

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
PGS. TS NGUYỄN DOÃN Ý

GIÁO TRÌNH LƯU BIẾN HỌC



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
PGS. TS NGUYỄN DOÃN Ý

GIÁO TRÌNH LƯU BIẾN HỌC

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG
HÀ NỘI - 2005

LỜI NÓI ĐẦU

Cùng với sự phát triển như vũ bão của khoa học và kỹ thuật hiện đại. Việc mô tả chính xác các hiện tượng tự nhiên, các trạng thái của vật thể: rắn, lỏng, khí, cũng như các trạng thái trung gian như: đàn hồi; đàn hồi - dẻo; dẻo, chảy, nhớt - đàn - dẻo; đàn - nhớt, đàn - dẻo - nhớt; huyền phù; nhũ tương, rão, bở... Đòi hỏi cần phải có một công cụ mới mà các công cụ toán cơ thông thường đã tỏ ra kém hiệu quả.

Lưu biến học sẽ cung cấp thêm cho các nhà cơ học nói riêng, các nhà kỹ thuật nói chung một công cụ đặc sắc để mô tả các hiện tượng phức tạp trong tự nhiên chính xác hơn, từ đó đưa ra được các bước giải quyết các vấn đề kỹ thuật, công nghệ một cách tối ưu hơn.

Lưu biến học còn là một cầu nối quan trọng đối với các ngành cơ học, nó giải quyết được những vấn đề biên của cơ học, như hiện tượng bở, rão trạng thái đàn hồi, dẻo, nhớt, các trạng thái trung gian của nó.

Ngày nay lý thuyết lưu biến đã được áp dụng rất rộng rãi, từ các ngành kỹ thuật cơ khí, hoá chất, dầu khí, đóng tàu, luyện kim đến thủy sản, chế biến thực phẩm, y dược học... và ngày càng chứng tỏ tính ưu việt cũng như hiệu quả rất to lớn khi áp dụng lý thuyết này mang lại.

Cuốn sách này được trình bày trong 12 chương, nhằm trang bị cho các kỹ thuật viên làm tài liệu tra cứu ứng dụng trong sản xuất thực tế. Đồng thời cũng cung cấp nội dung cơ bản, làm cơ sở để giảng viên tham khảo, cũng như giúp các sinh viên, học viên cao học, nghiên cứu sinh ứng dụng phát triển trong các luận văn và giải quyết đề tài thực tế đặt ra. Nó cũng là tài liệu chính được sử dụng làm giáo trình **Lưu biến học** trong Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội hiện nay.

Trong quá trình biên soạn giáo trình này tác giả đã cố gắng tham khảo tài liệu liên quan, các môn học liên quan, nhằm mang lại cho bạn đọc nội dung cơ bản, cô đọng nhất, những ứng dụng thực tế sao cho dễ hiểu, dễ áp dụng.

Tuy nhiên do biên soạn lần đầu, trình độ có hạn nên khó tránh khỏi sai sót, chúng tôi mong nhận được sự góp ý của bạn đọc để lần tái bản cuốn sách được hoàn chỉnh hơn. Trong quá trình biên soạn tác giả đã nhận được sự giúp đỡ của các đồng nghiệp Bộ môn Máy và Mạ sát học, đặc biệt là sự giúp đỡ quý báu vô tư của GS. VS. Nguyễn Anh Tuấn, Th.s. Hoàng Xuân Lân và Mạc Văn Khoát - Đại học Bách khoa - Hà Nội.

Tác giả

Chương 1

KHÁI NIỆM VỀ LƯU BIẾN HỌC

1.1. MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA

Từ "Lưu biến học" xuất phát từ chữ Hy Lạp "ρεω" có nghĩa là "chảy" nhưng nó được sử dụng với nghĩa rộng hơn: *Lưu biến học là một ngành của cơ học, nghiên cứu biến dạng vật liệu.*

Sự dịch chuyển tương đối của các phần tử vật thể mà không phá vỡ tính liên tục của chính vật thể, được gọi là *biến dạng D*.

Nếu dưới tác dụng của lực hữu hạn, biến dạng của vật thể tăng liên tục và không thuận nghịch theo thời gian thì điều đó có nghĩa là vật liệu *chảy*.

Chảy dẻo chỉ phát sinh khi lực vượt qua một giới hạn nào đó, giới hạn này được gọi là giới hạn chảy của vật liệu.

Chảy nhớt xảy ra dưới tác dụng của lực bất kì, dù chúng nhỏ thế nào chăng nữa, nhưng vận tốc biến dạng giảm dần khi lực giảm xuống, còn khi lực bị triệt tiêu thì vận tốc biến dạng sẽ bằng không.

Biến dạng của vật thể gây ra do các tải trọng P mà các tải trọng này cùng với các phản lực gối tựa và các lực thể tích tạo thành hệ ngoại lực. Sau khi lực ngừng tác dụng thì biến dạng sẽ triệt tiêu từng phần. Biến dạng mất đi khi bỏ tải trọng được gọi là biến dạng đàn hồi e . Từ định nghĩa này suy ra là: Nếu chỉ có một biểu đồ tải trọng biểu thị biến dạng chung, chúng ta không thể tìm được biến dạng đàn hồi, chỉ bằng cách bỏ tải trọng ta mới có thể biết phần biến dạng nào là thuận nghịch. Tính chất phục hồi hình dạng của vật thể biến dạng gọi là tính đàn hồi. Thông thường biến dạng đàn hồi mất đi sau khi bỏ tải; tuy nhiên do một số quá trình công nghệ, ví dụ như cán thép mềm, sự co ngót của bê tông, sự biến cứng của pho mát, vật thể có thể tự phát sinh ra ứng suất, tức là trong vật thể xuất hiện ứng suất ngay cả khi không có ngoại lực. Trong mọi trường hợp, khi không có ứng suất đều không có biến dạng đàn hồi. Ngược lại, mặc dù sự xuất hiện biến dạng dẻo và nhớt có kèm theo ứng suất, biến dạng không nhất thiết mất đi khi bỏ tải, những biến dạng như thế tồn tại cả khi không có ứng suất.

Đối tượng của lưu biến học là nghiên cứu các loại biến dạng khác nhau, phụ thuộc vào ứng suất kèm theo. Cần phải nhận thấy rằng: thể tích có thể thay đổi mà không có ứng suất, do sự thay đổi nhiệt độ của gỗ, bê tông và đất chứa khí ẩm, còn khi không có lực cản sự thay đổi thể tích thậm chí không có liên quan với ứng suất, mặc dù các biến dạng này không thuộc đối tượng nghiên cứu của lưu biến học.

Lưu biến học phenomen nghiên cứu vật liệu đồng nhất hoặc giả đồng nhất với giả thiết rằng: chúng là các môi trường liên tục, tức là nghiên cứu chúng ở mức độ phenomen. Các tinh thể eolotrop và các cấu trúc rời rạc không thuộc phạm vi nghiên cứu của lưu biến học, ví dụ như phân tử và nguyên tử. Khác với nhiệt động học, trong lưu biến học người ta giả thiết rằng: Các quá trình xảy ra ở điều kiện đẳng nhiệt, ví dụ như đặt nhốt kể vào bộ ổn nhiệt.

Lưu biến học vĩ mô khảo sát tất cả các vật liệu ở dạng mà người ta quan sát bên ngoài bằng mắt thường, tức là coi vật liệu là đồng nhất và không có cấu trúc. Chỉ những đa tinh thể hoàn thiện và những chất lỏng tinh khiết mới là phenomen đồng nhất. Phần lớn lưu biến học nghiên cứu những vật liệu là các hệ phân tán bao gồm hai hoặc nhiều pha, một trong những pha như thể thường là không khí lấp đầy các lỗ nhỏ có thể nhìn thấy và không nhìn thấy.

Thí dụ: vật liệu đồng nhất như vàng có tỉ trọng tăng từ 19,258 đến 19,367 g/cm³ khi nén trong khuôn để dập (Kenvin 1875).

Theo quan điểm của lưu biến học, có thể chia các hệ rời rạc thành ba loại: dòn có trạng thái như chất lỏng, thạch mang tính chất như vật thể rắn và gen là loại trung gian. Trong dòn pha liên tục hay môi trường phân tán là chất lỏng; pha phân tán có thể là pha lỏng trong trường hợp nhũ tương, hoặc là pha rắn trong trường hợp huyền phù. Trong gen chủ yếu là pha rắn, tuy nhiên pha này không phải lúc nào cũng có cấu trúc đồng nhất trong phạm vi toàn bộ thể tích vật thể, cấu trúc gen có thể có tính xốp, khi các hạt riêng biệt bị cách nhau bằng các lớp mỏng của pha không định hình. Với quan niệm này, ta có thể coi kim loại đa tinh thể là gen, trong đó các lớp mỏng nguyên tử hỗn độn giữa các tinh thể tạo thành pha lỏng. Thậm chí theo quan điểm này, nước cũng được coi là một cấu trúc được tạo thành bằng những tinh thể nước, nhưng khác với cấu trúc của kim loại đa tinh thể ở chỗ là dưới tác dụng của dao động nhiệt, các phân tử nước rời bỏ vị trí thường xuyên của chúng trong mạng dễ hơn, để tạo nên các khuyết tật "Phrenkel", bê tông là trường hợp giới hạn của vật liệu, mà các nhà lưu biến học có thể xem nó như gen. Trong bê tông loại tốt, các hợp thể lớn (đá dăm, sỏi) tạo thành khung cứng, còn các khe của khung là xi măng. Bản thân dung dịch chứa các hợp thể nhỏ (cát) và xi măng, có thể coi chúng như một pha lỏng. Nói chung dung dịch có thể không lấp đầy hết các khe hở giữa các hợp thể lớn của khung, trong trường hợp này, có thể không hoàn toàn bao gồm thể tích bê tông. Mặt khác trong lưu biến học phenomen, người ta coi dòn là những hệ mà pha phân tán của chúng gồm các phân tử tạo nên các hạt phân tán, các hạt này khác với các vật lớn chỉ về kích thước.

Vật liệu được coi là giả đồng nhất khi kích thước của phân tử lớn nhất trong các phân tử phân tán nhỏ hơn kích thước các phân tử nhỏ nhất của toàn bộ thể tích, mà biến dạng của chúng là đối tượng nghiên cứu. Từ đây suy ra bê tông có thể coi là giả đồng nhất, nếu các kích thước của từng phân tử cấu trúc lớn hơn nhiều so với kích thước của những viên đá lớn nhất trong thành phần của nó. Vật liệu được coi là đẳng hướng, nếu thành phần nhỏ nhất của nó chứa các phân tử phân tán dị hướng theo tất cả các hướng, ví dụ như

kim loại đa tinh thể công nghiệp được liệt vào loại này, nếu các tinh thể thành phần của chúng định hướng một cách không có thứ tự. Vật liệu giả đẳng hướng có thể trở thành dị hướng do biến dạng (ví dụ kim loại lá sau khi cán hoặc thanh kim loại sau khi kéo).

Lưu biến học vì mô khảo sát trạng thái lưu biến của hệ hai hoặc nhiều pha phụ thuộc vào tính chất lưu biến các cấu tử của chúng. Công trình nghiên cứu lưu biến vì mô đầu tiên và nổi tiếng nhất là công trình của Anhstam (1906 - 1911) về vấn đề đưa ra các hệ thức cho độ nhớt của huyền phù. Vấn đề này sẽ nói cụ thể ở phần sau. Trong công trình này, ông đã giả thiết rằng: pha rắn gồm các quả cầu cứng, còn cả khoảng không còn lại được chất lỏng nhớt đơn giản, lấp đầy một cách liên tục. Trừ những trường hợp đơn giản nhất, cách nhìn toán học này không thích hợp, vì các hệ phân tán thực ra có cấu tạo phức tạp. Do đó để thay cho hệ có cấu trúc chưa biết, người ta đưa vào mô hình cơ học và giả thiết rằng: mô hình này có trạng thái tương tự hệ thực tế. Những mô hình này gồm các phần tử khác nhau, ví dụ như lò xo đàn hồi, đệm thủy lực, phần tử ma sát khô. Nói chung không phải bao giờ cũng phản ánh đúng trạng thái của vật liệu thực tế. Vấn đề này sẽ được nói cụ thể hơn ở trong các chương sau.

1.2. CÁC PHẦN TỬ CƠ HỌC

Nơi nào mà lý thuyết lưu biến phenomien tiếp xúc với các lĩnh vực khoa học khác như: vật lý, hoá học, tâm sinh lý học v.v... ở đó sẽ sinh ra miền tác dụng tương hỗ giữa các ngành khoa học tương quan, miền này có thể gọi là *Mêta lưu biến học*. Các vấn đề này được nói tới ở các bài báo khác trong tập 6 của quyển "Handbuch der physik" 1958. Các vấn đề tâm sinh lý không có trong quyển này, chúng có trong các công trình của Xcôt-Bler và trường phái của ông 1949.

Bởi vì mỗi phần tử của vật liệu có thể coi như vật thể tuân theo các định luật cơ học, khi chuyển động, nên lưu biến học dựa trên các định luật cơ học, khi xem một phần tử như một phân tử thể tích của vật, ta có thể viết sáu phương trình động lực học dưới dạng:

$$\sum P_i = 0; \quad \sum \mu_i = 0 \quad (1.1)$$

Các phương trình này đưa ra dưới dạng phương trình cân bằng có tính đến nguyên lý Đalamber. Các lực tác dụng lên phần tử thể tích, có thể là lực thể tích B (ví dụ như trọng lượng) tỉ lệ với khối lượng của phần tử đó, hoặc có thể là lực bề mặt, các lực bề mặt có thể ngoại lực tác dụng lên bề mặt của phần tử trùng với bề mặt của vật, hoặc có thể là nội lực tác dụng từ phía phần còn lại của vật lên phần tử đó, theo định luật Niuton về tác dụng và phản tác dụng. Lực bề mặt tính cho một đơn vị diện tích được gọi là ứng suất. Tập hợp các ứng suất sinh ra tại một điểm, trên các mặt phẳng định hướng khác nhau đối với các trục toạ độ tạo thành trạng thái ứng suất tại điểm đó, nó là một tenxơ bậc hai S_{lm} . Từ phương trình thứ hai của (1.1) suy ra rằng tenxơ này đối xứng, tức là:

$$S_{lm} = S_{ml} \quad (1.2)$$

và do đó tenxơ được xác định bằng 6 cấu tử. Ba phương trình động lực đầu tiên còn lại của (1.1) không đủ để xác định tenxơ ứng suất, nên bài toán trở thành bài toán cơ học bất định 3 lần.

1.3. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VỀ ĐỘNG HỌC CỔ ĐIỂN

Trạng thái động học của vật thể được xác định bởi tọa độ x_i của tất cả các phần tử thuộc vật thể biến dạng ở thời điểm bất kỳ t , và các tọa độ ban đầu khi $t = 0$ kí hiệu là x_{i0} . Tính liên tục của vật thể được bảo đảm, nếu hai phần tử gần nhau ở thời điểm t , sau một khoảng thời gian dt chúng vẫn gần nhau, hay nói một cách khác, chuyển vị vô cùng nhỏ của các phần tử du sau khoảng thời gian dt là hàm liên tục của tọa độ, cho nên:

$$du_i = u_{i,\alpha} dx_\alpha \quad (1.3)$$

Nếu đi từ điểm có tọa độ x_i theo một hướng ds nào đó tới điểm bên cạnh có tọa độ tương ứng $x_i + dx_i$ ta có:

$$dx_i = dS[dSx_i] \quad (1.4)$$

Trong đó: $[dS \cdot x_i]$ là cosin chỉ hướng của góc (dS, x_i) , phương trình (1.3) có dạng:

$$\frac{du_i}{dS} = u_{i,\alpha} [dS \cdot x_\alpha] \quad (1.5)$$

Vì vậy ta có tenxơ gradient chuyển vị:

$$\gamma_{lm} = u_{l,m} \quad (1.6)$$

Nói chung tenxơ này không đối xứng. Trường hợp đặc biệt của chuyển vị như thế là trượt đơn giản và được biểu thị bằng các phương trình:

$$u_x = \gamma \cdot y \quad (1.7)$$

$$u_y = u_z = 0$$

Nếu cho thêm trượt đơn giản:

$$u_j = -\gamma_x ; u_z = u_x = 0 \quad (1.8)$$

và γ là đại lượng vô cùng bé thì vật thể sẽ bị quay (hình 1) và biến dạng sẽ mất đi. Ví dụ này chứng tỏ, tenxơ gradient chuyển vị không thích hợp để xác định biến dạng.

Tenxơ phản đối xứng:

$$\omega_{lm} = \frac{1}{2} (u_{l,m} - u_{m,l}) \quad (1.9)$$

là độ quay vô cùng bé của môi trường. Do đó biến dạng tương đối vô cùng bé sau khoảng thời gian dt có thể được xác định bằng tenxơ đối xứng.

$$d_{lm} = \gamma_{lm} - \omega_{lm} = \frac{1}{2} (u_{l,m} + u_{m,l}) \quad (1.10)$$

và tenxơ này xác định *độ đo biến dạng theo Côsi* nếu ta đặt:

$$v_l = \dot{u}_l \quad (1.11)$$

tương tự ta được *tenxơ chảy* (tenxơ vận tốc biến dạng):

$$f_{lm} = \frac{1}{2} (v_{l,m} + v_{m,l}) = \dot{d}_{lm} \quad (1.12)$$

Nếu chuyển vị u_l mất đi sau khi bỏ tải, thì vế phải của phương trình (1.10) là tenxơ biến dạng đàn hồi vô cùng bé ε_{lm} . Đó là những phương pháp thông thường của cơ học môi trường liên tục cổ điển. Tenxơ biến dạng cũng như tenxơ bất kì, có thể phân tích thành phần tử đẳng hướng và tenxơ lệch (tenxơ lệch - kí hiệu bằng chỉ số (o)) theo phương trình:

$$d_{lm} = \frac{1}{3} d_{\alpha\alpha} \sigma_{lm} + d_{lm}(o) \quad (1.13)$$

trong trường hợp này, $d_{\alpha\alpha} = I_d$ (1.14)

là bất biến thứ nhất của tenxơ biến dạng vô cùng bé, giống như *biến dạng tương đối* của thể tích d_v ; số hạng thứ hai biểu thị sự biến hình hay thay đổi hình dạng, khi thể tích không đổi tương tự:

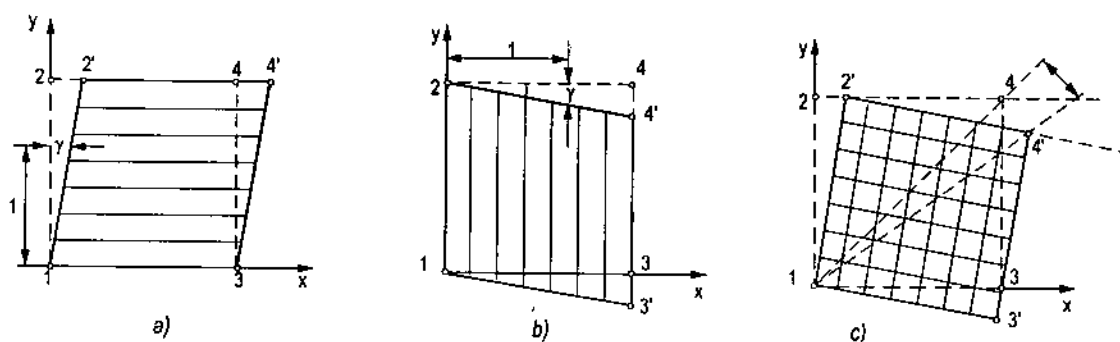
$$\varepsilon_{lm} = \frac{1}{3} \varepsilon_{\alpha\alpha} \sigma_{lm} + \varepsilon_{lm}(o) \quad (1.15)$$

và $\varepsilon_{\alpha\alpha} = I_\varepsilon = \varepsilon_v$ (1.16)

ở đây ε_v là biến dạng đàn hồi của thể tích. Khi phân tích tenxơ chảy f_{lm} ra các thành phần, thường người ta cho biến dạng của vật thể là biến dạng đàn hồi

và $f_{\alpha\alpha} = I_f = f_v = 0$ (1.17)

do đó tenxơ chảy trùng với tenxơ lệch của nó.



Hình 1.1: Biểu thị trượt đơn giản gây ra quay

Ở đây γ là trị số trượt và bằng tang của góc quay:

- Trượt đơn giản song song với mặt phẳng xz;
- Trượt đơn giản song song với mặt phẳng yz;
- Kể cả hai phương trượt (chồng hai lần trượt) ở mục sau ta sẽ thấy rằng khái niệm này là hết sức hẹp.

Trong động học cổ điển, người ta không xác định tenxơ biến dạng hữu hạn $D_{/m}$. Bài toán này tương đối phức tạp và sẽ được nói tới trong phần sau.

1.4. KHÁI NIỆM VỀ ĐỘNG LỰC HỌC

Ứng suất S_n (n chỉ hướng của pháp tuyến ngoài) ta có thể tách ra thành phần pháp tuyến (ứng suất kéo hoặc nén) theo hướng n, $\sigma_n = S_{nn}$ (1.18) và thành phần tiếp tuyến (ứng suất tiếp) theo hướng t, vuông góc với n, ở mặt phẳng vectơ $\bar{S}_n$ và $\bar{n}$.

$$\tau_n = S_{nt} \quad (1.19)$$

Trong đó n không phải là chỉ số chạy, mà nó biểu thị S_n là giả vectơ hay tenxơ suy biến, vì thế Sokonhicop kí hiệu S^n . Ứng suất $\bar{S}_n$ liên hệ với các thành phần của tenxơ ứng suất qua ba phương trình:

$$S_{ni} = S_{\alpha l} [n.x_\alpha] \quad (1.20)$$

Áp dụng nhóm thứ nhất của phương trình (1.1) cho phân tố hình hộp ta được:

$$S_{\alpha l, \alpha} + \rho.(B_l - \ddot{x}_l) = 0 \quad (1.21)$$

Những phương trình này được gọi là phương trình chuyển động hoặc là phương trình cân bằng khi $\ddot{x} = 0$. Muốn giải các phương trình này, cần phải biết ứng suất $\bar{S}_{/m}$ trên bề mặt vật thể, do ngoại lực gây ra, hoặc phải biết điều kiện động lực học trên biên.

Phân tích tenxơ ứng suất theo phương trình (1.13) ta có:

$$S_{/m} = \frac{1}{3} S_{\alpha\alpha} \sigma_{/m} + S_{/m}(o) \quad (1.22)$$

Trong đó thành phần đẳng hướng mang dấu âm:

$$-P_m = \frac{1}{3} S_{\alpha\alpha} \quad (1.23)$$

biểu thị áp lực trung bình, còn $S_{/m}(o)$ là tenxơ lệch ứng suất.

1.5. CÁC HỆ THỨC NĂNG LƯỢNG

Ngoại lực P khi tác dụng lên vật thể sản ra công ω_p cho một đơn vị thể tích, $\dot{\omega}_p$ là công suất riêng của ngoại lực (tính cho một đơn vị thể tích) do lực bề mặt gây ra bằng:

$(S_{\alpha\beta} \dot{x}_\beta)_\alpha$ đại lượng này bằng: $S_{\alpha\beta} \dot{x}_{\beta,\alpha} + S_{\alpha\beta} \alpha \dot{x}_\beta$, trong khi đó công suất (cũng tính cho một đơn vị thể tích) do lực thể tích sản ra sẽ là: $\rho \beta_\alpha \dot{x}_\alpha$. Thay chỉ số ta được:

$$\dot{\omega}_P = S_{\alpha\beta} \dot{x}_{\beta,\alpha} + (S_{\alpha\beta,\alpha} + \rho \beta_\beta) \dot{x}_\beta \quad (1.24)$$

Từ (1.21) rút ra phương trình:

$$S_{\alpha I, \alpha} + \rho B_I = \rho \ddot{x}_I \quad (1.25)$$

và

$$\dot{\omega}_P = S_{\alpha\beta} \dot{x}_{\beta,\alpha} + \rho \dot{x}_\alpha \ddot{x}_\alpha \quad (1.26)$$

hay chú ý tới (1.12) ta có:

$$\dot{\omega}_P = S_{\alpha\beta} \dot{d}_{\alpha\beta} + \rho \dot{x}_\alpha \ddot{x}_\alpha \quad (1.27)$$

Nhưng $\dot{e}_K$ là năng lượng động học tích lũy trong một đơn vị thể tích vật thể, trong một đơn vị thời gian bằng:

$$\dot{e}_K = \frac{1}{2} \rho (\dot{\ddot{x}}_\alpha)^2 = \rho \dot{x}_\alpha \ddot{x}_\alpha \quad (1.28)$$

Vì vậy công suất riêng của ứng suất $\dot{\omega}_S$ sẽ là:

$$\dot{\omega}_S = \dot{\omega}_P - \dot{e}_K = S_{\alpha\beta} \ddot{d}_{\alpha\beta} \quad (1.29)$$

Sử dụng phương trình (1.13) và (1.22) ta được:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_S = \dot{\omega}_v + \dot{\omega}_{(o)} \\ \dot{\omega}_v = \frac{S_{\alpha\alpha}}{3} \dot{d}_{\beta\beta} \\ \dot{\omega}_{(o)} = S_{\alpha\beta(o)} \dot{d}_{\alpha\beta(o)} \end{cases} \quad (1.30)$$

Như vậy công suất của ứng suất là tổng các công suất tiêu hao, để thay đổi thể tích và hình dạng của vật thể.

Công của ứng suất phải thoả mãn hai định luật nhiệt động lực học. Đối với quá trình đẳng nhiệt cả hai định luật được viết dưới dạng hệ thức gibza-gelmgonsa:

$$\begin{cases} \delta\omega = \delta\phi + \delta\psi \\ \delta\psi \geq 0 \end{cases} \quad (1.31)$$

trong đó: ϕ là mật độ nội năng tự do và ψ là mật độ năng lượng liên kết. Bất đẳng thức thứ hai của (1.31) biểu thị điều kiện $\psi = 0$ chỉ khi cân bằng nhiệt động lực học, các trường hợp khác ψ chỉ có thể tăng.

Do đó trong các quá trình lưu biến, đối với vật liệu thực tế cần phải tính cả ϕ lẫn ψ , trong lí thuyết đàn hồi cổ điển $\psi \cong 0$ và do đó dấu bằng của hệ thức thứ hai (1.31) là trường hợp lí tưởng. Trong định nghĩa của chúng ta: biến dạng đàn hồi là phần thuận nghịch của biến dạng toàn phần, nên có thể nói rằng: ϕ trùng với công biến dạng đàn hồi ω_I và là phần tích lũy của công ứng suất.

1.6. PHƯƠNG PHÁP LƯU BIẾN

Cũng như vật liệu biến dạng, lưu biến học xác lập mối liên hệ tương hỗ giữa lực tác dụng lên vật thể và biến dạng do lực gây ra. Cơ học xác lập quan hệ giữa vectơ lực và tenxơ ứng suất ở dạng phương trình (1.21) như ở trên đã nói tới, những phương trình này bất định 3 lần. Lưu biến học giải những bài toán, đối với mỗi loại vật liệu, đưa ra phương trình trạng thái lưu biến hay phương trình lưu biến, liên hệ giữa tenxơ ứng suất; tenxơ biến dạng và đạo hàm của chúng theo thời gian. Tenxơ biến dạng được xác định qua ba thành phần của vectơ chuyển vị u_i hoặc của vectơ vận tốc v_i , và số ẩn số giảm từ 6 xuống còn 3. Dạng phương trình lưu biến được xác định bằng thực nghiệm là mối liên hệ chính xác giữa các đại lượng toán học, phương trình lưu biến mô tả tính chất của vật liệu lí tưởng, để làm cơ sở so sánh, khi phân tích trạng thái các chất thực tế. Các vật liệu lí tưởng được mang tên các nhà bác học đầu tiên đưa ra phương trình của chúng. Phương trình lưu biến thường được viết dưới dạng:

$$R(S_{lm}, D_{no}) = 0 \quad (1.32)$$

Ở đây D và S biểu thị đạo hàm theo thời gian các đại lượng tương ứng, trong đó D là biến dạng hữu hạn hoặc là vô cùng bé, đàn hồi hoặc không đàn hồi $l, m, n, 0$ là các chỉ số chạy. Đối với vật liệu đẳng hướng có thể đưa về dạng hai phương trình, trong đó R_v liên quan với sự thay đổi thể tích, còn phương trình thứ 2, $R(o)$ liên quan với sự thay đổi hình dạng, các thông số vô hướng trong phương trình lưu biến là các "hệ số" lưu biến hoặc là "môđun" đặc trưng cho tính chất lưu biến của vật liệu. Trong lưu biến học người ta không xét vật rắn Ocolít hay theo thuật ngữ được công nhận (vật rắn tuyệt đối). Phương trình lưu biến của nó suy biến thành đẳng thức $D_{lm} \equiv 0$, và (chất lỏng Pascan) hoặc chất lỏng lí tưởng (phương trình của nó là đẳng thức $S_{lm} = 0$).

Trong phương trình lưu biến của hai vật thể này, không có các hệ số và chúng được nghiên cứu riêng trong cơ học.

Đối với chất rắn, lưu biến học bao gồm vật thể Húc, còn đối với chất lỏng là vật thể Niuton. Vật thể Húc là thể đàn hồi lí tưởng được nghiên cứu trong thuyết đàn hồi cổ điển, còn chất lỏng Niuton là chất lỏng nhớt "đơn giản" được nghiên cứu trong thủy động lực học cổ điển. Cần phải thêm vào đó vật thể Sanhvonăng, là một vật thể rắn, có giới hạn chảy, khi ứng suất thấp hơn giới hạn chảy, nó biến dạng đàn hồi, khi ứng suất không đổi và bằng giới hạn chảy nó chảy dẻo. Vật thể Sanhvonăng được nghiên cứu trong lí thuyết dẻo lí tưởng, có thể nói rằng, tất cả các "vật thể lưu biến" khác có thể coi như hợp của 3 vật thể cơ bản này. Cần chú ý rằng: dưới áp lực thủy tĩnh, tất cả các vật liệu lỏng và rắn đều có tính chất gần như nhau, chúng là những vật liệu đàn hồi lí tưởng. Sự khác biệt về tính lưu biến biểu hiện đặc biệt rõ ràng khi trượt (trong trường hợp chung hơn cả là khi thay đổi hình dạng). Do đó mỗi vật liệu có hai phương trình lưu biến. Một phương trình (chung cho tất cả các vật thể) cho biến dạng của thể tích và một phương trình (đặc trưng cho từng vật thể) cho sự biến đổi hình dạng.

Quyển sách này sẽ trình bày phương pháp lưu biến như sau. Sau khi giới thiệu các khái niệm về lưu biến học và các công cụ toán học trong lưu biến, ở chương 1, chương 2 và chương 3 sẽ mô tả vật thể cổ điển ở mức độ đủ để tìm hiểu các vật thể lưu biến, chương 4 sẽ trình bày lưu biến học vĩ mô nhưng chỉ đề cập đến các biến dạng vô cùng bé. Lí thuyết các biến dạng hữu hạn có trong quyển "Handbuch der physik" tập X. Nhưng trái với quan niệm thông thường lí thuyết biến dạng đàn hồi vô cùng bé không hạn chế ở hiệu ứng bậc 1. Do đó chương 4 khảo sát các hiệu ứng bậc 1, khảo sát các hiệu ứng bậc cao hơn; thêm vào đó có phần nghiên cứu giới hạn bền của vật liệu khi biến dạng. Chương 11 sẽ trình bày sơ qua lưu biến học vi mô, vì có những khó khăn đáng kể về toán học, lí thuyết lưu biến vi mô đang ở trong tình trạng phôi thai. Chương 12 trình bày tổng quát về thuyết đo lưu biến, nó chủ yếu giải các bài toán về công nghệ, nó chưa được phổ biến rộng rãi như phương pháp nghiên cứu vật lí. Phần phụ trương trình bày những khái niệm riêng mà chúng có thể làm mất tính cân đối của nội dung vấn đề, nếu như đưa chúng vào nội dung chính. Chúng ta không trình bày ở đây các tính chất lưu biến của một vài vật liệu cụ thể, điều đó sẽ kéo ta từ lĩnh vực vật lí sang lĩnh vực công nghệ. Độc giả có thể tìm hiểu vấn đề này trong các quyển sách được đưa ra trong phần "thư mục" sau.

Chương 2

CÁC CÔNG CỤ TOÁN HỌC CỦA LƯU BIẾN HỌC

2.1. TENXƠ VẬT LÍ

Các đại lượng vật lí mà lưu biến học có liên quan là những tenxơ bậc không (đại lượng vô hướng), vectơ là những tenxơ bậc 1. Không gian Ocolit ba chiều là tenxơ bậc 2 (tenxơ với nghĩa hẹp hơn). Có thể biểu diễn những tenxơ này qua các thành phần vật lí có liên quan đến những thành phần hình học ứng dụng và một vài ngành của vật lí bằng các hệ thức:

$$\begin{cases} v(l) = v^l (g_{ll})^{\frac{1}{2}} \\ t(lm) = t^{lm} (g_{ll} g_{mm})^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (2.1)$$

Các thành phần vật lí được kí hiệu bằng chỉ số viết cao hơn và trong ngoặc đơn. Vectơ vật lí được tạo nên từ các thành phần của nó, theo quy tắc hình bình hành, tất cả các thành phần vật lí, thành phần hình học, đều có cùng một thứ nguyên, và là thứ nguyên của chính trường vectơ mà chúng phụ thuộc. Trong các hệ toạ độ Đécác vuông góc $g_{lm} = \delta_{lm}$, các thành phần vật lí trùng với các phân tử hình học.

