưng của mẫu số liệu về dấu hiệu điều tra. Một tình huống mà việc lựa chọn số trung vị làm đại diện là gần như bắt buộc. Đây cũng là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ $T_{NX.DD}$ Nhận xét về khả năng đại diện của các số đặc trưng của mẫu số liệu. Tiếp theo giáo viên yêu cầu học sinh tính trung vị của mẫu số liệu trên.

98. *Vậy các em tính trung vị của cái mẫu này coi. Số là số chẵn đúng không? (ý giáo viên muốn nói số các giá trị). Là 6 nè, số chẵn. Như vậy trung vị là bao nhiêu? Lan Vy, trung vị của mẫu này là bao nhiêu?*

99. *HS: 95*

100. *GV: là lấy cái gì cộng cái gì?*

101. *HS: Dạ lấy 70 cộng 120*

102. *GV: vậy là bao nhiêu.*

103. *HS: 95.*

104. *GV: Như vậy là chỉ có thể về nhà khoe rằng lương của con là 95\$ thôi chứ không đến 146\$ đâu.*

Đây vẫn là thời điểm thầy giáo cho học sinh làm việc với kỹ thuật của kiểu nhiệm vụ $T_{T.TV}$ Tính số trung vị. Ngay sau đó, giáo viên nhanh chóng chuyển qua một phần kiến thức khác.

105. *Bây giờ sang phần 3, sang khái niệm gọi là mốt. Cái từ mốt này là từ mượn của nước ngoài, tiếng Anh đó. Mốt có nghĩa là mô đen. Rồi, đọc cho thầy coi mốt là cái gì. Bạn Duy nào, đọc lớn lên cho thầy. Đọc từ mốt cho tới hết cái chú ý luôn.*

106. *HS: Thừa thầy là*

Cho một mẫu số liệu dưới dạng bảng phân bố tần số. Ta đã biết giá trị có tần số lớn nhất được gọi là mốt của dãy số liệu kí hiệu là M_0 .

Ví dụ 4: Một cửa hàng bán quần áo thống kê số áo sơ mi nam đã bán ra trong một quý theo các cỡ khác nhau và có được bảng tần số sau:

Cỡ áo (x)	36	37	38	39	40	41	42
Số áo bán được (n)	13	45	110	184	126	40	5

107. GV: Rồi khoan ngưng lại một chút. Bạn Duy mặc áo cỡ nào.
108. Cả lớp cười
109. HS: Dạ không biết nữa.
110. GV: Không biết hả? Má mua cái nào mặc cái đó thôi chứ gì? Rồi, đọc tiếp đi.
111. HS: Điều mà cửa hàng quan tâm nhất là cỡ áo nào được khách hàng mua nhiều nhất. Bảng thống kê trên cho thấy cỡ áo mà khách hàng mua nhiều nhất là cỡ 39 (tức là giá trị 39 có tần số lớn nhất). Vậy giá trị 39 là một của dấu hiệu này. Chú ý là mẫu số liệu có thể có 1 hay nhiều một.
112. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy có một khái niệm gọi là một của mẫu số liệu, chúng ta đã biết, hình như lớp 7 có học rồi. Như vậy thầy nhắc lại là: một của mẫu số liệu là giá trị có tần số lớn nhất. Cái giá trị nha. Như vậy ở đây cái cỡ áo mà bán nhiều nhất là 39 đúng không? Như vậy là chủ cửa hàng chỉ quan tâm cái cỡ áo nào được bán nhiều nhất để mà nhập cỡ đó về, đúng không? Bây giờ thì cái doanh thu trung bình, ví dụ như là doanh thu trung bình của cửa hàng hàng tháng thì ai quan tâm? Như vậy là chủ cửa hàng phải quan tâm. Nhưng mà người ta nói em mở cửa hàng thì em phải đóng thuế, như vậy doanh thu hàng tháng của cửa hàng thì chi cục thuế cũng quan tâm. Lấy phần trăm trừ ra chứ nó đâu cần biết cái áo size 39 bán nhiều hơn cái áo size 40. Như vậy cái người đến thu thuế thì họ chỉ quan tâm đến doanh thu trung bình, chứ không lẽ học đến thu thuế mà chủ cửa hàng đứng ra khoe cái áo 39 bán được lắm. Người ta đâu quan tâm đúng không mà người ta chỉ quan tâm đến doanh thu trung bình là bao nhiêu thôi. Như vậy tùy từng tình huống mà người ta sẽ quan tâm đến số trung bình, số trung vị hay là một. Rồi, như vậy một mẫu số liệu có thể có nhiều một.

Như vậy sau khi cho 1 học sinh đọc xong phần ghi trong SGK, giáo viên đã lưu ý học sinh là khái niệm một đã được học từ lớp 7. Bên cạnh phần nhắc lại cho học sinh khái niệm một của dấu hiệu điều tra thì trong phần trên thầy giáo cũng tiến hành phân tích để học sinh thấy rõ vấn đề là khi có cùng một mẫu số liệu như nhau nhưng tùy theo tình huống mà ta cần quan tâm đến số trung bình, trung vị, hay là một của mẫu số liệu. Chúng tôi thiết nghĩ điều này rất cần thiết. Phần phân tích trên của giáo viên, theo chúng tôi, còn có ý nghĩa giải thích cho sự tồn tại của kiểu nhiệm vụ $T_{XB.M}$ Tìm một của mẫu số liệu. Tuy nhiên ta cũng nhận thấy là ở đây mặc dù đây là thời điểm gặp gỡ đầu tiên với kiểu nhiệm vụ tính một của mẫu số

liệu nhưng học sinh hoàn toàn được cung cấp từ yếu tố kỹ thuật đến lý thuyết công nghệ của kiểu nhiệm vụ này mà không hề đứng trước nhiệm vụ phải tìm mode của mẫu số liệu. Sau đó giáo viên cho học sinh tìm hiểu 1 ví dụ.

113. *Bây giờ đọc ví dụ 5 cho thầy coi nào, bạn Tính Khôn.*

114. *HS: Một cửa hàng bán 6 loại quạt với giá tiền là 100, 150, 300, 350, 400, 500 (đơn vị là nghìn đồng). Số quạt của cửa hàng bán ra trong mùa hè vừa qua được thống kê trong bảng tần số sau (giáo viên yêu cầu học sinh không cần đọc bảng này)*

Giá tiền (x)	100	150	300	350	400	500
Số quạt bán được (n)	256	353	534	300	534	175

Ta thấy mẫu số liệu có hai mode là 300 và 400. Đó là giá tiền của hai loại quạt được khách hàng mua nhiều nhất.

115. *GV: Rồi như vậy là giá tiền người ta mua nhiều nhất là 300 và 400 ngàn. Người ta không thích 350 người ta chỉ thích tiền chẳng thôi, 300 hoặc 400. Cũng có thể 300 là hàng Việt Nam chất lượng cao còn cái 400 là hàng Trung Quốc. Thì ai chọn hàng nước ngoài thì mua quạt 400. Nhưng mà hàng Trung Quốc thì chất lượng không tốt lắm. Rồi, như vậy chúng ta xong khái niệm mode.*

Đến bài toán này học sinh vẫn chưa cần phải tìm mode, toàn bộ hai giá trị là mode của mẫu số liệu trên đã được bạn học sinh đọc từ trong sách ra, và được giáo viên khẳng định là đúng. Như vậy, đối với kiểu nhiệm vụ **T8.2** thì từ đầu đến giờ học sinh chưa được yêu cầu giải quyết nhiệm vụ. Mà ngay lập tức khi biết đến sự xuất hiện của kiểu nhiệm vụ này, học sinh được cung cấp hai yếu tố kỹ thuật và công nghệ, cũng không xuất hiện thời điểm học sinh làm việc với kỹ thuật. Lý giải cho điều này, chúng tôi cho rằng rất có thể giáo viên đã nhận định đây là một kiểu nhiệm vụ rất đơn giản, không cần phải rèn luyện nhiều về kỹ thuật giải quyết cho học sinh. Kết thúc phần tìm hiểu về mode, giáo viên chuyển sang kiến thức tiếp theo.

116. *GV: Bây giờ chúng ta sang phần thứ 4 là khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn. Thì đó là cái gì? Hãy đọc ví dụ 6 cho thầy.*

Ví dụ 6 trang 174

Điểm trung bình từng môn học của hai học sinh An và Bình trong năm học vừa qua được cho trong bảng sau:

Môn	Điểm của An	Điểm của Bình
Toán	8	8,5
Vật lí	7,5	9,5
Hóa học	7,8	9,5
Sinh học	8,3	8,5
Ngữ văn	7	5
Lịch sử	8	5,5
Địa lí	8,2	6
Tiếng anh	9	9
Thể dục	8	9
Công nghệ	8,3	8,5
Giáo dục công dân	9	10

Bây giờ so sánh điểm số của hai học sinh là An và Bình trong năm học vừa qua. Tính trung bình điểm của An cho thầy, không hệ số nha, toán văn không nhân hai nha. Hệ số 1 hết, như vậy tính số trung bình thì cộng hết lại chia cho (giáo viên đếm) 2, 4, 6, 8, 10, 11. Tính trung bình kiểu bình thường nhanh hơn.

117. Cả lớp thực hiện phép tính.

118. GV: Rồi trả lời cho thầy coi điểm trung bình của hai bạn không tính hệ số là, bạn Minh nào.

119. HS: điểm trung bình của bạn An là 8,1 điểm trung bình của bạn Bình là 8,09.

120. GV: Như vậy trung bình của bạn An là 8,1, của Bình là 8,09 mà làm tròn cũng là 8,1. Hai bạn đó bạn nào học khá hơn? Và vì sao?

121. Cả lớp thảo luận.

122. GV: Ví dụ như thường mình xếp hạng trong lớp thì mình xét điểm trung bình đúng không? Như vậy thì hai người này đồng hạng. Nhưng mà bây giờ người ta lại hỏi ai học khá hơn, các em cho biết ý kiến như thế nào? Cho 2 phút thảo luận tham khảo ý kiến của nhau đi.

123. Lớp thảo luận.

124. GV: và nếu học thì em sẽ học theo cách của bạn nào? Nếu mà tính hệ số thì ai có lợi hơn?

Có bạn học sinh hỏi xét theo bạn nào vậy thầy?

125. GV: Ban A, toán lý hóa nâng cao. Nào cho ý xem coi nào Thế Bảo. Cho ý kiến theo kiểu là không tính hệ số.
126. HS: Mỗi người giỏi 1 lĩnh vực.
127. GV: Mỗi người giỏi 1 lĩnh vực? Cụ thể xem nào?
128. HS: Ví dụ như An thì các môn Địa, Tiếng Anh, Văn khá hơn Bình.
129. GV: à, Thế thì theo em, em thích bạn nào?
130. HS: Bạn Bình.
131. GV: Vì sao?
132. HS: Vì điểm Toán, Lý, Hóa của bạn cao.
133. GV: à, vì điểm Toán, Lý, Hóa của bạn cao. Thôi được rồi, đó là một ý kiến. Giờ một ý kiến khác của 1 bạn nữ đi, bạn Ngân này cho ý kiến coi.
134. HS: thích bạn An vì bạn An học đều hơn.
135. GV: à bạn thích bạn An vì bạn học đều hơn. Nhưng biết đâu bạn Bình là bạn nhầm sau này thi đại học thi khối A cho nên bạn học Toán, Lý, Hóa giỏi còn bạn An là bạn đều hết. Thế thì cái nào em thấy có lợi trong tương lai? Như vậy bạn Bình là xu hướng chung của khối 12. Khối 12 là năm cuối rồi, mục tiêu là thi đại học. Tức là chỉ cần tốt nghiệp loại trung bình thôi cũng được mà đậu đại học còn hơn tốt nghiệp loại giỏi mà không đậu đại học. Như vậy bạn Bình là một điển hình cho học lệch. Bạn đầu tư cho khối A, hoặc khối B toán Hóa, Sinh phải không? À, như vậy bạn đầu tư cho cho các môn tự nhiên. Như vậy đó cũng có thể xem là một chiến lược đó các em. Ví dụ lớp 10, lớp 11 mình học đều để mình được học sinh giỏi nhưng mà lớp 12, học sinh giỏi thi càng tốt nhưng mình tập trung cho các môn thi thôi. Như vậy lớp 10 và lớp 11 chúng ta sẽ chọn cách của bạn An vì nếu chọn cách của bạn Bình thì bị khổng chế rồi đúng không? Còn cách của bạn Bình thì dù Toán, Lý, Hóa 10 thấy đi nữa cũng chỉ xếp loại khá thôi. Đúng không? May mà môn Văn còn trên 5 thấy cứ 4,9 là tiêu rồi. 4,9 là trung bình rồi đúng không?

Giáo viên và học sinh đã cùng xem xét một bài toán trong đó hai mẫu số liệu đưa ra có cùng số trung bình cộng nhưng ta có thể thấy học sinh cũng đã nhận ra ngay là hai mẫu số liệu này có sự phân bố những giá trị không giống nhau. Ví dụ này trong SGK2 đưa ra nhằm mục đích dẫn dắt học sinh đến vấn đề là cần có một con số đặc trưng cho độ phân tán của những giá trị trong mẫu số liệu. Chúng tôi nhận thấy giáo viên và học sinh khi giải quyết bài toán cũng hướng đến mục đích này, tuy nhiên phần này của tiết học giáo viên chưa tập trung lắm vào việc dẫn dắt từ ví

dụ này đến lí do xuất hiện của kiểu nhiệm vụ mới $T_{T.PS}$ Tính phương sai và $T_{T.DLC}$ Tính độ lệch chuẩn. Sau đó, thầy cho học sinh đọc tiếp nội dung SGK.

136. Rồi, đọc tiếp cho thầy nào. Bạn Ngân đọc tiếp cho thầy, phần nhìn vào bảng điểm đó.

137. HS14: Thưa thầy (học sinh đọc to)

Nhìn vào bảng điểm ta có nhận xét là An học đều các môn còn Bình thì không. Sự chênh lệch, biến động giữa các điểm số của An thì ít, của Bình thì nhiều.

Để đo mức độ chênh lệch giữa các giá trị của mẫu số liệu so với giá trị trung bình, người ta thường đưa ra hai số đặc trưng là phương sai và độ lệch chuẩn.

Giả sử một mẫu số liệu có kích thước N là $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Phương sai của mẫu số liệu này, kí hiệu là s^2 , được tính bởi công thức sau

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Hoặc có thể tính bằng công thức

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Trong đó $\bar{x}$ là số trung bình của mẫu số liệu.

Căn bậc hai của phương sai được gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu là s

138. GV: Rồi, được rồi. (giáo viên chỉnh lại cách đọc của học sinh cho đúng với ký hiệu). Rồi như vậy là để đo cái mức độ chênh lệch của những giá trị của mẫu so với số trung bình ta lấy từng giá trị của mẫu trừ đi số trung bình bình phương, tổng lại sau đó chia N . Được chưa? Cái đó người ta gọi là phương sai. Tức là cái từ phương sai ở đây, phương có nghĩa là bình phương còn sai đó là cái sự sai khác. Rồi, căn bậc hai của phương sai thì được gọi là độ lệch chuẩn. Được chưa? Các em chú ý cái từ người ta gọi nhé. Rồi, Như vậy trong công thức 3 ta thấy phương sai là trung bình cộng của bình phương khoảng cách từ các giá trị của mẫu số liệu đến số trung bình. Như vậy thì phương sai, độ lệch chuẩn đo mức độ phân tán của các số liệu trong mẫu xung quanh số trung bình. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán càng lớn. Cụ thể là về mặt điểm số nếu các em tính phương sai mà càng lớn thì học lệch càng nhiều. Rồi ở đây có hai công thức cần nhớ đó là công thức số 3 và công thức số 4. Công thức số 3 ở đây có thể biến đổi thành

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Các em công nhận nha,

Giai đoạn này của tiết học vừa là thời điểm gặp gỡ đầu tiên của học sinh với kiểu nhiệm vụ $T_{T.PS}$ và $T_{T.DLC}$ đồng thời lý do xuất hiện của hai kiểu nhiệm vụ này cũng được đưa ra “Để đo mức độ chênh lệch giữa các giá trị của mẫu số liệu so với giá trị trung bình, người ta thường đưa ra hai số đặc trưng là phương sai và độ lệch chuẩn”. Kỹ thuật và yếu tố công nghệ cũng xuất hiện. Giáo viên chỉ làm rõ hơn cho học sinh ý nghĩa của công thức tính bên trên “phương sai là trung bình cộng của bình phương khoảng cách từ các giá trị của mẫu số liệu đến số trung bình”. Còn vấn đề xây dựng kỹ thuật này cũng như lý giải cho tính hợp thức của nó (tức yếu tố lý thuyết) đã không được đặt ra. Thời gian tiếp theo, giáo viên tổ chức cho học sinh làm việc với kỹ thuật.