Trong hệ toạ độ cong trực giao, các thành phần vật lí ở một điểm, trùng với các thành phần của hệ toạ độ Đécác cục bộ, mà các trục của nó song song với tiếp tuyến của toạ độ cong tại điểm đó. Để biến đổi một phương trình tenxơ, viết dưới dạng các thành phần hình học tổng quát thành phương trình dưới dạng thành phần vật lí ta thay thế các thành phần hình học hỗn hợp bằng các thành phần vật lí và thay đạo hàm hiệp biến bằng đạo hàm vật lí. Ta biến đổi phương trình tenxơ, viết dưới dạng các thành phần Đécác thành phương trình dưới dạng thành phần vật lí trực giao theo sơ đồ sau:

Thành phần hình học	Thành phần vật lí
v_m	$v(m)$
t_{lm}	$t(lm)$
φ, l	$\varphi, (l) = (g^{ll})^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial x(l)}$
$v_{l,m}$	$v_{(l,m)} = (g^{mm})^{1/2} \frac{\partial v(l)}{\partial x(m)} + G(l, \alpha m) v(\alpha)$
$t_{l,m,n}$	$t_{(l,m,n)} = (g^{nn})^{1/2} \frac{\partial t(lm)}{\partial x(n)} + G(l, n\alpha) t(\alpha m) + G(m, n\alpha) t(l\alpha)$

trong đó các kí hiệu vật lí cristophen $G(l, mn)$ được xác định bằng biểu thức:

$$G(l, mn) = \frac{1}{2} (g'' g^{mm} g^{nn})^{1/2} \left(\frac{\partial g_{lm}}{\partial x^n} \frac{\partial g_{mn}}{\partial x^l} \right) \quad (2.2)$$

Các kí hiệu vật lí cristophen bằng độ cong của đường cong tọa độ l ở điểm đã cho. Như vậy, muốn xác định các kí hiệu cristophen cần phải tính hoặc đo bán kính cong của đường, lấy tọa độ cong và tìm các đại lượng nghịch đảo với chúng.

Trong nghiên cứu lưu biến học, người ta hay dùng tọa độ Đécác, nhất là tọa độ cong trực giao (đặc biệt là hệ tọa độ trụ hay hệ tọa độ cầu) đôi lúc dùng tọa độ xiên trực thẳng và trong trường hợp cần thiết, người ta dùng tọa độ cong tổng quát. Trong tất cả các trường hợp này, người ta đều sử dụng các thành phần vật lí, vì vậy sau đây ta dùng cả chỉ số viết dưới, mà không dùng chỉ số viết ở trên. Bởi vì tọa độ trụ được sử dụng rộng rãi trong lưu biến học, nên chúng ta viết các phương trình tương ứng tỉ mỉ hơn, ta có:

$$x^1 = r; \quad x^2 = \theta; \quad x^3 = z \quad (2.3)$$

$$g_{lm} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{Từ đó có: } G_{2,21} = -G_{1,22} = \frac{1}{r} \quad (2.5)$$

Còn tất cả các thành phần khác bằng không, ngoài ra:

$$dx_r = dr; \quad dx_\theta = r d\theta; \quad dx_z = dz \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} 2\omega_{r\theta} = \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \\ 2\omega_{\theta z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \\ 2\omega_{rz} = \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial z} \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} d_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad d_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ d_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ 2d_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \\ 2d_{\theta z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \end{cases} \quad (2.8)$$

phương trình chuyển động (1.21) có dạng:

$$\begin{cases} \frac{\partial s_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial s_{rz}}{\partial z} + \frac{(s_{rr} - s_{\theta\theta})}{r} + \rho(B_r - a_r) = 0 \\ \frac{\partial s_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial s_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2s_{r\theta}}{r} + \rho(B_\theta - a_\theta) = 0 \\ \frac{\partial s_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial s_{zz}}{\partial z} + \frac{s_{rz}}{r} + \rho(B_z - a_z) = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, \quad a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}, \quad a_z = \ddot{z} \quad (2.10)$$

2.2. CÁC BẤT BIẾN CỦA TENXƠ

Những *giá trị riêng* (hay gọi là giá trị chính) của tenxơ được kí hiệu là: $t(i)$; $t(j)$; $t(k)$ ở đây i, j, k là những hướng chính vuông góc với nhau, những bất biến chính của tenxơ đối xứng là:

$$\begin{cases} I_t = t_{xx} + t_{yy} + t_{zz} = t(i) + t(j) + t(k) \\ II_t = t_{xx}t_{yy} + t_{yy}t_{zz} + t_{zz}t_{xx} - t_{xy}^2 - t_{yz}^2 - t_{zx}^2 \\ \quad = t(i)t(j) + t(j)t(k) + t(k)t(i) \\ III_t = t_{xx}t_{yy}t_{zz} + 2t_{xy}t_{yz}t_{zx} - t_{xx}t_{yz}^2 - t_{yy}t_{zx}^2 \\ \quad - t_{zz}t_{xy}^2 = t(i)t(j)t(k) \end{cases} \quad (2.11)$$

Nếu phân tích tenxơ thành phần đẳng hướng và ten xơ lệch theo phương trình:

$$t_{im} = \frac{t_{aa}}{3} \sigma_{im} + t_{im}(o) \quad (2.12)$$

thì bất biến thứ nhất của tenxơ lệch bằng không hay:

$$I_t(o) = t_{(o)}(i) + t_{(o)}(j) + t_{(o)}(k) = 0 \quad (2.13)$$

và khi đó bất biến thứ hai sẽ được xác định theo phương trình:

$$\begin{aligned} II_t(o) &= -\frac{1}{2} [t_{xx}^2(o) + t_{yy}^2(o) + t_{zz}^2(o) + 2t_{xy}^2(o) \\ &\quad + 2t_{yz}^2(o) + 2t_{zx}^2(o)] \\ &= -\frac{1}{2} [t_{(o)}^2(i) + t_{(o)}^2(j) + t_{(o)}^2(k)] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Nếu tenxơ lệch ứng suất là hai chiều, tức là $t_{(o)}(k) = 0$ thì từ (2.13) ta có:

$$t_{(o)}(j) = -t_{(o)}(i) \quad (2.15)$$

Từ (2.14) có:

$$\Pi_{t(o)} = -t_{(o)}^2(i) \quad (2.16)$$

và từ (2.11) ta có:

$$\text{III}_{l(o)} = 0 \quad (2.17)$$

2.3. NHỮNG HÀM SỐ TENXƠ ĐẲNG HƯỚNG

Như đã nói ở trên, cơ sở của lý thuyết lưu biến là phương trình lưu biến (1.32); trong đó tenxơ ứng suất S xác định như một hàm của tenxơ biến dạng D . Cả hai tenxơ này đều là tenxơ đối xứng bậc hai. Theo mục 1, chúng ta giả thiết rằng: Các vật liệu có những phương trình lưu biến khác nhau là những vật liệu đẳng hướng và giả đẳng hướng. Do đó mối phụ thuộc của hai tenxơ này là một phụ thuộc đẳng hướng. Đó là điều kiện chung đối với các hàm tenxơ đẳng hướng.

Khi xét trường hợp đơn giản nhất trong đó S_{lm} là hàm tường minh của D_{no} , sau khi viết y_{lm} thay cho S_{lm} và x_{no} thay cho D_{no} ta nhận được phương trình:

$$y_{lm} = F(x_{no}) \quad (2.18)$$

Vế phải của phương trình có thể biểu diễn dưới dạng tổng của các tenxơ đối xứng bậc hai:

$$y_{lm} = \mathfrak{I}_0 \delta_{lm} \mathfrak{I}_1 x_{lm} + \mathfrak{I}_2 x_{lx} x_{xm} + \mathfrak{I}_3 x_{lx} x_{\alpha\beta} \cdot x_{\beta m} \quad (2.19)$$

Phương trình này có thể viết lại dưới dạng:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \mathfrak{I}_n x^n \quad (2.20)$$

Vì vật liệu đẳng hướng nên đại lượng $\mathfrak{I}$ phải là đại lượng vô hướng. Trường hợp tổng quát chúng có thể là hàm số của các bất biến chính: I_x, II_x, III_x đối với x , tức là có thể viết dưới dạng chuỗi mũ:

$$\mathfrak{I}_n = \sum_{p,q,r} k_{p,q,r}^n I^p II^q III^r \quad (2.21)$$

Phương trình (2.20) có thể biến đổi theo đẳng thức Cayli - Haminton. Đẳng thức này có thể viết như sau:

$$x^n = I_x x^{n-1} - II_x x^{n-2} + III_x x^{n-3} \quad (2.22)$$

hoặc là:

$$x^3 = I_x x^2 - II_x x^1 + III_x x^0 \quad (2.23)$$

Do đó:

$$x^n = A_n x^2 + B_n x^1 + C_n x^0 \quad (2.24)$$

Ở đây A_n, B_n, C_n là các chuỗi mũ đối với I_x, II_x, III_x ; như vậy (2.20) có thể viết dưới dạng:

$$y = \mathfrak{I}_0 x^0 + \mathfrak{I}_1 x^1 + \mathfrak{I}_2 x^2 + \sum_{n=3}^{\infty} \mathfrak{I}_n (A_n x^2 + B_n x^1 + C_n x^0) \quad (2.25)$$

hoặc là:

$$y = (\mathfrak{I}_0 + \sum_{n=3}^{\infty} \mathfrak{I}_n C_n) x^0 + (\mathfrak{I}_1 + \sum_{n=3}^{\infty} \mathfrak{I}_n B_n) x^1 + (\mathfrak{I}_2 + \sum_{n=3}^{\infty} \mathfrak{I}_n A_n) x^2 \quad (2.26)$$

Đối với các thành phần tenxơ ta có phương trình Reiner (1945, 1948):

$$y_{lm} = F_0 \sigma_{lm} + F_1 x_{lm} + F_2 x_{l\alpha} x_{\alpha m} \quad (2.27)$$

Ở đây các đại lượng vô hướng F_0, F_1, F_2 trong trường hợp tổng quát là hàm số mũ của các bất biến chính x_{lm} . Phương trình (2.27) luôn luôn thoả mãn, chứ không chỉ thoả mãn lí thuyết đàn hồi hay lí thuyết thuỷ động mà ở đó nó được tìm ra đầu tiên. Ta thấy rằng: phương trình đẳng hướng tổng quát nhất liên hệ với các tenxơ đối xứng bậc hai, là phương trình bậc hai chứ không cao hơn, đối với các tenxơ. Nhưng đại lượng F là chuỗi mũ, biểu diễn qua các bất biến như là hàm bậc bất kì của các thành phần x_{lm} , và vì vậy phương trình (2.27), có thể là phương trình bậc bất kì đối với các thành phần của tenxơ.

Một câu hỏi được đặt ra là: Bằng cách nào trong trường hợp tổng quát, trị số F có thể biểu diễn qua A_n, B_n, C_n và $\mathfrak{I}$ như là hàm của các bất biến I, II, III? Hanin và Reiner đã viết các phương trình tương ứng như sau:

$$A_n = \sum_{a+2b+3c=n-2} (-1)^b \frac{(a+b+c)(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I^a II^b III^c \quad (2.28)$$

$$B_n = \sum_{a+2b+3c=n-1} (-1)^b \frac{(b+c)(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I^a II^b III^c \quad (2.29)$$

$$C_n = \sum_{a+2b+3c=n} (-1)^b \frac{c(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I^a II^b III^c \quad (2.30)$$

Bước tiếp theo là xác định hằng số k trong (2.21). Điều đó có thể thực hiện được bằng cách xây dựng thí nghiệm tương ứng, trong đó các thành phần của đại lượng y và x , được xác định đồng thời, y được biểu diễn như hàm số của thành phần x . Thí nghiệm đơn giản nhất là: cho x là đại lượng một chiều. Giả sử $x(i); x(j); x(k)$ là các giá trị chính của x , i, j, k là các trục chính, ta có thể đặt:

$$x(j) = x(k) = 0 \text{ và } I = x(i); II = III = 0 \quad (2.31)$$

Trong trường hợp này, từ các phương trình (2.28) đến (2.29) khi $b = c = 0$ ta có:

$$\begin{cases} A_n = x(i)^{n-2} \\ B_n = C_n = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

và

$$\mathfrak{I}_n = \sum_p K_{p,0,0,0x(i)^p}^{(n)} \quad (2.33)$$

Các hằng số $k_{p,0,0}^{(n)}$ cũng xác định tương tự, cũng có thể làm một thực nghiệm khác, trong đó:

$$x(j) = -x(i) ; x(k) = 0 \quad (2.34)$$

và
$$I = 0, II = -x(i)^2 ; III = 0 \quad (2.35)$$

Nếu $a = c = 0$ ta nhận được:

$$\begin{cases} A_n = (-1)^{n-2} x(i)^{n-2} \\ B_n = (-1)^n x(i)^{n-1} \\ C_n = 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

và $K_{0,q,0}^{(n)}$ được xác định bằng phương trình:

$$\mathfrak{I}_n = \sum_q K_{0,q,0}(n) [-x(i)]^{2q} \quad (2.37)$$

Trường hợp quan trọng hơn cả là $\mathfrak{I}_n$ là những hằng số, ví dụ như K_n , khi đó ta có:

$$\begin{cases} F_0 = K_0 + \sum_{n=3}^{\infty} K_n C_n \\ F_1 = K_1 + \sum_{n=3}^{\infty} K_n B_n \\ F_2 = K_2 + \sum_{n=3}^{\infty} K_n A_n \end{cases} \quad (2.38)$$

Và đối với thực nghiệm đầu tiên ta nhận được phương trình:

$$y(i) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n x(i)^n ; y(j) = y(K) = K_0 \quad (2.39)$$

đối với thực nghiệm thứ hai:

$$\begin{cases} y(i) = K_0 + K_1 x(i) + K_2 x(i)^2 \\ y(j) = K_0 - K_1 x(i) + K_2 x(i)^2 \\ y(K) = K_0 \end{cases} \quad (2.40)$$

Trong chương sau ta sẽ sử dụng các phương trình này.

2.4. BIỂU ĐỒ MO

Tenxơ vật lí đối xứng có thể biểu diễn trong hệ toạ độ Đêcac phẳng bằng hình tròn Mo như sau:

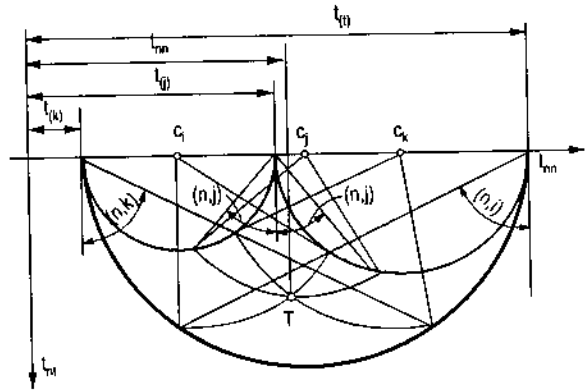
Giả sử $\bar{t}_n$ là vector liên quan tới pháp tuyến $\bar{n}$ và là một trong những thành phần của tenxơ t_{lm} . Chúng ta chọn hai phương khác vuông góc với nhau là t (tiếp tuyến) và c (vuông góc với mặt phẳng hình vẽ) sao cho $t_{nc} = 0$. Trong trường hợp này:

$$\begin{cases} t_{nn} = t_{(i)}[n..i]^2 \\ t_{nn}^2 + t_{nt}^2 = \{t(i)[n..i]\}^3 \end{cases} \quad (2.41)$$

Ở đây chữ t (là chữ iôta của HyLap) thay cho những chữ i, j, k tương ứng và được xem như chỉ số lấy tổng.

Trong toạ độ Đêcac phẳng, t_{lm} có thể biểu diễn rõ dưới dạng *biểu đồ tenxơ* (hình 2.1) mà t_{nn} là hoành độ; t_{nt} là tung độ.

Điểm T xác định bởi các góc (n, i) , (n, j) và (n, k) . Tam giác cong giữa ba hình bán nguyệt tương ứng với $[n..i] = 0$; $[n..j] = 0$; $[n..k] = 0$ tạo thành hình cotg giữa các trục i, j, k . Trong trường hợp hai chiều, ví dụ khi $[n..k] = 0$ là điều kiện đơn giản đáng kể, biểu đồ MO cho trường hợp hai chiều ở hình 3. Đối với tenxơ đẳng hướng, cả ba vòng tròn MO suy biến thành một điểm trên trục t_{nn} .



Hình 2.1: Vòng tròn MO tenxơ phẳng

Chuyển vị của gốc toạ độ dọc theo trục hoành như vậy tương ứng với sự chồng lên của thành phần đẳng hướng.

$t(i) > t(j) > t(k)$ là giá trị chính của tenxơ t_{lm} , còn c_i, c_j, c_k là tâm vòng tròn MO. Hình 2.3 minh họa một cách tìm đơn giản, O là gốc toạ độ của biểu đồ MO đối với tenxơ lệch, tức là đối với tenxơ mà:

$$t_{(o)}(i) + t_{(o)}(j) + t_{(o)}(k) = 0 \quad (2.42)$$

2.5. HỆ TOẠ ĐỘ ĐỐI LƯU

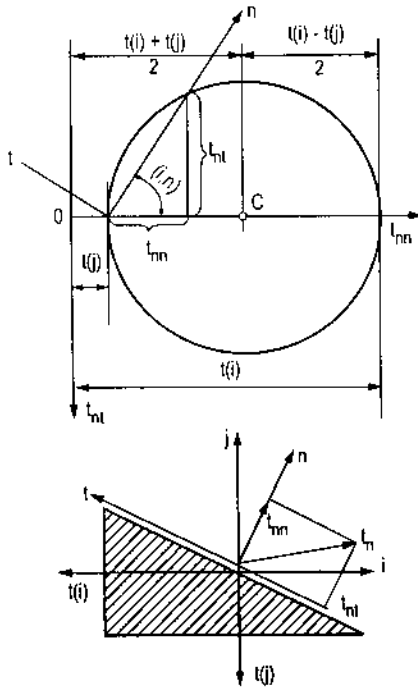
Trong một số trường hợp việc sử dụng hệ tính toán xây dựng từ các chất điểm của vật thể và hệ số biến dạng cùng với biến dạng của vật thể là thuận tiện. Trong trường hợp này, toạ độ chất điểm không thay đổi giá trị của nó khi biến dạng, tức là: $x_i = l^x$, và biến dạng được xác định bằng tenxơ Métric g_{lm} như một hàm số thời gian, phương pháp này do Henki đề ra và được Ôndrôi, Grin và Xern áp dụng. Phương pháp này gọi là phương pháp toạ độ đối lưu, trong quyển sách này không sử dụng phương pháp này.

Hình 2.2 đường tròn MO đối với tenxơ phẳng. Giả thiết rằng những giá trị chủ yếu $t(i) > t(j)$. t_n vector thuộc về phần tử của mặt phẳng có pháp tuyến n .

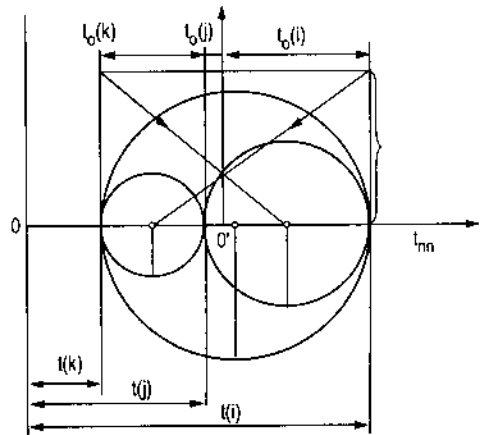
t_{nn} - thành phần pháp tuyến;

t_{nt} - thành phần tiếp tuyến.

n - tia song song với n và đi qua điểm $(t(j); 0)$ nếu n trùng với phương x , thì t trùng với y và $t_{nt} = t_{xy}$:



Hình 2.2



Hình 2.3

Hình 2.3 tìm điểm đầu biểu đồ vòng cho tenxơ lệch. Điểm O điểm đầu biểu đồ đường tròn MO đối với tenxơ có các trục chính $t(i) > t(j) > t(k)$. Điểm O' điểm đầu hệ đếm mà hệ này thoả mãn phương trình (2.42).

2.6. TÍNH CHẤT LƯU BIẾN

Tính chất lưu biến có thể chia làm hai loại:

2.6.1. Tính chất lưu biến chính xác định các thông số của phương trình lưu biến

Chúng có thể là những tính chất: (a) cơ bản (b) phức tạp. Những tính chất cơ bản là (1), tính đàn hồi, 2) tính nhớt, 3) tính dẻo (ma sát nội), các tính chất phức tạp là liên hợp các tính chất cơ bản, ví dụ trong các mô hình phức tạp. Có thể tưởng tượng vô số các mô

hình như vậy, nhưng trong thực tế chỉ dùng một số mô hình, có những thuật ngữ riêng, ví dụ như đàn hồi trẻ, hay giả nhót, đàn nhót, dẻo động lực phi đàn hồi và các tên khác.

Một vài tính chất mô tả bằng những thuật ngữ: tác dụng trước, tác dụng sau chậm, rão v.v... chúng không phải là tính chất độc lập mà do liên hợp những tính chất cơ bản. Để mô tả những tính chất phức tạp hơn, hiện chưa có đủ thuật ngữ, do đó ta sẽ sử dụng thuật ngữ (trình bày chương 1) để đặt tên vật liệu, ví dụ như vật thể Binger v.v... Nên tránh dùng những thuật ngữ riêng nào đó để mô tả tính chất lưu biến chính và nên dùng thuật ngữ của các vật thể lí tưởng. Trong đó ví dụ nói về tính đàn hồi khác nhau như: vật thể Huc, Kenvin, Maxvel v.v... có nhiều nhầm lẫn thí dụ như thuật ngữ dẻo nhót.

Đối với ba tính chất cơ bản nói trên cần phải bổ sung tính chất thứ tư là độ bền.

2.6.2. Tính chất công nghệ

Để đo những tính chất công nghệ, có những phương pháp đặc biệt, nhưng việc nghiên cứu lí thuyết chưa đạt tới mức độ có thể chỉ ra rằng: tính chất được khảo sát là tính chất cơ bản, hay nó có thể biểu thị bằng sự liên hợp những tính chất cơ bản. Kết quả đo được là một chỉ số nào đó, chỉ số này dùng để so sánh, ví dụ: tính xuyên qua, tính rền được, tính dính, tính xúc biến.

Một số tính chất công nghệ chưa có thể đo được bằng bất cứ dụng cụ nào. Những tính chất không đo được này được nói chương 4 ví dụ như "tính hút thấm", của thuốc mầu v.v.

Chương 3 CÁC VẬT THỂ CỔ ĐIỂN

3.1. PHƯƠNG TRÌNH CỦA BIẾN DẠNG THỂ TÍCH

Nếu lấy gần đúng thứ nhất thì có thể coi phương trình lưu biến của biến dạng thể tích là thích hợp cho tất cả các vật liệu và nó có dạng:

$$-P = \chi \varepsilon_v \quad (3.1)$$

Trong đó: p là áp lực thủy tĩnh hoặc áp lực tĩnh, với ý nghĩa nhiệt động lực học, χ là môđun đàn hồi thể tích. χ có thứ nguyên của ứng suất và đo bằng bar ($1 \text{ bar} = 1 \text{ din/cm}^2$). Bảng 3.1 đưa ra các giá trị χ cho một số vật liệu.

Bảng 3.1. Môđun đàn hồi thể tích χ

Vật liệu	Ete	Rượu étin	Nước	Đá xốp	Đất sét	Bê tông	Thủy tinh	Thủy ngân	Sắt	Thép	Vật thể không nén được
μ_x 10^{11} bar	0,008	0,1	0,2	0,5	1	2	4	5,4	15	8	∞

Trong cơ học môi trường liên tục cổ điển trị số P trùng với P_m . Khi đó phương trình thứ hai của (1.30) có dạng:

$$\dot{\omega}_v = \chi \varepsilon_v \dot{\varepsilon}_v \quad (3.2)$$

và sau khi tích phân:

$$\omega_v = \frac{1}{2} \chi \varepsilon_v^2 = \frac{1}{2} P^2 / \chi \quad (3.3)$$

Trong đó ω_v là công, và bằng không trong trường hợp chu trình kín. Mật độ năng lượng này được gọi là *công của biến dạng đàn hồi*. Theo nội dung chương 2 tất cả công biến dạng của thể tích là công biến dạng đàn hồi, khi lấy gần đúng thứ nhất. Đối với vật thể Ocolit và vật liệu "không nén được" $\varepsilon_v = 0$ và $\chi = \infty$. Trong trường hợp này P có thể được xác định từ điều kiện biên.

3.2. VẬT THỂ RẮN HÚC

Phương trình lưu biến của vật thể rắn Húc được viết ở dạng:

$$S_{lm(o)} = 2\mu \varepsilon_{lm(o)} \quad (3.4)$$

trong đó μ là môđun đàn hồi trượt hoặc *môđun đàn hồi loại hai*. Trong bảng 3.2 là một số giá trị μ . Phương trình (3.4) biểu diễn định luật Húc về sự tỉ lệ giữa ứng suất và biến dạng đàn hồi. Chú ý tới các biểu thức (1.15), (1.22), (1.23), ta có thể viết mối quan hệ phụ thuộc của tổng ứng suất vào tổng biến dạng ở dạng hệ thức tuyến tính:

$$S_{lm} = \lambda \varepsilon_{\alpha\alpha} \sigma_{lm} + 2\mu \varepsilon_{lm} \quad (3.5)$$

$$\lambda = \chi - \frac{2}{3}\mu \quad (3.6)$$

là hằng số Lammé

Giải (3.5) đối với ε_{lm} ta được mối phụ thuộc tuyến tính:

$$\varepsilon_{lm} = \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} S_{\alpha\alpha} \sigma_{lm} + S_{lm} / 2\mu \quad (3.7)$$

Bảng 3.2. Môđun trượt μ

Vật liệu	Tơ lụa	Chì	Thiếc	Thủy tinh	Nhôm bạc thạch anh	Kẽm đồng	Sắt hàn bạch kim	Niken thép
$\mu \times 10^{11}$ bar	0,1	0,2	1,5	2	3	4	7	8

Khác với hằng số Lammé, môđun χ và μ có ý nghĩa vật lí.

Trong kéo đơn giản, khi $S_{lm} = \sigma_{(i)}$ còn $\sigma_{(j)} = \sigma_{(k)} = 0$, do đó $S_{\alpha\alpha} = \sigma_{(i)}$, từ (3.7) ta có:

$$\begin{cases} \varepsilon_{(i)} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{(i)} = \frac{\sigma_{(i)}}{E} \\ \varepsilon_{(j)} = \varepsilon_{(k)} = -\frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{(i)} = -\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \varepsilon_{(i)} = \nu \varepsilon_{(i)} \end{cases} \quad (3.8)$$

trong đó: $E = \frac{\mu(3\lambda + 3\mu)}{\lambda + \mu} = \frac{9\chi\mu}{3\chi + \mu} \quad (3.9)$

E là môđun đàn hồi

Còn: $\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} = \frac{3\chi - 2\mu}{6\chi + 2\mu} \quad (3.10)$

gọi là hệ số Poisson.

Đối với vật liệu không nén được $\chi = \infty$, $E^* = 3\mu$, $\nu^* = \frac{1}{2}$. Nếu $\mu = \infty$ thì vật thể Húc suy biến thành vật thể Ócolit. Tất cả các môđun χ , μ , E và λ có thứ nguyên của lực chia cho diện tích; ν là đại lượng không thứ nguyên. Đối với cao su xốp, mút hệ số Poisson gần bằng không, thay ứng suất trong phương trình (1.21) theo (3.5) ta được *phương trình Lammé*.

$$\mu u_{i,\alpha\alpha} + (\lambda + \mu) u_{\alpha,\alpha i} + \rho(B_i - \ddot{x}_i) = 0 \quad (3.11)$$

Thay $S_{lm(o)}$ bằng giá trị của nó từ (3.4) vào phương trình thứ 3 (1.30) ta sẽ được:

$$\dot{\omega}_{(o)} = 2\mu \varepsilon_{\alpha\beta(o)} \dot{\varepsilon}_{2\beta(o)} \quad (3.12)$$

và sau khi tích phân ta có:

$$\omega_{(o)} = \mu \varepsilon_{\alpha\beta(o)} \varepsilon_{\alpha\beta(o)} = \frac{S_{\alpha\beta(o)} S_{\alpha\beta(o)}}{4\mu} \quad (3.13)$$

Năng lượng biến dạng đàn hồi là năng lượng tự do, và nó có thể biến đổi thành công mà không bị tổn thất. Vì vậy chúng ta có thể nhận được phương trình lưu biến đối với vật thể Húc, giả thiết hàm số năng lượng của biến dạng đàn hồi φ là tồn tại, cho $\psi = 0$.

Bởi vì khi biến dạng đàn hồi, các thành phần vật thể đều bị quay, nên chuyển vị tương đối của các phần tử Húc, trong trường hợp tổng quát có thể là hữu hạn, hoặc là rất đáng kể, nên vật thể có cấu trúc "không liên tục".

Một thí dụ là: chuyển vị tương đối lớn xảy ra khi biến dạng nhỏ như là biến dạng của lò xo xoắn ốc (như trong câu lò xo). Nếu chúng ta không biết cấu trúc bên trong của vật thể, thì chúng ta có thể kết luận sai lầm rằng: chuyển vị tương đối lớn xảy ra khi biến dạng hữu hạn. Lúc đầu, để giải thích tính biến dạng lớn của cao su, người ta gán cho cao su là có cấu trúc bên trong không liên tục. Về sau người ta thấy rằng: điều đó không đúng. Tuy nhiên đối với vài vật liệu khác, khái niệm đó là đúng, thí dụ như đối với loại bitum xếp.

Theo (3.8) độ dẫn dài tương đối $\varepsilon(i)$ thường là lớn khi vật đó biến dạng, còn E nhỏ và khi khảo sát các vật thể, nhìn chung ta có trường hợp biến dạng hữu hạn. Tuy nhiên, nếu chú ý đến cấu tạo của vật thể, thì thấy rằng: biến dạng rất nhỏ, và như thế đối với trường hợp này có thể ứng dụng được định luật Húc ở dạng đơn giản nhất. Theo quan điểm này, những biến dạng chúng ta khảo sát ở đây là "giả hữu hạn". Nếu ta kéo lò xo xoắn ốc đến khi dẫn hoàn toàn, thì định luật Húc sẽ không thỏa mãn nữa. Cũng tương tự như thế đối với các vật liệu có cấu trúc xếp.

3.3. CHẤT LỎNG NIUTON

Phương trình lưu biến của chất lỏng Niuton có dạng:

$$S_{lm(o)} = 2\eta \dot{\varepsilon}_{lm} \quad (3.14)$$

Ở đây η là hệ số nhớt trượt, nó có thứ nguyên là ứng suất nhân với thời gian và đo bằng puas ($1 \text{ Pa.s} = 1 \text{ din.cm}^{-2} \cdot \text{s}$). Bảng 3.3 đưa ra một số giá trị η ở 25°C đôi khi người ta sử dụng hệ số chảy $\varphi = \frac{1}{\eta}$, có lúc thuận tiện hơn.

Bảng 3.3. Hệ số nhớt khi 25°C

Vật liệu	Chất lỏng lí tưởng	Toluen	Nước	Rượu êtin	Thủy ngân	Sữa	Dung dịch đường trong nước, đậm đặc 60%	Dầu ôliu	Dầu thầu dầu
η (ps)	0	0,6	1	1,2	1,6	2	57	100	1000

Phương trình (3.14) mô tả định luật Niuton như sau "*Sức cản $S_{lm(o)}$ nảy sinh do sự trượt không tải của các phần tử chất lỏng... tỉ lệ với vận tốc (gradien), mà các phần tử có sự phân bố (f_{lm})*". Cần nhấn mạnh rằng: sự tương tự giữa phương trình (3.14) và (10.1) cho phép đưa bài toán đàn hồi về bài toán chảy nhớt tầng tương ứng (hay các bài toán từ biến dừng), bằng cách thay:

$$f_{lm} = \dot{\epsilon}_{lm} \text{ thành } \epsilon_{lm}$$

$$\text{và } \eta \text{ thành } \mu$$

Phương trình lưu biến cho ứng suất tổng có dạng:

$$S_{lm} = \chi \epsilon_v \sigma_{lm} + 2\eta f_{lm} \quad (3.15)$$

Đối với chất lỏng không nén được trị số ϵ_v mất đi $\chi = \infty$ và số hạng đầu của vế phải (3.15) không xác định, có thể viết phương trình (3.15) bằng cách sau:

$$S_{lm} = -P\sigma_{lm} + 2\eta d_{lm(o)} \quad (3.16)$$

và có thể tìm P từ điều kiện biên động của bài toán. Đối với vật liệu rất nhớt, ví dụ bitum, độ nhớt có thể xác định bằng cách kéo thanh lăng trụ dưới tác dụng của ứng suất không đổi, thí dụ $\sigma(i)$. Do đó *hệ số nhớt* khi kéo λ_T có thể xác định theo Truton từ phương trình:

$$\sigma(i) = \lambda_T f(i) \quad (3.17)$$

Hệ số λ_T là đại lượng tương tự nhớt của mô đun đàn hồi E. Cho $f_{\alpha\alpha} = 0$ (xem phương trình (3.15)) ta nhận được:

$$\lambda_T^* = 3\eta \quad (3.18)$$

Đặt (3.15) vào (1.21) và chú ý (1.12) ta được phương trình Naviê - Stốc:

$$P, l = \eta v_{l,\alpha\alpha} + (\eta \dot{\epsilon}_{v,l} / 3) + \rho(B_l - \ddot{x}_l) \quad (3.19)$$

Những phương trình này làm cơ sở cho thủy động lực học chất lỏng nhớt cổ điển (ở đây $\dot{\epsilon}_v = d_v$). Thay $S_{lm(o)}$ từ (3.14) vào phương trình thứ ba của (1.30) và chú ý tới (1.12) ta nhận được:

$$\dot{\omega} = 2\eta f_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} \quad (3.20)$$

Trong khi công tiêu hao cho biến dạng thể tích của chất lỏng nhớt và hoàn toàn biến đổi thành thế năng theo phương trình (1.5) thì năng lượng biến đổi hình dạng không ngừng bị khuếch tán và sau đó khuếch tán hoàn toàn. Ta có thể nhận được phương trình lưu biến của chất lỏng Niuton bằng cách giả thiết hàm số khuếch tán ψ là tồn tại và cho $\Phi = 0$.

3.4. VẬT THỂ SANHVONĂNG VÀ PRANTLA

Đối với vật thể Sanhvonăng có một định đề mà theo nó $v_{lm(o)}$ tăng đến một giá trị nào đó, gọi là giới hạn chảy, thì vật thể là vật rắn tuyệt đối, khi ứng suất:

$$S_{lm(o)} = v_{lm(o)} \quad (3.21)$$

vật liệu chảy dẻo, giả thiết rằng: Khi chảy dẻo các hướng chính của vận tốc biến dạng trùng với các trục chính của ứng suất. Tương tự (3.14) Lévi đã đặt:

$$S_{lm(o)} = v_{lm(o)} = \frac{\dot{SD}_{lm(o)}}{\lambda_{\mu}} \quad (3.22)$$

Ở đây λ_{μ} không phải là hằng số của vật liệu, mà là hệ số tỉ lệ có thể thay đổi theo thời gian và không gian. Khi thay đổi λ_{μ} trị số $S_{lm(o)}$ vẫn giữ nguyên giá trị.

Nếu giả thiết rằng: vật thể tuân theo định luật Húc, khi ứng suất thấp hơn giới hạn chảy, biến dạng toàn phần là tổng biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo, ta sẽ có *vật thể Prantla* mà đối với vật thể này:

$$2\dot{D}_{lm(o)} = \frac{\dot{S}_{lm(o)}}{\mu} + \lambda_{\mu} S_{lm(o)} \quad (3.23)$$

Phương trình này suy biến thành (3.22) đối với $\mu = \infty$.

Biến dạng đàn hồi giới hạn hay biến dạng tương ứng với giới hạn chảy, mà đối với vật thể Sanhvonăng nó bằng không, thì đối với vật thể Prantla được xác định bằng phương trình:

$$2\theta_{lm(o)} = \frac{v_{lm(o)}}{\mu} \quad (3.24)$$

Như vậy trên biểu đồ biến dạng, điểm đặc trưng cho ranh giới phân đàn hồi chính là giới hạn chảy và là biến dạng đàn hồi giới hạn. Công sinh ra do các ứng suất cho đến giới hạn chảy, được tích lũy trong vật thể dưới dạng năng lượng biến dạng đàn hồi và được tả lại không mất mát khi bỏ tải. Công của các ứng suất lớn hơn giá trị giới hạn của năng lượng biến dạng đàn hồi, bị khuếch tán trong vật thể do *quan sát nội*. Đối với một số vật liệu (ví dụ thép mềm) người ta thấy có sự tương tự như thế với hai loại ma sát tĩnh động học và chúng xác định sự tồn tại của giới hạn chảy trên và giới hạn chảy dưới.

Lí thuyết dẻo cổ điển đối với kim loại, được áp dụng trong hai ngành hoàn toàn khác nhau.

1. Tính toán các thành phần công trình và các chi tiết máy, mà ở đó biến dạng dẻo rất nhỏ.

2. Các quá trình xử lí công nghệ ví dụ: cán, kéo sợi và dập, ở đó biến dạng dẻo có thể rất lớn.

Trong trường hợp thứ nhất, phần biến dạng dẻo bị giới hạn bởi phần giới hạn đàn hồi tiếp giáp và do đó nó mang tên: *biến dạng dẻo giới hạn*, khi tăng tải trọng tiếp theo sẽ xảy ra *chảy dẻo không giới hạn*. Đối với trường hợp thứ nhất áp dụng được lí thuyết Prantla đối với trường hợp thứ hai áp dụng được lí thuyết Sanhvonăng - Lévi (1).

Chương 4

LƯU BIẾN VĨ MÔ

4.1. CÁC HIỆN TƯỢNG BẬC NHẤT

4.1.1. Cây tuần tự lưu biến học

Tập hợp các tính chất lưu biến học đáng kể, có thể biểu thị giống như cái thang thứ tự, hay như một cây, cấu tạo từ các vật thể lí tưởng. Trong đó có vật được khảo sát trong cơ học các môi trường liên tục cổ điển là: vật thể rắn Húc (kí hiệu là H) vật thể dẻo Sanhvonăng (kí hiệu là S_V) và chất lỏng Niuton (kí hiệu N), chúng được coi như vật thể đơn giản; Các vật thể phức tạp có thể nhận được bằng cách liên hợp tương ứng các vật thể đơn giản.

Như nói ở chương 1 việc xây dựng mô hình cơ học, mà các tính chất của chúng phản ánh trạng thái vật liệu thực tế, thậm chí có thể là gần đúng và các tính chất được mô tả dưới dạng liên hợp lực với độ dẫn dài, giúp ta nhiều trong việc tìm phương trình lưu biến của vật liệu phức tạp từ các số liệu thực nghiệm. Sau khi thay lực ra ứng suất, thay đổi độ dẫn dài ra biến dạng, ta sẽ dễ dàng nhận được phương trình lưu biến. Điều này sẽ nói rõ ở phần sau: Ba tính chất cơ bản xác định các vật thể đơn giản, tính đàn hồi, dẻo, và tính nhớt, có thể biểu thị bằng ba mô hình cơ học sau:

a) Lò xo xoắn ốc (hình 4.1) là mô hình thích hợp cho vật thể H, như đã trình bày ở chương 1, độ dẫn dài Δl của nó được xác định bằng định luật Húc:

$$\Delta l = \frac{P}{E} \quad (4.1)$$

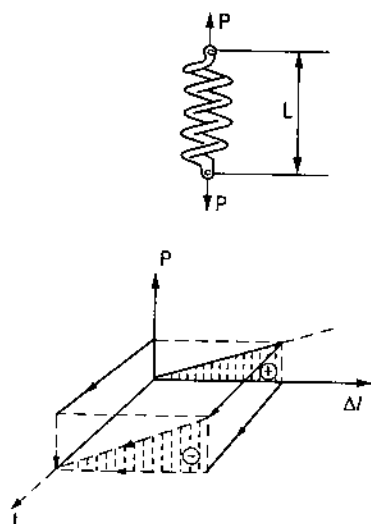
Ở đây E là độ cứng đàn hồi của lò xo.

b) Phân tử lỏng, bao gồm một xi lanh đổ đầy dầu nhớt và trong xi lanh lắp một pittông với khe hở nhỏ làm mô hình vật thể N. Vật thể N được mô tả bằng phương trình:

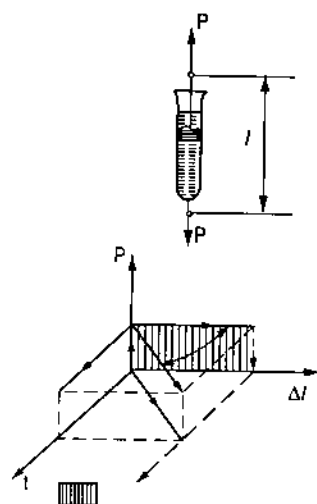
$$\overline{\Delta l} = \frac{P}{\eta} \quad (4.2)$$

Sơ đồ trạng thái bản chất vật thể N ở hình 4.2.

c) Phân tử ma sát khô gồm vật nặng để trên bàn (hình 4.3) là mô hình thuận tiện để mô tả trạng thái vật thể Sanhvonăng. Phương trình có dạng:

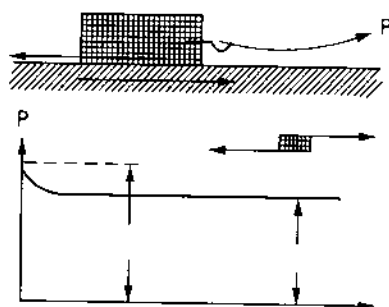


Hình 4.1: Sơ đồ mẫu vật thể rắn
(H) dấu "+" đối với năng lượng tích lũy,
dấu "-" đối với năng lượng phục hồi



Hình 4.2: Vật thể Niu ton (N)

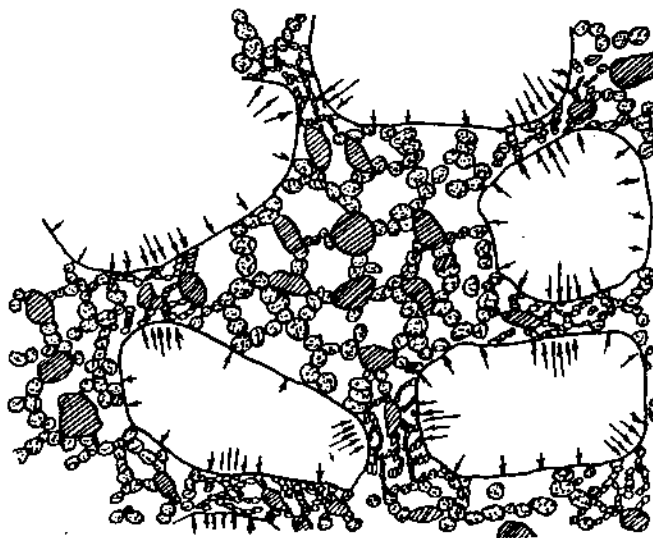
Ba phần tử này có thể nối với nhau song song (/) hoặc nối tiếp (-), khi nối song song, tải trọng toàn phần tác dụng lên vật thể hình thành do tải trọng được truyền đến những phần tử riêng biệt, còn vận tốc dẫn dài các phần tử đều như sau. Khi mắc nối tiếp, vận tốc dẫn dài toàn phần bằng tổng các vận tốc dẫn dài của từng phần tử thành phần và mỗi phần tử trong chúng đều truyền cùng một tải trọng toàn phần. Mô hình làm việc khi kéo đơn giản, nhưng nó có thể mô tả không những độ dẫn dài mà còn mô tả sự trượt (hoặc biến đổi hình dáng trong trường hợp tổng quát) và kéo (nén) theo mọi phương.



Hình 4.3: Mẫu vật thể Sanhvonang (S_VV)

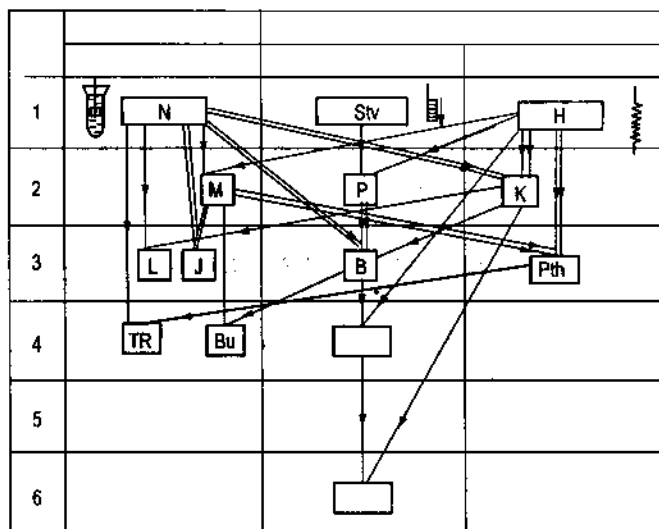
Để làm thí dụ, chúng ta khảo sát bài toán xác định phương trình lưu biến để mô tả trạng thái biến dạng của vật liệu (hình 4.4). Hình vẽ trình bày mặt cắt ngang mẫu á sét phóng đại 10^4 lần.

Những hạt cát được nối bằng mỗi phân tử Calôit của đất sét, còn các khoảng giữa là nước, nói chung hệ thống có cấu trúc gen. Sơ đồ dưới đây của Ken vin (1875) thích hợp để mô tả vật liệu "Chúng ta xét vật thể xấp xỉ đàn hồi lí tưởng có liên kết lỏng (như bột biển) hay có lỗ hổng riêng biệt trong vật đàn hồi, chúng ta tưởng tượng là những lỗ hổng này và những khe hở được đổ đầy chất lỏng nhớt (như dầu mỡ)". Những thí nghiệm tĩnh với vật thể như vậy, chỉ ra được tính đàn hồi lí tưởng đối với biến dạng trượt và biến



Hình 4.4: Cấu trúc của á sét

dạng thể tích; những thí nghiệm động chỉ ra sự mất mát năng lượng, trong thực tế chính bộ rung chỉ ra điều đó ở vật rắn đồng nhất đàn hồi... phù hợp với định luật về độ nhớt của Stốc. Bộ rung xấp xỉ tương đương của chúng ta, dường như tuân theo định luật tắt dần của bộ rung bình thường có sức cản tỉ lệ thuận với vận tốc chuyển động của nó.



Hình 4.5: Mô hình vật thể Kelvin

Vật thể K lò xo thép xoắn bên phải và ống nghiệm chứa đầy chất lỏng nhớt bên trái tác dụng như thành phần lỏng, được nối song song. Đường cong phụ thuộc của biến dạng vào thời gian được ghi tự động.

Hình 4.5 là mô hình cơ học mô tả trạng thái lưu biến của vật thể Kenvin, trạng thái lưu biến của nó được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 4.6.

$$\text{Từ (4.1) và (4.2) có } P_K = P_H + P_N = (E) \Delta l + (\eta) \overline{\Delta l} \quad (4.4)$$

công thức lưu biến của vật thể Kenvin là:

$$K = H/N \quad (4.5)$$

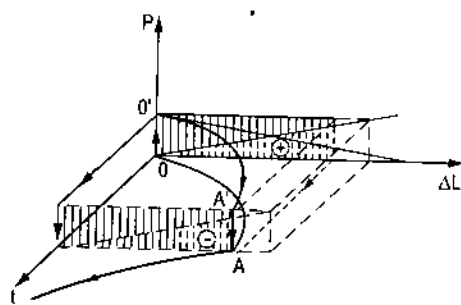
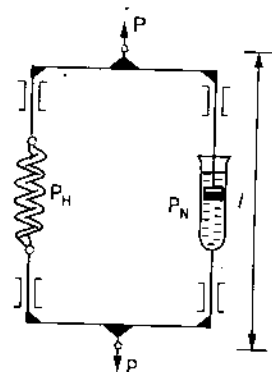
Tương tự (4.4) từ (3.4) và (4.1) có:

$$S_{lm(o)} = 2\mu\epsilon_{lm(o)} + 2\eta_s\epsilon_{lm(o)} \quad (4.6)$$

Ở đây chỉ số s của η_s biểu thị độ nhớt của vật thể rắn.

Cũng tương tự như thế có thể xây dựng "cây" vật thể lưu biến. Để cho ngắn gọn ta viết S thay cho $S_{lm(o)}$ và ϵ, f thay cho $\epsilon_{lm(o)}$ và $f_{lm(o)}$.

Bảng 4.1 trình bày hệ thống vật thể lưu biến được xây dựng tương ứng với các phần tử kết cấu cơ bản tạo nên vật thể. Trong bảng nối tiếp được kí hiệu bằng một gạch, nối song song kí hiệu bằng một gạch. Một số liên hợp được xây dựng trên cơ sở lí thuyết, còn những liên hợp khác suy ra từ số liệu thực nghiệm. Ngoài vật thể Ken vin đã nói trên còn có các vật thể sau:



Hình 4.6

Bảng 4.1

$M = N - H$ gọi là vật thể Mác xven (1868)
$B = H - (S_1 V/N)$ là vật thể Bin gam
$J = N/M$ mang tên Dzeffrisa (1929), mô hình này tương đương với mô hình $L = K - N$ do Lesersiter đưa ra.
$S_{ch\omega} = H - (S_1 V/M)$ mang tên vật thể Svetdop
$P_{Th} = H/M$ mang tên Pôi-tin - Tômson.
$B_u = M - K$ mang tên Biurger, mô hình này tương đương với mô hình $TR = N - P_{Th}$ do Trutôn - Renkin đề ra.
$S_{ch} S_c B = S_{ch\omega} - K$ mang tên Sôpin và Scôt-Bler

Có thể có những liên hợp khác, được xây dựng về sau, vì kết quả nghiên cứu tính lưu biến các vật liệu đến nay vẫn chưa đầy đủ.

Tuy nhiên có thể coi luận đề sau đây là tiên đề của lưu biến học: bất kì vật thể thực tế nào cũng mang tất cả những tính chất lưu biến được biểu thị ở mức độ khác nhau.

Như đã nói ở chương 1, các vật liệu là đối tượng nghiên cứu của lưu biến học; phần lớn là các hệ thống phân tán bao gồm các pha rắn và lỏng. Trong hệ thống rắn lỏng như

thể phần tử H là pha rắn và phần tử N là pha lỏng. Ví dụ: vật liệu trong quá trình chuyển tiếp từ dòn đến giòn, trong đó những "hạt" gen được màng chất lỏng bao chung quanh, lơ lửng trong pha lỏng, có thể biểu thị bằng công thức kết cấu.

H/N - N Kevin (như đã nói ở trên), khi giải thích sự tồn tại của độ nhớt trong vật thể rắn đã nói đến gen; nhưng Phoigt đưa khái niệm này đối với vật liệu một pha đồng nhất. Thuật ngữ "vật thể Phoigt" đôi khi ứng dụng đối với mô hình trình bày ở hình 4.6.

Ở đây chúng ta nói tới trường hợp mà biểu hiện rõ đặc tính kí hiệu của mô hình. Chúng ta không cần phải hiểu các mô hình Buevan. Cơ cấu được Mácxven đặt ra để mô tả hiện tượng rão và làm cơ sở cho vật thể M thuộc hệ thống một pha sự miêu tả trạng thái của vật thể nhờ vào các mô hình sẽ không có kết quả, nếu tính chất đàn hồi và nhớt của các chất là phi tuyến. Tuy nhiên ngay cả trong trường hợp này các mô hình cơ học cũng không mất ý nghĩa của nó.

4.2. VẬT THỂ NHỚT DẼO HAY VẬT THỂ BIN GAM

Bingam và Grin đã đặt cơ sở cho lưu biến học, sau khi nghiên cứu các huyền phù, sự đông đặc của đất sét và sơn dầu (Bingam, Green 1919). Trước khi đi vào trình bày các phương pháp lưu biến học, ta cần nghiên cứu kỹ hơn công trình của Bingam và Grin, công trình này lập luận sự cần thiết nghiên cứu các đề tài không thuộc phạm vi của lí thuyết thuỷ động học cổ điển và đặt nền móng cho lưu biến học như một phần mới của ngành vật lí.

Trong thành phần của sơn dầu, có dầu làm chất hoà tan, trong đó có các phần nhỏ thuốc màu lơ lửng. Dầu dùng để chế tạo sơn, là chất lỏng Newton đơn giản. Ta có thể giả thiết rằng: tương tự như thành phần chính của nó (dầu), sơn là một chất lỏng và có thể xác định độ nhớt của nó như là một chất lỏng Newton. Cần thiết sao cho khi quét sơn, không cần tác dụng lực đáng kể, ngoài ra sơn phải có độ chảy nào đó, để sau khi quét không có vết chổi. Các nhà công nghệ đã cố gắng liên hệ khả năng phủ lên bề mặt của sơn, khả năng chảy trên bề mặt với độ nhớt của thuốc màu.

Độ chảy của sơn càng lớn, sơn càng dễ phủ lên bề mặt cần quét và càng dễ mất vết chổi, qua đây có thể giả thiết rằng: tính chất lưu biến của sơn có thể miêu tả được tương đối đầy đủ bằng thông số η . Tuy nhiên đối với sơn phải đòi hỏi tính chất lưu biến thứ ba nào đó. Khi phủ lên bề mặt thẳng đứng sơn không được chảy. Yêu cầu này dường như là mâu thuẫn với hai yêu cầu nói ở trên. Một mặt sơn phải có độ nhớt thấp để thoả mãn 2 yêu cầu nói ở trên. Một mặt khác sơn cần phải có độ nhớt cao để thoả mãn yêu cầu thứ ba. Như vậy khi đo độ nhớt của sơn với tốc độ chảy khác nhau "độ nhớt" cần phải thay đổi. Cuối cùng Bingam, Grin đã tìm ra lời giải bài toán, như đầu đề bài báo của hai ông là "*Sơn là vật liệu dẻo, chứ không phải là chất lỏng nhớt*". Hai ông đã đưa ra khái niệm về cái gọi là mô hình dẻo nhớt mà ngày nay mang tên là vật thể Bingam.

Vật thể Bingham là vật thể rắn, dẻo lí tưởng, nó chống lại biến dạng dẻo, không chỉ do giới hạn chảy của nó (ϑ) như trong trường hợp vật thể Sanhvonăng và Prantla do độ nhớt, được gọi là *độ nhớt dẻo*. Công thức lưu biến của nó có dạng

$$B = H - (N/S_f V) \quad (4.7)$$

Biểu diễn trên hình 4.7.

Cộng các lực từ (4.2) và (4.3) ta tìm được phương trình mô tả cơ cấu biến dạng dẻo:

$$P_B = P_N + P_{sv} = \eta_{pl} \bar{\Delta l} + \vartheta \quad (4.8)$$

Sau khi thay lực và độ dẫn dài bằng ứng suất và biến dạng, ta nhận được:

$$\begin{cases} S = 2\mu\epsilon & \text{khi } |S| < |\vartheta| \\ S - \vartheta = 2\mu_{pl} \bar{d} & \text{đ khi } |S| \geq |\vartheta| \end{cases} \quad (4.9)$$

Ở giới hạn chảy:

$$\bar{d} = 0, \epsilon = 0, S = \vartheta = 2\mu\theta$$

Ở đây θ là biến dạng đàn hồi giới hạn ϑ là giới hạn chảy.

Để xác định hai thông số của vật Bingham tốt nhất là bằng một trong hai loại dẻo kế, mà các mẫu của nó là nhớt kế quay và nhớt kế mao dẫn.

4.3. PHƯƠNG PHÁP Dẻo KẾ MAO DẪN

Trong dụng cụ mao dẫn, vật liệu dưới tác dụng của gradien áp lực: $\Delta P/l$ chảy theo ống trụ bán kính R , chiều dài l , vận tốc chảy của vật liệu trong tọa độ trụ là:

$$\vartheta_z = f(r) \text{ và } \vartheta_r = \vartheta_v = 0$$

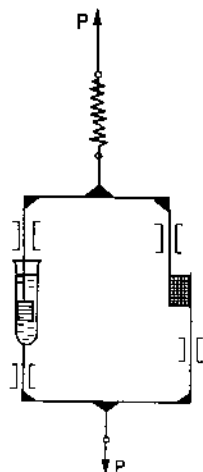
Từ hệ thức (2.8) sau khi thay u thành v và d thành $\bar{d}$, chúng ta thấy rằng: tất cả các cấu tử tenxơ vận tốc biến dạng bằng không, ngoài

$$2\bar{d}_{zr} = \frac{d\vartheta}{dr} = f'(r) \quad (4.10)$$

$$\text{Bằng không, từ (4.9) có:} \quad \tau_{zr} = \vartheta_1 + \eta_{pl} f'(r) \quad (4.11)$$

Ở đây ϑ_1 là thành phần tiếp tuyến của giới hạn chảy. Để tính toán ứng suất tổng, chúng ta cần phải thêm thành phần đẳng hướng $-\sigma_{lm}$. Khi không có lực thể tích ($\rho = 0$). Phương trình đầu của phương trình chuyển động (2.9) có dạng:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (4.12)$$



Hình 4.7: Sơ đồ vật thể Bingham (B)
 $B = H - (N/S_f V)$

Khi đó phương trình thứ ba cho ta

$$\eta_{Pl} [rf''(r) + f'(r)] + \vartheta_r = r \frac{\partial P}{\partial Z} = r \frac{\Delta P}{l} \quad (4.13)$$

Tích phân hai lần theo r và lần nữa đưa ϑ vào thay $f(r)$, ta sẽ có:

$$\eta_{Pl} \vartheta + r \vartheta_r = \frac{r^2}{4} \frac{\Delta P}{l} + c_1 / nr + c_2 \quad (4.14)$$

Bởi vì ϑ phải hữu hạn khi $r = 0$ và ϑ bất kỳ, $C_1 = 0$. Để xác định C_2 ta sử dụng điều kiện biên là $\vartheta = 0$ khi $r = R$. Bởi vì chất lỏng bám vào thành ống, từ đây ta tìm được:

$$\eta_{Pl} = \frac{(R^2 - r^2) \Delta P}{rl} - \vartheta(R - r) \quad (4.15)$$

Tương ứng với phương trình thứ 2 (4.9) công thức này chỉ đúng trong vùng chảy, tức là ở nơi mà ứng suất tiếp:

$$\tau = r \frac{\Delta P}{2l} \quad (4.16)$$

bằng hoặc vượt qua giới hạn ϑ :

$$r = r_0 = \frac{2l\vartheta}{\Delta P} \quad (4.17)$$

Đối với tất cả $r < r_0$ ta có $\tau < \vartheta$ và do đó trong miền này, vật liệu không chảy, mà chuyển động như vật thể rắn hoàn toàn (hình 4.8). Ứng suất trong lõi chảy gây ra biến dạng đàn hồi.

Từ (4.15) ta tìm lưu lượng vật liệu Q chảy qua ống sau thời gian t :

$$\frac{Q}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta_{Pl} l} \left[1 - \frac{4}{3} \frac{2l\vartheta}{R \Delta P} + \frac{1}{3} \left(\frac{2l\vartheta}{R \Delta P} \right)^4 \right] \quad (4.18)$$

Đây là phương trình Bunkingam - Reiner.

Khi $\vartheta = 0$ nó chuyển thành phương trình Xughen-Pua-giây đối với chất lỏng Niuton:

$$\frac{Q}{t} = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l} \quad (4.19a)$$

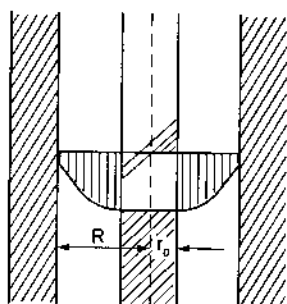
Trong khi đó (4.15) đưa tới sự phân bố theo đường parabol:

$$v = \frac{(R^2 - r^2) \Delta P}{4\eta} \quad (4.19b)$$

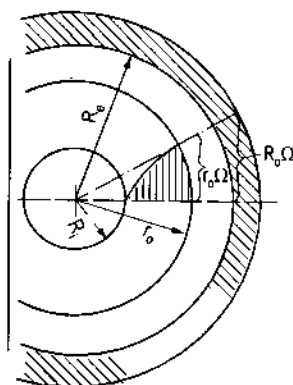
Còn lõi thì không có.

Phương trình (4.18) được Scôt-Bler và Croiter xác định bằng thực nghiệm, đối với bột nhão và đất sét, Culacov làm thực nghiệm đối với thể huyền phù của đất.

và dụng cụ quay (phải). Ở đây R là bán kính ống, R_i là bán kính bên trong và R_e là bán kính của trụ ngoài.



Hình 4.8



Hình 4.9

4.4. DỤNG CỤ QUAY CÓ TRỤ QUAY

Trong dụng cụ này, vật liệu chảy theo vòng tròn bên trong khe hở của hai trụ đồng trục có bán kính R_i và R_e , trong đó trụ bên trong đứng yên, chịu một mô men xoắn M , còn trụ ngoài quay với vận tốc góc Ω . Trong trường hợp này:

$$v_r = v_z = 0$$

và (4.19a) $v_\theta = r\dot{\theta} = rf(r)$

Từ hệ thức (2.8) ta tìm được:

$$2d_{r\theta} = r \frac{d\dot{\theta}}{dr} = rf'(r) \quad (4.20)$$

$$\tau_{r\theta} = \vartheta_t + \eta_{pl} rf'(r)$$

và từ (4.8) có:

$$\tau_{r\theta} = \vartheta_t + \eta_{pl} rf'(r) \quad (4.21)$$

Từ phương trình (2.9) bỏ qua các lực thể tích chúng ta thấy rằng: P là đại lượng không đổi và bằng áp lực khí quyển, còn phương trình thứ hai cho ta:

$$\frac{d\tau}{dr} + 2\frac{\tau}{r} = 0 \quad (4.22)$$

Sau khi tích phân ta có:

$$\tau = \frac{C_1}{r^2} \quad (4.23)$$

Thay τ bằng giá trị của nó từ (14.15) ta được:

$$\frac{C_1}{r^3} = \frac{9}{r} + \eta_{pl} f'(r) \quad (4.24)$$

và sau khi tích phân

$$\eta_{pl} \dot{\theta} = \frac{C_1}{2r^2} - 9 \ln r + C_2 \quad (4.25)$$

Giả sử khi $r = R_i$ không có sự trượt, ta tìm được:

$$C_2 = \frac{C_1}{2R_i^2} + 9 \ln R_i \quad (4.26)$$

và do đó:

$$\eta_{pl} \dot{\theta} = \frac{C_1}{2} \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{r^2} \right) - 9 \ln \frac{r}{R_i} \quad (4.27)$$

Hằng số tích phân C_1 có thể xác định từ điều kiện là: mômen của lực bề mặt tác dụng lên một trong các trụ M_Z không phụ thuộc vào r . Vì thế:

$$M_Z = \tau 2\pi r h r \quad (4.28)$$

h là chiều dài của phần trụ trong nhúng trong chất lỏng.

Từ (4.23) ta có:

$$C_1 = \frac{M}{\tau \cdot 2\pi h} \Rightarrow M = \ln \frac{R_e}{R_i} \quad (4.29)$$

và sau khi thay vào (4.21) ta được

$$\Omega = \frac{1}{\eta_{pl}} \left[\frac{M}{4\pi h} \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_e^2} \right) - 9 \ln \frac{R_e}{R_i} \right]$$

Đây là *phương trình Reiner - Rivlin*, khi $\theta = 0$ nó chuyển thành phương trình Marguli cho chất lỏng Newton:

$$\Omega = \frac{M}{4\pi h \eta} \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_e^2} \right) \quad (4.30)$$

Từ (4.28) rõ ràng là: ứng suất τ lớn nhất ở chỗ có r nhỏ nhất, tức là trên bề mặt của trụ trong. Nơi nào mà có $M_Z < 29\pi R_i^2 = M_0$, vật liệu giữa hai trụ sẽ biến dạng đàn hồi và không chảy. Khi M_Z vượt quá giá trị M_0 thì vật liệu bắt đầu chảy. Tuy nhiên, đến khi ứng suất ở gần bề mặt bên trong của trụ ngoài nhỏ hơn 9, thì tồn tại miền biến dạng đàn hồi, ở đó vật liệu quay cùng với trụ ngoài (xem phần bên phải của hình 4.8). Ứng suất ở thành trụ ngoài bằng: $M_z / 2\pi h R_e^2$. Nếu M_z vượt quá $M_1 = 2\pi h R_e^2 9$ thì toàn bộ vật liệu

ở trong khe giữa hai trụ chảy dẻo. Đó là sự khác nhau đáng kể giữa chảy dẻo trong dụng cụ quay và sự chảy trong ống.

Phương trình (4.30) được Vôlarovich và Tuls năm 1935 xác định bằng thực nghiệm đối với thể huyền phù của đất sét, và Vêlarovich cùng Samarin năm 1935 làm đối với bột mỳ. Năm 1949 Grin đã nghiên cứu thực nghiệm trên dẻo kế quay, vận tốc cao đối với một số vật liệu trong phạm vi rộng của vận tốc biến dạng, và cũng thu được phương trình như (4.30).