139. *Rồi bây giờ mình áp dụng để tính toán nè. Ở đây khi trình bày các em phải tính được cái tổng xích ma x_i bình phương và cái tổng xích ma x_i hai giá trị đó bắt buộc phải tính. Thế thì các em thấy người ta tính ở cái điểm của An và Bình đó. Ở đây tổng x_i thì mình cộng hết lại, tổng x_i bình phương. Như vậy các em nhìn thấy người ta tính cột điểm của An và của Bình, sau đó tính phương sai và độ lệch chuẩn của A, ráp vào công thức số 4 thì được là 0,3. Còn phương sai độ lệch chuẩn của Bình, phương sai của Bình là 2,7. Từ đó chúng ta suy ra là mức độ học lệch giữa Bình với An là Bình học lệch hơn. Rồi, được rồi. Để tính tổng x_i và x_i bình phương chúng ta dùng máy tính bỏ túi. Trường hợp nếu bảng số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số thì phương sai sẽ tính theo công thức số 5. Trong đó x_i bình phương phải nhân với n_i . Rồi bây giờ em dùng máy tính bấm ví dụ 7 cho thấy. Em bấm em kiểm tra những cái đáp số đó, những cái số liệu đó. Chúng ta quay lại nhé, những bạn dùng máy tính 570MS sẽ nhìn trong sách trang 179. Những bạn dùng ES hãy nhìn lên bảng (giáo viên thực hiện các bước bấm máy cần thiết trên ảnh máy tính được chiếu lên bảng). Rồi bây giờ thầy làm lại nha. Nhớ phải xóa bộ nhớ. Các em phải bấm shift+clear 1 rồi AC. Nhập số liệu xong để tính tổng, hoặc là tổng bình phương. Đối với máy 570MS thì các em sẽ bấm nút shift+sum. Còn đối với máy ES thì các em sẽ bấm shift+svar+4 thì trong máy hiện là tổng x_i và x_i bình phương*

- thì các em chọn, bấm bằng thì nó sẽ ra. Thầy mượn cái máy tính, ở đây muốn bấm mà bấm không được
140. Cả lớp tập tính toán.
141. GV: Như vậy lưu ý cách trình bày cho thầy là các em phải tính ra được tổng x_i và x_i bình phương. Chứ không bỏ bước đó mà đi tính phương sai, không tính số trung bình là làm tắt.
142. GV: Ví dụ 8, em nào lên bấm tiếp cho thầy coi phương sai và độ lệch chuẩn. lấy số liệu trong ví dụ 1 có nghĩa là đo chiều dài của 74 lá cây, trang 171. Bấm lại nè, cho 5 phút bấm lại rồi thầy gọi lên đây bấm lại từ đầu.
143. Cả lớp bấm máy tính.
144. GV: Nếu mà dùng máy tính thì các em sẽ tính được tổng x_i và x_i bình phương với độ lệch chuẩn trước. Nhưng mà độ lệch chuẩn phải viết cuối cùng sau đó viết cái hàng y chang ở phía trên ráp vô cho nó hợp thức, rồi lấy cái độ lệch chuẩn bình phương viết lên trên. Rồi, được chưa. Thực ra tính trực tiếp bằng cái tổng x_i và x_i bình phương cũng được nhưng mà nó dài. Đó là kỹ thuật tính nhanh. Nhưng mà khi viết, khi mà trình bày mình phải trình bày đầy đủ tất cả tổng x_i và x_i bình phương.

Chuông reo hết tiết.

Phần làm việc với kỹ thuật của học sinh được giáo viên tổ chức thông qua 2 ví dụ. Một ví dụ các số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số và một ví dụ là bảng phân bố tần số ghép lớp. Có thể thấy giáo viên cũng đã dành một thời lượng không nhỏ cho việc hướng dẫn học sinh kỹ thuật tính toán.

2.2. Tổ chức didactic một quan điểm tĩnh

Từ một quan điểm tĩnh, để mô tả tổ chức didactic được quan sát – tổ chức cho phép xây dựng tổ chức toán học đã mô tả ở trên, chúng tôi xuất phát từ các thời điểm nghiên cứu đã được thực hiện và cách thức thực hiện chúng.

Trong những tiết học được quan sát bên trên, có mặt rất nhiều tổ chức toán học. Việc phân tích cụ thể từng thời điểm nghiên cứu đối với mỗi tổ chức toán học có mặt vượt quá phạm vi của một luận văn thạc sĩ. Hơn nữa, như chúng tôi đã trình bày, mục tiêu của luận văn tập trung vào việc tìm kiếm những vấn đề, kiểu nhiệm

vụ liên quan đến mô hình hóa và khai thác các kết quả thống kê có được. Vì vậy, trong phần này chúng tôi chỉ tập trung phân tích kiểu nhiệm vụ $T_{NX,DD}$. Nhận xét về khả năng đại diện của các số đặc trưng của mẫu số liệu_ kiểu nhiệm vụ duy nhất xuất hiện trong tiết học mà không chỉ bao gồm việc tính toán đơn thuần.

2.2.1 Thời điểm gặp gỡ đầu tiên:

Trong phần giảng của giáo viên học sinh được đặt trước kiểu nhiệm vụ T9 trong phần dẫn dắt để đi đến khái niệm số trung vị. Tình huống đặt ra là các điểm số trong mẫu số liệu có sự chênh lệch giá trị rất lớn nên số trung bình cộng không còn khả năng đại diện tốt cho mẫu số liệu, phải có số khác_số trung vị. Tuy nhiên với tình huống này xuất hiện trong phần đọc nội dung SGK1 của một học sinh. Và khi đó, học sinh này đã đọc tiếp luôn cách giải quyết tình huống là dùng số trung vị. Như vậy thực chất đến lúc này học sinh chỉ mới “biết” là có một kiểu nhiệm vụ như vậy. Chứ không hề phải thực hiện một nhiệm vụ nào cả.

2.2.2. Thời điểm nghiên cứu

Thời điểm nghiên cứu diễn ra khá nhanh chóng với phần giảng của giáo viên, giáo viên chủ động phân tích cho học sinh đặc điểm của mẫu số liệu trong trường hợp này từ đó đưa ra kết luận về số đặc trưng thích hợp để đại diện, đó là số trung vị.

2.2.3. Thời điểm xây dựng môi trường công nghệ, lý thuyết

Yếu tố công nghệ cho phép giải thích cách làm trên đã xuất hiện trong phần đọc của học sinh *“khi các số liệu trong mẫu có sự chênh lệch rất lớn đối với nhau thì số trung bình chưa đại diện tốt cho các số liệu trong mẫu ... Trong trường hợp này , có một số đặc trưng khác thích hợp hơn đó là số trung vị.”*.

2.2.4. Thời điểm thể chế hóa

Thời điểm này diễn ra rất nhanh chóng, và hoàn toàn do giáo viên làm chủ.

2.2.5. Thời điểm đánh giá

Chúng tôi nhận thấy không có sự xuất hiện của thời điểm đánh giá kỹ thuật.

2.2.6. Thời điểm làm việc với kỹ thuật

Thời điểm này diễn ra khi giáo viên đặt ra bài toán cần dùng số nào, trung bình hay trung vị để đại diện cho lương của nhân công trong một công ty với mức lương của các đối tượng lần lượt là: “A là 56\$, B là 60\$, C là 70\$, D là 120\$, E 120\$, F là 450\$.”. Tuy nhiên điều cốt lõi nhất của kỹ thuật cần tiến hành là chọn số đặc trưng đại diện đã được giáo viên trực tiếp thực hiện. Học sinh chỉ tham gia vào hoạt động tính toán khi làm việc với bài toán này.

2.3. Đánh giá tổ chức toán học

2.3.1. Đánh giá kiểu nhiệm vụ

Tiêu chuẩn xác định

Các kiểu nhiệm vụ được xây dựng trong suốt quá trình dạy của giáo viên đã được nêu ra khá rõ ràng. Tuy nhiên bên cạnh những kiểu nhiệm vụ được thể hiện qua một số lượng bài toán thích đáng thì vẫn có những kiểu nhiệm vụ $T_{V.HQ}$ Vẽ biểu đồ tần suất hình quạt. $T_{V.DGKTS}$ Vẽ đường gấp khúc tần số (hoặc tần suất) do được giáo viên dạy trong khoảng thời gian rất ngắn nên đã không xuất hiện một bài toán nào liên quan đến hai kiểu nhiệm vụ trên.

Tiêu chuẩn về lí do tồn tại.

Có thể thấy lí do tồn tại của những kiểu nhiệm vụ đã được giáo viên quan tâm làm rõ. Tuy nhiên, việc làm rõ này chủ yếu thông qua việc đọc và giải thích nội dung ghi trong sách giáo khoa của giáo viên. Giáo viên chưa quan tâm nhiều đến việc xây dựng một tình huống cho phép học sinh tự nhận ra lí do tồn tại của kiểu nhiệm vụ.

Tiêu chuẩn thỏa đáng.

Những kiểu nhiệm vụ xuất hiện đều là những yêu cầu tiêu biểu trong phần kiến thức thống kê mô tả.

2.3.2. Đánh giá kỹ thuật

Những kỹ thuật được giáo viên trao tay cho học sinh qua những tiết dạy là những kỹ thuật đã có thuật giải rõ ràng, khá dễ áp dụng và có phạm vi hợp thức rộng.

2.3.3. Đánh giá công nghệ

Trong phần dạy về trình bày mẫu số liệu, ngoại trừ yếu tố công nghệ cho phép giải thích kỹ thuật tính tần số, tần suất xuất hiện một cách tường minh thì với những kỹ thuật lập bảng phân bố tần số, tần suất hay vẽ các dạng biểu đồ thì yếu tố công nghệ không có mặt. Kỹ thuật để giải quyết những kiểu nhiệm vụ này được rút ra từ việc mô phỏng theo những bước trong bài toán ví dụ. Đến phần tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thì tất cả những kiểu nhiệm vụ có liên quan đến yêu cầu tính toán đều được dựa trên những công thức tường minh. Tuy nhiên sự hợp thức, cách xây dựng cũng như ý nghĩa của những công thức này chưa được đề cập đến.

2.4. Kết luận chung

Nghiên cứu chương 2 cho thấy, trong phần giảng dạy của mình giáo viên đã lần lượt cho học sinh “gặp” từng kiểu nhiệm vụ hoàn toàn giống với những kiểu nhiệm vụ đã xuất hiện trong SGK2. Những kỹ thuật trao tay cho học sinh cũng là những lý thuật giống với SGK2. Giáo viên có chú ý giải thích ý nghĩa của những số đặc trưng của mẫu số liệu bằng các ví dụ khá phong phú. Tuy nhiên, có một thực tế là vấn đề tạo tình huống để học sinh tiếp xúc với các kiểu nhiệm vụ, hay xây dựng những kỹ thuật đã không thật sự được quan tâm. Trong tiết giảng, tất cả những kiến thức trên phần lớn đều được giáo viên đưa đến cho học sinh hoặc trực tiếp hoặc thông qua phần đọc nội dung SGK2. Những kiểu nhiệm vụ chỉ yêu cầu tính toán, biểu diễn số liệu vẫn chiếm một thời lượng rất lớn trong thực hành giảng dạy. Trên toàn bộ những tiết học được quan sát không xuất hiện kiểu nhiệm vụ hay tình huống nào có liên quan đến bước một của phương pháp mô hình hóa_bước chuyển từ vấn đề ngoài toán học thành bài toán phỏng thực tế.

Vấn đề phát triển tổ chức didactic được quan sát

Vì thời gian không cho phép, chúng tôi chỉ tiến hành phát triển tổ chức didactic ở một số điểm nhất định. Việc phát triển này dựa trên những đánh giá về tổ chức didactic đã nêu ở trên. Cụ thể chúng tôi vẫn giữ nguyên trình tự đưa kiến thức TKMT vào như tiết học. Tuy nhiên chúng tôi phát triển thêm thời điểm làm việc với các kỹ thuật của những kiểu nhiệm vụ này bằng cách đưa vào thêm những dạng bài tập có tính ứng dụng cao hơn. Đặc biệt chúng tôi mong muốn thực hiện được một tình huống trong đó học sinh phải thực hiện được bước chuyển tương ứng với bước 1 của quá trình mô hình hóa mới có thể sử dụng những kiến thức TKMT đã biết để giải quyết.

Chương 3: THỰC NGHIỆM

3.1. Mục tiêu của thực nghiệm

Trong khuôn khổ hạn hẹp của luận văn, chúng tôi tiến hành thực nghiệm này như là một tiểu đồ án didactic nhằm hai mục đích

- Thứ nhất: kiểm chứng giả thuyết: “*Với các lựa chọn đưa vào các kiến thức cũng như các kiểu nhiệm vụ của SGK1, SGK2, kỹ năng mô hình hóa trong khi giải quyết bài toán liên quan đến kiến thức thống kê mô tả chưa thật sự “sẵn có” ở học sinh*”
- Thứ 2: tạo tình huống cho học sinh làm việc với kiểu nhiệm vụ mà trong kỹ thuật giải quyết đòi hỏi việc mô hình hóa một tình huống thực tế. Một mặt nhằm làm rõ cho học sinh một số ứng dụng của thống kê mô tả trong thực tế, mặt khác qua việc giải quyết những kiểu nhiệm vụ này học sinh tiếp xúc với những kỹ thuật mà chúng tôi cho là sẽ có ích cho học sinh trong việc vận dụng thống kê mô tả để giải quyết vấn đề thực tế.

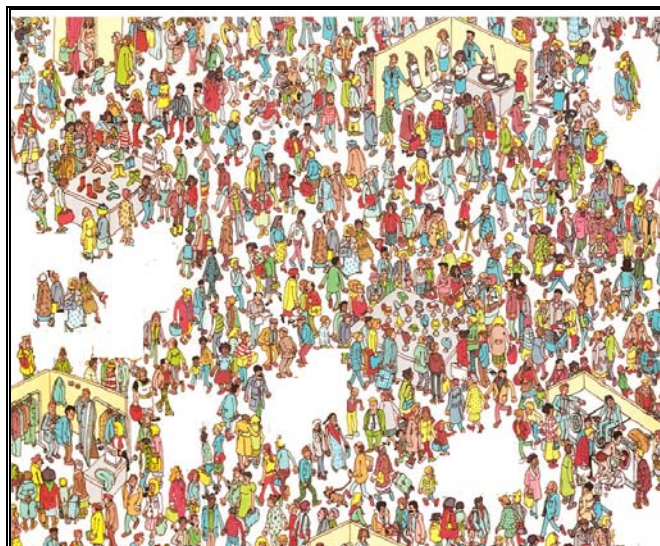
Thực nghiệm được tiến hành trên đối tượng học sinh lớp 10. Sau khi đã học xong chương Thống kê. Học sinh sẽ làm việc trên bộ câu hỏi trong thời gian 90 phút.

3.2. Nội dung của thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành dựa trên bộ câu hỏi gồm 4 bài toán

Bài toán 1:

Em hãy tìm số người có mặt trong bức tranh sau



Bài toán 2:

Đây là bảng thống kê tần suất xuất hiện các chữ cái tiếng anh.

Kí tự	Tần suất
A	8.2
B	1.4
C	2.8
D	3.8
E	13.0
F	3.0
G	2.0
H	5.3
I	6.5
J	0.1
K	0.4
L	3.4
M	2.5

Kí tự	Tần suất
N	7.0
O	8.0
P	2.0
Q	0.1
R	6.8
S	6.0
T	10.5
U	2.5
V	0.9
W	1.5
X	0.2
Y	2.0
Z	0.07

Trong bảng mật thư sau, mỗi kí tự tương ứng với một chữ cái trong tiếng Anh.
Hãy đề nghị cách giải mã mật thư sau:

F EXSB TFBEB A X YFOA TLRIA CIV XTXV,
XKA KLQ PFKD YV JV ELRPB XII AXV;
EXSB ZIXMMBA JV EXKAP XQ EFJ COLJ QEB ALLO
TEBK FQ PBBJBA XP FC F ZLRIA YBXO KL JLOB.
QEB CXRIQ JRPQ MXOQIV EXSB YBBK FK JB.
QEB YFOA TXP KLQ QL YIXJB CLO EFP HBV.
XKA LC ZLROPB QEBQB JPPQ YB PLJBQEFKD TOLKD
FK TXKQFKD QL PFIBKZB XKV PLKD

Trong mật thư đã cho hãy dự đoán những kí tự tương ứng với các chữ cái E, T, A, O, N trong tiếng anh?

Bài toán 3:

Bảng bên cạnh cho thấy phần trăm những loại trái cây khác nhau đã được bán tại một cửa hàng B trong tháng vừa qua.

Loại trái cây	Phần trăm tiêu thụ (%)
Cam	56%
Táo	14%
Nho	6%
Sầu riêng	5%
Các loại trái cây khác	19%

Nếu để chuẩn bị cho tháng tiếp theo, cửa hàng cần nhập vào 500 thùng trái cây thì theo em, cửa hàng nhập khoảng bao nhiêu thùng cam? Vì sao?

Bài toán 4

Người chủ của một cửa hàng quần áo thể thao có thói quen ghi lại số lượng quần áo bán được ở mỗi kích cỡ của cửa hàng trong mỗi quý. Theo em những số liệu này giúp ích được gì cho người chủ cửa hàng? Bằng kiến thức thống kê, em hãy đề nghị cách giúp người chủ cửa hàng khai thác được những số liệu trên?

Dàn dựng kịch bản:

Thực nghiệm được tiến hành trong thời gian 90 phút, bao gồm các hoạt động được chia thành 4 pha sau đây.

o Pha 1: (Làm việc cá nhân _ 25 phút)

Trong pha này giáo viên phát phiếu gồm 4 bài toán, giấy làm bài và giấy nháp cho học sinh. Học sinh làm việc cá nhân để nghiên cứu và trả lời những câu hỏi đặt ra của mỗi bài toán. Kết thúc pha này giáo viên thu lại toàn bộ phiếu câu hỏi đã phát và giấy nháp, giấy làm bài của học sinh.

o Pha 2: (Làm việc theo nhóm _ 25 phút)

Giáo viên phát cho mỗi nhóm phiếu câu hỏi gồm 4 bài toán như trên, mỗi nhóm một số giấy nháp và một tờ giấy croquis. Nhóm thảo luận và trình bày kết quả chung vào tờ giấy croquis đã có.

o **Pha 3:** (Làm việc tập thể cả lớp_ 20 phút)

Trong pha này giáo viên điều khiển cho cả lớp nhận xét, tranh luận đánh giá lời giải của các nhóm ở pha 2.

o **Pha 4:** (Hợp thức hóa_ 20 phút)

Giáo viên tổng kết lời giải của các bài toán. Giáo viên điều khiển để học sinh thể hiện những nhận định của bản thân về tính ứng dụng của kiến thức thống kê mô tả.