Để làm biến số, trong phương trình (4.17) đối với dụng cụ mao dẫn người ta thường đưa vào các đại lượng:

$$\begin{cases} V = \frac{4Q}{\pi R^3 t} \\ P = \frac{R \Delta P}{2l} \end{cases} \quad (4.31)$$

Còn trong phương trình (4.30) đối với dụng cụ quay:

$$\begin{cases} V = \frac{2\Omega}{1-\alpha}, & \alpha = \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2 \\ P = \frac{M}{2R_i^2 \pi h} \end{cases} \quad (4.32)$$

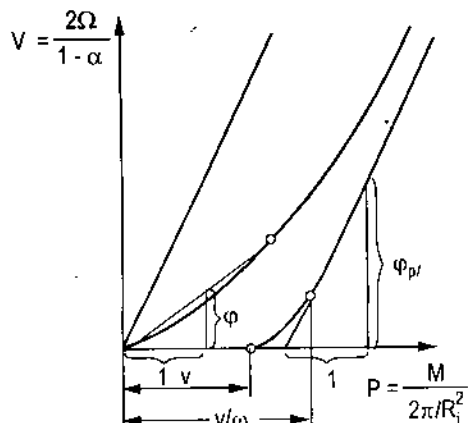
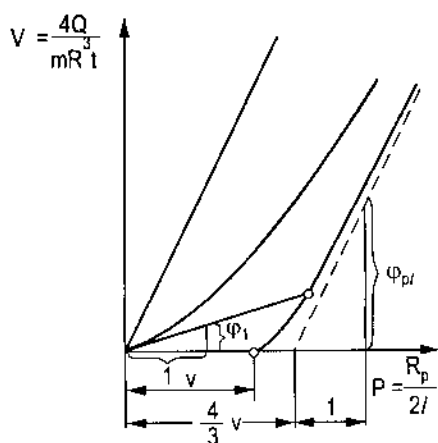
Các công thức (4.17) và (4.30) khi đó có dạng:

$$V = \frac{P}{\eta_{PI}} \left[1 - \frac{3}{4} \frac{9}{P} + \frac{1}{3} \left(\frac{9}{P} \right)^4 \right] \quad (4.33)$$

$$V = 2 \frac{P}{\eta_{PI}} \left[1 + \frac{9}{P} \frac{\ln \alpha}{2(1-\alpha)} \right] \quad (4.34)$$

Các đồ thị $V - P$ không phụ thuộc vào kích thước của dụng cụ, và do đó chúng phản ánh được *tính chất nhất định của vật liệu*. Tính chất này được gọi là độ đậm đặc và nó được hội thử nghiệm các vật liệu của Mỹ (ASTM) xác định như sau: "*Tính chất của vật liệu có liên quan đến sức cản thay đổi hình dáng của nó, được xác định bằng sự phụ thuộc của vận tốc chảy vào lực*". Đại lượng V và P được gọi là các biến số đậm đặc, còn các đồ thị trong tọa độ $V - P$ (4.33) và (4.34) là các đường cong đậm đặc (hình 4.10). Có thể thấy rằng: P chính là ứng suất tiếp trong vật liệu gần thành bất động của dụng cụ, trong khi đó V là gradien trung bình của vận tốc.

Khi tìm ra (4.17); (4.30) và (4.33); (4.34) người ta giả thiết rằng: vật liệu bám vào thành ống hoặc trụ và không có sự trượt. Trái lại khi có sự trượt của vật liệu đối với thành, khi có hiệu ứng loại đó thì các đường cong sẽ phụ thuộc vào kích thước của dụng cụ.



Hình 4.10: Đường cong đậm đối với ba nhóm vật liệu, trong trường hợp vật liệu chảy trong ống (bên trái); trong trường hợp trong dụng cụ quay (bên phải). Hệ số chảy ϕ lấy từ 0 đến ϕ_{pl} trụ quay (phải).

Trong đó khi tính toán người ta đưa vào thành phần đại diện cho sự trượt, tức là giả thiết rằng: $V = V_R$ khi $r = R$, thay cho $V = 0$.

Scôt-Bler và các công tác viên đã nghiên cứu vùng vận tốc trượt rất nhỏ. Trong đó đường như là đường cong đậm đặc của bột đất và đất sét, chia thành bốn vùng.

Trong vùng I không có sự chảy, vùng II là đường thẳng ở vùng III đường cong lớn và cuối cùng ở vùng IV đường cong tiến tới đường thẳng tiệm cận. Vùng II là do sự trượt; Kết quả Scôt-Bler là ở chỗ: ông đã xác định được vùng I, tức là cần phải tìm ứng suất hoàn toàn xác định để bắt đầu có sự trượt.

Một nhóm hiện tượng khác do Sofild và Scot-Bler xác lập cũng khác với đường cong parabol bậc 4 R^4 mà phương trình Puadơri mô tả, nhóm hiện tượng này được gọi là hiệu ứng σ , khi có hiệu ứng σ dương thì vật liệu chảy trong ống hẹp tương đối nhanh hơn trong ống rộng. Hiệu ứng σ âm cũng được mô tả tương tự như vậy. Trong một số trường hợp, hiệu ứng âm σ ảnh hưởng tương đối lớn hơn so với dòng chảy trong vùng II được mô tả ở trên.

Hệ số hiệu ứng độ nhớt η_1 được xác định phù hợp với biểu thức (3.14) theo công thức:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= S/2d: \\ \eta &= \eta_{pl} + \frac{9}{2d}\end{aligned}\quad (4.35)$$

Độ nhớt này là kết quả đo theo phương pháp đã được nêu tả trên đây và được sử dụng ví dụ như trong công nghệ sơn.

η_1 bằng vô cùng khi $s = 9$ và $d = 0$ và tiệm cận tiến tới η_{pl} khi $d \rightarrow \infty$ (xem hình 4.10).

Bảng 4.2. Các giới hạn chảy ϑ và độ nhớt dẻo η_{Pl} (bậc của các đại lượng)

Vật liệu	ϑ_{bar}	$\eta_{Pl} P_{oiz}$	Vật liệu	ϑ_{bar}	$\eta_{Pl} P_{oiz}$
Sơn dầu	10^2	1	Hỗn hợp cát	10^6	10^{11}
Bột nhão	10^3	10^3	Bitum		
Bột nhão xi măng	10^4	10^2	Đồng, nhôm	10^9	
Đất sét	10^5		Sắt, thép	10^{10}	

Ôldrôi đã kết luận rằng: trong các hệ đồng dạng về hình học, thì đồng dạng động lực học đối với vật thể Bingham được xác định bằng hai chuẩn số không thứ nguyên, tức là số Rây nol:

$$R_e = \frac{v_p d}{\eta_l} \quad (4.36)$$

và số được gọi là số Ôldrôi:

$$O = \frac{v_d}{\eta_l v} \quad (4.37)$$

Ở đây: d - kích thước đặc trưng;

v - vận tốc đặc trưng.

Nếu R_e nhỏ đến mức mà có thể bỏ qua các số hạng quán tính, còn O đủ lớn thì khi chảy dẻo tương đối chậm, một lớp biên chảy được tạo nên bên cạnh bề mặt dẻo, tương tự các bề mặt trụ trong hai trường hợp đã xét. Bề mặt chảy tách lớp có chảy dẻo ra khỏi phần còn lại của vật liệu biến dạng đàn hồi, vật liệu này có thể dịch chuyển nhưng không chảy. Khi đưa hàm số dòng chảy, Ôldrôi đã giải các phương trình chuyển động đối với một vài trường hợp chảy dẻo phẳng. Trong các công trình tiếp theo, ông đã khảo sát dòng chảy trong khe hở giữa hai trụ tròn lệch tâm và trong khe hở giữa hai trụ e líp có cùng tiêu điểm, trong đó một cái cố định, một cái chuyển động hướng trục khi gradien áp lực bằng không.

Khi $\vartheta \rightarrow 0$ vật thể Bingham suy biến thành chất lỏng Newton. Khi $\eta_{Pl} \rightarrow 0$ nó chuyển sang vật thể Prantla. Như vậy lời giải bất kì đối với vật thể Bingham đều thích hợp trong các trường hợp riêng và đối với hai vật thể cổ điển này.

Bảng 4.2 đưa ra một số giá trị ϑ và η_{Pl} , ở đây các giá trị dưới dạng bậc của chúng.

4.5. SAU TÁC DỤNG ĐÀN HỒI VÀ VẬT THỂ KEN VIN

Tác dụng sau đàn hồi được mô tả bằng vật thể Kenvin và công thức lưu biến của vật thể có dạng:

$$K = H/N \quad (4.38)$$

Từ công thức này, bằng phương pháp trình bày ở phần trên, ta nhận được phương trình lưu biến:

$$S = 2\mu\epsilon + 2\eta_s \dot{\epsilon} \quad (4.39)$$

Phương trình này là phương trình vi phân tuyến tính đối với ϵ , nghiệm của phương trình là tích phân:

$$\epsilon = e^{-\frac{\mu}{\eta_s t}} \left(\epsilon_0 + \frac{1}{2\eta} \int se^{\frac{\mu}{\eta_s t}} dt \right) \quad (4.40)$$

mà ϵ_0 là biến dạng ban đầu.

Giả sử $S = S_c = \text{const}$

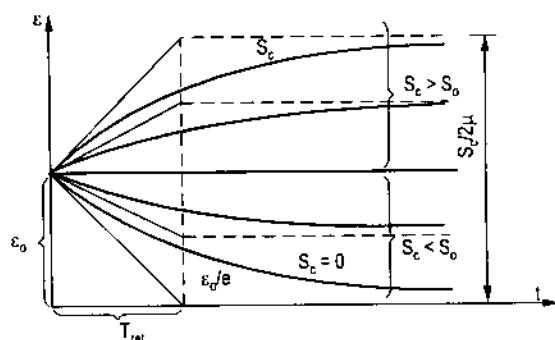
Khi đó phương trình (4.40) được viết dưới dạng:

$$\epsilon = \frac{S_c}{2\mu} + \left(\frac{\epsilon_0 - S_c}{2\mu} \right) \exp \left(-\frac{t}{T_{\text{ret}}} \right) \quad (4.41)$$

Ở đây $T_{\text{ret}} = \frac{\eta}{\mu} \quad (4.42)$

Công thức (4.41) cho ta một họ đường cong phụ thuộc giữa ứng suất và thời gian (hình 4.11).

Đường cong phụ thuộc giữa biến dạng và thời gian khi ứng suất không đổi S_c của vật thể Kelvin, ban đầu ($t = 0$) mẫu biến dạng đến ϵ_0 , sau đó chịu tác dụng bởi ứng suất không đổi S_c .

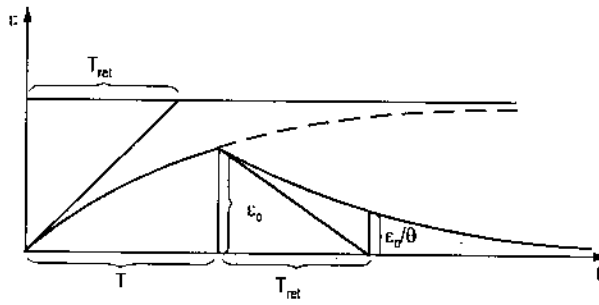


Hình 4.11

Nếu $S_c = S_0 = 2\mu\epsilon_0$ ta có trường hợp cân bằng tĩnh như đối với vật thể Húc, vì vậy vật thể Kelvin là vật thể rắn, còn độ nhớt của nó là độ nhớt của vật thể rắn:

- Nếu $S_c < S_0$ thì biến dạng giảm từ từ.
- Nếu $S_c > S_0$ biến dạng tăng từ từ cùng với tốc độ giảm. Như vậy nếu T_{ret} quá lớn, thì tác dụng sau đàn hồi đối với chúng như chảy chậm.
- Do đó đôi khi còn gọi là từ biến không dừng, cuối cùng khi $t = \infty$, biến dạng đạt giá trị $S_c/2\mu$. Vì vậy biến dạng của vật thể Kelvin không tăng tức thời mà bị chậm lại do tác dụng trước đàn hồi khi chịu tải, trị số T_{ret} là thời gian tác dụng sau.

Nếu bỏ ứng suất ($S_c = 0$) thì biến dạng trượt theo quy luật tác dụng sau đàn hồi, khi trở lại (hay quy luật biến dạng đàn hồi ngược lại) hoàn toàn mất đi khi $t = \infty$.



Hình 4.12: Tác dụng đàn hồi khi đặt tải và khi bỏ tải. Yêu cầu một thời gian dài không xác định để hồi phục hoàn toàn biến dạng ε_0 , được tích lũy trong khoảng thời gian xác định T

Nếu T_{ret} không lớn lắm, thì thực tế quá trình kết thúc trong khoảng thời gian hữu hạn nào đó, các hiệu ứng chậm khi tải và khi cất tải gây ra do tác dụng sau đàn hồi ở (hình 4.12) là các đường cong phụ thuộc giữa biến dạng và thời gian khi tải trọng không đổi và sau khi bỏ tải, cả hai đường cong đều lấy từ hình 4.11 (chúng cũng được vẽ ở hình 4.7). Như Gie Phrit nhận xét, vật thể Kelvin có một sức cản nào đó bổ sung cho sức cản đàn hồi. Tính chất này được gọi là *độ nhớt*. Từ đoạn trích công trình của Kelvin trình bày ở chương 3, ta thấy rằng, vật thể được đề ra để giải thích sự tắt dần trong dao động đàn hồi. Hoàn toàn rõ ràng là: Các khái niệm nêu ra ở đây đối với tenxơ lệch ứng suất và biến dạng có thể dùng cho cả các cấu tử đẳng hướng của những tenxơ này.

Như vậy chúng ta đi đến độ nhớt thể tích Kelvin, hoặc độ nhớt thể tích sau tác dụng. Giữ sử ξ kí hiệu độ nhớt thể tích và ξ_s là độ nhớt thể tích sau tác dụng; khi đó ξ_s cùng với những nguyên nhân khác gây ra sự tắt dần của sóng dọc, và hệ thức (3.1) có thể thay bằng công thức:

$$-P_m = \chi \varepsilon_g + \zeta_s \dot{\varepsilon}_g \quad (4.43)$$

Ở đây áp lực P_m được xác định từ biểu thức (1.23). Từ các phương trình (4.39) và (4.43) chú ý tới (1.15) và (3.6) ta có:

$$S_{lm} = (\lambda \varepsilon_g + \lambda_g \dot{\varepsilon}_g) \sigma_{lm} + 2\mu \varepsilon_{lm} + 2\eta_s \dot{\varepsilon}_{lm} \quad (4.44)$$

Ở đây:

$$\lambda_g = \zeta_s - \frac{2\eta_s}{3} \quad (4.45)$$

Trong lí thuyết thủy động cổ điển, phương trình lưu biến của chất lỏng nhớt được viết dưới dạng:

$$S_{lm} = (-P + \lambda_g \dot{\varepsilon}_g) \delta l_{lm} + 2\eta f_{lm} \quad (4.46)$$

$$\text{Trị số } f_{lm} \text{ theo mẫu (1.13) được xác định dưới dạng: } f_{lm} = \frac{1}{3} f_{\alpha\alpha} \delta_{lm} + f_{lm}(o) \quad (4.47)$$

bởi vì: $f_{\alpha\alpha} = \dot{\varepsilon}_g$ nên phương trình (4.46) sẽ là:

$$S_{lm} = -P \delta_{lm} + \frac{1}{3} (3\lambda_g + 2\eta) \varepsilon_g \sigma_{lm} + 2\eta f_{lm}(o) \quad (4.48)$$

Người ta thường giả thiết là:

$$3\lambda_o + 2\eta = 0 \quad (4.49)$$

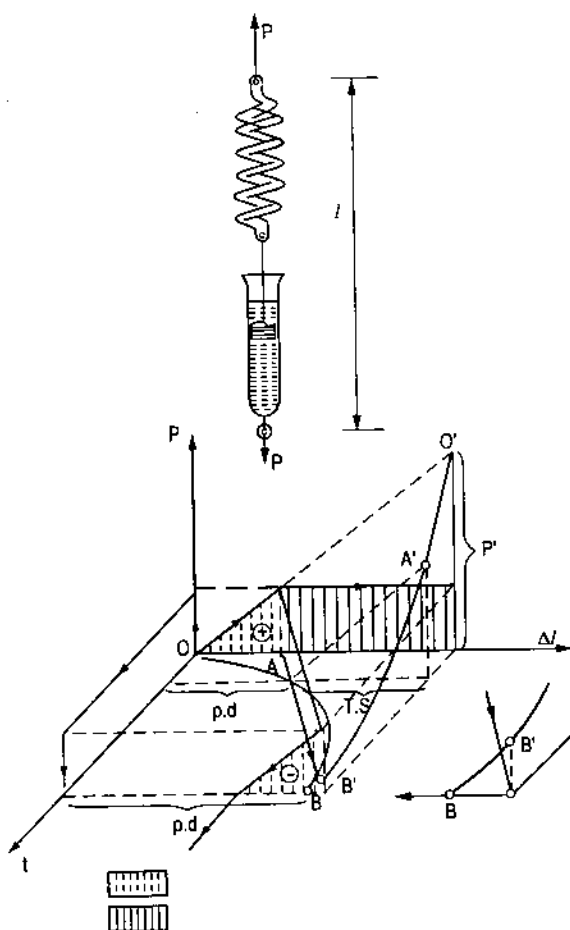
và phương trình cổ điển (3.16). Đẳng thức (4.49) được gọi là hệ thức Stóc, và điều này sẽ được trình bày ở chương sau.

4.6. TÍNH ĐÀN HỒI NHỚT VẬT THỂ MACXVEN

Tính đàn nhớt là tính tiêu biểu của vật thể Macxven

$$M = H - N \quad (4.50)$$

Mô hình vật M ở hình 4.13.



Hình 4.13: Sơ đồ mẫu vật thể Macxven (M); OAB là sự giảm biến dạng đàn hồi như hàm số của thời gian. O'A'B' là đường cong ứng suất rã P'. P. d là biến dạng dư; r.s là biến dạng thuận nghịch, dấu + tương ứng với năng lượng tích lũy, dấu "-" đối với năng lượng phục hồi.

Phương trình lưu biến của nó suy ra từ hệ thức (3.1) đối với vật thể Húc và (3.4) đối với chất lỏng Niuton, bằng cách cộng các vận tốc biến dạng và có dạng:

$$\dot{d} = \frac{\dot{S}}{2\mu_l} + \frac{S}{2\eta} \quad (4.51)$$

Ở đây ta thay $\dot{\epsilon}$ và f bằng $\dot{d}$, bởi vì trị số này bao gồm cả vận tốc biến dạng đàn hồi và sự chảy nhớt.

Đây là phương trình vi phân tuyến tính đối với S . Nghiệm của nó sẽ là:

$$S = e^{-\frac{\mu_l t}{\eta}} \left(S_0 + 2\mu_l \int \dot{d} e^{\frac{\mu_l t}{\eta}} dt \right) \quad (4.52)$$

trong đó S_0 là ứng suất ban đầu, giả sử tốc độ biến dạng: $\dot{d} = \dot{d}_0 = \text{const}$.

Khi đó phương trình được viết như sau:

$$S = 2\dot{d}_0 \eta + (S_0 - 2\dot{d}_0 \eta) \exp\left(-\frac{t}{T_{\text{rel}}}\right) \quad (4.53)$$

$$\text{Ở đây} \quad T_{\text{rel}} = \frac{\eta}{\mu_l} \quad (4.54)$$

Biểu thức (4.53) biểu thị họ đường cong phụ thuộc của ứng suất vào thời gian như trên hình 4.17. Nếu $\dot{d}_0 = \dot{d}_0 = S_0 / 2\eta$ thì dòng chảy sẽ là chảy dừng và nội lực sẽ cân bằng với ngoại lực, như trong trường hợp chất lỏng Newton. Vật thể Macsven tuy cũng mang tính đàn hồi, nhưng nó vẫn là chất lỏng, và chất lỏng được biểu thị qua chỉ số l trong μ_l . Nếu dưới tác dụng của ứng suất S_0 nào đó, trong vật thể xuất hiện biến dạng, và biến dạng này không đổi ($\dot{d}_0 = 0$) thì ứng suất bị giảm tương ứng với phương trình rã.

$$S = S_0 \exp\left(-\frac{t}{T_{\text{rel}}}\right) \quad (4.55)$$

Trong đó T_{rel} là thời gian rã

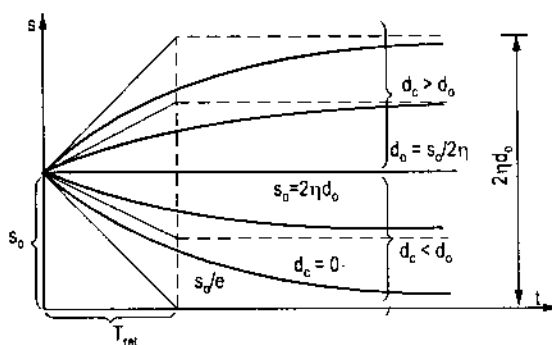
Nếu $\dot{d}_0 > S_0 / 2\eta$ thì ứng suất tăng lên, nếu $\dot{d}_0 < S_0 / 2\eta$ thì ứng suất giảm cho đến khi đạt được một giá trị không đổi. Nếu ứng suất tăng với tốc độ không đổi, tức là

$\dot{S} = \dot{S}_c$ và do đó $S = \dot{S}_c t$ thì biến dạng sẽ tăng theo quy luật

$$2d(t) = \frac{\dot{S}_c}{\mu} \left(t + \frac{t^2}{2 T_{\text{rel}}} \right) = \frac{S}{\mu} \left(1 + \frac{1}{2 T_{\text{rel}}} \right) \quad (4.56)$$

Vật thể Macsven có trạng thái phù hợp với trị số T_{rel} , thêm vào đó T_{rel} đóng vai trò thời gian. Khi biết (4.51) ở dạng (hình 4.14):

$$\begin{cases} 2d = \frac{(s + \frac{1}{T_{\text{rel}}}) \int s dt}{\mu} \\ S = 2\eta \dot{d} - \dot{S} T_{\text{rel}} \end{cases} \quad (4.57)$$



Hình 4.14

Ta thấy rằng: nếu thời gian thực nghiệm rất nhỏ ($t \ll T_{rel}$) thì $d = S/2\mu$, vật liệu có tính chất như vật thể rắn Húc, còn nếu thời gian quá lớn ($T_{rel} \ll t$) thì $S = 2\eta d$, vật liệu có tính chất như chất lỏng Niuton. Để làm ví dụ, chúng ta xem bê tông. Nếu tải trọng tác dụng trong khoảng thời gian đo hàng ngày, hoặc hàng giờ, thì bê tông có tính chất như vật thể rắn đàn hồi, do đó nó được sử dụng như một vật liệu xây dựng, nhưng nếu quan sát biến dạng bê tông hàng năm, thì có thể thấy được sự chảy. Sự chảy này được xác định bằng phương trình: $s/d_0 = \frac{S_0}{\mu T_{rel}}$, thường người ta gọi là từ biến, hơn nữa ngược với từ biến

không dừng, biến dạng này là không thuận nghịch, sau khi bỏ tải vật thể vẫn còn ở trạng thái biến dạng.

Jephris đã gọi tính chất mà phương trình (4.51) mô tả là tính đàn nhớt. Mô hình Macsven và phương trình lưu biến của nó được sử dụng rộng rãi để mô tả trạng thái của những vật liệu khác nhau như dung dịch tinh bột 1,5% và bê tông như đã được nói ở trên. Cần nhận thấy rằng, chính Macsven đã đặt phương trình của mình để giải thích độ nhớt của hơi bằng tính rã của ứng suất đàn hồi. Trong khi lý thuyết được thừa nhận theo Stóc và dựa trên phương trình (3.14). Macsven đã đưa vào khái niệm biến dạng của "vật thể" chất lỏng đàn hồi trong điều kiện cân bằng. Biến dạng gây ra sự sai lệch của tenxơ ứng suất với ứng suất nén theo mọi phương. Sự sai lệch này có hướng giảm xuống và khi nó bị triệt tiêu hoàn toàn, thì trạng thái cân bằng được phục hồi. Sự chuyển tiếp từ trạng thái ban đầu đến trạng thái cân bằng đòi hỏi một khoảng thời gian nào đó, khoảng thời gian này khác nhau đối với các loại chất lỏng khác nhau và được gọi là chu kỳ rã. Trong lý thuyết động học khí, ông đã tính đối với không khí.

$T_{rel} = 1,961 \times 10^{-10}$ giây, quan niệm của Macsven về chảy nhớt đường như đã bị thế hệ chúng ta quên đi. Điều đặc biệt là trong bộ bách khoa toàn thư "Hand buch der physik" xuất bản lần thứ nhất vào những năm hai mươi, những khái niệm trình bày ở đây của Macsven không được nhắc đến. Về vấn đề này ta sẽ quay lại ở mục sau.

Chương 5

MÔ HÌNH CÁC VẬT THỂ GHEP

5.1. DÒNG ĐÀN HỒI VÀ VẬT THỂ LESERSITR

Để mô tả trạng thái lưu biến của bitum, Lesersitr đã giả thiết công thức lưu biến:

$$L = N - K \quad (5-1)$$

Phương trình lưu biến của nó được xác định khi cộng các vận tốc biến dạng do các phần tử N và K gây ra. Từ phương trình (3.14) thay f thành $\dot{d}$, ta có:

$$\dot{d}_N = \frac{S}{2\eta_N} \quad (5.2)$$

Mặt khác từ (4.40) thay $\dot{\epsilon}$ bằng $\dot{d}$ ta nhận được:

$$\dot{d}_K = \frac{S}{2\eta_K} - \frac{\mu}{\eta_K} e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t} \left(d_{oK} + \frac{1}{2\eta_K} \int_0^t S e^{\frac{\mu}{\eta_K} t} dt \right) \quad (5.3)$$

Ở đây d_{oK} là biến dạng của phần tử Kelvin ở thời điểm $t = 0$. Từ đó

$$\dot{d}_L = \dot{d}_N + \dot{d}_K = \frac{S}{2} \frac{\eta_N + \eta_K}{\eta_N \eta_K} - \frac{\mu}{\eta_K} e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t} \left(d_{oK} + \frac{1}{2\eta_K} \int_0^t S e^{\frac{\mu}{\eta_K} t} dt \right) \quad (5.4)$$

Ở đây độ nhớt các loại khác nhau kí hiệu bằng chỉ số N và K. Nếu ứng suất không đổi và bằng S_c . Chúng ta có thể tích phân phương trình (5.4) và có:

$$\dot{d} = \frac{S_c}{2\eta} + \frac{S_c - 2\mu d_{oK}}{2\eta_K} e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t} \quad (5.5)$$

tức là vận tốc biến dạng giảm từ,

$$\dot{d}_c = \frac{S_c}{2} \left(\frac{1}{\eta_N} + \frac{1}{\eta_K} \right) - \frac{\mu}{\eta_K} d_{oK} \text{ khi } t = 0$$

$$\text{đến } \dot{d}_\infty = \frac{S_c}{2\eta_N} \text{ khi } t = \infty.$$

Tích phân phương trình (5.5) ta nhận được công thức để tính biến dạng:

$$d = d_o + \frac{S_c}{2\eta_N} t + (1 - e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t}) \left(\frac{S_c}{2\mu} - d_{oK} \right) \quad (5.6)$$

Biến dạng tăng từ trị số d_0 đến $d_\infty = \infty$. Nếu chúng ta bỏ tải khỏi mẫu ($S_c = 0$) sau khi biến dạng đạt được giá trị d_0 nào đó, thì d_0 sẽ giảm theo quy luật:

$$d = d_0 - d_{oK} \left(1 - e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t} \right) \quad (5.7)$$

Từ d_0 đến $d_0 - d_{oK}$, biến dạng chảy nhớt không mất đi sau thời gian thí nghiệm bất kì bằng:

$$d_0 - d_{oK} = \frac{S_c}{\eta_N} T \quad (5.8)$$

Ở đây T là thời gian tác dụng của ứng suất S_c .

Lấy vi phân (5.4) và thay thế số hạng thứ hai của vế phải (trong ngoặc) có thể đưa đến dạng:

$$S + \dot{S} \frac{\eta_N + \eta_K}{\mu} = 2\eta_N \left(\dot{d} + \frac{\eta_K}{\mu} \ddot{d} \right) \quad (5.9)$$

Ta có thể đưa phương trình (5.4) đến dạng:

$$S + \dot{S} \frac{\eta_N + \eta_K}{\mu} = 2\eta_N \left(\dot{d} + \frac{\eta_K}{\mu} \ddot{d} \right)$$

Sau đó phương trình này có thể biến đổi như sau. Giả sử biến dạng ban đầu là d_0 và ở thời điểm $t = 0$, vật thể đã được bỏ ứng suất, tức là: $S = \dot{S} = 0$. Phương trình (5.9) khi đó được đưa đến phương trình vi phân đối với d . Tích phân phương trình đó ta được:

$$d - d_\infty = (d_0 - d_\infty) e^{-\frac{\mu}{\eta_K} t} \quad (5.10)$$

Phần biến dạng $d_0 - d_\infty$ dần dần mất đi, và thời gian sau tác dụng bằng:

$$T_{ret} = \frac{\eta_K}{\mu} \quad (5.11)$$

Giả sử lần này biến dạng được giữ không đổi, do thay đổi ứng suất tương ứng, sao cho $\dot{d} = \ddot{d} = 0$. Lời giải của phương trình (5.9) lúc đó sẽ là:

$$S = S_0 e^{-\frac{\mu}{\eta_N + \eta_K} t}$$

Từ đây suy ra ứng suất rã, và thời gian rã là:

$$T_{rel} = \frac{\eta_N + \eta_K}{\mu}$$

Như vậy ta có thể viết phương trình (5.9) ở dạng tổng quát hơn:

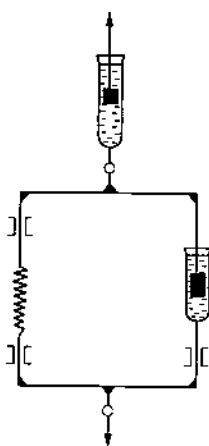
$$S = \dot{S}T_{rel} = 2\eta_L (\dot{d} + \ddot{T}_{rel})$$

Vật thể Lesersitr thích hợp để mô tả trạng thái lưu biến của dòn đàn hồi. Tuy nhiên ở đây nảy sinh vấn đề:

Giải thích cơ cấu bù của ứng suất đàn hồi và sự khuếch tán từ từ của thế năng đàn hồi có liên hệ với thời gian rã qua công thức (5.3) như thế nào? Có thể tưởng tượng sơ bộ cấu trúc của dòn đàn hồi như sau. Pha phân tán là những phần tử đàn hồi ở dạng lò xo hay ở dạng khác lơ lửng trong môi trường không đàn hồi, ví dụ như nước. Khi môi trường phân tán với các phần tử lơ lửng bên trong, biến dạng liên tục (chảy) thì sinh ra ứng suất kéo hoặc nén, các dây lò xo đàn hồi loại đó.

Như vậy độ đàn hồi của hệ phân tán xuất hiện khi *dùng dịch chảy*.

Khi quá trình chảy dừng lại, các phần tử bị kéo sẽ co lại và ứng suất nội trong hệ sẽ mất đi. Vì có sức cản nhớt nên quá trình này xảy ra theo thời gian, tức là nó được đặc trưng theo thời gian rã. Trong những dòn như thế, ứng suất từ một phần tử rắn truyền qua chất lỏng sang phần tử bên cạnh và ngoại lực tác dụng trực tiếp lên pha lỏng. Cơ cấu này được biểu thị bằng công thức lưu biến (5.1). Nhưng nó được minh họa rõ hơn bằng sơ đồ trên hình 5.1.



Hình 5.1: Sơ đồ mẫu vật thể Lesersitr

5.2. CÁC RÃO VÀ VẬT THỂ JEPHRIS

Để mô tả trạng thái lưu biến của vỏ trái đất, Jephris đã giả thiết vật liệu được tổng quát hóa bằng công thức lưu biến

$$J = N/M \quad (5.12)$$

Công thức này mô tả chủ yếu là gen, gen là sự phân tán của chất lỏng trong vật thể rắn, nên ngoại lực bề mặt tác dụng trực tiếp lên pha rắn và bây giờ ứng suất lại truyền từ pha rắn sang pha lỏng. Trong các hệ như thế, sự chảy hoặc từ biến được tạo nên do tính rã của ứng suất đàn hồi, ứng suất này sinh ra do biến dạng của khung đàn hồi. Trong khi đó trạng thái đàn hồi của pha rắn bị chậm lại do phản lực của pha lỏng, mà cơ cấu của pha lỏng được Kenvin mô tả ở (hình 4.10).

Phương trình lưu biến tương ứng với công thức (5.12) có dạng:

$$S = 2\eta_N \dot{d} + e^{-\frac{\mu}{\eta_\mu} t} \left(S_{oM} + 2\mu \int e^{\frac{\mu}{\eta_\mu} dt} \dot{d} \right) \quad (5.13)$$

Nếu ứng suất $S = S_c = \text{const}$, thì sau khi lấy vi phân phương trình (5.13), lấy tích phân phương trình vi phân nhận được ta có:

$$2d = 2d_o + \frac{S_c}{\eta_M + \eta_N} t + \frac{\eta_M \eta_N}{\mu(\eta_M + \eta_N)} \left(2\dot{d}_o - \frac{S_c}{\eta_M + \eta_N} \right) \times \left[1 - \exp \left(\mu - \frac{\eta_M + \eta_N}{\eta_M \eta_N} t \right) \right] \quad (5.14)$$

Từ phương trình (5.13) ta nhận được:

$$\dot{d}_o = \frac{S_c - S_{oM}}{2\eta_M} \quad (5.15)$$

và đẳng thức (5.14) sẽ có dạng:

$$2d = 2d_o + \frac{S_c}{\eta_M + \eta_N} t + \frac{\eta_M}{\mu(\eta_M + \eta_N)^2} [S_c \eta_M - S_{oM}(\eta_M + \eta_N)] \times \left[1 - \exp \left(\mu - \frac{\eta_M + \eta_N}{\eta_M \eta_N} t \right) \right] \quad (5.16)$$

Nếu đặt tải lên mẫu chưa biến dạng ($d_o = 0$) mà ứng suất trong đó rỗng hoàn toàn ($S_{oM} = 0$) thì biến dạng sẽ tăng cùng với tốc độ được xác định theo phương trình:

$$2\dot{d} = \frac{S_c}{\eta_M + \eta_N} + S_c \frac{\eta_M}{\eta_N (\eta_M + \eta_N)} \exp \left(-\frac{\eta_M + \eta_N}{\eta_M \eta_N} t \right) \quad (5.17)$$

Trong đó tốc độ thay đổi từ:

$$\dot{d}_o = \frac{S_c}{2\eta_N} \quad (5.18)$$

$$\text{đến} \quad \dot{d}_\infty = \frac{S_c}{2(\eta_M + \eta_N)} \quad (5.19)$$

Nếu ta bỏ tải, mà biến dạng của mẫu đạt đến trị số d_o nào đó, thì biến dạng sẽ giảm theo công thức:

$$2d = 2d_o + \frac{S_{oM} \eta_N}{\mu(\eta_M + \eta_N)} \left[1 - \exp \left(-\mu \frac{\eta_M + \eta_N}{\eta_M \eta_N} t \right) \right] \quad (5.20)$$

và trị số d_o đến $d_o - S_c \frac{\eta_M}{2\mu(\eta_M + \eta_N)}$, trong đó ứng suất của phân tử M (chính là S_{oM}) là ứng suất S_M đạt được ở cuối giai đoạn tải trọng T. Nó có thể tìm được từ phương trình:

$$S_{oM} = S_c - 2\eta_N \dot{d} = S_c \frac{\eta_M}{\eta_M + \eta_N} \left[1 - \exp \left(-\mu \frac{\eta_M + \eta_N}{\eta_M \eta_N} T \right) \right] \quad (5.21)$$

Do đó:

$$d_\infty = \frac{S_c}{2(\eta_M + \eta_N)} t \quad (5.22)$$

Như vậy phần nhót của biến dạng không được phục hồi.

Phương trình (5.12) có thể đơn giản bằng cách lấy vi phân theo thời gian và thay biểu thức trong ngoặc.

$$\text{Khi đặt:} \quad T_{\text{rel}} = \frac{\eta_M}{\mu} \quad (5.23)$$

ta nhận được:

$$S + \dot{S}T_{\text{rel}} = 2(\eta_N + \eta_M) \left(\dot{d} + \frac{\eta_N}{\eta_M + \eta_N} T_{\text{rel}} \ddot{d} \right) \quad (5.24)$$

Khi tạo ra biến dạng d_c và giữ nó không đổi ($\dot{d} = \ddot{d} = 0$) chúng ta tìm thấy rằng, ứng suất rão tương ứng với T_{rel} . Mặt khác, nếu chúng ta giải phóng vật thể biến dạng khỏi ứng suất, tức là đặt $S = \dot{S} = 0$ thì biến dạng sẽ giảm theo quy luật:

$$d - d_\infty = (d_0 - d_\infty) \exp \left(- \frac{\eta_N + \eta_M}{\eta_N} \frac{t}{T_{\text{rel}}} \right) \quad (5.25)$$

Từ đó nhận thấy rằng: tính đàn hồi của vật liệu là chậm với thời gian sau tác dụng.

$$T_{\text{ret}} = \frac{\eta_N}{\eta_N + \eta_M} T_{\text{rel}} \quad (5.26)$$

Đưa T_{rel} vào phương trình (5.24) ta có:

$$S + \dot{S}T_{\text{rel}} = 2\eta_J (\dot{d} + T_{\text{rel}} \ddot{d})$$

Ở đây:

$$\eta_J = \eta_N + \eta_M \quad (5.28)$$

Nếu thế chúng ta một lần nữa nhận được phương trình lưu biến dạng (5.3) nhưng với cách biểu diễn khác các thông số cấu trúc. Sơ đồ mô hình vật thể J được trình bày ở hình 5.2. Bản chất cơ học của nó không khác với bản chất của vật thể L (hình 5.1). Nếu ta vẽ đồ thị các đường cong chảy tương ứng với các vật thể L và J như ở hình 5.3 thì chúng hoàn toàn trùng nhau. Ở đây chúng ta lại gặp trường hợp tương đương của các mô hình cơ học như đã được nói tới ở cuối chương 4.

Có câu hỏi đề ra là: Bằng cách nào qua sự quan sát tính lưu biến, chúng ta có thể thấy được cấu trúc bên trong của vật liệu để biết nó thuộc loại dòn của vật thể L hay loại gen của vật thể J? ở đây có hai khả năng. Thứ nhất: Trị số thời gian rão đối với vật thể J lớn nhiều hơn so với vật thể L, một thí dụ rõ nét về vật liệu tồn tại ở hai trạng thái này là bitum.

Bậc của trị số T_{rel} đối với bitum dòn hay vật thể Lesersitr không lớn hơn 10^3 giây còn đối với bitum gen hoặc vật thể Jephric thì không nhỏ hơn 10^5 giây, trong khi đó ở vùng chuyển tiếp có thể có cả hai cấu trúc. Năm 1929 khi Jephric đã giả thiết phương trình (5.27) ở dạng:

$$2\mu(d + T_{\text{rel}}\dot{d}) = S + \frac{1}{T_{\text{rel}}} \int sdt \quad (5.29)$$

Để mô tả quá trình lưu biến của lớp đất đá núi, ông muốn nói đến thời gian theo dõi là không nhỏ hơn 10^8 giây. Trở lại công thức (5.23) và cho bậc của trị số μ khoảng 10^{12} bar, ông đã tính được độ nhớt: $\eta_M \approx 5 \cdot 10^{20}$ nZ theo ông tính thời gian sau tác dụng là:

$$T_{rel} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

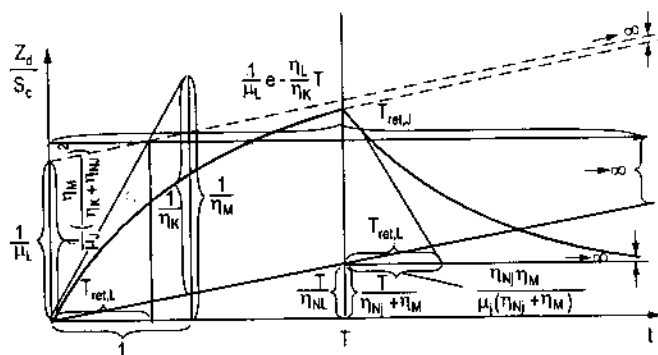
Sự phụ thuộc tỉ số của biến dạng trên ứng suất vào thời gian đối với ứng suất không đổi S_c , giả thiết rằng khi ($t = 0$) chưa có biến dạng, vật thể Lesersitr (L) được đặc trưng bởi các thông

số $\mu_L, \eta_{NL}, \eta_K, T_{rel}, L = \frac{\eta_K}{\mu_L}$. Vật thể Jephris (J) được đặc

trung bởi các thông số $\mu_J, \eta_{NJ}, \eta_M, T_{rel}$

$$T_{rel,J} = \eta_M / \mu_J$$

Thứ hai là nghiên cứu vật liệu khi trượt đơn giản, khi mà các trục chính của vật thể bị quay. Như đã nói ở trên, trong dòn ứng suất truyền từ pha lỏng sang pha rắn. Và trong trường hợp này dòn mang tính chất khác hoàn toàn với gen, mà ứng suất trong gen được truyền từ pha rắn sang pha lỏng. Điều này có thể minh họa bằng mô hình trên hình 5.4. Tuy nhiên cả hai mô hình có trạng thái hoàn toàn như nhau và sơ đồ chỉ có ý nghĩa tượng trưng thuần túy.



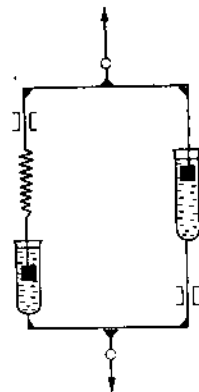
Hình 5.3

5.3. PHI ĐÀN HỒI VÀ VẬT THỂ POITIN, TÔMSON

Reiner đã đưa vào thuật ngữ *phi đàn hồi* để biểu thị tính chất được mô tả bằng công thức lưu biến:

$$PT_h = H/M$$

Như Kenvin nhận xét tính đàn hồi của hệ này là hoàn chỉnh với nghĩa là khi bỏ tải toàn bộ biến dạng triệt tiêu hoàn toàn, do đó nó là biến dạng "đàn hồi".



Hình 5.2: Sơ đồ mẫu vật thể Jephris (J)

Mô hình cơ học mà công thức (5.30) mô tả, lần đầu tiên do Poitin và Tòmson đề ra, với mục đích giải thích trạng thái của sợi thủy tinh. Hệ thống mà mô hình này mô tả, có biến dạng tức thời khi đặt tải đột ngột. Trị số của chuyển vị tức thời này được xác định bằng hai hằng số đàn hồi. Khi ứng suất không đổi lực tác dụng lên phần tử lỏng dần dần rã do chuyển động của pittông, và điều đó làm tăng dần dần biến dạng chung. Ngược lại, nếu lực ngừng tác dụng một cách đột ngột, thì một phần năng lượng đàn hồi của lò xo được phục hồi tức thời, còn biến dạng sẽ mất đi một phần. Toàn bộ năng lượng của lò xo được giải phóng hoàn toàn do sự rã dần dần của ứng suất được truyền đi từ các phần tử chất lỏng. Do đó hệ thống này bao gồm các tính chất đàn hồi chậm và đàn hồi tức thời.

Để nhận được phương trình lưu biến của vật liệu lí tưởng, tương ứng với công thức (5.30) ta cần phải cộng các ứng suất được truyền từ phần tử Húc và Macxven. Các ứng suất này được xác định qua hệ phương trình (3.4) và (4.52) trong đó ta có:

$$S = 2\mu_H \epsilon + e^{-\frac{\mu_M t}{\eta}} \left(S_0 + 2\mu_M \int \dot{\epsilon} e^{\frac{\mu_M t}{\eta}} dt \right) \quad (5.31)$$

Ở đây môđun đàn hồi của phần tử Húc và Macxven được biểu thị tương ứng bằng chỉ số H và M. Nếu vận tốc biến dạng không đổi và bằng $\dot{\epsilon}_c$, chúng ta có thể tích phân của phương trình (5.31) và nhận được:

$$S = 2\mu_H \epsilon_c t + 2\eta \dot{\epsilon}_c + (S_0 - 2\eta \dot{\epsilon}_c) e^{-\frac{\mu_M t}{\eta}} \quad (5.32)$$

Nếu biến dạng của vật thể là ϵ_0 và được giữ không đổi, tức là $\dot{\epsilon}_c = \dot{\epsilon}_0 = 0$ thì chúng ta sẽ được phương trình rã ứng suất:

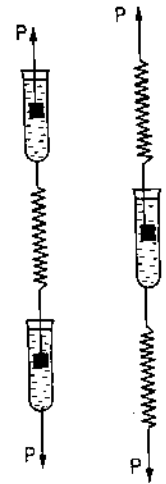
$$S = S_0 e^{-\frac{t}{T_{rel}}} \quad (5.33)$$

Trong đó thời gian rã:

$$T_{rel} = \frac{\eta}{\mu_M} \quad (5.34)$$

Nếu ta lấy vi phân và thay số hạng thứ hai của vế phải, thì công thức (5.31) có thể biến đổi thành phương trình:

$$S + \dot{S} \frac{\eta}{\mu_M} = 2\mu_H \epsilon + 2 \frac{\mu_H + \mu_M}{\mu_M} \eta \dot{\epsilon} \quad (5.35)$$



Hình 5.4:
Mô hình đơn và
gen của Macxven

Giả sử vật thể có biến dạng ε_0 nào đó và ở thời điểm $t = 0$ đã bỏ tải, tức là khi $t = 0$, $S = \dot{S} = 0$ khi đó từ phương trình (5.35) chúng ta có:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \exp \left[-\frac{\mu_H \mu_M}{\eta(\mu_H + \mu_M)} t \right] \quad (5.36)$$

tức là quá trình phục hồi xảy ra với tác dụng sau, thời gian của tác dụng sau bằng:

$$T_{rel} = \frac{(\mu_H + \mu_M)\eta}{\mu_H \mu_M} \quad (5.37)$$

Khi $t = \infty$, biến dạng mất đi hoàn toàn.

Vì vậy phương trình (5.35) có thể viết dưới dạng:

$$S = \dot{S} T_{rel} = 2\mu_H (\varepsilon + \dot{\varepsilon} T_{rel}) \quad (5.38)$$

5.4. ĐÀN NHÓT, VẬT THỂ BIURGERS

Công thức lưu biến của vật thể Biurgers (được biểu diễn trên hình 5.5) có dạng;

$$B_u = M - K \quad (5.39)$$

Tính chất đặc trưng của nó gọi là tính *dàn hồi nhớt*. Nó bao gồm cả tính từ biến dừng và không dừng. Chúng ta nhận được phương trình lưu biến của vật thể này, nếu chúng ta cộng vận tốc biến dạng của các vật thể M và K tương ứng. Từ (4.51) ta có:

$$\dot{d}_M = \frac{\dot{S}}{2\mu_M} + \frac{S}{2\eta_M} \quad (5.40)$$

Trong phương trình (4.40) khi thay $\dot{\varepsilon}$ thành $\dot{d}$ ta được (5.3) từ đây ta có:

$$\begin{aligned} \dot{d}_{Bu} = \dot{d}_M + \dot{d}_K = \frac{S}{2} \frac{\eta_M + \eta_K}{\eta_M \eta_K} + \frac{\dot{S}}{2\mu_M} - \frac{\mu_K}{\eta_K} e^{-\frac{\mu_K}{\eta_K} t} \times \\ \times \left(d_{oK} + \frac{1}{2\eta_K} \int_0^t S e^{\frac{\mu_K}{\eta_K} t} dt \right) \end{aligned} \quad (5.41)$$

Nếu ứng suất $S = S_c = \text{const}$ thì cũng như đối với vật thể Lesersitr. Vận tốc biến đổi được xác định bằng phương trình (5.5). Lấy vi phân và thay số hạng thứ ba trong ngoặc của phương trình (5.41) sẽ đưa tới biểu thức:

$$\dot{d} + \frac{\eta_K}{\mu_K} \ddot{d} = \frac{S}{2\eta_M} + \frac{\dot{S}}{2} \frac{\eta_M \mu_K + \eta_M \mu_M + \eta_K \mu_M}{\eta_M \mu_K \mu_M} + \frac{\ddot{S}}{2} \frac{\eta_K}{\mu_M \mu_K} \quad (5.42)$$

Nếu $\mu_M \rightarrow \infty$ thì phương trình (5.40) suy biến thành phương trình của chất lỏng Niuton, còn phương trình (5.42) thành (5.9) như vậy vật thể Lesersir có thể xem như vật thể Biurgers suy biến.

Khi đặt tải, vật thể Biurgers mang tính đàn hồi chậm và đàn hồi tức thời và cả tính chảy nhớt (tức là từ biến dừng và không dừng), khi cất tải xảy ra biến dạng đàn hồi chậm và tức thời có cả biến dạng chảy nhớt không thuận nghịch. Vật thể Biurgers có cả thời gian rão và thời gian sau tác dụng. Để tìm biểu thức cho thời gian rão, ta giả thiết rằng; biến dạng của vật thể là không đổi: ($\dot{d} = \ddot{d} = 0$) và ứng suất thay đổi tương ứng theo thời gian. Khi đó phương trình (5.42) được viết dưới dạng:

$$S + \dot{S} \frac{\eta_M \mu_K + \eta_M \mu_M + \eta_K \mu_M}{\mu_K \eta_M} + \ddot{S} \frac{\eta_M \eta_K}{\mu_M \mu_K} = 0 \quad (5.43)$$

từ đó ta được:

$$S = C_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + C_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \quad (5.44)$$

Trong đó T_1 và T_2 là hai thời gian rão được xác định bằng biểu thức:

$$\frac{1}{T_{1,2}} = \frac{\eta_M \mu_M + \eta_K \mu_M + \eta_M \mu_K \pm \sqrt{\Delta}}{2 \eta_K \eta_M} \quad (5.45)$$

Ngoài ra:

$$\Delta = (\eta_M \mu_M + \eta_K \mu_M + \eta_M \mu_K)^2 - 4 \eta_M \eta_K \mu_M \mu_K \quad (5.46)$$

Mặt khác, nếu biến dạng đạt được giá trị d_0 nào đó, và bỏ tải trọng vào thời điểm $t = 0$, $S = \dot{S} = 0$ thì phương trình (5.42) có dạng:

$$\dot{d} + \frac{\eta_K}{\mu_K} \ddot{d} = 0 \quad (5.47)$$

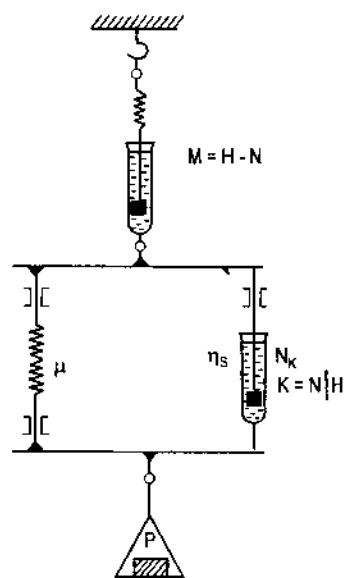
Rút ra:

$$d + \frac{\eta_K}{\mu_K} \dot{d} = C \quad (5.48)$$

Đặt điều kiện $S = \dot{S} = 0$ vào phương trình (5.41) ta tìm được:

$$\dot{d}_K = -\frac{\mu_K}{\eta_K} e^{-\frac{\mu_K}{\eta_K} t} d_{oK} \quad (5.49)$$

$$d = \left(e^{-\frac{\mu_K}{\eta_K} t} - 1 \right) d_{oK} + d_0 \quad (5.50)$$



Hình 5.5:

Mô hình vật thể Biurgers.

H là phân tử đàn hồi Húc,

N phân tử nhớt Niuton,

M là vật thể đàn nhớt Macxven,

K là vật thể giả nhớt Kelvin

Hằng số C của phương trình (4.48) bằng:

$$C = d_0 - d_{0K} \quad (5.51)$$

Biến dạng d_0 khi $t = 0$ dần dần giảm đến $d_0 - d_{0K}$ khi $t = \infty$ và thời gian tác dụng sau đàn hồi bằng:

$$T_{ret} = \frac{\eta_K}{\mu_K} \quad (5.52)$$

Vật thể Biurgers được sử dụng ví dụ như để mô tả trạng thái của đá xi măng. Các trị số của các hệ số lưu biến vật liệu này như sau:

Môđun đàn hồi tức thời: $\mu_M = 10^{11}$ bar;

Môđun đàn hồi chậm: $\mu_K = 2 \cdot 10^{11}$ bar.

Hệ số nhớt xác định từ biến dừng: $\eta_M = 6 \cdot 10^{17}$ nz.

Độ nhớt tác dụng sau đàn hồi: $3 \cdot 10^{12}$ nz.

Như vậy $T_{ret} = 2$ giờ và $T_{rel} = 30$ ngày. Truton và Renkin sau khi nghiên cứu tính lưu biến của dây chì ngoài giới hạn đàn hồi, đã đưa ra mô hình để mô tả trạng thái của nó, phương trình lưu biến của mô hình có dạng:

$$TR = PT_h - N = (H/M) - N \quad (5.53)$$

Vật thể Truton - Renkin tương đương với vật thể Biurgers bởi vì:

$$TR = (H/M) - N = (H/N) - (H - N) = K - M = Bu \quad (5.54)$$

Nhưng cũng như trong trường hợp vật thể L và J, cấu trúc bên trong của chì cơ bản là khác với cấu trúc của bê tông. Bởi vậy mặc dù đường cong đậm đặc của các vật thể này có cùng một dạng, các thông số của chúng đều hoàn toàn có ý nghĩa khác nhau. Truton và Renkin đã kết luận rằng: mô hình của họ về bản chất mô tả trạng thái của chì, nhưng chúng sai lệch về số lượng với quy luật số mũ của sự rã. Điều này cũng điển hình ngay cả đối với những vật thể khác, vì chúng đều có những phổ rã.

5.5. CÁC GEN DẪO HOẶC VẬT THỂ SVETĐÓP

Svetđóp nghiên cứu trạng thái lưu biến của dung dịch gelatin 0,5% thời gian 24 giờ trong dụng cụ kiểu quay, mà trụ trong được treo trên một sợi dây. Giả sử rằng: đầu tiên của sợi dây quay một góc Ω . Nếu vật liệu giữa hai trụ là vật thể đàn hồi, thì trụ trong sẽ quay đi một góc khác, cho là θ . Dựa vào sự tương tự đàn nhớt, ta có thể tìm được góc θ từ công thức thứ nhất của (4.30) khi đó ta được:

$$\theta = M_z / 4\mu\pi h \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_e^2} \right) \quad (5.55)$$

Ở đây M_z là mômen xoắn tác dụng vào dây.

Mặt khác, nếu vật liệu trong khe giữa trụ là chất lỏng Niuton, thì trụ trong sẽ quay với vận tốc giảm dần ngay sau khi đặt mômen, cho đến khi nó quay được một góc Ω , tức là cho đến khi M_z bị triệt tiêu hoàn toàn. Trong trường hợp thứ ba, khi vật liệu là chất lỏng Macsven, trụ không theo ngay đầu trên của dây, mà lúc đầu sẽ quay đi một góc θ ($< \Omega$). Sức cản đàn hồi của chất lỏng sẽ cân bằng với mômen xoắn của sợi dây M_z mà trị số của nó bằng:

$$M_z = (\Omega - \theta) \frac{D}{l} \quad (5.56)$$

Ở đây D là độ đàn hồi của sợi dây, còn l là chiều dài của nó.

Khi đặt $\Omega - \theta = \varphi$, từ (5.55) ta được:

$$\theta = \frac{D\varphi}{4\mu_l \pi h l \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_e^2} \right)} \quad (5.57)$$

Từ phương trình (5.57) có thể xác định trị số môđun trượt μ_l :

$$\mu_l = \frac{D\varphi}{4\pi h \theta l \left(\frac{1}{R_i^2} - \frac{1}{R_e^2} \right)} \quad (5.58)$$

Tuy nhiên góc quay của trụ trong θ không giữ được cố định, tiếp theo là hiện tượng rão và trụ dần dần sẽ theo sợi dây. Có thể nghiên cứu sự rão ứng suất khi biến dạng θ không đổi bằng cách luôn luôn giảm mômen tác dụng lên sợi dây sao cho đại lượng θ giữ giá trị không đổi. Theo kết quả thí nghiệm, dụng đồ thị phụ thuộc của góc xoắn φ vào thời gian t , góc này xác định mômen xoắn, nếu vật liệu là chất lỏng Macsven thì đường cong $\varphi - t$ có dạng hàm số mũ và ứng lực sẽ triệt tiêu khi $t = \infty$. Nhưng Svetđóp đã nhận thấy rằng: trong dung dịch gelatin của ông, sự rão không phải ở dạng đó và chắc có lẽ vật liệu vẫn giữ một giá trị ứng suất dư nhỏ không đổi, tức là nếu Ω được giữ không đổi thì trụ trong không quay đến góc $\theta = \Omega$, tức là $\varphi = 0$, mà vẫn giữ một góc cố định. Ông đã tìm ra công thức khác thay cho công thức (4.55).

$$S = \vartheta + (S_0 - \vartheta) e^{-\frac{t}{T_{\infty}}} \quad (5.59)$$

Ở đây ϑ là ứng suất dư, thực tế không phải rão Hat-trek và Giêin đã quan sát tương tự một số dung dịch khác. Điều đó chứng tỏ là những loại vật liệu loại đó không phải là chất lỏng mà là vật thể rắn mang tính chất dẻo, mặc dù trông chúng có vẻ như chất lỏng. Có thể xem chúng như các gen dẻo.

Để biểu diễn các vật liệu như thế, ta giả thiết vật thể Svetđóp gồm ba phần tử, tương ứng với công thức cấu trúc:

$$S_{chw} = (M/S_t V) - H \quad (5.60)$$

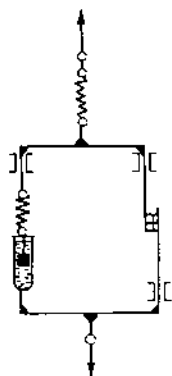
Mô hình vật thể này trên hình 5.6.

Phương trình lưu biến của nó là:

$$2\dot{d} = \frac{(S - \vartheta)}{\eta_{Pl}} + \frac{\dot{S}}{\mu} \quad (5.61)$$

Gần đây các nhà bác học Liên Xô đã tuyên bố rằng quyền ưu tiên trong lĩnh vực này thuộc về Svetdop chứ không phải Bingam.

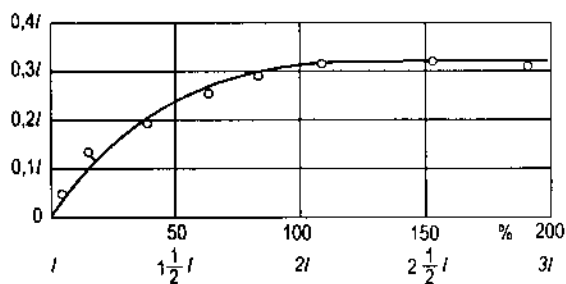
$$S_{chw} = H - (M/S_t V)$$



Hình 5.6: Sơ đồ mô hình vật thể Svetdop (S_{chw})

5.6. BỘT NHẢO - MỘT VÍ DỤ VỀ VẬT THỂ PHỨC TẠP

Ta gọi bột nhão là ví dụ về vật liệu mà phương trình lưu biến của nó được xác định qua mô hình cơ học, mô tả bản chất trạng thái lưu biến của vật liệu đó. Để mô tả trạng thái của nó cần phải có một liên hợp các phần tử phức tạp nhất trong các liên hợp mà ta đã biết cho đến nay. Các tính chất lưu biến của bột nhão đã được Sofild và Scot - Bler nghiên cứu tỉ mỉ, họ nghiên cứu các mẫu vật bột nhão hình dài khi chúng chịu kéo trong thời gian một phút, sau thời gian này trụ được cắt đứt và như vậy nó ở trạng thái tự do. Đã xác định được rằng: một phần độ dãn dài là thuận nghịch còn phần khác là dư (hình 5.7). Điều này cho thấy bột nhão không phải là vật thể Húc lí tưởng, mặc dù nó bao gồm cả phần tử Húc.



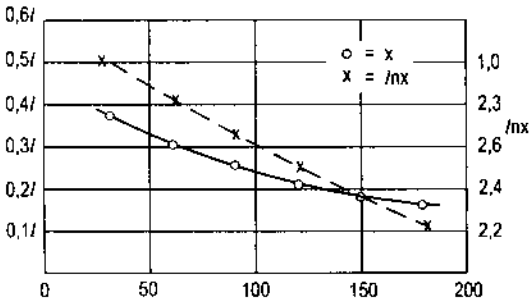
Hình 5.7: Sự biến dạng sau tác dụng đàn hồi khi phục hồi (phục hồi đàn hồi) của bột là hàm số của độ dãn dài.

Khi tính đến thành phần không thuận nghịch của biến dạng toàn phần, với mức độ gần đúng thứ nhất, ta có thể viết công thức bột nhão ở dạng: $FD = H - X$ mà X là một hay nhiều phần tử khác phải tìm trong các thực nghiệm tiếp theo.

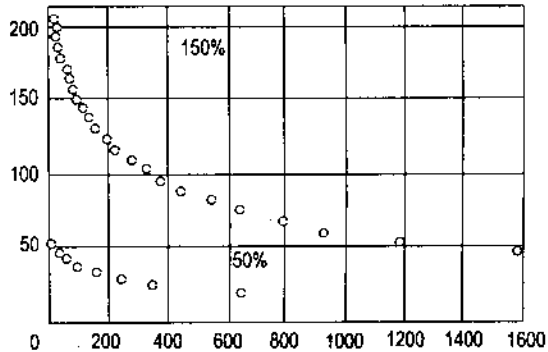
Trong một loạt thực nghiệm tiếp theo người ta thấy rằng, sự phục hồi đàn hồi giảm dần theo mức độ tăng theo thời gian chịu tải của mẫu quy luật hàm số mũ (hình 5.8). Hiện tượng này quan sát được khi làm rối vật thể Macsven và do đó chúng ta có thể xem công thức: $FD = H - N = M$ như sự gần đúng thứ hai.

Những thí nghiệm tiếp theo, nghiên cứu sự giảm ứng suất trong các mẫu bột nhão chịu kéo, đã xác nhận quy luật rã tương ứng với mô hình này (hình 5.9).

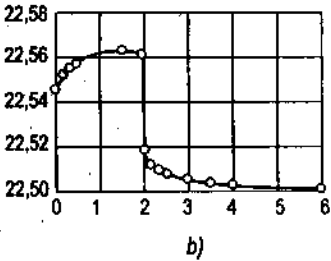
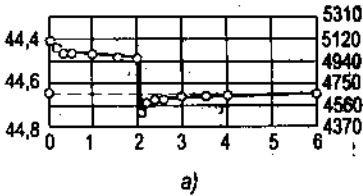
Trong bài báo khác Sofild và Scot - Bler đã mô tả quá trình nghiên cứu sự dẫn dài của các mẫu bột nhão hình trụ được treo thẳng đứng, phụ thuộc vào áp suất gây ra do tác dụng của trọng lượng bản thân trong thời gian kéo dài thí nghiệm khác nhau. Ứng suất ở một thời điểm nào đó phụ thuộc vào trọng lượng phần dưới của mẫu. Ở đây đã tìm được vận tốc dẫn dài nói chung giảm dần khi ứng suất giảm, và như thế sẽ tồn tại một ứng suất hữu hạn, mà khi đó tốc độ dẫn dài bằng không, tức là thực tế tồn tại một giới hạn chảy. Điều này cho thấy cần phải bổ sung thêm phân tử Sanhvonăng và ở mức độ gần đúng thứ ba $FD = M/S_1V$. Nhưng có nhận xét là: "Thời gian từ lúc bỏ ứng suất đến lúc ngừng sự co ngắn là đáng kể". Điều đó chứng tỏ có tác dụng sau đàn hồi, vấn đề này đã trình bày trong bản thông báo thứ 3 của tác giả.



Hình 5.8: Biến dạng của tác dụng đàn hồi (hồi phục đàn hồi) của bột như hàm thời gian đặt dưới tải



Hình 5.9: Sự tích thoát ứng suất ở bột



Hình 5.10: Hiệu ứng sau tác dụng đàn hồi của bột nhão

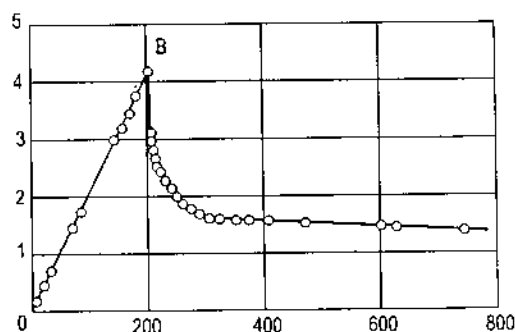
Để mô tả quá trình sau tác dụng, cần phải bổ sung thêm phân tử K vào mô hình vật thể. Bởi vì công thức kết cấu FD có chứa phân tử S_1V nên vấn đề đặt ra là: Phải nối vật thể K vào đầu mút nào của phân tử S_1V ? Thực nghiệm (hình 5.10) cho thấy: hiện tượng tác dụng sau đàn hồi biểu hiện khi biến dạng dưới giới hạn chảy. Điều đó có nghĩa là vật thể K phải được nối với đầu có lò xo. Ta có thể nối bằng cách nối lò xo song song với phân tử N. Tuy nhiên cũng chính hình vẽ đó chứng tỏ rằng, ngoài sự phục hồi chậm ra, còn có sự phục hồi "đồng thời" tức là lò xo của phân tử Sanhvonăng không bị yếu đi

trong khi làm việc, vì vậy vật thể K được mắc nối tiếp với lò xo. Lấy gần đúng lần thứ tư, ta được công thức:

$$S_{ch} S_c B = (M/S_t V) - K = S_{ch\omega}/N \quad (5.62)$$

Hình 5.11 xác nhận công thức này là đúng khi biến dạng sau giới hạn chảy. Như vậy công thức (5.62) tổng quát hóa tất cả các quan sát mà Sofil và Scot - Bler đã tiến hành.

Nhờ công thức lưu biến (5.62) chúng ta nhận được phương trình lưu biến Sofild và Scot - Bler bằng cách thay s thành S-v và đặt η_{pl} thay cho η_M trong phương trình (5.41).