3.3. Phân tích a priori hệ thống câu hỏi

Bài toán 1

Các chiến lược có thể

- S_{BID} : Chiến lược “đếm”: sử dụng chiến lược này học sinh sẽ đếm số người có trong bức tranh.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Số người trong bức tranh là... người, không có phần giải thích gì thêm hoặc số người em đếm được là . Trên toàn bộ hình vẽ xuất hiện các dấu hiệu đánh dấu để đếm số người (gạch chéo, tô đen...những người xuất hiện trong hình)

- S_{BIL} : Chiến lược “chia lưới”: sử dụng chiến lược này học sinh sẽ chia hình đã cho thành dạng lưới. Sau đó tính số người trong một ô lưới rồi đem kết quả này nhân với tổng số ô lưới để tính ra số lượng người có trong hình.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Trên hình vẽ có xuất hiện lưới chia. Có lời giải thích số người trong 1 lưới là bao nhiêu từ đó kết quả được tính ra bằng số người tìm được nhân cho số lưới.

- S_{BILM} : Chiến lược “chia lưới_mẫu”: sử dụng chiến lược này học sinh chia hình đã cho thành dạng lưới. Sau đó tính số người trong một vài ô lưới rồi lấy trung bình cộng của các kết quả có được, đem kết quả này nhân với tổng số ô lưới để tính ra số lượng người có trong hình.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Trên hình vẽ có xuất hiện lưới chia. Trong bài làm có phần tính số người trung bình trong một vài lưới nhất định, kết quả này được đem nhân với số lưới. Từ đó, tính được số người.

- S_{BILMT} : Chiến lược “chia lưới_mẫu_tổng thể”: sử dụng chiến lược này học sinh chia hình đã cho thành dạng lưới. Sau đó tính số người trong một vài ô lưới rồi lấy trung bình cộng của các kết quả có được, đem kết quả này nhân với tổng số ô lưới để tính ra số lượng người có trong hình. Điểm khác biệt của chiến lược này so với chiến lược S_{LM} là trong khi chọn các ô lưới để tính số người học sinh có quan tâm đến việc chọn được những ô lưới có khả năng đại diện tốt, tức là chọn được những ô lưới có số lượng người ở cả ba mức độ: nhiều, trung bình và ít.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Xuất hiện lưới chia trong hình. Trong bài làm có bước tính trung bình cộng số người ở một vài lưới khác nhau. Đặc điểm là những con số này (số người) có đủ 3 mức độ: nhiều, ít, trung bình. Sau khi tính trung bình xong, người giải đem số này nhân cho tổng số mắt lưới.

Phân tích biến

Biến didactic

V1: Số lượng người có trong hình.

- o Giá trị V1.1: Có nhiều người.
- o Giá trị V1.2: Có ít người.

V2: Phân bố của những người có trong hình.

- o Giá trị V2.1: Phân bố đều (tức là mật độ phân bố của người trong hình ở những vị trí khác nhau là như nhau).
- o Giá trị V2.2: Phân bố không đều.

Trong bài toán này chúng tôi chọn giá trị V1.1 của biến V1 và giá trị V2.2 của biến V2. Sự lựa chọn này, chúng tôi thiết nghĩ sẽ hạn chế sự xuất hiện của

chiến lược S_D , tạo điều kiện cho các chiến lược còn lại xuất hiện, đặc biệt với giá trị V2.2 được lựa chọn thì khả năng xuất hiện của chiến lược giải S_{LMT} sẽ cao hơn.

Bài toán 2

Các chiến lược:

- S_{B2NN} : Chiến lược “ngẫu nhiên”: với chiến lược này học sinh sẽ đoán ngẫu nhiên

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Học sinh trả lời những kí tự tương ứng với những chữ cái tiếng Anh. Tuy nhiên trong tất cả những phương tiện học sinh có thể ghi chép (giấy làm bài, đề bài, giấy nháp) không xuất hiện dấu hiệu nào của việc đếm, tính tần số.

- S_{B2TSN} : Chiến lược “Tần số_ ngẫu nhiên”: với chiến lược này học sinh chọn một đoạn trong bức mật thư trên, lập bảng thống kê tần suất xuất hiện của mỗi chữ cái trong đoạn văn đã chọn. Sau đó, học sinh đối chiếu với bảng tần số đã cho để dự đoán.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Học sinh trả lời những kí tự tương ứng với những chữ cái tiếng Anh. Trong những phương tiện học sinh có thể ghi chép (giấy làm bài, đề bài, giấy nháp) xuất hiện dấu hiệu nào của việc đếm, tính tần số. Tuy nhiên tần số học sinh tính được không phải là tần số trên toàn bức mật thư mà chỉ tương ứng với một đoạn có độ dài ngẫu nhiên nào đó.

- S_{B2TS} : Chiến lược “Tần số”: với chiến lược này học sinh lập bảng thống kê tần suất xuất hiện của các chữ cái trong toàn đoạn. Sau đó, học sinh đối chiếu với bảng tần số đã cho để dự đoán.

☞ Lời giải có thể quan sát được tương ứng với chiến lược:

Học sinh trả lời những kí tự tương ứng với những chữ cái tiếng Anh. Trong những phương tiện học sinh có thể ghi chép (giấy làm bài, đề bài, giấy nháp) xuất hiện dấu hiệu nào của việc đếm, tính tần số. Tần số học sinh tính được là tần số trên toàn bức mật thư.

Biến didactic

V3: Sự hiện diện của bảng thống kê tần suất xuất hiện của các ký tự trong tiếng Anh.

- o Giá trị V3.1: Không có bảng này.
- o Giá trị V3.2: Có bảng này.

Trong bài toán này chúng tôi đã chọn giá trị V3.2 của biến V3. Với lựa chọn này chúng tôi thiết nghĩ sẽ làm hạn chế sự xuất hiện của chiến lược S_{NN} và tạo điều kiện để các chiến lược S_{TSN} , S_{TS} xuất hiện.

Bài toán 3:

Mục đích: Qua việc giải quyết bài toán này học sinh tiếp xúc với kiểu nhiệm vụ: “dự đoán dựa vào bảng tần số_tần suất”

Các chiến lược có thể xảy ra:

- S_{B3N} : Chiến lược “ngẫu_nhiên”. Với chiến lược này học sinh đoán ngẫu nhiên số lượng thùng cam cần đặt. Dấu hiệu có thể quan sát được khi học sinh sử dụng chiến lược này là học sinh chỉ đưa ra một con số mà trong phần giải thích không đề cập đến cách tính toán bằng cách dùng kiến thức thống kê.
- S_{B3TK} : Chiến lược “thống_kê”. Với chiến lược này để có được số lượng thùng cam cần nhập hàng học sinh sẽ lấy tổng số hàng cần nhập nhân cho phần trăm tiêu thụ của loại trái cây này.

Biến didactic

V4: Sự hiện diện của bảng tần suất của những giá trị của mẫu số liệu.

Biến này có hai giá trị

- o V4.1: Bảng tần suất không hiện diện.
- o V4.2: Bảng tần suất hiện diện.

Trong bài toán 3 thì biến V4 nhận giá trị V4.1. Với giá trị này của biến thì chiến lược S_{B3TK} sẽ có điều kiện thuận lợi để xuất hiện.

Bài toán 4:

Mục đích: Bài toán này đặt ra nhằm tìm hiểu khả năng vận dụng thống kê trong thực tế của học sinh. Học sinh càng dựa vào kiến thức về thống kê cho ra lời giải đáp hợp lý càng chứng tỏ học sinh biết vận dụng.

3.4. Phân tích a posteriori các bài toán thực nghiệm

Thực nghiệm được tiến hành trên 41 học sinh của lớp 10A5 trường Trung Học Thực Hành thuộc Đại Học Sư Phạm Thành Phố Hồ Chí Minh sau khi học sinh đã học xong chương thống kê. Lớp này được học môn toán với thầy Đ, thầy giáo được quan sát trong phần quan sát thực hành giáo viên ở chương 2.

Dữ liệu thu được bao gồm: bài làm của học sinh, giấy nháp và phần trình bày của các nhóm trên giấy croquis, protocole của pha 2, pha 3 và pha 4.

3.4.1. Phân tích chi tiết kết quả thực nghiệm

Vấn đề mô hình hóa.

Trong pha 1_làm việc cá nhân của học sinh, chúng tôi ghi nhận được những kết quả đáng chú ý như sau

Bài toán 1 và bài toán 2

Kết quả thống kê lời giải của học sinh đối với hai bài toán trên được thể hiện lần lượt trong bảng 3.1 và bảng 3.2 như sau:

Tổng số bài	Không làm	Chiến lược S_{B1D}	Chiến lược S_{B1L}	Chiến lược S_{B1LM}	Chiến lược S_{B1LMT}	Chiến lược khác
41	13	19	0	0	1	8
100%	31,7%	46,3%	0%	0%	2,4%	19,6%

Bảng 3.1

Tổng số bài	Không làm	Chiến lược S_{B2NN}	Chiến lược S_{B2TSN}	Chiến lược S_{B2TS}	Chiến lược khác
41	16	0	0	18	7
100%	39%	0%	0%	43,9%	17.1%

Bảng 3.2

Chúng tôi đặc biệt quan tâm đến kết quả làm việc của học sinh trên hai bài toán này vì cả hai bài toán trên được xây dựng để đặt học sinh vào một tình huống: muốn giải quyết được phải có khả năng mô hình hóa vấn đề bài toán đặt ra từ đó mới có thể liên hệ với kiến thức Thống kê để giải quyết. Chúng tôi cho rằng việc xử lý thành công hay không nhiệm vụ được đặt ra trong hai bài toán này sẽ phản ánh khả năng mô hình hóa một vấn đề mang tính chất thực tế của học sinh.

Từ kết quả trên, điều đầu tiên chúng tôi nhận thấy là tỷ lệ học sinh “bỏ cuộc” không giải hai bài toán trên khá cao: 31,7% đối với bài toán 1 và 39% đối với bài toán hai. Với những trường hợp không làm này, chúng tôi quan sát được trong giấy làm bài và giấy nháp phát cho học sinh không có dấu hiệu ghi gì, hoặc các em chỉ ghi ra một vài con số rồi gạch bỏ hết. Hiện tượng này theo chúng tôi đánh giá nguyên nhân rất nhiều khả năng là học sinh nhận thấy vấn đề đặt ra là khó, là không quen thuộc nên không thể giải quyết. Ngay cả khi chúng tôi phỏng vấn học sinh là các em có nhận ra bài toán này nhắm đến phần kiến thức nào hay không thì em trả lời là kiến thức Thống kê. Như vậy học sinh biết kiến thức sẽ sử dụng nhưng không thể vận dụng được.

Ở bài toán 1

Số lượng học sinh chọn chiến lược đếm số người chiếm tỷ lệ rất cao 46,3%. Thực hiện chiến lược này, trong bài giải thu được, chúng tôi nhận thấy học sinh đã đếm bằng nhiều cách: lần lượt tô đen tất cả những người trong hình, hoặc gạch chéo, khoanh đầu người .v.v. Ví dụ bài làm của học sinh H26, H35.

Bên cạnh đó có 19,6% sử dụng những chiến lược giải rất đặc biệt mà chúng tôi gọi chung là chiến lược khác. Những chiến lược này đều không cho ra được con số gần đúng với số người xuất hiện trong hình. Cụ thể có em trả lời

- o **H12:** có n người với $n > 0$.
- o **H13:** Số người có trong bức tranh nhiều và chỉ chút nhau, ta không thể đếm từng người. Kết luận có n người $n \in \mathbb{N}$.
- o **H16:** Vô số người.

Đặc biệt có một số học sinh còn đưa ra những lời giải như thế đây là một bài toán đồ mẻo.

- o **H6:** Chỉ có hai loại người xuất hiện trong tranh: những người có nhu cầu sử dụng dịch vụ (mua bán, giặt giũ, thời trang...) những người cung cấp dịch vụ.
- o **H31:** Đây là một câu hỏi không có lời giải. Theo em, chỉ có 2 người trong bức tranh.
- o **H36:** 3 người: người bán, người mua người tham quan.

Lí giải cho hiện tượng này chúng tôi nghĩ với những lời giải thể hiện như trên thì rất có khả năng học sinh đã hoàn toàn không có sự liên hệ nào đến vấn đề là cần phải mô hình hóa tình huống trong hai bài toán để có thể dùng kiến thức thống kê để giải quyết. Nói cách khác trong phản ứng của học sinh khi đứng trước tình huống này không tồn tại giải pháp mô hình hóa.

Trong 41 bài làm chúng tôi thu được thì chỉ có duy nhất 1 bài (chiếm tỷ lệ 2,4%) sử dụng chiến lược tần số_mẫu_tổng thể. Tức là học sinh này đã đưa được vấn đề cần giải quyết về phạm vi có thể sử dụng kiến thức thống kê để giải quyết.

- o **H11:** Bức tranh trên có diện tích $186,69 \text{ cm}^2$, xét trung bình 1 cm^2 có khoảng 5 người. Suy ra, bức tranh nếu kín hết thì chứa khoảng 933 người. Diện tích các khoảng trống trong tranh chiếm khoảng 20 cm^2 . Suy ra số người có thể có trong tranh trên là $933 - (5 \cdot 20) = 833$ người.

Ngoài ra, cần phải nhấn mạnh là đối với bài toán 1 thì ngay cả sau khi chúng tôi cho học sinh hoạt động nhóm và thảo luận trước lớp thì kết quả nhận

Bài toán 2

o **H41**: Có 240 ký tự trong bảng mã

“T” 7 “T”: 2,92 suy ra có thể là O

"0" "0":

○ **H26:** Ta tìm tổng số lượng chữ cái có trong mật thư. Tính tần suất xuất hiện của mỗi chữ cái xuất hiện ở trong mật thư bằng cách đếm số lượng mỗi chữ cái có trong mật thư rồi chia cho tổng số lượng chữ cái, rồi nhân cho 100%. Rồi kết hợp với bảng tần suất, nếu hai tần suất bằng nhau thì ta

thể chữ cái có trong mật thư bằng chữ cái trong bảng tần suất có giá trị bằng nó. $E = H$

- o **H32:** Để giải mã mật thư, ta không nên giải trực tiếp bằng cách xem vào mật thư mà ta nên liệt kê cái kí tự, số lần xuất hiện của chúng rồi từ đó mới viết ra nháp, giải chúng.
- o Còn những học sinh còn lại thì ngay cả khi đã xác định là sử dụng tần suất vẫn cho những lời giải sai hoặc chỉ dừng lại ở mức độ thống kê tần số xuất hiện chữ cái. Ví dụ
- o **H19:** Đếm số lần xuất hiện của các ký tự có trong bảng trên. Sau đó lấy số lần xuất hiện của ký tự đem chia cho 100 sẽ ra một con số. Con số đó tương đương với chữ cái nào thì ký tự đó tương đương với chữ cái đó. Ta có thể dự đoán ký tự có mặt nhiều nhất sẽ có tần suất cao nhất và ngược lại.
- o **H29:** Có 12 chữ A, có 26 chữ B, có 6 chữ C.

Chúng tôi thiết nghĩ với sự xuất hiện của bảng thống kê tần suất xuất hiện của những chữ cái tiếng Anh cho trong đề bài thì đã tạo rất nhiều thuận lợi cho học sinh đi đến chiến lược tần suất nhưng thực tế phân tích cho thấy ngoài những học sinh không làm được hoàn toàn thì ngay cả những học sinh có cách giải dùng chiến lược này vẫn chưa thực sự giải quyết vấn đề của bài toán đặt ra một cách hiệu quả. Lý giải cho điều này chúng tôi cho rằng có ba khả năng.

- Khả năng thứ nhất là học sinh đã mất nhiều thời gian để tìm ra chiến lược tần suất nên thời gian còn lại dùng vào việc giải bài toán không nhiều.
- Khả năng thứ hai, học sinh nhận ra chiến lược giải đúng tuy nhiên gặp vấn đề trong việc vận dụng những kỹ thuật giải quyết kiểu nhiệm vụ tính tần số, tần suất.
- Khả năng thứ ba, học sinh còn hoang mang, chưa chắc chắn về tính chính xác của chiến lược này nên không thể tiến hành giải một cách nhanh chóng.

Dù là khả năng nào xảy ra đi chăng nữa theo chúng tôi nguyên nhân cũng xuất phát từ thực tế là học sinh chưa được làm việc nhiều với những dạng bài đòi hỏi

ngoài vấn đề tính toán ra còn phải có khả năng mô hình hóa bài toán. Cho nên trong tình huống này đã không thể thực hiện được yêu cầu đặt ra của bài toán.

Đáng lưu ý hơn, trong quá trình thống kê kết quả chúng tôi nhận thấy có đến 7/41 (17,1%) cho ra cách giải khác hoàn toàn không liên quan gì đến chiến lược tần suất.