Hình 5.11: Biến dạng của bột nhão khi ứng suất vượt qua giới hạn chảy

$$2\dot{d} = (S - \vartheta) \frac{\eta_{pl} + \eta_K}{\eta_{pl} \cdot \eta_K} + \frac{S}{\mu_M} - \frac{\mu_K}{\eta_K} e^{-\frac{\mu_K}{\eta_K} t} \left[2d_{ok} + \frac{1}{\eta_K} \int_0^t (S - \vartheta) e^{\frac{\mu_K}{\eta_K} t} dt \right] \quad (5.63)$$

Có thể rút gọn phương trình (5.63) bằng cách lấy vi phân và khử biểu thức trong ngoặc vuông. Khi đó ta được:

$$2\dot{d} + 2\dot{d} \frac{\eta_K}{\mu_K} = \frac{S - \vartheta}{\eta_{pl}} + \dot{S} \frac{\eta_{pl} \mu_K + \eta_{pl} \mu_M + \eta_K \mu_M}{\eta_{pl} \mu_K \mu_M} + \dot{S} \frac{\eta_K}{\mu_M \mu_K}$$

Công thức (5.62) có thể viết ở dạng:

$$FD = S_{ch\omega}/N = (H - B)/N$$

Như vậy phần tử bột nhão gồm cả phần tử Bingham. Trong một số thí nghiệm tiến hành theo phương pháp khác với phương pháp mà Sofild và Scot - Bler mô tả, phần tử Bingham biểu lộ mạnh hơn so với phần tử K và H một cách đáng kể. Ví dụ: Volarovich và Samarina đã nghiên cứu dòng chảy ổn định của bột nhão trong dẻo kế quay có trụ đồng trục và xác định phương trình (4.30) là áp dụng được. Còn những tính chất đàn hồi của vật liệu trong dụng cụ của họ thì không thể xác định được.

Nhưng không nên nghĩ rằng: bột nhão là một vật liệu lưu biến phức tạp trong những vật liệu đã được nghiên cứu. Ý kiến đó có thể nảy sinh, bởi vì bột nhão được nghiên cứu trên những quan điểm khác nhau, do việc đặt vấn đề giản đơn của thí nghiệm. Như đã nói ở chương 4 có thể coi luận đề sau đây là tiên đề của lưu biến học: *Mỗi vật liệu đều có tất cả các tính chất lưu biến, mặc dù ở mức độ khác nhau.* Những khái niệm về tính đàn hồi Húc, độ nhớt Newton v.v là trừu tượng, nhưng chúng hoàn toàn cần thiết khi nghiên cứu tính chất nào đó của vật liệu. Bằng phương pháp phân tích trình bày ở đây,

người ta giả thiết các vật thể lí tưởng: H, N, M, K v.v.. hơn nữa mô hình vật thể thực tế được xem như một liên hợp nào đó của các phần tử này. Cần phải thấy rằng, tính chất của các vật thể: K, M, L, J, PT_h , B và $S_{ch\omega}$ có thể xác định bằng các thuật ngữ riêng như "đàn hồi chậm" "đàn hồi nhớt" v.v. Những thuật ngữ này không đạt yêu cầu khi ta nói đến các vật thể phức tạp như vật thể $S_{ch}S_oB$ và như vậy chúng ta dường như phải quay lại hệ thống kí hiệu đã trình bày ở chương 4. Thậm chí nếu có một thuật ngữ tương ứng, thì ví dụ như nói về vật thể M, Bu, K tiện hơn là đi phân biệt giữa tính đàn hồi nhớt, nhớt - đàn hồi, nhớt giả.

Chương 6

MÔ HÌNH CÁC VẬT THỂ PHỨC TẠP HƠN

6.1. VẬT THỂ TUYẾN TÍNH TỔNG QUÁT HONEMSO

a) *Honemso Prager* đã giả thiết vật thể tuyến tính tổng quát với phương trình lưu biến:

$$a_0 + a_1 S + a_2 \dot{S} + a_3 d + a_4 \dot{d} = 0 \quad (6.1)$$

Phương trình này có thể viết lại như sau:

$$(s - \vartheta) + T_{rel} \dot{S} = 2\mu d + 2\eta \dot{d} = 2\mu(d + T_{ret} \dot{d}) \quad (6.2)$$

Khi cho một số hệ số của phương trình này bằng không, ta được các vật thể H, N, S, V, M, K như những trường hợp riêng.

Irme đã đưa vào cái gọi là yếu tố thời gian là không số, không thứ nguyên:

$$T = \frac{T_{rel}}{T_{ret}} \quad (6.3)$$

Người ta phân loại các vật thể tuyến tính như sau (không tính đến ϑ):

(i) Vật thể *đẳng nhiệt* với $T = 1$, cũng như vật thể Húc, không bị phân tán năng lượng khi chịu tải chu kỳ.

(ii) Vật thể *toả nhiệt* với $T < 1$, biến dạng đàn hồi nhỏ hơn của vật thể đẳng nhiệt và một phần năng lượng bị phân tán. Đó là những vật thể N, K, M.

(iii) Vật thể *thu nhiệt* với $T > 1$, biến dạng đàn hồi của chúng lớn hơn của vật thể đẳng nhiệt và kèm theo sự nhận năng lượng. Để giả thiết này không mâu thuẫn với nguyên lý thứ hai của nhiệt động học, Irme đã giả sử rằng, sự thu nhận thêm năng lượng này được bù do sự thay đổi cấu trúc bên trong của vật thể, ông đã cho thấy rằng: các đa dung dịch điện li phức tạp có thể có tính chất thu nhiệt. Nếu $T_{ret} \rightarrow 0$ và ta được phương trình lưu biến:

$$\dot{S} = \frac{2d}{\eta} \quad (6.4)$$

b) Sự xếp đặt vật thể đơn giản

Các vật thể phức tạp là sự liên hợp các vật thể đơn giản tạo thành một họ như ở bảng 4.1. Ngay cả các trường hợp đơn giản nhất, người ta cũng có thể biểu diễn bằng liên hợp các vật thể cùng loại. Hoàn toàn hiển nhiên là nối nối tiếp hay nối song song các vật thể Húc, không làm thay đổi được đặc trưng lưu biến của chúng. Cũng tương tự như vậy đối với vật thể

Niuton và Sanhvonăng. Nhưng đối với các vật thể phức tạp hơn M, P và K thì sẽ khác. Như dưới đây sẽ chứng minh, các vật thể này sẽ có tính chất khác nhau khi nối song song hay nối tiếp, khi xét một bộ M:

$$M = M_1 - M_2 \quad (6.5)$$

Chúng ta phải cộng vận tốc biến dạng, từ (16.2) ta có:

$$\dot{d} = \dot{S} \left(\frac{1}{2\mu_1} + \frac{1}{2\mu_2} \right) + \dot{S} \left(\frac{1}{2\eta_1} + \frac{1}{2\eta_2} \right) = \frac{\dot{S}}{2\mu} + \frac{\dot{S}}{2\eta} \quad (6.6)$$

Ở đây
$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2}; \quad \frac{1}{\eta} = \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2}. \quad (6.7)$$

Do đó một vài vật thể M nối tiếp với nhau, tương đương với một bộ M và các hệ số đàn hồi và hệ số chảy được cộng lại, trường hợp dưới đây tương đối khác với trường hợp trên.

$$M = M_1! M_2 \quad (6.8)$$

Theo công thức (6.8) các biến dạng ban đầu của các phần tử M_1 , M_2 bằng nhau và khi $t = 0$ là d_0 , từ đây:

$$\begin{cases} S_{01} = 2\mu_1 d_0 \\ S_{02} = 2\mu_2 d_0 \end{cases} \quad (6.9)$$

Cộng các ứng suất và từ các hệ thức (4.53) và (6.9) suy ra ta được:

$$S = 2\dot{d}_c (\eta_1 + \eta_2) + 2e^{-\frac{\mu_1 t}{\eta_1}} (\mu_1 d_0 - \eta_1 \dot{d}_c) + 2e^{-\frac{\mu_2 t}{\eta_2}} (\mu_2 d_0 - \eta_2 \dot{d}_c) \quad (6.10)$$

Ta có thể cho trước vận tốc biến dạng bằng sự phụ thuộc sau:

$$\dot{d}_c = \frac{\mu}{\eta} d_0 \quad (6.11)$$

Như vậy số hạng thứ hai và thứ ba của phương trình (6.10) bằng không. Nhưng hai số hạng này chỉ có thể mất đi trong trường hợp, nếu hai thành phần của bộ M, đều cùng có một thời gian rã.

$$T_{rel} = \frac{\eta_1}{\mu_1} = \frac{\eta_2}{\mu_2}$$

do đó trong trường hợp chung, chúng ta không có thể làm cho vật thể biến dạng với vận tốc không đổi sao cho cả ứng suất cũng không đổi như đối với từng vật thể M riêng. Ngược lại khi ứng suất không đổi vật liệu không thể chảy với vận tốc không đổi. Hay nói một cách khác: khác với vật thể Macxven vật liệu không thể có trạng thái chảy nhớt ổn định. Như thế chúng ta xác định rằng, một số vật thể M mắc nối tiếp có tính chất như một vật thể M. Khi nối song song chúng không tuân theo quy luật rã hàm số mũ, mà theo quy luật phức tạp hơn, tức là thực tế chúng mang tính chất như vật thể M có T_{rel}

thay đổi. Tương tự, một số vật thể K nối song song mang tính chất giống như vật thể K, nhưng khi nối nối tiếp, chúng không tuân theo quy luật tác dụng sau hàm mũ mà theo quy luật phức tạp hơn, tức là chúng giống như một vật thể K có thời gian sau tác dụng thay đổi. Chúng ta sẽ nghiên cứu các thông số lưu biến thay đổi ở chương 7. Ở đây chúng ta nhận thấy rằng: lúc đầu để mô tả trạng thái lưu biến polime phân tử lượng cao và các vật liệu khác bằng các thông số thay đổi đã có những lí thuyết dựa trên nguyên lí xếp chồng. Nguyên lí này đầu tiên được diễn đạt như một ý định, Évorit nào đó, và chỉ có hiện nay nó xem như sự biểu thị toán học, giả thiết về tính tuyến tính của trạng thái đàn hồi - nhớt.

c) Quang phổ của những vật thể riêng biệt

Trong các lí thuyết đàn hồi nhớt này, người ta nghiên cứu hai loại hiệu ứng: nhóm thứ nhất là các hiệu ứng từ biến khi ứng suất không đổi, nhóm thứ hai: hiệu ứng rã khi biến dạng không đổi. Có hai loại mối liên hệ lí thuyết. Một loại mối liên hệ là mô tả các hiện tượng chỉ của nhóm một còn loại thứ hai mô tả các hiện tượng thuộc vào các nhóm khác nhau, khi biểu diễn các kết quả người ta sử dụng khái niệm về phổ liên tục của các hàm số mũ mà các hằng số thời gian của chúng phân bố liên tục trong phạm vi khoảng thời gian hữu hạn hoặc vô cùng. Như vậy có hai hàm số phân bố là: Phổ thời gian tác dụng sau thuộc về nhóm 1, và phổ thời gian rã tương ứng với nhóm hai. Dạng của hàm số phân bố là đặc trưng của tính chất lưu biến của vật liệu. Grosom và Kun đã độc lập xác định các hệ thức chung giữa hai loại phân bố này. Những lí thuyết này quan trọng để mô tả và hiểu biết trạng thái lưu biến của các polime phân tử lượng cao. Chúng được nghiên cứu chi tiết trong các mục tiếp sau.

d) Phương pháp tích phân

Đôi khi số lượng phần tử tạo thành mô hình, được tăng lên đến mức nào đó, như trong trường hợp vật thể $S_{ch}S_cB$, còn vật liệu khi đó thậm chí không tuân theo phương trình lưu biến đề ra, tương ứng về số lượng đối với vật thể lí tưởng, do đó phải xét toàn bộ phổ tức là xét tập hợp vô cùng các vật thể, trong các trường hợp này, Scot - Bler (1949) đã đưa ra một phương pháp khác mà ông gọi là *phương pháp tích phân* để mô tả trạng thái trung gian của vật thể giữa vật thể khác tương ứng với phương trình (3.4) ($S = 2\mu\epsilon$) chất lỏng Niuton và phương trình (3.14) ($S = 2\eta\dot{\epsilon}$) và chất lỏng, Patscan. Scot-Bler đã đưa ra đại lượng:

$$\psi = S^\beta d^{-1} t^k \quad (6.12)$$

khi $\beta = 1, k = 1$, ψ trở thành hệ số nhớt; khi $\beta = 1, k = 0$ thì trở thành môđun đàn hồi và cũng thích hợp để mô tả trạng thái phức tạp hơn, ngay cả khi β và K có các giá trị riêng đã nêu trên. Phương trình (6.12) là do Natting và Scot - Bler đề ra nên được gọi là phương trình Natting - Scot - Bler. Phương trình ở dạng trên áp dụng cho các trường hợp ứng suất không đổi hoặc biến dạng không đổi. Tuy phương trình có chứa thời gian, khi ta lấy vi phân theo thời gian có thể loại trừ được t từ phương trình ban đầu và phương trình đã lấy vi phân, kết quả là đối với ψ không đổi ta nhận được:

$$\frac{d}{d} - \beta \frac{\dot{S}}{S} = k \left(\frac{S\beta}{d\psi} \right)^{1/k} \quad (6.13)$$

Phương trình này có thể áp dụng cả khi ứng suất thay đổi và cả khi biến dạng thay đổi.

Phương trình Natting-Scot - Bler không biểu diễn một định luật vật lí nên các tính chất mà nó phản ánh là những "giả tính chất". Các thông số β và k chứng tỏ sự thay đổi nào đó của những tính chất lưu biến, xảy ra trong vật liệu do quá trình này hoặc quá trình khác. Các hàm số loại này đóng vai trò vô giá trong một số phân lí thuyết công nghệ. Lấy logarit phương trình (6.12) ta được đường logarit của đường cong này, đó là đường thẳng, yếu tố thực nghiệm này được tìm ra trong nhiều phòng thí nghiệm trên thế giới cho thấy rằng, các kết quả quan sát biểu diễn trên đồ thị trong toạ độ lôgarit sẽ có dạng từng đoạn của đường gãy khúc. Phương trình Natting-Scot - Bler là biểu thức giải tích của yếu tố thực nghiệm được xác định bằng phương pháp đồ thị, ví dụ, nếu biểu diễn trên đồ thị trong toạ độ logarit đường cong chảy của các hỗn hợp khác nhau của bitum có chất độn, ta sẽ được họ các đường thẳng, khi có chứa chất độn một trị số nhất định, các đường thẳng này có độ cong 1:1 khi có nhiều chất độn hơn, độ nghiêng tăng lên. Điều đó chứng tỏ rằng: Khi độ tập trung của chất độn đến mức nhất định, sẽ xảy ra sự phân lớp trong hệ chất độn, do đó gây ra sự thay đổi độ nghiêng của đường hay chỉ số mũ trong phương trình Natting-Scot - Bler. Như vậy đại lượng số mũ này là "chỉ số" của sự thay đổi cấu trúc. Nếu ta xem phương trình Scot - Bler như một phương trình "lưu biến" thì không đúng. Đôi khi người ta coi nó là "Quy luật số mũ", về quy luật số mũ sẽ được nói ở chương 7. Tuy nhiên sự tổng quát phương pháp tích phân của Scot - Bler sau khi lấy vi phân các đạo hàm riêng, cho ta lập luận lí thuyết của mối liên hệ (6.12).

6.2. ĐỘ NHỐT THỂ TÍCH

Như nhận xét chương 3, bất kì biến dạng nào đều có thể biểu thị dưới dạng tổng biến dạng thể tích hay *nở thể tích* với biến dạng thay đổi hình dáng hay sự lệch. Cơ học cổ điển của các môi trường liên tục, như đã nói ở chương 3 cho rằng: tất cả các vật liệu, cả rắn và lỏng đối với biến dạng thể tích, đều có đặc tính như vật thể đàn hồi lí tưởng với mô đun (đàn hồi) thể tích χ là hệ số lưu biến duy nhất.

Lưu biến, nói chung, có quan điểm tương tự với cơ học cổ điển về vấn đề này, chú ý nghiên cứu sự thay đổi hình dạng, coi quá trình chảy là:

Theo thời gian, những khái niệm này là quá hẹp, nghiên cứu chi tiết hơn cho thấy rằng, tuy các tính chất lưu biến khác nhau biểu hiện rõ ràng nhất khi thay đổi hình dáng, nhưng chúng cũng biểu hiện cả khi nén (nở) thể tích. Những tính chất mà ta nghiên cứu chúng đặc trưng bằng bốn hệ số hoặc thông số, có thể là những trị số thay đổi hoặc không đổi đó là:

- (i) Mô đun đàn hồi;
- (ii) Thời gian tác dụng sau;

(iii) Thời gian rã.

(iv) Giới hạn chảy (9).

Hai thời gian "Riêng" của vật liệu liên quan với hai hệ số nhớt đó là: thời gian tác dụng sau liên quan với độ nhớt tác dụng sau và thời gian rã với độ nhớt rã. Tất cả các hệ số này đều tồn tại từng cặp, một cặp thuộc về sự biến đổi hình dáng, còn cặp khác thuộc về biến dạng thể tích. Loại hệ số thứ nhất được xét ở chương 4 còn loại thứ hai đang xét ở mục này. Trong lý thuyết đàn hồi, người ta đều biết rất rõ về sự tồn tại các hệ số cặp là: môđun trượt μ và môđun thể tích χ . Giới hạn chảy có trong vật thể Sanhvanăng và Bingham, trong trường hợp tổng quát có thể có cả giới hạn chảy thể tích mà chúng ta kí hiệu là 9.

Theo định luật thứ hai của nhiệt động học suy ra rằng: biến dạng thể tích các vật liệu thực tế phải kèm theo các lực cản nhớt.

Ví dụ: Giả sử một quả cầu làm bằng một vật liệu nào đó, khi bỏ áp suất đột ngột dẫn đến dao động tự do. Dao động của vật có liên quan đến chuyển động hướng kính có trật tự của tất cả các phần tử, tức là với trường hợp rất ít khả năng xảy ra. Vì vậy chuyển động có trật tự dần dần bị phá vỡ do nhiệt và cuối cùng dẫn đến chuyển động hỗn loạn. Về phương diện lý thuyết vĩ mô quá trình này là sự tắt dần nhớt, như vậy chúng ta đã đi đến khái niệm độ nhớt thể tích tác dụng sau ξ_s .

Chú ý rằng mỗi chất lỏng đều có tính đàn hồi thể tích, ta có thể liên hệ nó với độ nhớt thể tích tác dụng sau. Từ đây phương trình lưu biến của chất lỏng Niuton, có thể nhận được bằng cách kết hợp các hệ thức (3.14) và (4.43). Do đó thay cho (3.15) ta nhận được biểu thức:

$$S_{lm} = (\chi \varepsilon_g + \zeta_s \dot{\varepsilon}_g) \sigma_{lm} + 2\eta f_{lm} \quad (6.14)$$

Nếu không phân biệt biến dạng đàn hồi với biến dạng nhớt mà được kí hiệu là d_{lm} tương ứng với (3.8) và (3.10) thì khi thay công thức (d_{lm}) bằng phương trình:

$$S_{lm} = (\chi d_{\alpha\alpha} + \zeta_s \dot{d}_{\alpha\alpha}) \sigma_{lm} + 2\eta \dot{d}_{lm} \quad (6.15)$$

Ta tìm được:

$$S_{\alpha\alpha} = -3P_m = 3\chi d_{\alpha\alpha} + (3\zeta_s + 2\eta) \dot{d}_{\alpha\alpha} \quad (6.16)$$

Nếu áp dụng trung bình P_m bằng áp lực tĩnh p thì $3\zeta_s + 2\eta = 0$ thì ta có phương trình Stóc. Tên gọi của phương trình này là do hiểu nhầm, vì công thức Stóc được đưa ra với $f_{\alpha\alpha} = 0$.

Trị số $f_{\alpha\alpha} = f_v \neq 0$ liên quan đến sự chảy thể tích tức là liên quan tới sự nở thể tích (dương hay âm theo mọi phương liên tục, theo thời gian, dưới tác dụng của ứng suất mọi phía không đổi. Stóc không khảo sát sự chảy thể tích như thế. Đối với chất lỏng Niuton cổ điển, người ta đặt $\zeta_s = 0$. Quan niệm này được trình bày trong phần lớn các sách giáo

trình thủy động học). Nhưng qua việc quan sát chủ yếu là sự tắt dần của sóng siêu âm, người ta thấy rằng trị số ξ_s phải rất lớn. Karim và Rôdenket đã tổng quát các nguyên nhân tồn tại hệ số nhớt "thứ hai" hữu hạn trong chất lỏng và chất khí. Hệ số độ nhớt thứ hai này có liên quan đến biến dạng đàn hồi, nhưng không liên quan đến chảy và nếu nó khác không, thì có thể coi mô hình vật thể Kenvin mô tả tính biến dạng thể tích của chất lỏng Newton. Đối với trường hợp này có thể sử dụng các phương trình chương 5, trong đó thay μ bằng χ và η và thành ζ_s có cả thời gian tác dụng sau (thể tích):

$$T_{\text{rel}} = \frac{\zeta_s}{\chi} \quad (6.17)$$

Như vậy phản lực đàn hồi với áp dụng mọi phía là chậm, do đó gây ra các dao động tự do bị tắt dần khi vật liệu biến dạng, mà cơ cấu của nó được mô tả ở trên.

Reiner chỉ ra rằng: trong trường hợp chung có thể tồn tại hệ số nhớt thứ hai, liên quan với sự *chảy* thể tích. Nó có thể gọi là *độ nhớt thể tích rã*, kí hiệu ξ_I và tương tự với (3.1) nó được xác định theo phương trình:

$$f_g = f_{\alpha\alpha} = -\frac{P_m}{\xi_I} \quad (6.18)$$

Chảy thể tích f_v là sự nở liên tục theo mọi phía gây ra sự thay đổi mật độ vật liệu theo thời gian khi ứng suất theo mọi hướng không đổi. Sự chảy thể tích dương được Li, Reiner và Rigden tìm ra trong nhựa đường và Reiner, Rigden và Sroiera đã mô tả quá trình đó; Glenvil quan sát hiện tượng chảy như thế đối với điôxit các bon rắn khi chịu áp lực theo mọi phương là kéo và xoắn. Cần phải nhớ rằng theo quan điểm lưu biến học, các vật liệu có thể xem như chất lỏng (ngay cả khi chúng có tính đàn hồi về hình dáng) bậc của trị số độ nhớt trượt tương ứng là 10^{12} , 10^{17} và 10^{10} p.s. Theo định luật bảo toàn khối lượng, hiển nhiên suy ra là: sự chảy dương khi biến dạng thể tích có liên quan với sự tăng, còn sự chảy âm có liên quan với sự giảm thể tích chỗ trống trong vật thể. Theo Äyring "*chất lỏng là hỗn hợp đôi của phân tử và lỗ hổng*". Trong tất cả các vật liệu kể trên, các lỗ hổng chiếm thể tích đáng kể, nên chảy khi biến dạng thể tích thường rất rõ. Các chất khí khi nổ cũng có hiệu ứng chảy khi biến dạng thể tích. Nếu ứng suất đẳng hướng không đổi, thì có hiện tượng chảy dương và chảy âm khi biến dạng thể tích dần dần sẽ ngừng lại. Trường hợp đầu dẫn đến sự dẫn tách lớn nhất, còn trường hợp hai dẫn tới sự nén lớn nhất và trong trường hợp này ξ không thể cố định. Tuy nhiên đặc trưng của quá trình chảy vẫn được giữ nguyên, mặc dù quá trình này có thể tiếp tục chảy trong thời gian hàng kỷ địa chất. Cũng do nguyên nhân trên mà đối với công thức (3.9) có sự phụ thuộc giữa hệ số kéo nhớt trượt λ_T , ξ_I và η mà dạng của nó là:

$$\lambda_T = \frac{0, \zeta_I \eta}{3\zeta_I + \eta} \quad (6.18a)$$

Như vậy chúng ta có thể tính đến sự khác nhau giữa hai hệ số nhớt, trong đó (ξ_s) có liên quan với biến dạng đàn hồi thể tích và (ξ_l) liên quan đến sự chảy. Trong một vài trường hợp chúng có thể lẫn lộn với nhau.

Nếu vật liệu không nén được, $\chi = \infty$ và $e_g = 0$, tương tự nếu sự chảy không có khi biến dạng thể tích, $\zeta_l = \infty$; $f_v = 0$ khi đó từ phương trình (6.18a) ta có:

$$\begin{cases} \lambda_T^* = 3\eta \\ \vartheta_j^* = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (6.18b)$$

Nếu độ nhớt tác dụng sau không biểu hiện thì $\zeta_s = 0$. Tuy nhiên không có cơ sở nào để cho rằng: trong các vật liệu khi biến dạng thể tích, không có quá trình chảy và tác dụng sau đàn hồi. Ví dụ: trong chảy tầng, thể tích của vật liệu không thay đổi với bất kỳ giá trị nào của χ và ζ_l . Nhưng Stok khẳng định rằng: "... Trong phần lớn các trường hợp, khi cần áp dụng lý thuyết chảy nhớt, mật độ của chất lỏng hoặc không đổi, hoặc không thay đổi với sai số rất nhỏ và hoặc là mật độ thay đổi chậm theo thời gian. Trong hai trường hợp đầu các kết quả trùng nhau, còn trong trường hợp thứ ba, kết quả gần giống hai trường hợp đầu, không phụ thuộc ζ_s có bằng không hay không. Do đó trong các trường hợp này ta có thể coi rằng: những thực nghiệm đã xác nhận lý thuyết cho rằng: ξ_s bằng không (ta thêm vào hoặc $\zeta_l = \infty$).

Khi cho rằng: khi chảy âm trong trường hợp thể tích biến dạng, chất của vật liệu (phần tử Äyring) chảy vào các lỗ hổng và có lẽ chúng ta có thể liên hệ trị số ζ_l với η . Khi đó chúng ta sẽ nhận được lý thuyết chảy của chất lỏng nhớt, sử dụng như một hằng số vật lý. Ta nhớ rằng Cösi và Puason cũng làm tương tự đối với vật thể đàn hồi. Nếu khi biến dạng thể tích xảy ra cả chảy và cả tác dụng sau đàn hồi, thì vận tốc toàn phần nở theo mọi phương trong vật thể chịu tải là tổng hai vận tốc - thuận nghịch và không thuận nghịch. Trong vật bỏ tải, biến dạng đàn hồi thuận nghịch có thể xảy ra cùng với hiện tượng tác dụng sau, còn sự chảy thì không có, vì vậy ta có:

$$-\dot{e}_g = \frac{P_m}{\zeta_s} - \frac{\chi}{\zeta_s} e^{\frac{\chi t}{\zeta_s}} \left(e_{v,0} + \int \frac{P_m}{\zeta_s} e^{\frac{\xi t}{\zeta_s}} dt \right) \quad (6.19)$$

Giả sử d_{lm} là tenxơ vận tốc biến dạng tức thời:

$$-\dot{d}_g = -(\dot{e}_g + f_g) = P_m \frac{\zeta_s + \zeta_l}{\zeta_s \zeta_l} - \frac{\chi}{\zeta_s} e^{\frac{\chi t}{\zeta_s}} \left(e_{v,0} + \int \frac{P_m}{\zeta_s} e^{\frac{\chi t}{\zeta_s}} dt \right) \quad (6.20)$$

Lấy vi phân theo thời gian và loại bỏ biểu thức trong ngoặc ta được phương trình:

$$P_m + \dot{P}_m \frac{\zeta_s + \zeta_l}{\chi} = \zeta_l \dot{d}_g + \frac{\zeta_s}{\chi} \ddot{d}_g \quad (6.21)$$

Đây là phương trình lưu biến của chất lỏng nhớt đối với biến dạng thể tích. Để hiểu rõ hơn tính chất của vật liệu như thế, chúng ta giả thiết rằng: χ , ζ_s , ζ_l là hằng số, khi đó phương trình tích phân được đơn giản. Ở đây có thể đặt vấn đề một loạt thực nghiệm:

(i) giả sử vật thể bị nén đến mức: biến dạng âm của thể tích bằng $-d_{v,0}$, vào thời điểm $t = 0$ chúng ta bỏ tải nên, $P_m = \dot{P}_m = 0$ phương trình (6.21) chuyển thành phương trình vi phân tuyến tính đối với d , phương trình sau khi lấy tích phân ta được:

$$d_g - d_{g,\infty} = (d_{g,0} - d_{g,\infty}) e^{-\frac{\chi t}{\zeta_s}} \quad (6.22)$$

Đại lượng $d_g - d_{g,\infty}$ là phần biến dạng thể tích thuận nghịch tiến tiệm cận (khi $t = \infty$) tới không và do đó nó là biến dạng đàn hồi. Sự phục hồi xảy ra chậm hơn nửa thời gian tác dụng sau cũng giống như khi không có sự chảy thể tích. Có biến dạng không thuận nghịch là $d_{g,\infty}$.

(ii) Giả sử sự nở thể tích $-d_{g,0}$, được giữ không đổi và P_m giảm từ từ. Bởi vì $\dot{d}_g = \ddot{d}_g = 0$ biểu thức (6.21) trở thành phương trình vi phân tuyến tính bậc 1 đối với P_m . Lấy tích phân phương trình đó ta được:

$$P_m = P_{m,0} e^{-\frac{\chi t}{\zeta_s + \zeta_l}} \quad (6.23)$$

Ứng suất $P_{m,0}$ mà gây ra biến dạng $d_{v,0}$ bị rã và thời gian rã bằng

$$T_{rel} = \frac{\zeta_s + \zeta_l}{\chi} \quad (6.24)$$

Như vậy phương trình (6.21) có thể viết ở dạng

$$P_m = \dot{P}_m T_{rel} = -\dot{d}_v + \ddot{d}_v T_{rel} \quad (6.25)$$

Đối với chất lỏng Stok $\zeta_s = 0$; $\zeta_l = \infty$ và từ đó $T_{rel} = 0$; $T_{rel} = \infty$.

Bởi vậy vật thể Biurger được khảo sát ở chương 5 cũng thích hợp để miêu tả trạng thái chất lỏng nhớt khi thể tích biến dạng.

Chương 7

CÁC HIỆN TƯỢNG PHI TUYẾN TÍNH TỔNG QUÁT

7.1. NHỮNG NHƯỢC ĐIỂM CỦA LÝ THUYẾT CỔ ĐIỂN

Lý thuyết cổ điển mà dựa vào đó người ta xây dựng các khái niệm và các công thức trong bảng 1.5, chỉ thích hợp cho việc mô tả các hiệu ứng bậc nhất. Không nên nghĩ rằng: những hiệu ứng bậc nhất luôn đóng vai trò quan trọng hơn những hiệu ứng bậc hai nếu trong biểu thức:

$$y = ax + bx^2 = ax \left(1 + \frac{b}{a}x \right),$$

Nếu $\frac{b}{a}x \ll 1$ thì y có thể lấy gần đúng là ax . Nếu $\frac{b}{a}x \approx 1$ thì lấy gần đúng như thế dẫn đến sai số lớn, do đó cần phải tính đến hiện tượng bậc hai nếu $\frac{bx}{a} \gg 1$ thì có thể coi $y \approx bx^2$. Không nên bỏ quên rằng, trị số $\frac{bx}{a}$ đóng vai trò tiêu chuẩn, ở đây là đại lượng không thứ nguyên. Cuối cùng không nên bỏ qua đại lượng bx^2 mặc dù khi x rất nhỏ, nếu số hạng thứ nhất phương trình này không có và $a = 0$. Theo quan điểm này lý thuyết cổ điển biến dạng bé có 4 nhược điểm là do tuyến tính hoá phương trình tương ứng. Hai nhược điểm là do động học hiện tượng gây ra, còn 2 nhược điểm kia là do động lực học của hiện tượng gây ra.

Các nhược điểm do thuyết chuyển động học gây ra do tuyến tính hoá các phương trình (1.10) và (1.12) xác định (mêru) biến dạng tương đối và vận tốc biến dạng. Ví dụ như phương trình (1.10) giả sử là gradien chuyển vị là một đại lượng vô cùng bé. Ta có thể coi là lý thuyết cổ điển có tính quy luật và chặt chẽ trong phạm vi những hạn chế này. Nhưng hoàn toàn rõ ràng là gradien chuyển vị là một đại lượng vô cùng bé. Ta có thể coi là lý thuyết cổ điển có tính quy luật và chặt chẽ trong phạm vi những hạn chế này. Nhưng hoàn toàn rõ ràng là gradien chuyển vị là đại lượng hữu hạn (do đó ta kí hiệu nó là Γ_{lm}).

Vì vậy chúng ta không thể xác định biến dạng tương đối tương ứng với (1.10) bằng phương trình:

$$D_{lm} = \frac{1}{2} (\Gamma_{lm} + \Gamma_{ml})$$

Vì biểu thức này đối với D_{lm} trong trường hợp chung có thể có sai số do quá trình quay gây ra. Sau này ta sẽ thấy bất kỳ biểu thức chính xác nào của D_{lm} đều có bậc cao của Γ_{lm} hoặc tích $\Gamma_{l\alpha} \Gamma_{lm}$. Khi xác định biến dạng hữu hạn D_{lm} như hàm số của Γ_{lm} theo công thức tương ứng với biến dạng nhỏ, tích các số hạng này thường được bỏ qua như những vô cùng bé bậc cao. Tuy nhiên như đã nhận xét ở trên điều này chỉ có thể thực hiện trong trường hợp nếu các số hạng bậc nhất không bằng không. Nếu như các số hạng bậc nhất không có thì không được bỏ qua tích $\gamma_{l\alpha}, \gamma_{\alpha m}$. Như trong chương 1 ta thấy rằng:

Trường hợp này xảy ra khi quay trục chính, ví dụ như trượt đơn giản. Trong khi đó các hiệu ứng bậc hai biểu hiện ngay cả trong biến dạng đàn hồi nhỏ, điều này hạn chế phạm vi áp dụng của lý thuyết cổ điển chỉ thích hợp với biến dạng thuần túy (tức là không có sự quay). Nhược điểm thứ hai của thuyết chuyển động học là đối với phương trình (1.12) và nó gây ra cũng do chính các nguyên nhân đó. Theo phương trình (1.12) $f_{lm} = \ddot{d}_{lm}$. Như vậy đại lượng f_{lm} cũng có những sai số do các hiện tượng bậc 2 gây ra như của d_{lm} thay do D_{lm} . Khi coi chảy như vận tốc *biến dạng tương đối*, chúng ta chỉ nói đến *biến dạng hữu hạn*. Xét các biến dạng vô cùng bé của chất lỏng, nghĩa là chỉ xét đến các dao động vô cùng nhỏ và không tính đến sự chảy thực tế. Nếu xảy ra sự chảy, thì biến dạng sẽ là hữu hạn và do đó phương trình (1.12) nói chung không chính xác. Điều này có thể thấy rõ ràng.