- o **H5:** Trong mật thư trên có tất cả 240 kí tự. Do đó, xác suất xuất hiện một kí tự trong bảng chữ cái tiếng Anh là $\frac{240}{26} \approx 9,23\%$.
- o **H24:** Cách giải: Mỗi chữ cái tương ứng với chữ cái đứng sau 3 chữ trong bảng chữ cái alphabet. Ví dụ: F là I, E là H, T là W, A là D, O là R, N là Q. Giải mã I have wiced a bird would.
- o **H34:** Ta có bảng tần suất xuất hiện mỗi kí tự. Một chuỗi kí tự là các chữ cái ghép vào nhau để tạo thành một chữ có nghĩa. Đếm số chuỗi kí tự giống nhau xuất hiện trong mật thư, dựa vào bảng tần suất có sẵn suy ra 1 chữ có nghĩa, suy ra giải được mật thư.
- o **H36:** Lựa những kí tự có tần xuất gần bằng nhau hoặc có thể ghép hai kí tự lại với nhau để có thể bằng tần suất với giá trị đã cho. $E = RI, T = OM, A = OX, O = SY, N = RX$.

Trong kết quả thảo luận của các nhóm chúng tôi thu được thì Có 2/4 nhóm sử dụng chiến lược tần suất

- o **Nhóm 1:** Tính mật độ xuất hiện của các chữ cái trong mật thư rồi so sánh với bảng thống kê, từ đó chọn ra chữ cái theo yêu cầu của đề bài.
- o **Nhóm 2:** Tính tổng các chữ cái trong mật thư. Tính tần suất xuất hiện của từng chữ cái trong mật thư. Đối chiếu với tần suất xuất hiện của chữ cái tiếng Anh. Thay những chữ cái trong mật thư bằng các chữ cái có cùng tần suất. A kí hiệu là I, E kí hiệu là L, T kí hiệu là K.

Trong giấy nháp của nhóm 2 thể hiện phần tính tần số của tất cả các chữ cái có trong bảng.

Hai nhóm còn lại có cách giải khác.

Nhóm 3:

Cách giải 1: Mỗi chữ cái tương ứng với một chữ cái khác sau nó 3 kí tự trong bảng chữ cái tiếng Anh. Suy ra những kí tự tương ứng với các chữ cái: E là H, T là W, A là D, O là R, N là Q.

Cách 2:

$$\frac{\text{số lần kí tự xuất hiện}}{\text{tổng số kí tự}} \cdot 100 = \text{tần suất}$$

Suy ra dò ra chữ cần tìm.

Nhóm 4:

Mỗi kí tự trong bảng mật mã ta giảm xuống 3 kí tự

I hate a bird. E: H, T: W, A: D, O: R, N: Q.

Có thể nhận thấy rằng ngay cả sau khi hoạt động nhóm thì vẫn có đến một nửa số nhóm có sử dụng đến cách giải không khai thác thông tin về tần số của những chữ cái.

Bài toán 3:

Tổng số bài	Chiến lược S_{B3N}	Chiến lược S_{B3TK}	Không làm
41	7	32	2
100%	17%	78%	5%

Bảng 3.3

Kết quả thực nghiệm cho thấy khi giải quyết bài toán 3 có đến 32/41 học sinh chọn chiến lược có sử dụng đến kiến thức thống kê. Cụ thể, các em giải như sau:

- o **H22:** Trong 500 thùng trái cây thì có $\frac{500 \cdot 56\%}{100\%} = 280$ thùng cam.

Ngoài ra có những bài giải bên cạnh việc tính được số thùng cam là 280 một số bài giải còn đưa ra những nhận định xung quanh kết quả tính được này

- o **H5:** do lượng cam tiêu thụ của tháng này đạt 56% nên để chuẩn bị cho tháng tiếp theo, cửa hàng cần nhập từ 50 – 60% số thùng cam trong số 500

thùng trái cây. Như vậy, lượng cam cửa hàng cần nhập sẽ là từ 250 – 300 thùng cam cho tháng kế tiếp, tức là phải hơn một nửa số lượng thùng trái cây cần nhập vào. Sở dĩ nhiều như vậy là vì trong tháng này, cửa hàng đã tiêu thụ được 56% số cam nên nhiều khả năng số cam tháng sau sẽ được tiêu thụ nhiều hơn hoặc ít hơn, nếu ít hơn thì cũng không ít hơn bao nhiêu.

Trong khi đó chỉ có 7/41 sử dụng chiến lược giải khác. Ví dụ như cách giải của học sinh sau

- o **H27:** *Cửa hàng cần nhập 60 thùng (12%) vì lượng cam tiêu thụ tháng trước là 56% trên tổng số 100% số cam nhập, còn dư 44% cam suy ra cần nhập thêm 12%.*
- o **H12:** *Cam nhập 300 thùng (chiếm 3/5 tổng số hàng cần nhập) vì cam được tiêu thụ nhiều hơn, chiếm hơn 50% tiêu thụ.*

Trong pha 2 thì tất cả các nhóm đều đưa ra kết quả là 280 thùng cam.

Như vậy, đa số học sinh đã biết vận dụng được kết quả trên mẫu số liệu để dự đoán kết quả thống kê. Thành công của học sinh khi thực hiện bài toán này, theo chúng tôi phản ánh một thực tế là bản thân các học sinh đã hiểu được mối liên hệ giữa kết quả điều tra trên mẫu số liệu về một dấu hiệu nào đó với đặc điểm của dấu hiệu đó trên tổng thể.

Giữa bài toán 3 và bài toán 1 của thực nghiệm có nét tương đồng là khi giải đều đòi hỏi học sinh phải dựa vào đặc điểm của dấu hiệu điều tra trên mẫu để suy ra đặc điểm trên tổng thể. Điểm khác biệt là trong khi bài toán 3 đã được cho dưới dạng một bài toán phỏng thực tế, học sinh chỉ cần làm việc với các số liệu đã có sẵn thì ở bài toán 1 đặt học sinh trước một vấn đề hoàn toàn mang tính thực tế. Muốn giải được bằng kiến thức thống kê đòi hỏi học sinh phải thực hiện mô hình hóa bài toán. Kết quả phân tích nhận được cho thấy tỷ lệ làm được hai bài toán trên có sự chênh lệch rất lớn. Như vậy có thể thấy việc không giải được bài toán 1 nguyên nhân không nằm ở chỗ học sinh không biết tính toán, hoặc không biết dựa

vào kết quả trên mẫu để suy ra kết quả tổng thể mà ở chỗ là đã không thực hiện được bước mô hình hóa bài toán.

Kết luận.

Từ việc phân tích kết quả làm việc của học sinh trên 3 bài toán 1, 2 và 3 ở pha 1 và pha 2, cho phép chúng tôi khẳng định giả thuyết nghiên cứu đã đặt ra *“Với các lựa chọn đưa vào các kiến thức cũng như các kiểu nhiệm vụ của SGK1, SGK2, kỹ năng mô hình hóa trong khi giải quyết bài toán liên quan đến kiến thức thống kê mô tả chưa thật sự “sẵn có” ở học sinh”*

Vấn đề khai thác kết quả thống kê.

Bài toán 4

Trong pha 1, kết quả nhận được của bài toán 4 có thể tóm tắt như sau:

- o Dựa vào kết quả thống kê để xác định mode: 20/41
- o Dựa vào kết quả thống kê để xác định số trung bình: 1/41
- o Dựa vào kết quả thống kê để suy ra những kết quả khác : 9/41.
- o Không làm: 8/41
- o Làm sai: 2/ 41

Có thể thấy trong số 41 học sinh chúng tôi tiến hành thực nghiệm có đến 8 học sinh hoàn toàn không thực hiện được yêu cầu của bài toán đặt ra. Con số này không phải là ít. Câu hỏi đặt ra ở bài toán 4 là câu hỏi mở. Có rất nhiều phương án để giải đáp. Tuy nhiên những học sinh này đã bỏ trống hoàn toàn, không có một phương án khai thác kết quả thống kê nào được đưa ra. Trong số những bài giải có gần 50% số bài tập trung vào vấn đề tìm mode của mẫu số liệu thống kê được. Ví dụ:

- o **H3:** *Xét số lượng quần áo bán được ở mỗi kích thước trong mỗi quý, ta tính được phần trăm tiêu thụ của mỗi quần áo. Từ đó ta có thể biết được áo nào bán được nhiều nhất. Suy ra nhập lô hàng có áo đó về bán nhiều hơn các mặt hàng khác.*

- **H:** Người chủ cửa hàng ghi lại số lượng quần áo bán ra được ở mỗi kích cỡ của cửa hàng trong mỗi quý để thống kê xem loại quần áo nào bán chạy nhất, loại nào khách hàng ít chú ý, ít mua nhất để mua thêm loại khách ưa chuộng, hạn chế mua về loại ít bán ra hoặc có thể đưa ra biện pháp nào đó để bán chạy loại hàng ít người mua. Em đề nghị cách giúp người chủ cửa hàng khai thác những số liệu trên: Loại hàng bán chạy mua về nhiều, loại bán ra chậm hạn chế mua thêm (nhập hàng thêm), đưa ra biện pháp: quảng cáo và khuyến mãi.

Chúng tôi nhận thấy đối tượng học sinh trên đã có thể khai thác được số liệu thống kê của mẫu. Tuy nhiên hiện tượng khía cạnh khai thác của học sinh đều đặt trọng tâm vào việc tìm cho thấy khả năng vận dụng linh hoạt kết quả thống kê còn rất hạn chế. Học sinh vẫn chỉ dừng lại ở việc liên hệ với dạng toán đã giải trên lớp để đưa ra những giải pháp tương tự (kiểu nhiệm vụ xác định mode và nêu ý nghĩa của mode). Điều này phải chăng có nguyên nhân từ việc SGK và cả phần giảng dạy của giáo viên đã dành thời lượng rất lớn cho việc tính toán các giá trị nhưng lại không quan tâm thỏa đáng đến việc khai thác những kết quả tính toán được dẫn đến sự thiếu đa dạng trong nhận xét.

Đến pha 2, sau khi thảo luận nhóm thì tất cả các nhóm đều đã đưa ra được phương án khai thác số liệu. Cụ thể:

- **Nhóm 1:** Những số liệu này giúp người chủ nắm bắt được số lượng tiêu thụ của từng kích cỡ đồ. Qua đó, nắm được thị trường tiêu thụ, đồng thời điều tiết được khâu xuất, nhập hàng hóa. Cách giúp: lấy số lượng tiêu thụ hàng hóa tiêu thụ mỗi loại chia cho tổng số lượng hàng hóa các loại nhân cho 100%.
- **Nhóm 2:** Xác định lượng hàng nhập mỗi size cho quý tới. Đếm số lượng tiêu thụ ở mỗi size suy ra phần trăm tiêu thụ mỗi size. So sánh, suy ra lượng hàng cần nhập.

- o **Nhóm 3:** Những số liệu giúp ông chủ nắm bắt được kích cỡ trung bình của khách hàng (tùy thuộc vào thời điểm thích hợp) suy ra lấy hàng có kích cỡ phù hợp với khách hàng. Suy ra, thu lợi nhuận. Công thức

$$\% \text{ size A bán được} = \frac{\text{Quần (áo) A bán được}}{\text{Tổng số quần áo bán}} \cdot 100$$

Tăng % nào cao, giảm % nào thấp.

- o **Nhóm 4:** Những số liệu này có lợi cho việc nhập hàng.

Đến đây chúng ta có thể thấy phương án những nhóm trên đưa ra đã phần nào phong phú hơn, ít tập trung vào mode. Kết quả thu được ở pha 2 phản ánh sự tiến triển trong việc khai thác kết quả thống kê sau khi hoạt động nhóm. Đến pha 3, các nhóm tiếp tục bổ sung thêm nhiều ý kiến giúp sử dụng những số liệu có được một cách triệt để và hữu ích hơn.

3.4.2. Kết luận

Kết quả thực nghiệm đã cho phép hợp thức hóa giả thuyết nghiên cứu. Bên cạnh đó, thực nghiệm cũng cho phép chúng tôi nhận thấy khi đứng trước yêu cầu đưa ra một nhận định về dấu hiệu điều tra nào đó học sinh thường có xu hướng chỉ tập trung vào khai thác ở những khía cạnh rất đơn giản, gắn liền với những gợi ý thường xuất hiện trong SGK.

Ngoài ra qua việc thực hiện theo các pha của thực nghiệm, phân tích trên cũng cho thấy đã có sự tiến triển trong việc học sinh nhìn nhận những ứng dụng của kết quả thống kê, cũng như đã tạo được tình huống trong đó học sinh tiếp xúc với dạng toán đòi hỏi phải thực hiện bước mô hình hóa mới có thể vận dụng kiến thức TKMT để giải.

KẾT LUẬN

Việc phân tích đồng thời mối quan hệ với kiến thức thống kê mô tả trên hai thể chế: thể chế dạy theo chương trình hiện hành của Việt Nam và thể chế dạy theo SGK3, SGK4 của Mỹ kết hợp với nghiên cứu thực hành giảng dạy của giáo viên và kết quả thu được từ thực nghiệm đã cho phép chúng tôi trả lời thỏa đáng cho những câu hỏi đặt ra từ đầu luận văn và khẳng định giả thuyết nghiên cứu. Sau đây là một số kết quả chính của nghiên cứu:

Thứ nhất

- ☞ Phần phân tích ở chương 1 của luận văn đã làm rõ cách tổ chức đưa kiến thức TKMT vào SGK trên cả hai thể chế I1 và I2, những kiểu nhiệm vụ đặc trưng và các yếu tố kỹ thuật, công nghệ có mặt. Bên cạnh đó phân phân tích cũng đã cho thấy trong chương trình và SGK Việt Nam được nghiên cứu, những kiểu nhiệm vụ chỉ yêu cầu thực hiện tính giá trị, hoặc vẽ biểu đồ đã chiếm số lượng lớn tuyệt đối so với kiểu nhiệm vụ gắn với yêu cầu nhận xét về kết quả thống kê có được. Hơn 90% những bài toán xuất hiện đều ở dạng phỏng thực tế, học sinh hoàn toàn không được đặt trước yêu cầu phải thực hiện bước chuyển mô hình hóa mà chỉ tập trung vào thực hiện bước 3 của toàn bộ quá trình mô hình hóa_giải bài toán, cũng không có nhiệm vụ kiểm tra tính hợp lí hay không của kết quả.
- ☞ Trong khi đó, phân tích cũng chỉ ra rằng ở thể chế I2, mặc dù với số lượng các khái niệm, công thức cung cấp cho học sinh gần như tương đương nhưng đã có sự khác biệt rất lớn trong việc lựa chọn kiểu nhiệm vụ. SGK3 và SGK4 tập trung vào những kiểu nhiệm vụ đòi hỏi khả năng vận dụng của học sinh. Đặc biệt, xuất hiện kiểu nhiệm vụ mà trong kỹ thuật giải quyết đòi hỏi phải thực hiện mô hình hóa. Kết quả nghiên cứu chương 1 dẫn chúng tôi đến giả thuyết nghiên cứu

- H1: “Với các lựa chọn đưa vào các kiến thức cũng như các kiểu nhiệm vụ của SGK1, SGK2, kỹ năng mô hình hóa trong khi giải quyết bài toán liên quan đến kiến thức thống kê mô tả chưa thật sự “sẵn có” ở học sinh”

Thứ hai

Nghiên cứu chương 2 đã phản ánh thực tế giảng dạy kiến thức TKMT, làm rõ những tổ chức didactic giáo viên sử dụng để giảng dạy. Kết quả cho thấy trật tự kiến thức được đưa vào cũng như những tổ chức toán học xây dựng trên lớp hoàn toàn trùng khớp với cách tổ chức của SGK2. Giáo viên tập trung vào việc xây dựng kỹ thuật tính toán trên công thức và trên máy tính cho học sinh, dành thời lượng thích đáng cho việc hướng dẫn học sinh biểu diễn số liệu bằng bảng tần số và biểu đồ nhưng lại chưa chú trọng đến những bài toán yêu cầu đưa ra nhận xét. Trong toàn bài giảng hoàn toàn vắng mặt kiểu nhiệm vụ mà trong kỹ thuật giải quyết yêu cầu thực hiện mô hình hóa. Kết quả nghiên cứu chương 2 càng giúp chúng tôi củng cố thêm giả thuyết nghiên cứu.

Thứ ba

Thực nghiệm tiến hành ở chương 3 đã cho phép chúng tôi tìm hiểu mối quan hệ giữa học sinh và kiến thức TKMT. Kết quả thực nghiệm cho phép hợp thức hóa giả thuyết nghiên cứu. Đồng thời thực nghiệm cũng tạo điều kiện cho học sinh tiếp cận với vấn đề mô hình hóa một bài toán, cũng như tạo sự tiến triển tích cực trong việc nhìn nhận tính ứng dụng của thống kê.

Hướng nghiên cứu mở ra từ luận văn: Trong giới hạn của luận văn chúng tôi chưa thể kiểm tra được giả thuyết liên quan đến sự tồn tại của hợp đồng didactic **RE**: *Học sinh không có nhiệm vụ kiểm tra tính hợp lý của những kết quả tính được khi giải toán thống kê.* Cũng như chưa thể xây dựng được một tiêu đề án didactic cho phép rèn luyện cho học sinh thực hiện bước 1 của quá trình mô hình hóa toán học_chuyển từ lĩnh vực ngoài toán học vào môi trường toán học. Đây cũng chính là những hướng nghiên cứu mới mở ra từ luận văn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

1. Lê Viết Anh (1997), “*Từ điển thống kê*”, NXB Tổng cục thống kê.
2. Phan Đức Chính (2008), “*Toán 7 – Sách giáo viên – tập 2*”, NXB giáo dục.
3. Phan Đức Chính (2008), “*Toán 7 – tập 2*”, NXB giáo dục.
4. Đỗ Đình Hoan (2008), “*Toán 3*”, NXB giáo dục.
5. Nguyễn Bá Kim (1994), “*Phương pháp dạy học môn Toán*” (những vấn đề cụ thể), NXB giáo dục.
6. Nguyễn Bá Kim (1994), “*Phương pháp dạy học môn Toán*” (phần đại cương), NXB giáo dục
7. Đoàn Quỳnh (2006), “*Tài liệu bồi dưỡng giáo viên thực hiện chương trình, sách giáo khoa lớp 10 trung học phổ thông môn Toán*”, NXB giáo dục
8. Đoàn Quỳnh (2008), “*Đại số 10 Nâng cao – Sách giáo viên*”, NXB giáo dục
9. Đoàn Quỳnh (2008), “*Đại số 10 Nâng cao*”, NXB giáo dục
10. Bùi Thế Tâm, Trần Vũ Thiệu (1998), “*Các phương pháp tối ưu hóa*”, NXB Giao thông vận tải
11. Dương Thiệu Tống (2000), “*Thống kê ứng dụng trong nghiên cứu khoa học giáo dục*” (thống kê mô tả), NXB Đại học quốc gia

Tiếng Pháp

12. Coulange L. (1997), *Une étude sur la maturation dans la classe de mathématique en seconde, un double point de vue à partir de l'écologie et du contrat didactique.*

Tiếng Anh

13. William Collins (2002), “*Mathematics Applications and connection – course 2*”, Glencoe McGraw-Hill, United States of America.
14. William Collins (2002), “*Mathematics Applications and connection – course 3*”, Glencoe McGraw-Hill, United States of America.