Chúng ta hãy xem trường hợp chảy tia của vật liệu. Ta tưởng tượng chung quanh đường dòng chảy chất lỏng nhớt có một phân tử trụ mà bề dài của nó tăng liên tục khi chảy. Cho gốc của hình trụ trùng với đáy của hình trụ, còn đáy khác dịch chuyển trong hệ tọa độ này với tốc độ v_l , trường vận tốc giả sử đồng nhất và: $v_x = v_l x/l$ ở đây $v_l = dl/dt$. Theo các khái niệm của thủy động học cổ điển, vận tốc dài tương đối, xác định lực cản nhớt đối với chuyển động, bằng $f_l = v_l/l$. Thay biểu thức của l , rút ra ở trên ta nhận được:

$$f_l = \frac{\left(\frac{dl}{dt}\right)}{l} = \frac{\left(\frac{dl}{l}\right)}{dt} = \frac{d}{dt} \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$$

Ở đây l_0 là độ dài ban đầu của trụ ở thời điểm $t = 0$. Nếu chảy không đồng nhất, thì chúng ta có thể tách l phân tử, đường của dòng chảy, giả sử dx , các điểm đầu mút của phân tử chuyển động với vận tốc v_x và $v_x + dx = v_x + (dv_x/dx)dx$. Vận tốc tương đối khi đó (tương ứng với v_l cũ) bằng; $(dv_x/dx)dx$ và $f_{xx} = dv_x/dx = v_{x,x}$. Bằng phương pháp trình bày ở trên ta tìm được là:

$$f_{xx} = d[\ln(\sigma x_l/\sigma x_0)]/dt$$

ở đây σx_0 và σx_l là giá trị dx tương ứng với $t = 0$ và $t = t$ nhưng: $\sigma x_l = \sigma x_0 + u_{x,x}(x_{0,0})\sigma x_0$ và

$$f_{xx} = \frac{d}{dt} [\ln(1 + u_{x,x})] = \frac{d}{dt} \ln(1 + \Gamma_{xx})$$

chỉ trong các trường hợp gradien chuyển vị vô cùng nhỏ, phân tích thành chuỗi:

$$d_{xx} = \ln(1 + \gamma_{xx}) = \gamma_{xx} - \frac{\gamma_{xx}^2}{2} + \dots \quad (7.1)$$

ta mới có thể tính biến dạng theo Còsi từ phương trình (3.8). Nếu như gradien chuyển vị là hữu hạn như trong trường hợp chảy dẻo và chảy nhớt thực tế thì độ đo biến dạng là biến dạng lôgarit mà Henki xác định theo công thức:

$$D^H = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad (7.2)$$

$$\text{Thay cho} \quad D^c = \frac{l}{l_0} - 1 \quad (7.3)$$

Từ đây ta được phương trình

$$f_l = \frac{d}{dt} (D_l^H) \quad (7.4)$$

mà nó xác định tên gọi "vận tốc biến dạng, đối với đại lượng f_{lm} . Việc xác định vận tốc biến dạng theo công thức (7.4) sẽ kéo theo một số hệ quả mà ở chương 5 nói tới.

Hai nhược điểm khác do sự tuyến tính hoá phương trình lưu biến (1.32) gây ra; ví dụ như ở (5.62). Giả thiết rằng các hệ số trong phương trình này là các giá trị không đổi. Biểu đồ ứng suất biến dạng và ứng suất - vận tốc biến dạng khi đó là những đường thẳng. Nếu giả thiết này không phù hợp với thực nghiệm, ví dụ như trong trường hợp polime, phân tử lượng cao thì có thể sử dụng 2 phương pháp. Thứ nhất có thể coi rằng: những hệ số của các phương trình lưu biến không phải là hằng số. ở đây có liên quan đến tính *phi tuyến vật lí*. Phương pháp thứ hai là: sử dụng các độ đo biến dạng khác nhau mà chúng là những hàm số phi tuyến của gradien chuyển vị và chọn chúng sao cho các hệ số lưu biến là không đổi. Đó là tính phi tuyến hình học. Nhược điểm thứ hai của các mối phụ thuộc động lực học của ứng suất vào biến dạng đã nêu ở trên ở chỗ là: trong phương trình điển hình nhất (5.62) trong các phương trình được đưa ra ở chương 6, I chỉ có những tenxơ bậc nhất (thí dụ d_{lm} v.v...), ở đây có thể gọi là tính tuyến tính hoặc là giả tuyến tính của tenxơ. Tuy nhiên trong chương 6 người ta thấy rằng: bất kì hệ thức đẳng hướng nào giữa các tenxơ bậc 2 đều chứa bậc 2 của tenxơ t_{lm} dạng $t_{1\alpha} \cdot t_{\alpha m}$. Nếu ta đưa chúng vào phương trình lưu biến, ta sẽ có tính *phi tuyến tenxơ*.

Nếu tính đến sai số của lí thuyết cổ điển do tính phi tuyến vật lí, hình học và phi tuyến tenxơ gây ra dẫn đến việc nghiên cứu hiện tượng bậc 2 và các bậc cao hơn. Những hiện tượng bậc cao này được nghiên cứu trong phần sau.

7.2. CÁC HIỆN TƯỢNG BẬC CAO

7.2.1. Tính phi tuyến vật lí trong đàn hồi

a) Tính phi tuyến vật lí trong trường hợp tổng quát

Trong phần trước các hệ số lưu biến, mô đun đàn hồi, hệ số độ nhớt, thời gian rão v.v... được coi là các hằng số. Mặc dù những trị số của chúng hiển nhiên là phụ thuộc vào các thông số vật lí như: nhiệt độ, diện tích v.v... nhưng chúng không thuộc đối tượng nghiên cứu của lưu biến học, người ta coi chúng là độc lập với các biến số lưu biến. Quan niệm như thế là không chính xác.

Thứ nhất ta biết là: những hệ số lưu biến (μ , η v.v...) phụ thuộc vào áp lực theo mọi phía (thay ứng suất kéo) mà vật liệu chịu tác dụng hoặc phụ thuộc vào mật độ hay nở tăng thể tích. Sự nở thể tích là một bất biến của biến dạng. Nếu biến dạng là vô cùng nhỏ, thì như đã nhận xét ở chương 1 nở thể tích là *bất biến thứ nhất*. Hệ số lưu biến của vật liệu đẳng hướng và giả đẳng hướng, là các thông số của phương trình lưu biến là các đại lượng vô hướng. Do đó nếu chúng thay đổi, thì chúng có thể là hàm số của tenxơ ứng suất và biến dạng biểu diễn qua các bất biến vô hướng của chúng. Các bất biến chính được xác định bằng biểu thức (2.11) và (2.14). Trong các biểu thức này thay t bằng s , d , f hoặc D thay t , ta sẽ được biểu thức tương ứng của các bất biến tenxơ ứng suất, biến dạng và vận tốc biến dạng. Có thể nói rằng: bất kì một hệ số lưu biến nào đều là hàm số của các bất biến thứ nhất của tenxơ ứng suất và biến dạng và phụ thuộc vào mật độ của chúng, và cũng là hàm số của các bất biến thứ hai và thứ ba của các tenxơ lệch của chúng.

Chúng ta có thể nghiên cứu ảnh hưởng của bất biến thứ nhất và thứ hai đến các thông số lưu biến, nếu chúng ta tính đến sự phụ thuộc của chúng vào áp lực hoặc mật độ nhờ những số liệu nhờ bảng hay những công thức từ thí nghiệm.

Bằng phương pháp toán hoàn toàn thuần túy, ta có thể coi những bất biến của tenxơ lệch ứng suất và biến dạng là đối số, mà các hệ số lưu biến là hàm số của chúng. Khi xét về phương diện vật lí, để hiểu bài toán tốt hơn, có thể sử dụng các bất biến của Trusden (1952).

$$J(S, d) = S_{\alpha\beta} d_{\alpha\beta}, \quad J(S, f) = S_{\alpha\beta} f_{\alpha\beta} \quad (7.5)$$

Chúng chính bằng công suất riêng của ứng suất, vì thế chúng có ý nghĩa vật lí trực tiếp. Khi xây dựng lí thuyết phi tuyến vật lí, có thể giả thiết rằng: sự thay đổi của các hệ số lưu biến trong quá trình hay sau khi biến dạng, là do các cấu trúc vi mô của vật liệu thay đổi. Vì hệ thống khi đó ra khỏi vị trí cân bằng mà nó có nội năng nhỏ nhất, nên sự thay đổi cấu trúc như thế đòi hỏi tiêu hao công. Bởi vì công năng tiêu hao trong một khoảng thời gian nào đó, tương đương với thời gian rão, nên có thể coi công suất riêng của ứng suất là đại lượng quyết định. Nếu ta giả thiết toàn bộ công của cấu tử đẳng hướng của tenxơ ứng suất được tích lũy dưới dạng thế năng đàn hồi thì sự thay đổi cấu

cấu trúc của vật liệu và do sự thay đổi hệ số lưu biến của nó có thể xảy ra chỉ do cường độ thay đổi hình dáng. Để làm ví dụ, ta hãy xem một hệ số lưu biến M nào đó. Hệ số này có hai giá trị, một giá trị đối với vật liệu có trong tự nhiên, tức là khi không có biến dạng trong trường hợp vật thể đàn hồi hay trong trạng thái tĩnh ở trường hợp chất lỏng nhớt, chúng ta kí hiệu giá trị thứ nhất này là M_0 . Còn giá trị khác của M là trong trạng thái khác nhiều nhất so với trạng thái ban đầu, trạng thái này do công suất của ứng suất cực lớn gây ra, ta kí hiệu giá trị đó là M_∞ . Đại lượng M có thể thay đổi từ M_0 đến M_∞ có từ từ hay không là phụ thuộc vào hệ số ổn định χ .

Trạng thái cấu trúc của vật thể ở giá trị $\omega(\varphi)$ nào đó được xác định bằng đại lượng $M_\infty - M$ và có thể tìm χ từ phương trình.

$$\chi = \frac{M_\infty - M}{\frac{dM}{d\omega(\varphi)}} \quad (7.6)$$

Hệ số ổn định χ là cường độ của tenxơ lệch ứng suất đối với nó: $M_\infty - M = \frac{M_\infty - M_0}{e}$, khi có phổ cấu trúc các đường cong thực nghiệm sẽ khác với đường cong mũ của phương trình (7.6), nhưng đại lượng χ vẫn xác định được như ở dạng trên.

Nếu các thông số là những giá trị biến đổi, thì các phương trình lưu biến không bị mất tính tuyến tính tenxơ của nó, và trở nên phi tuyến đối với các cấu tử tenxơ. Loại phi tuyến này gọi là phi tuyến vật lí, và phương trình lưu biến tương ứng là *giả tuyến tính*. Các biểu đồ phụ thuộc ứng suất vào biến dạng và các đường cong chảy không phải là đường thẳng nữa. Như vậy vật thể lí tưởng mà phương trình lưu biến mô tả được tổng quát hoá và ta có thể nói về, vật thể Húc tổng quát hay vật thể Húc phi tuyến v.v.. Đối với chất lỏng Newton phi tuyến, người ta thường sử dụng thuật ngữ chất lỏng phi Newton còn đối với độ nhớt biến đổi của nó. B. Ostvan đưa vào thuật ngữ *độ nhớt cấu trúc*.

Tuy nhiên có những trường hợp, mặc dù gọi là phi tuyến vật lí, nhưng nó không phải do nguyên nhân vật lí gây ra. Trước đây người ta cho rằng: các đại lượng chuyển động học, tham gia vào phương trình phụ thuộc của ứng suất vào biến dạng và ứng suất vào vận tốc biến dạng được xác định từ (1.10) và (1.12). Trong một số trường hợp, phương pháp được trình bày ở chương 4, I không được nhất trí. Một trong những ý kiến không được nhất trí đã được nói đến ở cuối chương 4. Để minh hoạ điều này, chúng ta nhớ đến các thí nghiệm của Becnuli, trong đó ông muốn xác lập định luật đàn hồi mà ông chưa biết công trình của Húc thí nghiệm với dây đàn bằng thép, thì Becmuli đã nghiên cứu đàn ống cao su và nhận được biểu đồ phụ thuộc ứng suất vào biến dạng hình parabol. Tính phi tuyến này xuất hiện là do cấu trúc xốp của vật liệu được nghiên cứu và trong trường hợp vắng không có các lỗ hổng, vật liệu có thể trở thành tuyến tính.

Trong trường hợp thứ hai, tính phi tuyến của sự phụ thuộc ứng suất vào biến dạng có thể xuất đi, nếu biểu thức xác định biến dạng là phi tuyến (tính phi tuyến hình học), các

hệ số lưu biến (các môđun v.v...) khi đó có thể là không đổi. Cuối cùng tính phi tuyến của sự phụ thuộc ứng suất vào biến dạng (và các thông số khác) có thể chứng tỏ về sự tồn tại quang phổ của các vật thể (như trình bày ở chương 5) tạo thành mô hình của vật liệu có quang phổ hệ số không đổi.

b) Sự thay đổi của môđun thể tích

Môđun thể tích chiếm vị trí đặc biệt. Môđun trượt μ xác định từ phương trình (3.4) về nguyên tắc có thể là hằng số. Nếu chúng ta coi môđun thể tích xác định bằng công thức (3.1) cũng là hằng số, chúng ta nhất định không tránh khỏi mâu thuẫn. Viết công thức (3.1) dưới dạng:

$$V = V_0 + \Delta(\Delta V)_0 = V_0 \left(1 + \frac{\Delta(\Delta V)_0}{V_0} \right) = V_0 (1 + \epsilon_v) = V_0 \left(1 - \frac{P}{\chi} \right) \quad (7.7)$$

Chúng ta nhận thấy rằng thể tích của vật thể trở nên bằng không, khi áp lực thủy tĩnh có trị số hữu hạn $P = \chi$. Như vậy χ phải tăng khi P tăng. Để tránh hậu quả này, người ta định sửa công thức (3.1) chứ không loại bỏ công thức đi. Ta phải thấy rằng, đúng ra ứng suất không phải là 1 tenxơ, mà là mật độ tenxơ. Nói chung, trong lưu biến không cần thiết khảo sát ứng suất theo quan điểm này, vì trong các hiện tượng lưu biến, mật độ của vật liệu không thay đổi đáng kể và có thể được xem như một thông số. Chúng ta nhấn mạnh ở đây phương pháp Henki, nhờ phương pháp này, ông đã nhận được phương trình nén đàn hồi có hệ số lưu biến không đổi.

Đặt:

$$dP = -\chi \frac{dV}{V} \quad (7.8)$$

và xác định:

$$e_v = \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (7.9)$$

Ông đã nhận được mối phụ thuộc:

$$-P = \chi e_v \quad (7.10)$$

và

$$V = V_0 e^{-\frac{P}{\chi}} \quad (7.11)$$

Theo biểu thức này, thể tích giữ giá trị hữu hạn, khi áp lực có giá trị hữu hạn bất kì. Sau đó khi tính đến đại lượng P là mật độ tenxơ, ông đã đưa ra một áp lực bổ sung: P_{red}

$$P_{\text{red}} = \frac{\rho_0}{\rho} P = \frac{V}{V_0} P \quad (7.12)$$

và đưa vào (7.10) ông nhận được:

$$-P = \chi e_v \exp(-e_v) \quad (7.13)$$

Cuối cùng ông đã nghiên cứu giới hạn ψ thể tích tương đối mà không thể đạt được ở một áp lực hữu hạn nào. Như vậy ông đã nhận được công thức có hai hệ số χ và ψ . Sử dụng những số liệu thực nghiệm của Britzmen, ông kết luận rằng: công thức cuối cùng của ông thích hợp đối với áp lực cao, trong khi đó áp lực gần bằng áp lực khí quyển, có thể sử dụng công thức (7.10). Đối với những hiện tượng lưu biến bình thường, biểu thức này đạt độ gần đúng tương đối tốt. Ví dụ này cho thấy là, bằng cách đưa tính phi tuyến hình học vào công thức (7.7) chúng ta tránh được tính phi tuyến vật lí (tức là biến số χ).

c) Sự thay đổi mô đun Lunga

Có rất nhiều tài liệu về tính phi tuyến vật lí, trong lí thuyết đàn hồi nói đến chủ yếu là với mô đun Lunga. Đối với mẫu hình trụ có độ dài ban đầu l và diện tích mặt cắt ngang A_0 , khi thí nghiệm kéo, mô đun Lunga được xác định bằng ứng suất pháp: $\sigma = \frac{P}{A_0}$ với độ giãn dài theo Còsi $e_l = \Delta l / l_0$.

$$E = \frac{\sigma}{e_l} \quad (7.14)$$

Nếu biểu đồ kéo không phải là đường thẳng, thì mô đun E được coi là biến đổi.

Từ công thức thứ hai (3.9) ta thấy: χ thay đổi có thể kéo theo E thay đổi và E thay đổi ngay cả khi μ không đổi. Tuy nhiên chúng ta có thể bỏ qua mối phụ thuộc này. Mặc dù trong quá trình thí nghiệm kéo, thành phần đẳng hướng của ứng suất tăng tỉ lệ với lực kéo P , sự tăng này không lớn lắm để sao cho sự thay đổi χ gây ảnh hưởng đáng kể đến đại lượng E . Vì vậy, ta coi sự thay đổi của E chỉ là do sự thay đổi của μ . Hằng số μ thường không xác định trực tiếp, vì thí nghiệm kéo có liên quan đến biến dạng đồng nhất, trong khi đó thí nghiệm điển hình để xác định μ là xoắn thanh hình trụ liên quan đến biến dạng không đồng nhất, ở đây cần phải nhận thấy rằng: mặc dù có nhiều công trình thực nghiệm để tìm ra quy luật thay đổi của E , nhưng ý nghĩa lí thuyết của chúng rất nhỏ.

Trong đó tốt nhất là các công thức thực nghiệm được xác lập, thường được áp dụng trong phạm vi một khoảng hạn chế nào đó, hoặc là nói chung, không được áp dụng ở đâu cả. Bạn đọc quan tâm đến quá trình của vấn đề, có thể tìm đọc Karman (1913) và Timôsenkô, để làm ví dụ chúng ta nêu ra định luật hàm số Bakha-Siul:

$$e = \alpha \sigma^m \quad (7.15)$$

Định luật này được thế hệ trước áp dụng rộng rãi trong sức bền vật liệu, mà ngày nay đôi khi có thể gặp trong tài liệu kĩ thuật. So sánh với (7.12) dẫn đến công thức:

$$E = \frac{\sigma^{1-m}}{\alpha} \quad (7.16)$$

Bakha trong công trình thực nghiệm lớn đã cố gắng xác định các giá trị m và α cho các vật liệu khác nhau. Ông đã tìm được là: $m > 1$ đối với sắt hàn, gang, đồng, granít

bê tông và $m < 1$ đối với da. Ví dụ ông đã đưa ra các giá trị chính xác: $m = 1,13713$ cho một loại bê tông và $m = 1,20677$ cho loại bê tông khác, nhưng không nhận thấy một thực tế hiển nhiên là các loại bê tông này không thể so sánh được với nhau dựa trên các hệ thức của ông, bởi vì đại lượng E trong các trường hợp này có thứ nguyên khác nhau. Reiner đã có những nhận xét phê bình về định luật hàm số mũ này. Những khó khăn do thứ nguyên, có thể vượt qua bằng cách viết:

$$\sigma = ae^n \quad (7.17)$$

$$E = ae^{n-1} \quad (7.18)$$

bởi vì e là đại lượng không thứ nguyên, phải thừa nhận rằng: đối với biến dạng rất nhỏ, E hoặc là bằng không hoặc là bằng vô cùng, phụ thuộc vào n lớn hơn hay nhỏ hơn đơn vị. Điều này dễ dàng sửa đổi, nếu khi $n > 1$ thì thêm vào vế phải phương trình (7.16) một số hạng không đổi hoặc nếu $n < 1$ thêm vào đại lượng nghịch đảo một số hạng không đổi. Rõ ràng là: bằng phương pháp như thế chúng ta được không phải định luật vật lý, mà chỉ là công thức gần đúng nào đó. Cần thấy rằng: chắc có lẽ đại lượng E được xác định bằng phương pháp như thế không phải là mô đun đàn hồi: Vanderfil đề nghị gọi nó là *mô đun độ cứng* (kí hiệu là s), bởi vì e xác định bằng phương pháp như thế không phải là biến dạng đàn hồi mà bao gồm các thành phần thuận nghịch và không thuận nghịch. Do đó phần lớn các nhà nghiên cứu sử dụng mối phụ thuộc hàm số mũ để mô tả đường cong *chịu tải*, mặc dù (như đã nói ở chương 1). Biến dạng đàn hồi chỉ có thể xác định khi bỏ tải. Có 2 tính chất làm thay đổi trị số s ngay cả khi E không đổi. Đó là: (i) biến dạng dẻo tức thời và hoặc (ii) tính đàn hồi - nhớt.

(i) Biến dạng dẻo tức thời tăng lên khi có bất kì giá trị ứng suất nào. Để giải thích tính chất này, cần phải phân biệt ứng suất vĩ mô và ứng suất vĩ mô. Ứng suất vĩ mô là "ứng suất trung bình" nào đó, được tính phù hợp với lý thuyết đàn hồi, hay đơn giản hơn là theo công thức của sức bền vật liệu. Nhưng một vật liệu bất kì đều có vết khía trên bề mặt và cả các lỗ hổng và kẽ nứt bên trong. Những khuyết tật này gây ra sự *tập trung* ứng suất cục bộ, và những ứng suất vĩ mô này có thể vượt đáng kể so với ứng suất trung bình được ghi nhận trên biểu đồ kéo. Sự tập trung ứng suất gây ra các vết nứt cục bộ trong vật liệu giòn như bê tông, đá hoặc gỗ, hoặc biến dạng dẻo trong vật liệu dẻo, ví dụ trong kim loại, đất ẩm. Trong các vật liệu kể trên nhựa đường chiếm vị trí dẻo trung gian. Vì thế biến dạng không thuận nghịch, tức là biến dạng dư vĩ mô, xuất hiện ngay cả khi ứng suất rất nhỏ và giới hạn chảy thực tế không tồn tại. Biến dạng dẻo tức thời đáng kể nhất là khi *đặt tải đầu tiên*. Trị số của nó thường nhỏ hơn trong mỗi chu trình tiếp theo và *không vượt quá biến dạng dẻo ở lần đặt tải đầu tiên*.

Như vậy việc xác định thông thường trạng thái chảy liên quan với khái niệm giới hạn chảy là không ứng dụng được với vật liệu như thế trong trạng thái "thứ nhất". Tuy nhiên, nếu biến dạng dẻo tức thời xảy ra dù chỉ là 1 lần, thì xuất hiện giới hạn chảy.

Biểu đồ biến dạng của vật liệu có biến dạng dẻo rõ nét có dạng parabol khi đặt tải. Còn biểu đồ phân tải, ngược lại là đường thẳng cắt trục hoành ở một khoảng cách nào đó

đối với góc toạ độ. Đoạn từ góc toạ độ đến điểm cắt bằng biến dạng dẻo (có tính đến tỉ lệ xích). Hiệu giữa biến dạng toàn phần và biến dạng dẻo là biến dạng đàn hồi, còn hằng số E ta có thể tính trên biểu đồ phân tải.

(ii) Nếu vật liệu có tính đàn hồi nhớt biểu hiện rõ nét, ví dụ như bê tông, thì phương pháp thí nghiệm thông thường khi tải trọng tăng dần dần và sau đó bỏ tải có ghi lại đồng thời các số liệu sẽ cho petliu gisterejis cả 2 nhánh của nó đều hướng lên phía trên. Bingam và Reiner đã thí nghiệm bằng phương pháp này đối với dầm bê tông vôi ximăng bằng cách đặt tải một lực tập trung lên dầm trong một khoảng thời gian rất nhỏ. Khi đó trị số uốn (là độ đo biến dạng) được ghi lại. Cứ lặp lại vài lần và cho tải trọng tăng dần cho đến lớn nhất. Sự phụ thuộc của độ uốn vào lực (hay ứng suất vào biến dạng) biểu thị trên hình 8.1. Biểu đồ phân tải hầu như là một đường thẳng, thêm vào đó độ nghiêng của nó bằng độ nghiêng đoạn ban đầu của đường cong đặt tải. Dựa vào thí nghiệm này họ đã kết luận rằng: biến dạng tức thời của bê tông vôi ximăng (biểu thị bằng lò xo HM của mô hình Biurges, xem chương 4) tuân theo định luật Húc với hằng số E, biểu đồ đặt tải có độ cong là do tác dụng sau đàn hồi. Trái với ý kiến chung phổ biến những khái niệm như thế dường như ứng dụng được cho bê tông có hạt to, ví dụ Blâyki và Bêrespho cho rằng: "đến nay chưa có những số liệu rõ ràng về sự khác nhau đáng kể của biểu đồ kéo của bê tông với đường thẳng cho đến giá trị ứng suất phá vỡ".

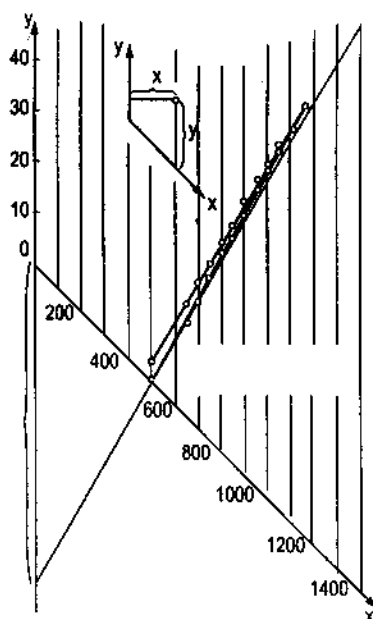
Chương 8

TÍNH NHỐT CẤU TRÚC

8.1. TÍNH ĐÀN HỒI CAO CỦA CAO SU

Như chương 1 đã nói là lưu biến học được trình bày theo quan điểm lí thuyết vĩ mô và các hiện tượng phi cơ học (ví dụ: nhiệt) không được tính đến và nhiệt độ được xem như một thông số. Vì vậy chúng ta không phân biệt sự khác nhau giữa hai dạng đàn hồi, một dạng do thế năng vật liệu gây ra và dạng thứ 2 do động năng của các phân tử của nó. Loại lí thuyết đàn hồi thứ nhất đặc trưng cho kim loại và loại thứ hai cho các chất khí. Loại thứ nhất do lí thuyết đàn hồi cổ điển nghiên cứu, loại thứ hai là đối tượng nghiên cứu của lí thuyết khí động học (hay động lực học). Điều là rất nhiều thời gian trôi qua, sự khác nhau đáng kể của hai loại đàn hồi mới trở nên rõ nét. Trong Bách khoa toàn thư của Anh, in lần thứ hai (Encyclopedia Britannica 1779) trong phần "đàn hồi" có một câu sau: "*Nguyên nhân đàn hồi của không khí là các lực đẩy giữ các phân tử của nó*" sau đó lực đẩy được mô tả giống như mô tả về lò xo bị nén. Tương tự dạng thứ ba và chính tính đàn hồi cao của cao su vừa gần đây mới được phân biệt với tính đàn hồi thế năng. Trong thời gian dài người ta coi 2 dạng đàn hồi này như nhau, và các phân tử cao su người ta biểu diễn dưới dạng các lò xo nhỏ. Tính đàn hồi tựa cao su được Stavenman mô tả trong tập VIII quyển "*Hand buch der physik*". Để trình bày cho đầy đủ hơn, ta sẽ xét phương diện lí thuyết vĩ mô của dạng đàn hồi này. Biến dạng đàn hồi của cao su đạt $500 \div 1000\%$ mô đun đàn hồi không vượt quá 10^7 bar.

Hình 8.1: Biểu đồ sự phụ thuộc của ứng suất vào biến dạng đối với dầm xi măng với dãn dài (1:3).



Theo quan điểm lí thuyết vĩ mô, không có sự khác nhau giữa đàn hồi thể năng, động năng và đàn hồi tựa cao su. Thật vậy các vật liệu có tính chất đàn hồi loại thứ nhất có biến dạng đàn hồi rất nhỏ, xác định bằng định luật Húc, trong trạng thái rắn đặc. Như nhận xét ở chương 3 và cả chương 4 nữa, nếu vật liệu này có cấu trúc không liên tục, nó có thể có các biến dạng đáng kể mà theo quan điểm lí thuyết vĩ mô chúng không khác so với biến dạng hữu hạn. Điều này biểu thị sự hạn chế của quan điểm lí thuyết vĩ mô. Tuy nhiên ta nhớ rằng: đối với định luật vật lí bất kì đều có những vùng nhất định mà ngoài phạm vi các vùng này, định luật sẽ không đúng và không thể sử dụng được, điều đó có nghĩa là định luật ấy không đúng cả trong vùng của nó. Sự khác nhau giữa đàn hồi thể năng và đàn hồi tựa cao su được tìm ra khoảng 25 năm trước đây, sau khi xác định được sự phụ thuộc nhiệt độ hoàn toàn khác nhau của chúng, tương tự như sự phụ thuộc nhiệt độ của loại động năng và thể năng. Đại loại là trong đàn hồi thể năng, vật liệu trở nên "mềm hơn" khi tăng nhiệt độ, khi đó trong trường hợp đàn hồi động năng và đàn hồi tựa cao su, vật liệu trở nên "cứng hơn". Như vậy đàn hồi tựa cao su giống như đàn hồi của chất khí.

Có nhiều vật liệu có trong thiên nhiên và vật liệu nhân tạo, cấu tạo từ các phân tử lớn với chuỗi dài, chúng là các polime, có phân tử lượng cao. Các phân tử mềm có thể là tuyến tính hoặc phân thành nhánh và có chiều dài khác nhau, tức là chúng phân bố mạch một cách thống kê theo chiều dài.

Các phân tử có thể được nối bằng các liên kết ngang tạo thành lưới, ví dụ như trong cao su lưu hoá. Các mạch có hình dạng gầy, không đều đặn trong chuyển động Brauer chúng bị xoắn một cách hỗn loạn. Các vật liệu như thế thường là không định hình và trở thành dạng tinh thể chỉ khi nhiệt độ thấp hoặc biến dạng lớn. Lí thuyết đàn hồi tựa cao su thông thường nghiên cứu trạng thái không định hình mà đối với nó có thể đưa ra một vài kết luận chung không phụ thuộc vào cấu tạo hoá học của vật liệu.

Khi tìm định luật đàn hồi cho polime phân tử lượng cao, người ta sử dụng 2 phương pháp. Xét về phương diện thống kê, người ta tính xác suất khoảng cách giữa các đầu mút của mạch có giá trị xác định bằng lí thuyết động học. Từ đó dẫn đến một số biểu thức, liên hệ giữa ứng suất và biến dạng. Các lí thuyết mới nhất về đàn hồi tựa cao su đều dựa trên các phương pháp lưu biến học. Khác với lí thuyết thống kê, ở đó không có giả thiết nào về cấu trúc phân tử của vật liệu. Thay vào đó người ta giả thiết phương trình lưu biến thích hợp, trên cơ sở đó người ta khảo sát trạng thái của vật liệu ở các điều kiện nhất định phương pháp này đã được Mu-ni phát triển. Giả sử rằng vật liệu chịu biến dạng đồng nhất, các bậc chính của độ dẫn dài λ đã được xác định. Chúng tạo nên một tenxơ mà bất biến thứ ba của tenxơ là

$$III = \lambda (i) \cdot \lambda (j) \cdot \lambda (k) \quad (8.1)$$

là thể tích tương đối của vật thể ở trạng thái biến dạng. Sau đó giả thiết rằng: vật liệu không nén được, tức là:

$$III = 1 \quad (8.2)$$

Trong lí thuyết động học đã chứng tỏ rằng: năng lượng tự do Φ (xem so sánh chương 3) được xác định từ biểu thức:

$$\Phi = \frac{\mu}{2} [\lambda^2(i) + \lambda^2(j) + \lambda^2(k) - 3] \quad (8.3)$$

Ở đây μ tỉ lệ với nhiệt độ tuyệt đối T . Nếu biết dạng hàm số của năng lượng tự do Φ , thì có thể xác định được sự phụ thuộc của ứng suất vào biến dạng đối với dạng bất kì của trạng thái biến dạng.