PHỤ LỤC 1

BIÊN BẢN QUAN SÁT LỚP HỌC

Trường Trung học Thực Hành

Lớp : 10A5

Giáo viên: Thầy Đoán

Tiết 3, 4

Bài: Trình bày mẫu số liệu.

GV: Phát cho mỗi tổ 1 bảng, một tổ là một nhóm, còn nếu không ngồi theo tổ thì các em cứ chia theo vị trí ngồi.

1. Học sinh: chia tổ
2. GV: các em mở sách ra, bài số 2
3. GV: Bữa trước mình đã học bài số 1 là “một vài khái niệm mở đầu của thống kê”. Thế thì nhắc lại cho thầy ở bài số 1 mình đã học những khái niệm nào? Rồi cho thầy biết xem nào? ở bài số 1 mình đã học những phần nào? Em Linh nào, bài 1 mình đã học những gì nào?
4. HS: thưa thầy là mẫu, kích thước mẫu và mẫu số liệu.
5. GV: Như vậy buổi trước các em đã học mẫu, kích thước mẫu và dấu hiệu điều tra. Hôm nay mình sẽ, sau khi mình đã có mẫu số liệu mình sẽ làm cái bước phân tích cái mẫu số liệu đó, trình bày bằng các cái biểu đồ. Giờ các em sang bài 2 “trình bày mẫu số liệu”.
6. GV: Rồi, phần này chủ yếu các em đọc sách cho thầy thôi chứ không cần ghi chép nhiều mà chỉ gạch dưới trong sách thôi. Mở sách trang 161 cho thầy nào. Được chưa? Rồi chúng ta có phần thứ nhất: “bảng phân bố tần số, tần suất”. Rồi chúng ta làm ví dụ 1 cho biết khái niệm tần số, tần suất đó là gì? Rồi đọc cho thầy, bạn Hoa Phạm (???) nào?
7. HS : Thưa thầy là số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong
8. GV: (ngắt lời học sinh) Em đọc ví dụ 1 trước

9. H: Thừa cô là (cả lớp cười, học sinh sửa lại) Thừa thầy là khi điều tra năng suất của một giống lúa mới, điều tra viên ghi lại năng suất tạ / hecta của giống lúa đó trên 120 thửa ruộng có cùng diện tích 1 hecta. Theo các mẫu số liệu này điều tra viên nhận thấy. 10 thửa ruộng có năng suất 30, 20 thửa ruộng có cùng năng suất 32, 30 thửa ruộng có cùng năng suất 34, 15 thửa ruộng có cùng năng suất 36, 10 thửa ruộng có năng suất 38, 10 có 40 (H đọc hết VD1). Số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là tần số của giá trị đó.
10. GV: rồi, rồi cảm ơn em. Như vậy chúng ta có khái niệm đầu tiên đó là tần số của những giá trị trong mẫu số liệu phải không. Như vậy số lần xuất hiện của mỗi giá trị trong mẫu số liệu được gọi là tần số của giá trị đó. Cho thầy biết tần số của giá trị, tần số xuất hiện đó, tần số của giá trị 32, Khái?
11. Khái: dạ 20.
12. GV: à đúng rồi. Tần số của giá trị 42 bạn Kính Khôi (???) nào?
13. HS: dạ 5
14. GV: em trả lời nguyên câu nào.
15. HS: Dạ tần số xuất hiện của 42 là 5.
16. GV: Tần số của giá trị 42 là 5. Hay nói cách khác là chúng ta có năm thửa ruộng cùng có năng suất 42, phải không. Đó là diễn tả bằng lời, còn dùng ngôn ngữ tần số thì chúng ta có tần số của giá trị 42 là 5. Rồi, được chưa nào? Rồi bây giờ ta sẽ trình bày gọn gàng mẫu số liệu trên trong một bảng phân bố tần số. Chúng ta gọi là bảng phân bố, bảng tần số, gọi tắt là bảng tần số sau đây. Như vậy bảng phân bố tần số các em thấy là gồm..., gồm những gì nào? Bạn nào nhìn bảng 1 mà mô tả cho thầy? thứ nhất ví dụ như là bảng đó gồm mấy hàng? hàng 1 ghi cái gì? Hàng 2 ghi cái gì? Mô tả cái bảng tần số giúp cho thầy xem nào. Bạn Khang nào? Mô tả cái bảng tần số, bảng 1 cho thầy.
17. HS: dạ có hai cột ngang (lớp cười nhắc bạn: hàng ngang)
18. GV: Hai cột ngang hả? là cái gì? Gồm mấy hàng?
19. HS: dạ 2 hàng
20. GV: Rồi, bao nhiêu cột?

21. HS: 10 cột
22. GV: rồi hàng 1 ghi cái gì?
23. HS: Hàng 1 ghi giá trị
24. GV: nói lại xem nào.
25. HS: dạ, ghi giá trị thầy.
26. GV: Giá trị thầy ở trong đó hả? Thầy thì vô giá rồi (lớp cười...) . Hàng 1 ghi các giá trị đúng không?
27. HS: Dạ
28. GV: Rồi hàng 2?
29. HS: Dạ tần số.
30. GV: À, tần số. Vậy còn cái cột cuối ghi gì?
31. HS: dạ cột cuối ghi ...
32. GV: (gợi ý) Cái $N = 120$ đó theo em là ghi cái gì?
33. HS: tổng số tần số
34. GV: Rồi, N đó là tổng số tần số, được chưa nào? Rồi như vậy em nhắc lại nha, em có khái niệm đầu tiên là bảng tần số, được chưa? Gồm hai hàng phải không? Hàng đầu ghi giá trị hàng thứ hai ghi tần số và chúng ta có một cột cuối ghi tổng số tần số. Rồi, bây giờ tiếp theo chúng ta có một khái niệm gọi là khái niệm tần suất. Rồi đọc tiếp cho thầy coi nào. Duy nào?
35. HS: Nếu muốn biết trong 120 thừa ruộng (H5 đọc tiếp phần của H4)
36. GV: Đọc lại rõ xem nào.
37. HS: Đọc lại
38. GV: Rồi, em ngồi xuống. cái tần suất nói một cách đơn giản là chúng ta tính tỷ lệ phần trăm, sau đó mình viết thêm...Cái bảng tần số chúng ta viết thêm một cái hàng tần suất nữa thì ta gọi cái bảng này là bảng tần số, tần suất. được không nào? Rồi, (GV: chiếu lên bảng phần định nghĩa) Như vậy là ở đây thầy chỉ nói lại cái ý trong sách trên màn hình thôi. Như vậy tần số là tỷ số giữa tần số và kích thước mẫu tương ứng. kích thước mẫu ha. Rồi, Như vậy mô tả bảng tần số tần suất cho thầy xem nào. Bạn Viên nào? Mô tả bảng tần số tần suất?

39. HS: dạ thưa thầy. bảng gồm có 3 hàng, hàng đầu tiên là hàng của giá trị x . Ồ, hàng thứ 2 là hàng của tần số. hàng thứ 3 là tần suất.
40. GV: ờ. Như vậy để ra được số 8,3 này ta làm cái gì ta? Bạn Vi? Để ra được 8,3 này ta làm cái gì đây?
41. HS: Dạ là lấy...
42. GV: Lấy số nào chia số nào?
43. HS: lấy tần số chia cho...
44. GV: Cụ thể, không nói chung nữa, tần số cụ thể, ví dụ là số 8,3 này là tần suất của giá trị 30 đúng không? Thì lấy cái gì chia cho cái gì?
45. HS: Dạ là lấy n nhỏ chia cho N lớn.
46. GV: (gợi ý) Cụ thể là lấy số nào chia cho số nào?
47. HS: dạ 10 chia cho 120.
48. GV: Được chưa? Sau này khi thực hành làm bài tập là em phải tính đấy. Được chưa như vậy để ra được 8,3 này chúng ta lấy 10 chia cho 120. Như vậy là 1 phần 12, bấm máy ra. Tương tự đúng không? tương tự là 16,7 chúng ta lấy 20 chia cho N là 120.
49. Rồi, đọc cho thầy phần chú ý coi nào? Bạn thế Bảo nào?
50. HS: Đọc phần chú ý SGK (Bổ sung nội dung)
51. GV: Rồi, Như vậy bảng tần số, tần suất chúng ta có thể viết dạng ngang hoặc chúng ta có thể viết dạng dọc. Bảng dọc như bảng 3. Ta thấy bảng 3 hoạt động H1 trang 163 chưa nào? Đó là người ta thống kê điểm thi môn toán trong kì thi vừa qua của 400 em học sinh. Thì điểm bài thi chúng ta có từ 0 tới 10. Đúng không? Bữa sau thầy cho thống kê điểm kiểm tra chung của lớp các em nha. Như vậy là 400 học sinh này là của một khối. được chưa. Rồi bây giờ thì người ta cho cái số tần số và tần suất tương ứng. Người ta chừa lại những cái chỗ trống. Rồi bây giờ cho 5 phút, 5 phút làm việc cá nhân đi rồi bắt đầu điền vào đó.
52. H: làm việc cá nhân.
53. GV: (nhắc nhở) Điền xong rồi một chút thầy hỏi phải nêu cách tính cho thầy luôn nha, làm sao mà ra được số đó.

54. GV: (sau 2 phút) Rồi xong chưa nào. Bây giờ điền theo cái cột dọc, cột thứ hai trước nha. Rồi ô trống đầu tiên Tuần Tú nào.
55. H9: Thừa thầy là 6
56. GV: Tại sao ra được 6.
57. HS: Thừa thầy ta lấy 1,5% nhân 400.
58. GV: 1,5% nhân 400. Tại sao? Em áp dụng công thức nào?
59. HS: từ công thức
60. GV: à, $f_i = \frac{n_i}{N}$, f_i là tần suất. Như vậy người ta cho f_i rồi cho N rồi như vậy muốn ra n_i thì ta lấy f_i nhân cho N. Đúng rồi phải không? Rồi, kêu số chỉ người thứ hai cho thầy, kêu số đi?
61. HS: Thừa thầy số 1.
62. GV: Như vậy cái đầu tiên là số 6. Đúng rồi phải không? Rồi,
63. HS (đứng lên cho kết quả).
64. GV: Tính sao?
65. HS: Ta có n_i thì ta lấy f_i nhân cho N.
66. GV: Cụ thể đi, số nào nhân cho số nào.
67. HS: dạ 18% nhân 400.
68. GV: 18 nhân với 400 chia 100 phải không? Rồi, đúng rồi 72. Rồi những cái số bên cột tần suất thì có cách tính giống nhau phải không. Rồi, một bạn đọc hết cho thầy luôn. Đọc tiếp cho thầy coi, Khải?
69. HS: điền tiếp các số còn thiếu trong cột tần suất ở bảng 3.
70. GV: Rồi, Phần 1 này các em nhớ cho thầy chúng ta có khái niệm bảng phân bố tần số và bảng phân bố tần số, tần suất. Bây giờ ta sang phần 2 là bảng phân bố tần số tần suất ghép lớp. Rồi, các em nhìn ví dụ 2 trang 163 cho thầy. (thầy đọc VD)
71. Người ta chọn 36 học sinh nam và đo chiều cao. Như vậy ở đây chúng ta có 36 số đo. Đúng không? Đây là số đo vòng 4 (thầy nói đùa)
72. cả lớp cười, vòng 4 là gì vậy thầy?

73. GV: Theo định nghĩa của thầy số đo vòng 4 là chiều cao. Rồi, để trình bày mẫu số liệu, thôi trật tự nào. (thầy đọc trong SGK) Để trình bày mẫu số liệu theo một tiêu chí nào đấy, để ngắn gọn và xúc tích nhất là khi có nhiều số liệu phải không thì ta sẽ thực hiện ghép các số liệu thành các lớp. Ở đây ta ghép các số liệu trên thành 5 lớp (thôi trật tự nào). Ta ghép các số liệu thành 5 lớp. Lớp thứ nhất gồm các học sinh có chiều cao từ 1,6m đến 1,62m, thứ hai là từ 1,63m đến 1,65m, lớp 3 từ 1,66m đến 1,68m, lớp 4 từ 1,69m đến 1,71m, lớp thứ 5 từ 1,72m đến 1,74m. Được chưa?
74. Thường người ta chia thành các lớp như thế. Khi thống kê điểm cho bài kiểm tra chung thầy thường thống kê theo các mức yếu_kém dưới 3,5, trung bình là từ 3,5 cho đến 5. được chưa, ví dụ như thế.
75. Rồi, thế thì ở đây người ta đã làm sẵn cho các em rồi và người ta đếm luôn.
76. Như vậy là có 6 bạn có chiều cao trong đoạn từ 1,6m đến 1,62m. 12 bạn từ 1,63 đến 1,65. 10 bạn từ 1,66 đến 1,68. Thì cái bảng 4 đó, các em đã thấy bảng 4 chưa nào. Bảng 4 đó là bảng phân bố tần số ghép lớp. được chưa?
77. Rồi, qua trang 164 nào. Tương tự cách tính tần suất như ở phần 1 chúng ta đã nói, chúng ta bổ sung thêm cột tần suất. Như vậy để ra được 6,7 lấy 6 chia cho 36.
78. GV: Rồi điền tiếp cho thầy nào. Cột tần suất, còn 3 chỗ trống. Rồi, 1 phút.
79. Cả lớp: tính toán
80. GV: Rồi đọc cho thầy xem nào bạn Chi ?
81. HS: dạ 27,8
82. GV: 27,8 đúng.
83. HS: 13,9.
84. GV: Đúng luôn.
85. HS: 8,3
86. GV: Chính xác. Cái này là máy tính chứ mình đâu có tính đâu.
87. Rồi, đọc tiếp cái phần dưới cái H2 coi nào. Quyền, (giáo viên nhắc: trong nhiều trường hợp đó)
88. H13: đọc tiếp (nói hết 5 lớp ghép)

89. GV: Rồi, như vậy là mình có quyền ghép các lớp sao cho đầu mút bên phải của nửa khoảng này là đầu mút bên trái của nửa khoảng tiếp theo. Và nhớ ví dụ như 162,5 mình đã tính rồi thì không tính nữa nha. Ví dụ mà em viết đoạn luôn đó thì em sẽ tính hai lần. Được chưa? Trong thống kê mà mình tính, mình thống kê lộn ngay từ đầu thì coi như bài mình sai hết. Thì vừa rồi các em đã xong cái phần bảng phân bố tần số, tần suất ghép lớp. Thường trong thực tế thì chúng ta sẽ gặp bảng ghép lớp vì thường chúng ta điều tra khá nhiều. Mẫu có kích thước cũng khoảng một trăm mấy đúng không? Bây giờ chúng ta sẽ thể hiện, sau khi chúng ta tính tần số tần suất xong chúng ta sẽ thể hiện bằng một biểu đồ. Được chưa? Tục ngữ có câu trăm nghe không bằng một thấy, trăm thấy không bằng một thử.
90. Cả lớp cười
91. GV: đó là vina café nói nha. Một hình ảnh có giá trị ngàn lần hơn lời nói. Như là xem tivi thì thích hơn nghe FM đúng không? Chẳng ai lại nói xem phim hàn quốc bằng nghe FM. Đúng không? Xem phim Hàn Quốc chủ yếu người ta xem diễn viên trẻ đẹp. Rồi, bây giờ chúng ta có phần thứ nhất là biểu đồ tần số _ tần suất hình cột. Rồi, đọc ví dụ 3 cho thầy nào bạn Việt anh.
92. H: Đọc VD3 đến đoạn (...tần suất tính theo phần trăm)
93. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy là sau khi có bảng 4 là bảng lớp và tần số tương ứng bây giờ thầy sẽ vẽ biểu đồ hình cột. Cái này bên Địa mình gặp rồi phải không. Chúng ta sẽ dùng hai cái cột. (30'20 giây) gồm hai tia vuông góc, giống như là hệ trục tọa độ nhưng mà ở đây mình không cần vẽ mũi tên. Rồi, trên cái cột nằm ngang này thầy sẽ ghi các lớp lên trên này. Trên cái cột hàng dọc thầy sẽ ghi cái tần số. Rồi, được chưa, sau đó thầy sẽ vẽ các cái hình chữ nhật. Ví dụ trong cái bảng đó từ 160 đến 162 thì có bao nhiêu bạn? (thầy tự trả lời) 6 bạn đúng không? ở đây em nên để vị trí các điểm chia cho nhìn rõ hơn đúng không? Rồi tương tự (thầy vừa nói vừa vẽ). Đúng không? ở đây để vẽ biểu đồ này thì các em có thể dùng cái powerpoint. Ở đây có thể dùng powerpoint để vẽ biểu đồ (vừa giảng vừa minh họa). Như vậy các em thấy, được chưa nào. Như vậy khi vẽ xong mình có thể ghi thêm các chỉ số để nhìn cho rõ cũng được. Ví dụ như cột đầu tiên là 6 người, cột thứ 2 là 12 người phải

không? Là cái chiều cao của cột này, ta chú thích trên này. Trường hợp mà ví dụ như ở đây chúng ta có (giáo viên đếm số cột) 2, 4, 5 cột ứng với năm lớp mà ví dụ như trong tập chúng ta có không đủ màu thì chúng ta có thể làm: cột thứ nhất đánh dấu cộng, cột thứ hai đánh dấu trừ, cột thứ ba đánh dấu nhân, cột thứ 4 đánh dấu chia, cột cuối cùng đánh ăn bậc hai.

94. Cả lớp cười.

95. GV: Thì cho nó ấn tượng, đúng không? Rồi các bạn gạch chéo cũng được. rồi, ở đây các em thấy nếu như mình ghép lớp sao cho cái nút bên phải trùng với nút bên trái của khoảng tiếp theo (giáo viên minh họa). Đây, thì các em thấy các cột này sẽ khít vào nhau đúng không? Thì đó cũng là một cách trình bày. Bây giờ các em làm hoạt động H3, chia nhóm nào. Vẽ biểu đồ tần suất hình cột thể hiện bảng 5. Rồi, cho 3 phút nha.

96. H: Chia nhóm làm việc

97. GV: đi xuống lớp quan sát. Thấy nhóm 1 loay hoay kiểm chỗ vẽ giáo viên gợi ý đem xuống đất vẽ luôn. Giáo viên nhắc đơn vị chỉ cần lấy tương đối thôi. Các nhóm làm xong chưa nào?

98. H: chưa thầy ơi.

99. GV: Đơn vị ở hai cột không cân bằng nhau, không bằng nhau nha. Bạn nào vẽ cái cột càng dài là tô càng lâu. Thôi các em để cột được rồi, khỏi phải tô, khỏi chú thích gì hết. Rồi có nhóm nào xong năm cột chưa?

100. H: Tiếp tục thảo luận

101. GV: rồi ngưng ngưng ngưng. Khỏi tô, khỏi tô. Rồi, mỗi tổ cử người lên đây cầm.

102. H: đại diện lên cầm bảng kết quả.

103. GV: (thấy tổ 1 vẫn đang làm việc) Thôi cái chợ chòm hôm này chúng ta về chỗ. Các nhóm kia mau lên.

104. H: đem các bảng lên

105. GV: Cái nhóm này bảng xanh, viết phần xanh có thấy gì đâu. Nhóm của bạn Tính Khôn đó (GV đề nghị nhóm này nói trước). Các em trật tự nào.

106. H: đưa sản phẩm

107. GV: Tổng thể là cái nhóm này nhìn chung là được nhưng mà các em lưu ý chỗ này nè. Ví dụ như đơn vị 30% đúng không? Ai biểu em lấy cho nó dài vậy nè để mình tô nó một đúng không? Ví dụ như 5 đơn vị mình lấy 1 ô thôi. (sắp hết giờ, học sinh thu dọn sách vở). Khoan thu dọn nha, ai thu dọn tôi cho ở đây luôn. Rồi các em nhìn đây, ở đây thầy nói nhanh các em về đọc sách chúng ta còn hai phần nữa nào. Như vậy thầy nhắc lại một kinh nghiệm về biểu đồ mà cho nó nhanh là chúng ta lấy đơn vị này nó nhỏ thôi, nó vừa thôi. Vừa tức là đừng nhỏ quá đúng không? À và đừng lớn quá. Lớn quá mình khó vẽ. Tính Khôn rồi chưa?

108. H15: dạ (lớp khá ồn ào)

109. GV: Mất trật tự tôi chp ở đây luôn. Nhắc lại cách vẽ biểu đồ là lấy đơn vị vừa phải thôi để nó khỏi phải tốn giấy là một, khỏi mất thời gian tô được chưa? Còn hai ý nữa ở đây thầy nói sơ rồi mấy em về nhà đọc sách ha. Là đường gấp khúc tần số tần suất là sao. (Thầy chiếu hình minh họa lên bảng) Rồi, đây là đường gấp khúc tần số. Tức là vậy, ở cái cột hàng ngang này thì thay vì viết nguyên một cái đoạn thì thầy chỉ tính cái trung điểm thôi. Tất cả chú ý nào. Cái đường gấp khúc tần số các em lưu ý cho thầy nè nó chỉ khác là cái cột nằm ngang này mình kiếm cái trung điểm, đúng không? ở đây thì thầy chưa có tính cái trung điểm ở đây ha. ở đây tính cái trung điểm, được chưa? Ví dụ ở đây chúng ta tính trung điểm. Trung điểm thứ nhất là 161 phải không? Còn cái chiều cao tương ứng ở trung điểm này tương tự như cái bảng thống kê đúng không chỉ khác là ở cái hàng ngang. Cái đó các em về xem thêm trong sách cho thầy nha. Cuối cùng là tần suất hình quạt. à, tần suất hình quạt (giáo viên chiếu hình minh họa lên bảng) đây. Ở đây ví dụ như là số đo trong khoảng từ 160 đến 162 được chưa? Là ở đây (vừa nói vừa chỉ hình minh họa) là có 6 bạn đúng không? Có 6 bạn được chưa. Rồi chúng ta chia ra, chúng ta tính phần trăm xem như là 6 bạn này chia cho tổng số 36 như vậy là chiếm 1 phần 6. Như vậy chúng ta dùng nguyên cái hình tròn tượng trưng cho 100%. Có 6 bạn chiếm tỉ lệ 1 phần 6 tức là 16,7% như vậy chúng ta vẽ cái hình quạt ở đây cái góc ở tâm sẽ là bao nhiêu độ đây? Một phần 6 của 360 . (giáo viên vẽ) được không? Tương tự chúng ta tính tỷ lệ và suy ra cái góc ở tâm . Cái này bên địa đã làm rồi đúng không? Các em về đọc thêm trong sách nha. Vì chúng ta vào lớp trễ nên còn việc. Bài tập cho thầy nào.

110. H: lớp ồn ào.

111. GV: nghe thầy dặn đây, thứ 3 tuần sau 3 tiết chúng ta sẽ học thống kê tiếp thay cho học cung lượng giác ha. Bài tập từ bài số 5 đến bài số 8 trang 165.

PHỤ LỤC 2

BIÊN BẢN QUAN SÁT LỚP HỌC

Trường Trung học Thực Hành

Lớp : 10A5

Giáo viên: Thầy Đoán

Tiết 3, 4

Bài: Các số đặc trưng của mẫu số liệu.

Biên Bản 2

1. GV: mở sách ra trang 170 xem nào. Ai mang sách giơ tay lên đi, thầy ghi tên vô sổ đầu bài. Mở sách trang 170. Rồi bài số 3 các số đặc trưng của mẫu số liệu. Bài này chủ yếu các em sẽ đọc trong sách không cần ghi nhiều đâu, không cần ghi gì hết luôn. Rồi, mở sách ra trang 170. Đọc cho thầy từ đầu cho đến hết công thức số hai, đọc từ đầu cho đến công thức số hai bạn Phương nào.

2. H1: Để nhanh chóng nắm bắt được những thông tin quan trọng chứa đựng trong mẫu số liệu, ta đưa ra một vài chỉ số gọi là các số đặc trưng của mẫu số liệu.

1. Số trung bình

Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N là $x_1, x_2, \dots, x_n$. Ở lớp dưới ta đã biết số trung bình (hay số trung bình cộng) của mẫu số liệu này, kí hiệu là $\bar{x}$, được tính bởi công thức

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$$

để cho gọn, ta kí hiệu tổng $x_1 + x_2 + \dots + x_n$ là ... (học sinh lúng túng)

3. GV: xích ma, cái dấu đó gọi là xích ma x_i .

4. H1: dạ, là $\sum_{i=1}^N x_i$ gọi là tổng của các x_i với i chạy từ 1 đến N. Với kí hiệu này, công

thức (1) được viết gọn là:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i .$$

5. GV: À, rồi thôi được rồi em ngồi xuống đi, chỗ đó hơi khó đọc ha. Như vậy là chúng ta có mẫu số liệu rồi thì chúng ta quan tâm đến những thông tin đó. Thông tin đầu tiên là số trung bình. Được không?
6. Trung bình cộng thì giống như là trung bình cộng mình hay sử dụng, lấy tổng chia cho N. Đúng không?
7. Ví dụ như là thầy nói là tính điểm trung bình của bảng điểm thi học kì 1 thì lấy tổng hết lại các em chia cho bao nhiêu?
8. H: dạ, 38
9. GV: 38, đúng không? À sĩ số lớp mình là 38. Được chưa?
10. Bây giờ trường hợp mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số, là bảng 7, các em nhìn sách bảng 7, thấy chưa? Giá trị là từ x_1, x_2 cho đến x_n . Tần số của x_1 là n_1 , của x_2 là $n_2 \dots$. Thế thì công thức tính số trung bình trở thành là gì? Nếu chúng ta cộng từng cái một thì có phải x_1 cộng x_1 cộng $x_1 \dots$ cộng n_1 lần. À, như vậy chúng ta đặt thừa số chung luôn, ta có $n_1 \cdot x_1$ đúng không? Rồi, chúng ta sẽ viết $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ được chưa? Rồi đó là cái trường hợp thứ hai.
11. Trường hợp thứ 3. Đọc tiếp cho thầy cái phần mà mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số ghép lớp, Bạn Khang nào.
12. H2: Giả sử mẫu số liệu kích thước N được cho dưới dạng bảng tần số ghép lớp. Các số liệu được chia thành m lớp ứng với m đoạn (bảng 7a) hoặc m lớp ứng với m nửa khoảng (bảng 7b). Ta gọi trung điểm x_i của đoạn (hay nửa khoảng) ứng với lớp thứ i là giá trị đại diện của lớp đó.
13. GV: Rồi khi đó thì sao?
14. H2: dạ, khi đó số trung bình của mẫu số liệu này được tính xấp xỉ theo công thức

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i x_i$$
15. GV: rồi, em ngồi xuống. Như vậy trường hợp thứ 3 là trường hợp các em hay gặp, tức là cái bảng số liệu bây giờ được cho dưới dạng bảng tần số ghép lớp như vậy các em

sẽ tính giá trị trung bình như thế nào. Các em sẽ tính giá trị đại diện tức là cái trung điểm của cái đoạn hoặc nửa khoảng đó. Ví dụ như lớp $[a_1; a_2]$ thì trung điểm của nó là x_1 được không? Như vậy ta tính giá trị đại diện sau đó chúng ta tính giá trị trung bình lấy xấp xỉ hay gần bằng thôi tại vì chúng ta (chỉ) lấy cái giá trị đại diện là cái trung điểm thôi. Rồi các em tập trung lên bảng thầy nói về số trung bình nào (giáo viên trình chiếu công thức lên bảng). Đây là công thức tính số trung bình áp dụng cho bảng tần số ghép lớp, phải không? Rồi,

16. Ví dụ nào:
 Người ta chia 179 củ khoai tây thành 9 lớp dựa trên khối lượng của chúng, đơn vị là gram và thu được bảng tần số sau:

Lớp	Tần số
[10;19]	1
[20;29]	14
[30;39]	21
[40;49]	73
[50;59]	42
[60;69]	13
[70;79]	9
[80;89]	4
[90;99]	2
	N = 179

Bây giờ từ 10 cho đến 19 thì giá trị đại diện là... em phải tính trung điểm là lấy 19 cộng 10 chia hai rồi tính tương tự. Còn tần số, sau khi người ta thống kê xong được như thế

này. Nếu ứng dụng thực tế này sẽ mua một bao khoai tây, một cái cân chia làm 4 và từng nhóm sẽ cân. Đúng không? Được chưa bây giờ cách tính khối lượng trung bình nè, như vậy thầy sẽ lấy giá trị nhân với tần số, cộng hết lại chia cho 179 được chưa? Rồi,

17. Thế thì cái số trung bình đó, tại sao người ta lại lấy số trung bình để làm chỉ số đặc trưng cho mẫu số liệu đó. Theo các em thì lí do nào người ta lấy?

18. Ví dụ như vậy ta lấy ví dụ trong thực tế, bây giờ so sánh lớp A5 với lớp A4 đi, coi lớp nào học toán giỏi hơn. Bây giờ thầy lấy bài kiểm tra chung đúng không? Thầy lấy điểm trung bình của bài kiểm tra chung lớp này so với trung bình của kiểm tra chung của 10A4 thì điểm trung bình lớp nào cao hơn thầy nói lớp đó học toán giỏi hơn. Như vậy so sánh sẽ nhanh hơn chứ không phải so sánh theo thứ tự số 1 của lớp này so với số 1 của lớp kia. So như thế thì sẽ không hợp lí, đúng không? Rồi như vậy thì ý nghĩa của số trung bình là mình có thể lấy số trung bình đó để mà làm đại diện cho các số liệu của mẫu. Được không?

19. Kể cho thầy một cái tình huống nào mà người ta hay dùng số trung bình để người ta so sánh nào? Đọc trên báo hay ở đâu đó chúng ta thấy người ta dùng số trung bình? Bạn Sơn nào?

20. H3: Dạ thưa thầy là tuổi thọ trung bình.

21. GV: à, như vậy là số tuổi thọ trung bình phải không à! Tuổi thọ trung bình của người Việt Nam thời hiện nay khoảng bao nhiêu?

22. H: Lớp lao xao thảo luận.

23. GV: Rồi, nếu thầy nhớ không lầm thì cách đây 1 năm thầy có đọc một cái thông tin thì tuổi thọ trung bình của người Việt Nam độ khoảng sáu mươi mấy.

24. H: lao xao

25. GV: sáu mươi mấy là đủ rồi, sáu mươi năm cuộc đời. À, như vậy là để so sánh dân nước nào thọ hơn thì người ta so sánh tuổi thọ trung bình, đúng không? Đó là một tình huống. kể ra một tình huống khác xem nào? Tình huống để mà khi so sánh hai tập hợp thì người ta sẽ lấy số trung bình để so sánh. Quỳnh Anh? Thường trong cuộc sống thì người ta hay dùng số trung bình để so sánh trong tình huống nào?

26. H4: dạ, thu nhập

27. GV: thu nhập? đúng rồi. Ví dụ tổng thu nhập của toàn nước Việt Nam đúng không? Số với thu nhập của nước Campuchia chẳng hạn. Chắc là cao hơn đúng không? Còn so với thu nhập của Singapor chẳng hạn. Như vậy học trong địa lí kinh tế thì biết rõ hơn đúng không? Rồi cảm ơn bạn. Được chưa đó là các ví dụ cho thấy người ta lấy số trung bình đúng không? (phút 12 rec 8)

28. Bây giờ thầy sẽ chỉ, hướng dẫn sử dụng máy tính bỏ túi. (giáo viên chiếu hình máy tính 570MS lên bảng). Cái hình này thầy mới chụp hồi sáng. Bây giờ nhập số liệu một lần mình sẽ ra được số trung bình và nó ra được nhiều số khác nữa. Rồi bây giờ mình làm sao? Để qua chế độ xác suất thống kê. Ai có máy gì thì mang ra. Có ba loại: 500MS, 570MS nói trước, còn máy 570ES thầy sẽ nói sau. 500MS thì muốn bật chế độ thống kê thì ta bấm mode 2. 570MS ta bấm mode 1. được không?

29. HS: Làm theo hướng dẫn của giáo viên.

30. GV: Đã thấy chữ SD hiện lên chưa? Thường khi em sẽ xóa bộ nhớ thống kê bằng cách nhấn nút shift+clear.

31. HS : cười lớn (vì thầy phát âm cờ lia ơ)

32. GV: (nhấn mạnh) shift+clear+1. được chưa? Rồi nói tiếp nào. Bây giờ mẫu số liệu là x_1 tần số n_1 , x_i tần số n_i thì ta sẽ nhập số liệu như sau: $x_1 + ; + n_1$ bấm DT +shift 1. x_1 là cái số biết rồi phải không? Shift nằm dưới chữ Can nè đúng không? Ví dụ bây giờ nhập cho thầy nè, rồi nhìn sách đi, nhìn sách, ví dụ 1 trong sách đó, vậy cho nó dễ. Trang 171 thấy chưa? Bây giờ nhập 5,65 rồi shift, chấm phẩy. tức là shift rồi bấm phẩy nó sẽ ra chấm phẩy, sau đó nhập vào số 5, rồi bấm dt, dt là dưới cái M+.

33. HS : làm theo hướng dẫn của giáo viên (giáo viên đi xuống lớp quan sát học sinh).

34. GV: xem học sinh làm, hỏi: đúng không?

35. HS. Thầy bấm cho em đi thầy ơi.

36. GV: Chỉ cho học sinh cách bấm máy tính nhập số 5,65 với tần số bằng 5 vào máy tính. (sau khi học sinh thực hiện được). Rồi bây giờ ta tiếp tục. Rồi sau đó nhập tiếp 6,05 rồi chấm phẩy 9 dt. Được không? Bấm dt xong nó ra $n = 14$ đó. Đã thấy $n = 14$

chưa? Nhập tiếp tương tự, rồi 570ES để qua chế độ thống kê bằng cách nào? Mode 3, 1 thì nó hiện ra chữ statistics. Statistics là cái gì hé?

37. HS: Không biết.

38. GV: là thống kê. Được chưa? Rồi xóa bộ nhớ shift+clear+1. Rồi, mở chế độ nhập tần số. là regular of frequency đó. Ấn shift+set up. Xong chưa? Bấm cái mũi tên phía dưới để nó ra số 4 là chữ **Var** đó.

39. HS: Thực hành theo hướng dẫn của giáo viên.

40. GV: Xong chưa, (nhắc lại) shift +set up, bấm cái mũi tên ở dưới enter đó, rồi bấm số 4. Bấm số 4 thì nó hỏi frequency chấm hỏi on 1, 3, 2 of . Rồi các em tự bấm số liệu vô. Rồi nhập... Ta nhập 1 bước rồi (**hình như là bị sai**). Bấm shift +mode + 3+1 lại.

41. HS: (xôn xao) shift mode 3 bằng bằng hả?

42. HS: (khác) **Bấm mà không hiểu tại sao bấm vậy nữa.**

43. GV: à, thầy xin lỗi mode 3+1, thầy lộn. Ta chưa mở chế độ sd mà. Bấm mode 3+1 nó ra hai cột chưa?

44. HS: Dạ rồi.

45. GV: (chỉ trên máy tính) cột bên này (tức là cột thứ nhất) thì nhập giá trị, cột bên này (tức là cột thứ hai) thì nhập tần số. Em có thể nhập hết cột này xong mới qua cột này. (giáo viên xuống lớp chỉ học sinh trực tiếp trên máy tính của học sinh). Xong chưa? Rồi, quay lại cái đề cũ nè, cái đề cũ nhập số liệu xong hết rồi phải không?

46. HS: Dạ rồi.

47. GV: Rồi, để tính số trung bình ấn shift+ S-var +1. Shift, cái chữ Svar nằm đây nè (chỉ cho học sinh), Bằng nữa (tức là ấn thêm dấu bằng).

48. HS: Làm theo hướng dẫn.

49. GV: Nó ra chưa? Nó ra 6,8 chưa?

50. HS: Thực hiện tìm ra kết quả.

51. GV: Còn em ES sau khi nhập dữ liệu xong, tìm số trung bình thì bấm shift + Can+ 5, 2, bằng. Rồi ra 6,8.

52. HS: Tính được ra kết quả đúng theo hướng dẫn của thầy.

53. GV: Như vậy thì dùng máy tính bỏ túi ta có thể tính toán được các số trong thống kê rất là dễ. À, cái Svar hình như nó nằm dưới chữ số mấy? Số 8 hả?
54. HS: số hai thầy ơi.
55. GV: a, số 2 hả? Được chưa? Máy em bấm kiểm tra ví dụ 1. Rồi như vậy để tính số trung bình các em ghi. Các em giả bộ ghi vài số thôi. Như: 5,65 nhân 5 cộng cho...Giống sách phải không? Các em giả bộ ghi vài số thôi xong rồi cầm máy bấm các số vô. Còn ai muốn khỏi bấm máy tính thì nhìn kẻ bên viết vô. Máy ES thì nhập nó dễ hơn vì nó có hai cột rồi, một cột giá trị, một cột tần số. Rồi, để tính số trung bình thì bấm shift + Svar +1. Ủa ES không phải MS à? Xin lỗi thầy lộn. Shift +Can+5+2 bằng. Shift+Can, Can nằm đâu ta. À, Can là ở phím số 1.
56. HS: Không có đâu, phím số 1 không có.
57. GV: được chưa? Rồi một em thực tập tính ví dụ nay2 cho thầy coi.
58. HS: Chưa thầy.
59. GV: 500ES nó có hướng dẫn trong sách trang 179. Cái đó khỏi ghi đi. 500MS đó. Còn ES thì không có. Trang 179 thấy chưa? Rồi, những bạn xài máy ES thì ghi nhanh trên bảng vô. Máy ES thì các em nhập nó có bảng hai cột dễ hơn, Bạn nào có ý định đổi máy thì nên đổi máy ES luôn thì lên lớp 12 rất là tiện. Thầy chỉ chỗ mua rẻ nè, đừng có vô mấy cái nhà sách Nguyễn Văn Cừ bán rất là mắc đến ba trăm mấy lặn đó. Bữa thầy mua ở chỗ ngay đầu đường Nguyễn Văn Cừ đây này có cai đại lí Casio hết hai trăm sáu là bị hổ rồi. Học trò thầy nó nói ra chợ Kim Biên mua có hai trăm hai thôi.
60. H: bàn tán, coi chừng bị đổi đồ
61. GV: Mà không biết có phải là hàng thật không thì thầy không biết. Mới đầu nó bán hai trăm sáu, nó trả hai trăm tư, nó mua hai trăm tư, sau này có đứa trong lớp mua chỉ hai trăm hai. Còn ai muốn mua rẻ hơn ra đường Nguyễn Chí Thanh, cai chợ chòm hòm, mỗi người khoác cái vali nhỏ nhỏ bán điện thoại di động nữa đó. Chỉ có đồ ăn cấp mới bán rẻ. Rồi nhanh nhanh, xong chưa? Rồi có gì mình về nhà thực tập sau ha.
62. Các em đọc cho thầy ý nghĩa của số trung bình trang 172 sách giáo khoa, bạn Nghiệp?
63. H3: Thưa thầy

Ý nghĩa của số trung bình

Số trung bình của mẫu số liệu được dùng làm đại diện cho các số liệu của mẫu. Nó là một số đặc trưng quan trọng của mẫu số liệu.

Chẳng hạn, nếu nói thời gian trung bình điều trị khỏi bệnh A đối với bệnh nhân nam là 5,3 ngày, đối với bệnh nhân nữ là 6,2 ngày thì ta có thể cho rằng nói chung đối với bệnh A thì bệnh nhân nam nhanh chóng bình phục hơn bệnh nhân nữ.

Tuy nhiên, khi các số liệu trong mẫu có sự chênh lệch rất lớn đối với nhau thì số trung bình chưa đại diện tốt cho các số liệu trong mẫu.

Ví dụ 2: Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao như sau (thang điểm 100) :

0 ; 0 ; 63 ; 65 ; 69 ; 70 ; 72 ; 78 ; 81 ; 85 ; 89.

Số trung bình là

$$\frac{0+0+63+\dots+85+100}{11} \approx 61,09$$

64. GV: Rồi được rồi, em ngồi xuống. Bạn Phương đọc tiếp.

65. HS4: Quan sát dãy điểm trên, ta thấy hầu hết các em (9 em) trong nhóm có số điểm vượt số trung bình. Như vậy, số trung bình này không phản ánh đúng trình độ trung bình của nhóm. Trong trường hợp này , có một số đặc trưng khác thích hợp hơn đó là số trung vị.

66. GV: em đọc tiếp luôn.

67. HS: Giả sử ta có một mẫu số liệu kích thước N được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Nếu N là một số lẻ thì số liệu đứng thứ $\frac{N+1}{2}$ (số liệu đứng chính giữa) gọi là số trung

vị. Nếu N là một số chẵn, ta lấy trung bình cộng của hai số liệu thứ $\frac{N}{2}; \frac{N}{2}+1$ làm số trung vị. số trung vị được kí hiệu là M_e

68. GV: Được rồi, em ngồi xuống. (nhắc nhở cả lớp) Một bạn đọc sách thì các bạn khác phải tự đọc bài chứ ngồi nói chuyện không. Như vậy vừa rồi các em đã biết cách tính

số trung bình. Số trung bình thì người ta thường lấy làm đại diện cho mẫu số liệu đó. Tuy nhiên, ở ví dụ 2 phía trên, các em thấy nhóm có 11 học sinh trong đó có 2 em không điểm, điểm cao nhất là 89, điểm trung bình là 61,09. Mà mình thấy đa số là hơn mức trung bình, hơn cái điểm 61. Như vậy khi mình nói là nhóm đó chỉ có điểm trung bình là 61,09 thì không đúng. Trong đó, chỉ có hai em là cực kì yếu còn lại là trên khá hết. Phải không? Như vậy cái số trung bình là 61,09 không phản ánh đúng trình độ của cái nhóm đó. Thì lúc đó mình sẽ dùng một số đặc trưng khác gọi là số trung vị. Được chưa. Như vậy một nhận xét khi nào thì dùng số trung vị thì các em thấy khi mà các số liệu có sự chênh lệch lớn ví dụ như 0 và 89. Thì các em nhớ cách tính số trung vị cho thầy nè. Nếu số n là số lẻ thì chúng ta sẽ lấy số liệu đứng chính giữa. Ví dụ ở ví dụ 2 có 11 em thì số đứng chính giữa là số mấy? $\frac{11+1}{2}$ là số nào,

Trần Tuấn?

69. HS5: Dạ thứ 6.

70. GV: Số thứ 6 có giá trị bao nhiêu?

71. HS5: dạ, số thứ 6 có giá trị 70.

72. GV: À, số thứ 6 có giá trị 70. Như vậy các em sẽ nói là cái nhóm học sinh đó có trình độ từ 70 điểm trở lên, Cỡ 70 điểm chứ không phải là 61 điểm. Như vậy có hai trường hợp nếu N là số lẻ thì ta lấy số chính giữa, nếu N là số chẵn thì ta lấy trung bình cộng của hai số $\frac{N}{2}$ và $\frac{N}{2}+1$, tức là trung bình cộng của hai số đứng giữa. Ví dụ 3 nào, ví dụ 3 là có 28 học sinh. Như vậy thì hai cái số đứng giữa là bao nhiêu? Là 28 chia 2 là 14, vậy hai số chính giữa là số 14 và 15. Rồi cho thầy biết hai cái giá trị đứng ở vị trí 14 và 15. Ở đây lưu ý cho thầy là phải sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Tính số trung vị thì em phải sắp mẫu số liệu theo giá trị tăng dần. Rồi, cho thầy biết giá trị thứ 14 và 15, bạn Đại? Bạn Đại nói nhiều lắm nha, thầy kêu tên hai lần là ghi tên vô sổ đầu bài. Đại trả lời đi giá trị thứ 14 và 15 ở ví dụ 3.

73. HS6: dạ 42, 43.

74. GV: 42, 43 chắc chưa? Tính chưa? Rồi, số 14 như vậy ta đếm từ số 38. số 38 đếm số 1, ở đây chúng ta sắp xếp theo thứ tự không giảm có nghĩa là bé hơn hoặc bằng. Như vậy số thứ 14 là 42, thứ 15 là 43 như vậy lấy trung bình cộng của nó ta có số trung vị là 42,5. Rồi, ta có hoạt động H1.
75. Trông ra chơi
76. GV: câu a tính số trung vị của mẫu số liệu trong ví dụ 2? Rồi trả lời lại cho thầy coi số trung vị của nhóm trong ví dụ 2 tức là nhóm 11 học sinh là bao nhiêu nè, bạn Nghĩa?
77. HS: 70
78. GV: à, M_e bằng 70, rồi. Bây giờ tính số trung bình của mẫu số liệu trong ví dụ 3. Ví dụ 3 người ta tính cho em trung vị là 42,5 rồi phải không? Bây giờ em bấm máy tính số trung bình cho thầy coi.
79. HS7: Tính theo yêu cầu giáo viên.
80. GV: (lưu ý học sinh) ví dụ 3 ta thấy số 39 lặp lại 2 lần thì tần số 2. Được không? Thông tin trong 1 phút nào.
81. Cả lớp tính.
82. GV: (nhắc lớp) Tính trung bình mình bấm bình thường cũng được nhưng mà nhập kiểu kia mình còn tính nhiều cái khác nữa. Rồi có đáp số này coi, bạn...(giáo viên định gọi 1 học sinh đọc đáp số). Bạn Vinh không đem máy tính hả bạn Vinh?
83. HS8: dạ có.
84. GV: Bấm chưa?
85. HS8: Loay hoay tính
86. GV: Tính trung bình chứ không phải tính trung vị đâu nha.
87. HS8: 42,3.
88. GV: 42,3 bạn so sánh nó với số trung vị.
89. HS8: Nhỏ hơn
90. GV: Nhỏ hơn?
91. HS8: nhỏ hơn 0,3.
92. GV: à, nhỏ hơn 0,3. Nhỏ hơn, ít hơn như vậy là mình có thể xem là nó làm sao. Nó gần bằng. Rồi em đọc cho thầy cái chú ý luôn đi.

93. HS8: Đọc chú ý

Chú ý: Khi các số liệu trong mẫu không có sự chênh lệch quá lớn thì số trung bình và số trung vị sắp xỉ nhau.

94. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy trong một mẫu số liệu nếu các giá trị không có sự chênh lệch quá lớn thì em dùng số trung bình làm đại diện cho mẫu đó cũng được mà dùng số trung vị cũng được. Nhưng mà những cái mẫu có sự chênh lệch lớn thì em phải dùng số trung vị thì nó chính xác hơn. Đúng không?

95. Rồi, ví dụ ở đây thầy lấy một cái ví dụ thực tế nha. (nhìn hình trên bảng nha) Một công ty thuê 6 người A, B, C, D, E, F. Thằng F này là giám đốc nè. Rồi bây giờ lương của thằng A là 56\$, tính tiền đô đi cho nó hên, cho nó sang. Đúng không? Bây giờ mình đi chợ mình nói mua bó rau hết 0,1 đô. Nhưng mà người Việt phải xài tiền Việt đúng không. Xài tiền đô người ta nói mình vọng ngoại đúng không? Rồi, B là 1 tháng là 60\$, C là 70\$, D là 120\$, E 120\$. Riêng cái thằng làm giám đốc ngồi chỉ tay năm ngón thôi mà nó tới 450\$. Như vậy nếu các em tính trung bình tức là các em lấy tổng hết lại rồi đem chia cho 6 thì lương của mỗi nhân viên là 146\$. Thì thằng A, nếu thằng A lấy số trung bình về khoe với má là “má ơi tháng này con được 146\$” nhưng mà thực tế nó được bao nhiêu?

96. Cả lớp: 56

97. GV: à, về khoe lương trung bình của con được 146\$ mà trong khi thực tế con được có 56\$. À như vậy ta thấy trong cái bảng số liệu này thì có sự chênh lệch lớn giữa số 56 và số 450. Như vậy em sẽ không thể, không thể lấy số trung bình để làm đại diện được. Nó sẽ không chính xác, đúng không? Bởi vì lương trung bình cao hơn tất cả 5 người chỉ trừ thằng giám đốc này ra.

98. Vậy các em tính trung vị của cái mẫu này coi. Số là số chẵn đúng không? (ý giáo viên muốn nói số các giá trị). Là 6 nè, số chẵn. Như vậy trung vị là bao nhiêu? Lan Vy, trung vị của mẫu này là bao nhiêu?

99. HS9: 95

100. GV: là lấy cái gì cộng cái gì?

101. HS9: Dạ lấy 70 cộng 120

102. GV: vậy là bao nhiêu.

103. HS9: 95.

104. GV: Như vậy là chỉ có thể về nhà khoe rằng lương của con là 95\$ thôi chứ không đến 146\$ đâu.

105. Bây giờ sang phần 3, sang khái niệm gọi là một. Cái từ một này là từ mượn của nước ngoài, tiếng Anh đó. Một có nghĩa là mô đen. Rồi, đọc cho thầy coi một là cái gì. Bạn Duy nào, đọc lớn lên cho thầy. Đọc từ một cho tới hết cái chú ý luôn.

106. HS10: Thừa thầy là

Cho một mẫu số liệu dưới dạng bảng phân bố tần số. Ta đã biết giá trị có tần số lớn nhất được gọi là một của dãy số liệu kí hiệu là M_0 .

Ví dụ 4: Một cửa hàng bán quần áo thống kê số áo sơ mi nam đã bán ra trong một quý theo

Cỡ áo (x)	36	37	38	39	40	41	42
Số áo bán được (n)	13	45	110	184	126	40	5

107. GV: Rồi khoan ngưng lại một chút. Bạn Duy mặc áo cỡ nào.

108. Cả lớp cười

109. HS10: dạ không biết nữa.

110. GV: Không biết hả? Má mua cái nào mặc cái đó thôi chứ gì? Rồi, đọc tiếp đi.

111. HS10: Điều mà cửa hàng quan tâm nhất là cỡ áo nào được khách hàng mua nhiều nhất. Bảng thống kê trên cho thấy cỡ áo mà khách hàng mua nhiều nhất là cỡ 39 (tức là giá trị 39 có tần số lớn nhất). Vậy giá trị 39 là một của dấu hiệu này. Chú ý là mẫu số liệu có thể có 1 hay nhiều một.

112. GV: Rồi, em ngồi xuống. Như vậy có một khái niệm gọi là một của mẫu số liệu, chúng ta đã biết, hình như lớp 7 có học rồi. Như vậy thầy nhắc lại là: một của mẫu số liệu là giá trị có tần số lớn nhất. Cái giá trị nha. Như vậy ở đây cái cỡ áo mà bán nhiều nhất là 39 đúng không? Như vậy là chủ cửa hàng chỉ quan tâm cái cỡ áo nào được bán nhiều nhất để mà nhập cỡ đó về, đúng không? Bây giờ thì cái doanh thu trung bình, ví dụ như là doanh thu trung bình của cửa hàng hàng tháng thì ai quan tâm? Như vậy là chủ cửa hàng phải quan tâm. Nhưng mà người ta nói em mở cửa hàng thì em phải

đóng thuế, như vậy doanh thu hàng tháng của cửa hàng thì chi cục thuế cũng quan tâm. Lấy phần trăm trừ ra chứ nó đâu cần biết cái áo size 39 bán nhiều hơn cái áo size 40. Như vậy cái người đến thu thuế thì họ chỉ quan tâm đến doanh thu trung bình, chứ không lẽ học đến thu thuế mà chủ của hàng đứng ra khoe cái áo 39 bán được lắm. Người ta đâu quan tâm đúng không mà người ta chỉ quan tâm đến doanh thu trung bình là bao nhiêu thôi. Như vậy tùy từng tình huống mà người ta sẽ quan tâm đến số trung bình, số trung vị hay là một. Rồi, như vậy một mẫu số liệu có thể có nhiều một.

113. Bây giờ đọc ví dụ 5 cho thầy coi nào, bạn Tính Khôn.

114. HS11: Một cửa hàng bán 6 loại quạt với giá tiền là 100, 150, 300, 350, 400, 500 (đơn vị là nghìn đồng). Số quạt của cửa hàng bán ra trong mùa hè vừa qua được thống kê trong bảng tần số sau (giáo viên yêu cầu học sinh không cần đọc bảng này)

Giá tiền (x)	100	150	300	350	400	500
Số quạt bán được (n)	256	353	534	300	534	175

Ta thấy mẫu số liệu có hai một là 300 và 400. Đó là giá tiền của hai loại quạt được khách hàng mua nhiều nhất.

115. GV: Rồi như vậy là giá tiền người ta mua nhiều nhất là 300 và 400 ngàn. Người ta không thích 350 người ta chỉ thích tiền chẳng thôi, 300 hoặc 400. Cũng có thể 300 là hàng Việt Nam chất lượng cao còn cái 400 là hàng Trung Quốc. Thì ai chọn hàng nước ngoài thì mua quạt 400. Nhưng mà hàng Trung Quốc thì chất lượng không tốt lắm. Rồi, như vậy chúng ta xong khái niệm một.

116. Bây giờ chúng ta sang phần thứ 4 là khái niệm phương sai và độ lệch chuẩn. Thì đó là cái gì? Hãy đọc ví dụ 6 cho thầy. Bây giờ so sánh điểm số của hai học sinh là An và Bình trong năm học vừa qua. Tính trung bình điểm của An cho thầy, không hệ số nha, toán vẫn không nhân hai nha. Hệ số 1 hết, như vậy tính số trung bình thì cộng hết lại chia cho (giáo viên đếm) 2, 4, 6, 8, 10, 11. Tính trung bình kiểu bình thường nhanh hơn. (13 phút 53 rec 9)

117. Cả lớp thực hiện phép tính.
118. GV: Rồi trả lời cho thầy coi điểm trung bình của hai bạn không tính hệ số là, bạn Minh nào.
119. HS12: điểm trung bình của bạn An là 8,1 điểm trung bình của bạn Bình là 8,09.
120. GV: Như vậy trung bình của bạn An là 8,1, của Bình là 8,09 mà làm tròn cũng là 8,1. Hai bạn đó bạn nào học khá hơn? Và vì sao?
121. Cả lớp thảo luận.
122. GV: Ví dụ như thường mình xếp hạng trong lớp thì mình xét điểm trung bình đúng không? Như vậy thì hai người này đồng hạng. Nhưng mà bây giờ người ta lại hỏi ai học khá hơn, các em cho biết ý kiến như thế nào? Cho 2 phút thảo luận tham khảo ý kiến của nhau đi.
123. Lớp thảo luận.
124. GV: và nếu học thì em sẽ học theo cách của bạn nào? Nếu mà tính hệ số thì ai có lợi hơn?
125. Có bạn học sinh hỏi xét theo bạn nào vậy thầy?
126. GV: Bạn A, toán lý hóa nâng cao. Nào cho ý xem coi nào Thế Bảo. Cho ý kiến theo kiểu là không tính hệ số.
127. HS13: Mỗi người giỏi 1 lĩnh vực.
128. GV: Mỗi người giỏi 1 lĩnh vực? Cụ thể xem nào?
129. HS13: Ví dụ như An thì các môn Địa, Tiếng Anh, Văn khá hơn Bình.
130. GV: à, Thế thì theo em, em thích bạn nào?
131. HS13: Bạn Bình.
132. GV: Vì sao?
133. HS13: Vì điểm Toán, Lý, Hóa của bạn cao.
134. GV: à, vì điểm Toán, Lý, Hóa của bạn cao. Thôi được rồi, đó là một ý kiến. Giờ một ý kiến khác của 1 bạn nữ đi, bạn Ngân này cho ý kiến coi.
135. HS14: thích bạn An vì bạn An học đều hơn.
136. GV: à bạn thích bạn An vì bạn học đều hơn. Nhưng biết đâu bạn Bình là bạn nhảm sau này thi đại học thi khối A cho nên bạn học Toán, Lý, Hóa giỏi còn bạn An

là bạn đều hết. Thế thì cái nào em thấy có lợi trong tương lai? Như vậy bạn Bình là xu hướng chung của khối 12. Khối 12 là năm cuối rồi, mục tiêu là thi đại học. Tức là chỉ cần tốt nghiệp loại trung bình thôi cũng được mà đậu đại học còn hơn tốt nghiệp loại giỏi mà không đậu đại học. Như vậy bạn Bình là một điển hình cho học lệch. Bạn đầu tư cho khối A, hoặc khối B toán Hóa, Sinh phải không? À, như vậy bạn đầu tư cho cho các môn tự nhiên. Như vậy đó cũng có thể xem là một chiến lược đó các em. Ví dụ lớp 10, lớp 11 mình học đều để mình được học sinh giỏi nhưng mà lớp 12, học sinh giỏi thì càng tốt nhưng mình tập trung cho các môn thi thôi. Như vậy lớp 10 và lớp 11 chúng ta sẽ chọn cách của bạn An vì nếu chọn cách của bạn Bình thì bị khống chế rồi đúng không? Còn cách của bạn Bình thì dù Toán, Lý, Hóa 10 phải đi nữa cũng chỉ xếp loại khá thôi. Đúng không? May mà môn Văn còn trên 5 phải chứ 4,9 là tiêu rồi. 4,9 là trung bình rồi đúng không?

137. Rồi, đọc tiếp cho thầy nào. Bạn Ngân đọc tiếp cho thầy, phần nhìn vào bảng điểm đó.

138. HS14: Thừa thầy (học sinh đọc to)

Nhìn vào bảng điểm ta có nhận xét là An học đều các môn còn Bình thì không. Sự chênh lệch, biến động giữa các điểm số của An thì ít, của Bình thì nhiều.

Để đo mức độ chênh lệch giữa các giá trị của mẫu số liệu so với giá trị trung bình, người ta thường đưa ra hai số đặc trưng là phương sai và độ lệch chuẩn.

Giả sử một mẫu số liệu có kích thước N là $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$. Phương sai của mẫu số liệu này, kí hiệu là s^2 , được tính bởi công thức sau

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Hoặc có thể tính bằng công thức

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Trong đó $\bar{x}$ là số trung bình của mẫu số liệu.

Căn bậc hai của phương sai được gọi là độ lệch chuẩn, kí hiệu là s

139. GV: Rồi, được rồi. (giáo viên chỉnh lại cách đọc của học sinh cho đúng với ký hiệu). Rồi như vậy là để đo cái mức độ chênh lệch của những giá trị của mẫu so với số trung bình ta lấy từng giá trị của mẫu trừ đi số trung bình bình phương, tổng lại sau đó chia N. Được chưa? Cái đó người ta gọi là phương sai. Tức là cái từ phương sai ở đây, phương có nghĩa là bình phương còn sai đó là cái sự sai khác. Rồi, căn bậc hai của phương sai thì được gọi là độ lệch chuẩn. Được chưa? Các em chú ý cái từ người ta gọi nhé. Rồi, Như vậy trong công thức 3 ta thấy phương sai là trung bình cộng của bình phương khoảng cách từ các giá trị của mẫu số liệu đến số trung bình. Như vậy thì phương sai, độ lệch chuẩn đo mức độ phân tán của các số liệu trong mẫu xung quanh số trung bình. Phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán càng lớn. Cụ thể là về mặt điểm số nếu các em tính phương sai mà càng lớn thì học lệch càng nhiều. Rồi ở đây có hai công thức cần nhớ đó là công thức số 3 và công thức số 4. Công thức số 3 ở đây có thể biến đổi thành

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2$$

Các em công nhận nha,

140. Rồi bây giờ mình áp dụng để tính toán nè. Ở đây khi trình bày các em phải tính được cái tổng xích ma x_i bình phương và cái tổng xích ma x_i hai giá trị đó bắt buộc phải tính. Thế thì các em thấy người ta tính ở cái điểm của An và Bình đó. Ở đây tổng x_i thì mình cộng hết lại, tổng x_i bình phương. Như vậy các em nhìn thấy người ta tính cột điểm của An và của Bình, sau đó tính phương sai và độ lệch chuẩn của A, ráp vào công thức số 4 thì được là 0,3. Còn phương sai độ lệch chuẩn của Bình, phương sai của Bình là 2,7. Từ đó chúng ta suy ra là mức độ học lệch giữa Bình với An là Bình học lệch hơn. Rồi, được rồi. Để tính tổng x_i và x_i bình phương chúng ta dùng máy tính bỏ túi. Trường hợp nếu bảng số liệu được cho dưới dạng bảng phân bố tần số thì phương sai sẽ tính theo công thức số 5. Trong đó x_i bình phương phải nhân với n_i . Rồi bây giờ em dùng máy tính bấm ví dụ 7 cho thầy. Em bấm em kiểm tra những cái đáp số đó, những cái số liệu đó. Chúng ta quay lại nhé, những bạn dùng máy tính

570MS sẽ nhìn trong sách trang 179. Những bạn dùng ES hãy nhìn lên bảng (giáo viên thực hiện các bước bấm máy cần thiết trên ảnh máy tính được chiếu lên bảng). Rồi bây giờ thầy làm lại nha. Nhớ phải xóa bộ nhớ. Các em phải bấm shift+clear 1 rồi AC. Nhập số liệu xong để tính tổng, hoặc là tổng bình phương. Đối với máy 570MS thì các em sẽ bấm nút shift+sum. Còn đối với máy ES thì các em sẽ bấm shift+svar+4 thì trong máy hiện là tổng x_i và x_i bình phương thì các em chọn, bấm bằng thì nó sẽ ra. Thầy mượn cái máy tính, ở đây muốn bấm mà bấm không được

141. Cả lớp tập tính toán.

142. GV: Như vậy lưu ý cách trình bày cho thầy là các em phải tính ra được tổng x_i và x_i bình phương. Chứ không bỏ bước đó mà đi tính phương sai, không tính số trung bình là làm tắt.

143. GV: Ví dụ 8, em nào lên bấm tiếp cho thầy coi phương sai và độ lệch chuẩn. lấy số liệu trong ví dụ 1 có nghĩa là đo chiều dài của 74 lá cây, trang 171. Bấm lại nè, cho 5 phút bấm lại rồi thầy gọi lên đây bấm lại từ đầu.

144. Cả lớp bấm máy tính.

145. GV: Nếu mà dùng máy tính thì các em sẽ tính được tổng x_i và x_i bình phương với độ lệch chuẩn trước. Nhưng mà độ lệch chuẩn phải viết cuối cùng sau đó viết cái hàng y chang ở phía trên ráp vô cho nó hợp thức, rồi lấy cái độ lệch chuẩn bình phương viết lên trên. Rồi, được chưa. Thực ra tính trực tiếp bằng cái tổng x_i và x_i bình phương cũng được nhưng mà nó dài. Đó là kỹ thuật tính nhanh. Nhưng mà khi viết, khi mà trình bày mình phải trình bày đầy đủ tất cả tổng x_i và x_i bình phương.

146. Tiết học kết thúc.

PHỤ LỤC 3

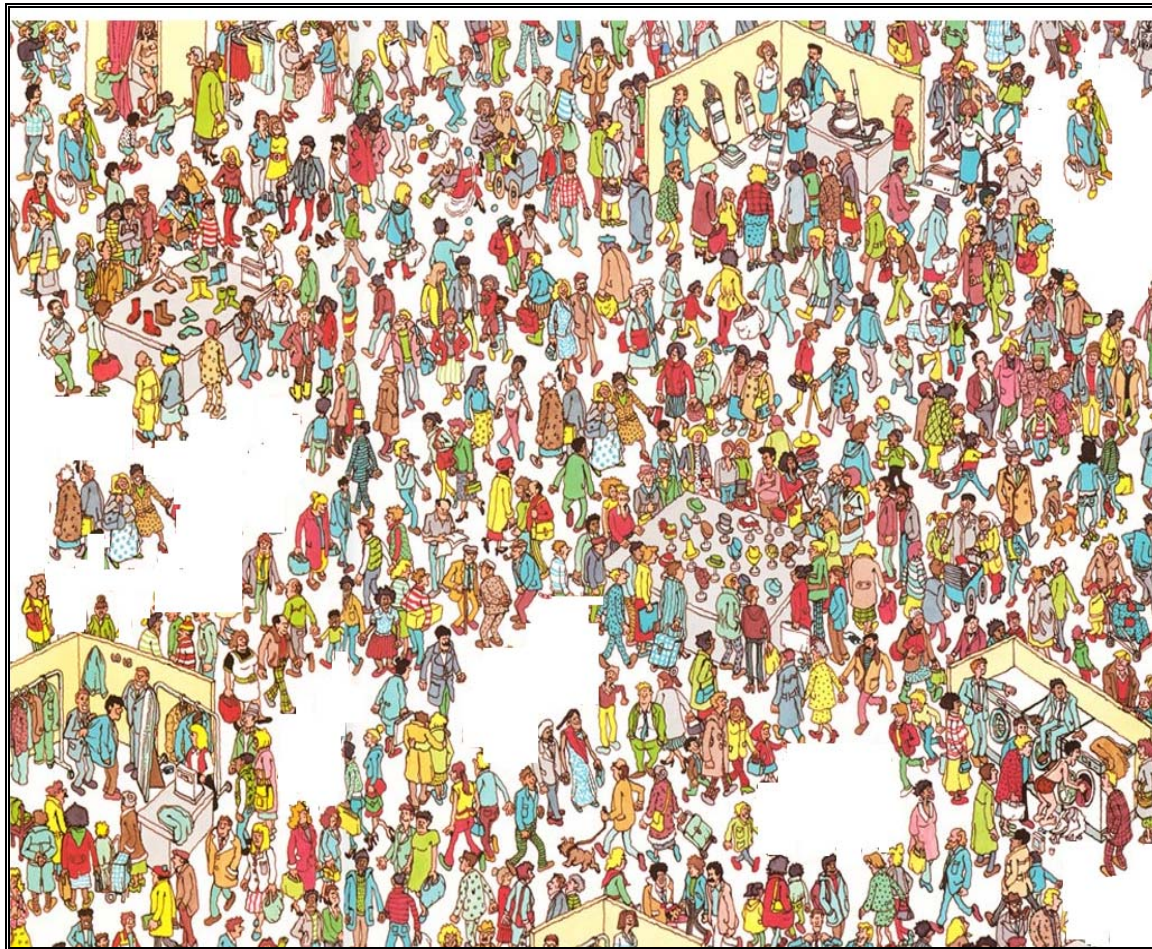
Các em hãy đọc kỹ và cố gắng trả lời hết các câu hỏi sau. Xin cảm ơn các em.

Họ và tên:

Trường:

Bài toán 1:

Em hãy tìm số người có mặt trong bức tranh sau



Bài toán 2:

Đây là bảng thống kê tần suất xuất hiện các chữ cái tiếng anh.

Kí tự	Tần suất
A	8.2
B	1.4
C	2.8
D	3.8
E	13.0
F	3.0
G	2.0
H	5.3
I	6.5
J	0.1
K	0.4
L	3.4
M	2.5

Kí tự	Tần suất
N	7.0
O	8.0
P	2.0
Q	0.1
R	6.8
S	6.0
T	10.5
U	2.5
V	0.9
W	1.5
X	0.2
Y	2.0
Z	0.07

Trong bảng mật thư sau, mỗi kí tự tương ứng với một chữ cái trong tiếng Anh. Hãy đề nghị cách giải mã mật thư sau:

F EXSB TFBEB A X YFOA TLRIA CIV XTXV,
XKA KLQ PFKD YV JV ELRPB XII AXV;
EXSB ZIXMMBA JV EXKAP XQ EFJ COLJ QEB ALLO
TEBK FQ PBBJBA XP FC F ZLRIA YBXO KL JLOB.
QEB CXRIQ JRPQ MXOQIV EXSB YBBK FK JB.
QEB YFOA TXP KLQ QL YIXJB CLO EFP HBV.
XKA LC ZLROPB QEBOB JPPQ YB PLJBQEFKD TOLKD
FK TXKQFKD QL PFIBKZB XKV PLKD

Trong mật thư đã cho hãy dự đoán những kí tự tương ứng với các chữ cái E, T, A, O, N trong tiếng Anh?

Bài toán 3:

Bảng bên dưới cho thấy phần trăm những loại trái cây khác nhau đã được bán tại một cửa hàng B trong tháng vừa qua.

Loại trái cây	Phần trăm tiêu thụ (%)
Cam	56%
Táo	14%
Nho	6%
Sầu riêng	5%
Các loại trái cây khác	19%

Nếu để chuẩn bị cho tháng tiếp theo, cửa hàng cần nhập vào 500 thùng trái cây thì theo em, cửa hàng nhập khoảng bao nhiêu thùng cam? Vì sao?

Bài toán 4

Người chủ của một cửa hàng quần áo thể thao có thói quen ghi lại số lượng quần áo bán được ở mỗi kích cỡ của cửa hàng trong mỗi quý. Theo em những số liệu này giúp ích được gì cho người chủ cửa hàng? Bằng kiến thức thống kê, em hãy đề nghị cách giúp người chủ cửa hàng khai thác được những số liệu trên?