Trong phương pháp thứ hai xuất phát trực tiếp từ sự phụ thuộc lưu biến của ứng suất vào biến dạng. Munhi đã giả thiết phương trình đối với kéo một phương dưới dạng:

$$\sigma = 2 \left(C_1 + \frac{C_2}{\lambda} \right) \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (8.4)$$

Phương trình Mu nihi có tính đến một số sai lệch đối với lí thuyết thống kê.

Từ biểu thức (8.4) suy ra rằng:

$$\Phi = C_1 [\lambda^2(i) + \lambda^2(j) + \lambda^2(k) - 3] + C_2 \left[\frac{1}{\lambda^2(i)} + \frac{1}{\lambda^2(j)} + \frac{1}{\lambda^2(k)} - 3 \right] \quad (8.5)$$

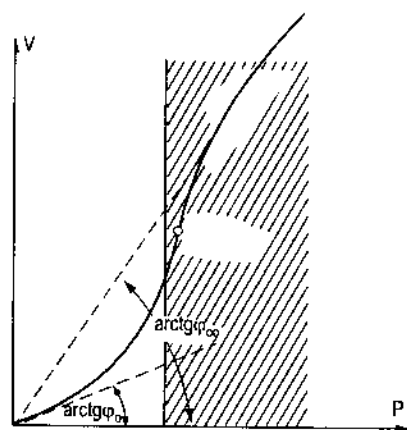
Dễ dàng thấy rằng: công thức (8.3) là trường hợp riêng của lí thuyết phức tạp hơn của Munhi khi $C_2 = 0$, Rivlin nhận thấy rằng, những lí do đối xứng đòi hỏi λ phải tham gia biểu thức này dưới dạng λ^2 .

Từ thực nghiệm người ta tìm thấy rằng: đối với một số loại cao su nở trương, bậc của hằng số Munhi khoảng $C_1 \approx 10^6 \text{ bar}$ và $C_2 \approx 10^5 \text{ bar}$. Đối với cao su khô đại lượng tỉ số $\frac{C_1}{C_2}$ không được xác định.

8.2. ĐỘ NHỚT CẤU TRÚC

Ở Mỹ sau khi Bingham nghiên cứu vật thể dẻo để biến dạng có độ nhớt hiệu quả thay đổi, độ nhớt đã giảm xuống cùng với sự tăng ứng suất trượt của một số chất lỏng thực. Do đó chất lỏng loại đó gọi là "dẻo giả". Chính Bingham đã xác định là các đường cong đậm đặc của dôn - jelatin trong nước và của dung dịch nitorô xenlulô không tuân theo phương trình ông đề ra, mà theo ông nói, "*vấn đề ở đây không phải ở sự khác nhau về số lượng mà trong hiện tượng bản chất là mới*". Những phát minh tương tự ở châu Âu đã được làm theo trình tự ngược lại. Sau Grekhem, người sáng lập ra hoá học colloid, người mà giữa thế kỉ trước đã gọi nhớt kế là dụng cụ quang học keo "Kolloidoskop" việc đo độ nhớt trở thành một trong những phương pháp nghiên cứu dung dịch keo phổ biến nhất thường độ nhớt đã được đo bằng nhớt kế Ostvanda, nhưng nó chưa cho phép điều chỉnh áp suất trong phạm vi mong muốn. Tuy nhiên vật liệu lớn góp bằng cách, như vậy thì khó biểu diễn chắc là vì trạng thái dị thường của nhũ tương tức là do hệ số nhớt thay đổi.

Người ta đã bắt đầu thấy sự thay đổi đó từ đầu thế kỉ này. Về sau Ostavada và các học trò của ông đã tiến hành nhiều công trình nghiên cứu bằng dụng cụ mao dẫn có cấu trúc đặc biệt. Ostavanda đã giải thích trạng thái dị thường là do nguyên nhân chất lỏng có "cấu trúc" và sự thay đổi của cấu trúc trong quá trình chảy và ông đã đưa vào thuật ngữ "độ nhớt cấu trúc". Thuật ngữ này hiện nay sử dụng rộng rãi. Đối với chất lỏng có độ nhớt thay đổi loại này Reiner gọi là "chất lỏng phi Niuton" và thuật ngữ này cũng được sử dụng phổ biến. Ta có thể không tán thành là: chất lỏng Macsven không phải là chất lỏng Niuton, mặc dù nó cũng có tính chất độ nhớt thay đổi. Có lẽ là thuật ngữ chất lỏng Niuton "tổng quát" hoặc "phi tuyến" ở đây thích hợp hơn, nhưng về sau chúng ta sẽ gọi chất lỏng có độ nhớt cấu trúc là chất lỏng phi Niuton. Các quá trình cấu trúc khác nhau quyết định sự thay đổi hệ số nhớt được khảo sát trong lưu biến học vi mô và được mô tả ở đây trong chương 11, Ostavanda là người đầu tiên xác định được rằng: với quan điểm lí thuyết vi mô, đường cong đậm đặc có những tính chất cơ bản sau đây. Đường cong xuất phát từ gốc toạ độ (điều đó nói rằng vật liệu là chất lỏng) thêm vào đó v đồng biến tăng cùng với P tăng, tức là v không có cực đại, ở gốc toạ độ đường cong có một góc nghiêng nhất định. Khi $\frac{V}{P}$ có giá trị lớn, đường cong tiến gần đến một tia thẳng xuất phát từ gốc toạ độ và có độ nghiêng lớn hơn độ nghiêng của đường cong ở gốc toạ độ. Vì thế đường cong đầu tiên hướng lên về phía trục P và sau điểm uốn lại thay độ cong của nó.



Hình 8.2: Đường biểu diễn độ quán của chất lỏng Niuton - chảy của chất lỏng tinh phi - độ chảy lớn nhất của nó là phần không gạch chéo

Những người nghiên cứu đầu tiên về các đường cong đậm đặc phi tuyến chỉ chú ý tới phần biểu đồ không gạch chéo, để mô tả phần biểu đồ này họ đã dùng định luật hàm số mũ ở chương 7. Ostavanda là người đầu tiên quan sát và mô tả phần gạch chéo, do đó đường cong hình dạng này được gọi là *đường cong Ostavand*. Không phụ thuộc vào những kết quả nghiên cứu cho thấy độ nhớt tiến gần đến một giá trị nhất định η_{∞} , chúng ta có thể nói một cách suy luận là sự giảm độ nhớt khi tăng ứng suất trượt là tính chất đặc trưng của chất lỏng phi Niuton, nhưng độ nhớt không thể giảm được đến giá trị không. Thật vậy chất lỏng như thế là một hệ thống phân tán mà độ nhớt của nó không thể thấp hơn của môi trường phân tán. Bài báo về độ nhớt cấu trúc có thể diễn đạt như sau: Chúng ta có thể thay phương trình tuyến tính (3.14) bằng phương trình tổng quát hơn $S = F(f)$ và tìm dạng hàm số F . Để đơn giản chúng ta xét dòng chảy tầng phẳng như trên hình 8.3. Nếu τ là thành phần ứng suất và $\dot{\gamma}$ là gradien vận tốc, thì:

$$\dot{\gamma} = \varphi \tau \quad (8.6)$$

Ở đây φ là hệ số chảy, và là hàm số của ứng suất τ . Như vậy bài toán dẫn đến việc tìm hàm số $\varphi(\tau)$. Nếu ta chưa biết dạng hàm số $\varphi(\tau)$ thì ta biểu diễn nó dưới dạng chuỗi mũ.

$$\varphi = a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n\tau^n \quad (8.7)$$

Từ phương trình này khi $\tau = 0$ ta tìm được đại lượng $\varphi = a_0$. Ta gọi nó là độ chảy của chất lỏng tĩnh và kí hiệu là φ_0 , khi đó:

$$\varphi = \varphi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\tau^n \quad (8.8)$$

Có thể làm sáng tỏ biểu thức này qua những suy luận đơn giản sau. Nếu ta xác định độ nhớt bằng dụng cụ quay như theo chương 4 mô tả, thì hiển nhiên là độ nhớt không phụ thuộc vào hướng quay của trụ ngoài. Nhưng dấu của τ thay đổi theo sự thay đổi của hướng quay. Để sự thay đổi của hướng quay không ảnh hưởng đến trị số φ , biểu thức (8.8) phải chỉ gồm những bậc chẵn của τ tức là:

$$\varphi = \varphi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2n}\tau^{2n} \quad (8.9)$$

và như vậy:

$$\dot{\gamma} = \varphi_0\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{2n}\tau^{2n+1} \quad (8.10)$$

Phương trình này dễ dàng tích phân đối với hai loại tiêu chuẩn của nhớt kể mô tả ở theo mục chương 4 như sau:

Nhớt kế mao dẫn

Nhớt kế có trụ đồng trục

Đầu tiên ta viết các công thức để xác định gradien vận tốc $\dot{\gamma}$ và ứng suất tiếp τ xem (4.10) và (4.16).

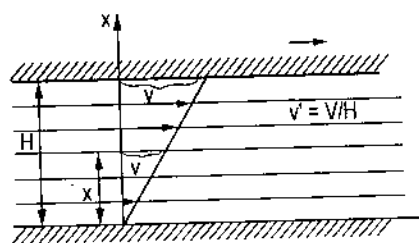
$$\begin{aligned} & \text{(4.10) và (4.16)} \\ \dot{\gamma} = \frac{dv}{dr}; \tau = r \frac{\Delta P}{2l} \end{aligned} \quad (8.11)$$

$$\begin{aligned} & \text{(4.20) và (4.28)} \\ \dot{\gamma} = r \frac{d\theta}{dr}; \tau = \frac{M}{2\pi r^2 h} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Đặt chúng vào phương trình lưu biến (8.10) ta được (coi $\varphi_0 = 0$)

$$\frac{d\theta}{dr} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{2n} \left(r \frac{\Delta P}{2l} \right)^{2n+1}$$

$$\dot{\gamma} = r \frac{d\theta}{dr} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{2n} \left(\frac{\mu}{2\pi r^2 h} \right)^{2n+2}$$



Hình 8.3: Sự chảy thành lớp phẳng (chảy tầng)

Lấy tích phân theo r , ta có:

$$\vartheta = \frac{2l}{\Delta P} \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{2n+2} \left(\frac{r\Delta P}{l} \right)^{2n+2} + C \quad \left| \quad \dot{\theta} = - \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{4n+2} \left(\frac{M}{2\pi h r^2} \right)^{2n+1} + C \quad (8.13)$$

Các hằng số tích phân có thể xác định từ điều kiện biên là: vận tốc chất lỏng ở sát thành rắn bằng vận tốc của thành.

Từ đây ta được:

$$-v = \frac{2l}{\Delta P} \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{2n+2} \times \left[\frac{R\Delta P}{2l} \right]^{2n+2} - \left(\frac{r\Delta P}{2l} \right)^{2n+2} \quad \left| \quad \dot{\theta} = \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{4n+2} \left[\left(\frac{M}{2\pi h R_i^2} \right)^{2n+1} - \left(\frac{\pi}{2\pi h r^2} \right)^{2n+1} \right] \quad (8.14)$$

Lưu lượng trong đơn vị thời gian vận tốc góc của trụ ngoài:

$$\frac{Q}{l} = \int_{r=0}^{r=R} v 2\pi r dr = \quad \left| \quad \dot{\Omega} = \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{4n+2} \left(\frac{M}{2\pi h} \right)^{2n+1} \times \left(\frac{1}{R_i^{4n+2}} - \frac{1}{R_e^{4n+2}} \right) \quad (8.15)$$

Đối với $n = 0$ phương trình này dẫn $\left(\frac{1}{\alpha_0} = \eta \right)$ đến định luật Puazây, định luật

Margulis (14.24).

Đưa vào phương trình (8.15) các biến số đậm đặc, xác định theo công thức (4.31) và (4.32) ta tìm được các biểu thức không phụ thuộc vào kích thước hình học của dụng cụ:

$$V = \sum_{n=0} \frac{4\alpha_{2n}}{2n+4} P^{2n+1} \quad \left| \quad V = \frac{2}{1-a} \sum_{n=0} \frac{\alpha_{2n}}{4n+2} (1-a^{2n+1}) \times P^{2n+1} \quad (8.16)$$

$$a = \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^2$$

Những phương trình này ở dạng chuỗi số mũ, hiển nhiên là chỉ thuộc về phần không gạch chéo của (hình 8.2). Đến nay vẫn chưa tìm được phương trình mô tả toàn bộ cả đường cong Reiner phương trình (7.6) mà đối với trường hợp hiện tại này nó có dạng:

$$\chi = \frac{\varphi_{\infty} - \varphi}{\frac{d\varphi}{d(\tau^2)}} \quad (8.17)$$

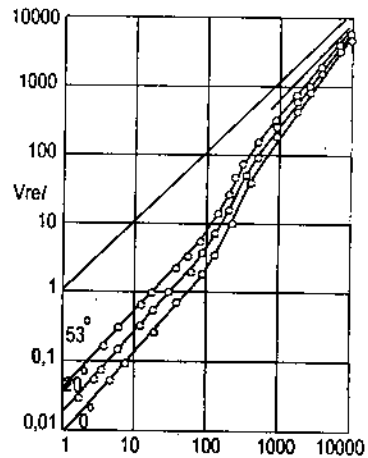
Lấy tích phân phương trình này khi χ không đổi đưa đến công thức:

$$\dot{\gamma} = \left[\varphi_{\infty} - (\varphi_{\infty} - \varphi_0) \exp \left(-\frac{\tau^2}{\chi} \right) \right] \tau \quad (8.18)$$

Reiner và Senfen đã sử dụng phương trình (8.13) để mô tả sự chảy của dung dịch trong tôluen trong ống và trong dụng cụ quay có kích thước khác nhau. Khi đó họ cho thấy rằng: không được mô tả đường cong thực nghiệm bằng một hàm số mũ đơn giản mặc dù công thức (8.18) về bản chất phù hợp với thực nghiệm, cần phải tìm nguyên nhân sự phân bố các phân tử cao su theo kích thước.

Các công trình nghiên cứu của Reiner và Senfen cho thấy rằng: đường cong Ostval có dạng được trình bày ở hình 8.2, sử dụng được cho cả ứng suất trượt rất nhỏ. Đường cong bắt đầu bằng đoạn thẳng, sau đó là đoạn cong hướng về phía trục P đầu tiên của phần lõi, sau đó phần đoạn cuối cùng có dạng đường thẳng đi qua gốc tọa độ. Như vậy đường cong có 4 điểm đặc trưng là: (i) điểm đầu, (ii) điểm cuối của đoạn thẳng (a); (iii) điểm uốn (b); (iv) điểm lại bắt đầu đoạn thẳng (c). Như thế tồn tại hai miền, mà chất là chất lỏng Newton đơn giản, tức là (I) từ gốc tọa độ đến điểm a và (II).

Từ điểm c đến miền rời. Những điểm a, b, c xác định các độ nhớt sau: độ nhớt của chất lỏng tĩnh η_0 , độ nhớt cực tiểu η_{∞} và độ nhớt hiệu quả ở điểm uốn η_b . Hai hệ số đầu áp dụng đối với miền mà chất lỏng là chất lỏng Newton là các đặc trưng nhớt thực của vật liệu. Một mặt giữa các điểm O và a, và mặt khác từ điểm c và cao hơn đến miền chảy rời, bất kỳ một lớp chất lỏng chảy nào đều có cùng 1 độ nhớt, do đó có thể coi độ nhớt này là độ nhớt thực. Ngược lại giữa những điểm a và c độ nhớt thay đổi từ lớp này đến lớp khác, độ nhớt được tính bằng phương pháp thông thường là độ nhớt hệ quả. Những đặc biệt này là điển hình cho chất lỏng phi Newton. Các đường cong chảy thường dựng thuận tiện trong tọa độ logarit, khi đó ta sẽ được đường Gômôlô logarit của đường cong đậm đặc, gômôlô logarit của đường thẳng cũng là đường thẳng, có độ nghiêng 45° , vì vậy đường cong $\ln v - \ln P$ được bắt đầu và kết thúc bằng các đoạn thẳng như vậy. Về vấn đề này được Philippoz (1942) trình bày tỉ mỉ hơn trong quyển sách mà đã có chỉ dẫn cho độc giả. Trên hình 8.4 là các đường Gômôlô logarit của đường cong đậm đặc đối với dung dịch 0,25% Nitơ Xenlulô do Philippoz tìm ra.



Hình 8.4

Các phương trình nhận được trong phần này cho chất lỏng phi Niuton, có thể dễ dàng tổng quát cho vật thể phi tuyến Bingham bằng cách đặt $\tau \rightarrow \tau_0$ thay τ .

8.3. PHI TUYẾN HÌNH HỌC

8.3.1. Các độ đo biến dạng hữu hạn

Trong chương 7 đã nhận xét rằng, các mối phụ thuộc phi tuyến của ứng suất vào biến dạng có thể không phải do các hệ số lưu biến thay đổi, ví dụ như mô đun đàn hồi, nhưng bằng các phương pháp khác nhau xác định biến dạng. Tenxơ biến dạng được xác định ở chương 1 là tenxơ tuyến tính đối với các thành phần của gradien chuyển vị. Sự xác định như thế chỉ đúng khi gradien chuyển vị và biến dạng ϵ là vô cùng bé. Trong chương 2 ta có lưu ý rằng, trong quyển sách này chỉ xét các biến dạng vô cùng bé, nhưng để hiểu hết về vật liệu sẽ trình bày ở mục chương này, ta phải nói sơ qua về các độ đo biến dạng hữu hạn. Nếu biến dạng là hữu hạn, khi thay ϵ thành e , ta có thể viết phương trình (3.5) dưới dạng:

$$S_{im} = \lambda_L e_{\alpha\alpha} \sigma_{im} + 2\mu e_{im} \quad (8.19)$$

Phương trình (8.19) bên ngoài không khác với phương trình (10.2) nó vẫn tuyến tính với các cấu tử tenxơ, nhưng như sau đây sẽ thấy điều khẳng định đó sẽ đưa ta tới sự nhầm lẫn. Thực vậy có những hiệu ứng bậc hai đối với các thành phần biến dạng đàn hồi và do đó đối với cả các thành phần ứng suất.

Trị số của những hiệu ứng này phụ thuộc vào sự xác định biến dạng e_{im} đã được công nhận, không phải chỉ có một độ đo biến dạng. Yếu tố hình lăng trụ có chiều dài l_0 hướng theo phương của trục chính, sau khi biến dạng có độ dài là:

$$l = l_0 + \Delta l \quad (8.20)$$

Nếu biến dạng là vô cùng bé, thì theo độ đo biến dạng Còsi (công thức 1.10) ta có:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 = \lambda - 1 \quad (8.20')$$

Ở đây λ là mức độ kéo chính và bằng:

$$\lambda = \frac{l}{l_0} \quad (8.21)$$

Ta có thể tổng quát hóa sự xác định này cho cả biến dạng hữu hạn, bằng cách cho e như (8.20') có biểu thức:

$$e = \lambda - 1 \quad (8.22)$$

Nhưng để làm độ đo biến dạng đàn hồi (và biến dạng bất kỳ nói chung) có thể lấy một hàm số bất kỳ của λ , với điều kiện là:

- Nó bằng không khi $\lambda = 1$ và $l = l_0$, và chiều dài không thay đổi;
- Nó sẽ thành biến dạng được xác định từ phương trình (8.20'), khi $\lambda - 1$ là vô cùng bé;
- Nó là đại lượng không thứ nguyên.

Tất cả những điều kiện này được thỏa mãn đối với các định nghĩa biến dạng do Xvâyngơ, Grin, Alman Xi và Henki đề ra. Các định nghĩa này có dạng như sau:

$$e^S = 1 - \frac{1}{\lambda} = (\lambda - 1) - (\lambda - 1)^2 + \dots \quad (8.23)$$

$$e^G = \frac{1}{2}(\lambda^2 - 1) = (\lambda - 1) + \frac{1}{2}(\lambda - 1)^2 \quad (8.24)$$

$$e^A = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) = (\lambda - 1) - \frac{3}{2}(\lambda - 1)^2 + \dots \quad (8.25)$$

$$e^H = \ln \frac{l}{l_0} = \ln [1 + (\lambda - 1)] = (\lambda - 1) - \frac{(\lambda - 1)^2}{2} + \dots \quad (8.26)$$

Công thức (8.23) là do Kiôrober đề ra, và sau đó độc lập với Kiôrober, Xvayngơ cũng đề ra để mô tả biến dạng dẻo của kim loại. Để đánh giá sự khác nhau giữa các định nghĩa này, ta giả sử chiều dài của thanh tăng lên hai lần. Khi đó các định nghĩa khác nhau, đưa đến các giá trị khác nhau

$$e^c = 100\%, \quad e^H = 66\%, \quad e^S = 50\%$$

$$e^G = 150\%, \quad e^A = 37,5\%$$

Nếu độ dài của thanh giảm đi hai lần thì:

$$e^c = 50\%, \quad e^G = -37,5\%, \quad e^H = -66\%$$

$$e^A = -150\%, \quad e^S = -100\%$$

Phương trình tenxơ đối với hai định nghĩa đã được Murnagan (1937) tìm ra, đó là độ đo Grin:

$$2e_{lm}^G = g_{\alpha\beta}(l, x^\alpha)(m, x^\beta) - g_{lm} \quad (8.27a)$$

độ đo Almanxi:

$$2e_{lm}^A = g_{lm} - \alpha_\beta g(\alpha_{x,l})(\beta_{x,m}) \quad (8.28a)$$

hoặc nếu ta đưa gradient chuyển vị vào như ở chương 6 ta có:

$$2e_{lm}^G = \Gamma_{lm} + \Gamma_{ml} + (\alpha_l \Gamma)(\alpha_m \Gamma) \quad (8.27b)$$

$$2e_{lm}^A = \Gamma_{lm} + \Gamma_{ml} - (\Gamma_{\alpha l})(\Gamma_{\alpha m}) \quad (8.28b)$$

Biểu thức của biến dạng thể tích Almanxi có dạng:

$$e_v^A = 1 - (I - 2II + 4III - 8III)^{1/2} \quad (8.28c)$$

Hai phép đo này thích hợp để mô tả biến dạng đàn hồi. Nhưng như nhận xét ở chương 6, chúng không thể mô tả các biến dạng dẻo và các biến dạng gây ra do chảy. Đối với các biến dạng này có thể sử dụng độ đo Henki.

Biểu thức tenxơ của biến dạng theo Henki có thể nhận được bằng phương pháp mô tả trong chương 3.

Tất cả những gì mô tả ở đó như thực nghiệm đầu tiên, ở đây đều được xác định bằng phương trình (8.25) và (8.26) từ đây ta có:

$$2e^H(i) = -\ln(1 - 2e^A(i)) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n} (2e^A(i))^n \quad (8.29)$$

Giả sử $2e^H(i) = y(i)$ và $2e^A(i) = x(i)$ thêm vào $x(j) = x(k) = 0$.

So sánh (7.40) ta thấy rằng: k_0 luôn luôn bằng không. Các giá trị k_n bắt đầu từ $n = 1$, được xác định bằng công thức:

$$K_n = \frac{1}{n} \quad (8.30)$$

Từ (7.35) ta nhận được các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} F_0 &= \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{3} \sum_{a+2b+3c=n} (-1)^b \frac{c(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I_x^a \Pi_x^b \text{III}_x^c \\ &= \sum_{\substack{a,b,c=0 \\ (a+2b+3c \geq 3)}}^{\infty} \frac{c(a+b+c-1)!}{(a+2b+3c)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \\ &= \sum_{a,b,c=0}^{\infty} \frac{c(a+b+c-1)}{(a+2b+3c)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \end{aligned} \quad (8.31)$$

$$\begin{aligned} F_1 &= 1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} \sum_{a+2b+3c=n-1} (-1)^b \frac{(b+c)(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I_x^a \Pi_x^b \text{III}_x^c \\ &= 1 + \sum_{\substack{a,b,c=0 \\ (a+2b+3c \geq 2)}}^{\infty} \frac{(b+c)(a+b+c-1)!}{(a+2b+3c+1)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \\ &= 1 + \sum_{a,b,c=0}^{\infty} \frac{(b+c)(a+b+c-1)!}{(a+2b+3c+1)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \end{aligned} \quad (8.32)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{1}{2} + \sum_{n=3a+2b+3c=n-2}^{\infty} \frac{1}{n} \sum_{a+2b+3c=n-2} (-1)^b \frac{(a+b+c)(a+b+c-1)!}{a!b!c!} I_x^a \Pi_x^b \text{III}_x^c \\ &= \frac{1}{2} + \sum_{\substack{a,b,c=0 \\ (a+2b+3c \geq 1)}}^{\infty} \frac{(a+b+c)(a+b+c-1)!}{(a+2b+3c+2)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \\ &= 1 + \sum_{a,b,c=0}^{\infty} \frac{(a+b+c)(a+b+c-1)!}{(a+2b+3c+2)a!b!c!} I_x^a (-\Pi_x)^b \text{III}_x^c \end{aligned} \quad (8.33)$$

Sau một loạt biến đổi ta được F_0, F_1, F_2

$$F_0(I_x, II_x, III_x) = III_x \int_0^1 \frac{\sigma d\sigma}{1 - I_x \sigma + II_x \sigma^2 - III_x \sigma^3} \quad (8.34)$$

$$F_1(I_x, II_x, III_x) = \int_0^1 \frac{(1 - I_x \sigma) d\sigma}{1 - I_x \sigma + II_x \sigma^2 - III_x \sigma^3} \quad (8.35)$$

$$F_2(I_x, II_x, III_x) = \int_0^1 \frac{\sigma d\sigma}{1 - I_x \sigma + II_x \sigma^2 - III_x \sigma^3} \quad (8.36)$$

và chúng ta nhận được biểu thức cuối cùng:

$$2e_{/m}^H = \left[III \int_0^1 \frac{\sigma^2 d\sigma}{1 - I\sigma + II\sigma^2 - III\sigma^3} \right] \sigma_{/m}^I + \left[\int_0^1 \frac{\sigma d\sigma}{1 + I\sigma + II\sigma^2 - III\sigma^3} \right] 4e_{\alpha}^A e_{/m}^{\alpha} \quad (8.37)$$

Để làm ví dụ ta hãy xét sự trượt đơn giản trong tọa độ Đề các:

Giả sử $x_0 = x$, $y_0 = y - s_z$, $z_0 = z$

Rút ra:

$$\Gamma_{/m} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \Gamma_{/m} \quad (8.38)$$

và biến dạng hữu hạn:

$$2e_{/m}^A = S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -S \end{vmatrix} \quad (8.39)$$

$$2e_{/m}^G = S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & S \end{vmatrix} \quad (8.40)$$

Còn các bất biến của nó sẽ là (xem công thức (2.11))

$$\begin{cases} I_A = -S^2/2 & II_A = -S^2/4 & III_A = 0 \\ S_G = S^2/2 & II_G = -S^2/4 & III_G = 0 \end{cases} \quad (8.41)$$

Ngoài ra ta có:

$$4e_{/m}^A e_{\alpha m}^A = S^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -S \\ 0 & -S & -1+S^2 \end{vmatrix} \quad (8.42)$$

$$\text{Do đó} \quad \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & SF_2 & F_1 - S^2 F_2 \\ 0 & F_1 - S^2 F_2 & S(F_1 - F_2) + S^3 F_2 \end{vmatrix} \quad (8.43)$$

$$\text{Ở đây} \quad F_0 = 0 \quad (8.44)$$

$$F_1 = \int_0^1 \frac{(1 + S^2 \sigma) d\sigma}{1 + S^2 \sigma - S^2 \sigma^2} = \frac{S^2 + 2}{S^2 C} \ln \left| \frac{C+1}{C-1} \right| \quad (8.45)$$

$$F_2 = \int_0^1 \frac{\sigma d\sigma}{1 + S^2 \sigma - S^2 \sigma^2} = \frac{S^2 + 2}{S^2 C} \ln \left| \frac{C+1}{C-1} \right| \quad (8.46)$$

$$\text{mà} \quad C = \sqrt{1 + \frac{4}{S^2}} \quad (8.47)$$

Cuối cùng ta có:

$$e_{im}^H = \frac{1}{CS} \ln \left| \frac{C+1}{C-1} \right| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S/2 & 1 \\ 0 & 1 & -S/2 \end{vmatrix} \quad (8.48)$$

$$\text{và:} \quad I_H = 0; \quad II_H = -\frac{1}{4} \ln \frac{C+1}{C-1}; \quad III_H = 0 \quad (8.49)$$

8.3.2. Độ đàn hồi ngang khi biến dạng vô cùng bé

Sau khi chúng ta tìm được các biểu thức cho biến dạng hữu hạn, từ công thức (8.20) ta có thể tính các ứng suất tương ứng. Các ứng suất này là phi tuyến đối với các thành phần gradien chuyển vị $\Gamma_{yz} = S$, tuy hệ thức (8.20) không bị mất tuyến tính tenxơ của nó. Các phương trình loại này gọi là phương trình giả tuyến tính, (xem Trues dell 1952).

Các ứng suất phải được thuộc về trạng thái hữu hạn là trạng thái cân bằng. Các độ đo của Almanti và Henki đều thuộc về trạng thái này, nếu như ta sử dụng độ đo C_{lin} , mà nó có liên quan với trạng thái ban đầu, thì phải tính đến sự quay của phân tố.

Ma trận quay có dạng

$$R_{im} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \quad (8.50)$$

Ở đây (xem Love (1927), chương 3)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S}{2} \quad (8.51)$$

Như vậy

$$2e_I^G = S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.52)$$

Ở đây chúng ta không thể trình bày rõ ràng các bước xây dựng tương tự đối với biến dạng hữu hạn được. Như đã lưu ý ở chương 3, trong chương này ta chỉ nói đến các biến

dạng vô cùng bé. Vì vậy các biểu thức tương ứng đối với: ε_{lm}^G , ε_{lm}^A ; ε_{lm}^H dẫn đến các công thức đối với ε_{lm}^G , ε_{lm}^A ; ε_{lm}^H . Khi đó chúng ta bỏ qua S hoặc S^2 khi so sánh với đơn vị nhưng chúng ta giữ lại số hạng S^2 , nếu nó là số hạng đầu tiên của chuỗi. Biểu thức đối với ε_{lm}^G và ε_{lm}^H không thay đổi, nhưng công thức ε_{lm}^H có dạng:

$$2\varepsilon_{lm}^H = S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S/2 & 1 \\ 0 & 1 & -S/2 \end{vmatrix} \quad (8.53)$$

Ta thấy rằng: nếu gradien chuyển vị là vô cùng bé, thì các số hạng bậc nhất đều trùng nhau trong tất cả các độ đo, trong khi đó các số hạng bậc hai thì khác nhau đáng kể.

Đưa các biến dạng đàn hồi vô cùng bé được xác định bởi cả biểu thức (8.40); (8.52) và (8.53) vào (8.19) ta được:

$$S_{lm}^G = \frac{\lambda S^2}{2} \sigma_{lm} + \mu S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.54)$$

$$S_{lm}^A = -\frac{\lambda S^2}{2} \sigma_{lm} + \mu S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -S \end{vmatrix} \quad (8.55)$$

$$S_{lm}^H = \mu S \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & S/2 & 1 \\ 0 & 1 & -S/2 \end{vmatrix} \quad (8.56)$$

Ngược với lí thuyết đàn hồi tuyến tính cổ điển, trượt đơn giản không chỉ có ứng suất tiếp tuyến mà thôi thêm vào đó, trong trường hợp thứ nhất xuất hiện kéo theo mọi phía và trong trường hợp thứ hai nén theo mọi phía. Xuất hiện cả ứng suất pháp theo hướng chuyển vị và theo hướng vuông góc. ứng suất pháp này tạo thành *hệ ứng suất ngang*. Những ứng suất ngang này có các cấu tử:

	G	A	H
Theo hướng chuyển vị	+	0	+
theo hướng vuông góc với chuyển vị	0	-	-

Ở đây "+" chỉ ứng suất kéo và "-" chỉ ứng suất nén. Nếu những ứng suất bậc hai này không có, thì ứng suất khi trượt đơn giản:

$$S_{lm} = \tau \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.57)$$

Thêm vào biến dạng trượt, có thể gây ra các biến dạng sau:

$$2\varepsilon_{lm} = \frac{\tau}{\mu} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.58)$$

	G	A	H
Biến dạng thể tích	Nén	Nở	Không
Theo hướng chuyển vị	Nén	Không	Nén
Theo hướng vuông góc với chuyển vị	Không	Kéo	Kéo

Sự thay đổi thể tích do trượt đơn giản gây ra được gọi là sự nở trương, Reiner lần đầu tiên quan sát hiện tượng (dilatant) ở cát và chính ông đã đưa ra thuật ngữ này. Sự nở trương có thể là sự nở trương đàn hồi, dẻo và nhớt. Hiện tượng nở trương dẻo có trong đất, nở trương dương trong cát, và âm trong đất sét. Li và Marcovich đã quan sát thấy hiện tượng này trong nhựa đường và được quan sát trong đa tinh thể kim loại. Trong trường hợp đã cho, ta nói đến sự nở trương đàn hồi mà Kenvin (1890) đã chỉ ra sự tồn tại của nó "có khả năng là ứng suất trượt có thể gây ra trong vật thể đẳng hướng sự nén hoặc sự nở, tỉ lệ với bình phương giá trị của nó" mô đun nở trương đàn hồi được Reiner (1948) xác định và có biểu thức sau:

$$\sigma = \frac{(\alpha e_3 - \frac{S_{\alpha\alpha}}{3})}{4\Pi_{(o)e}} \quad (8.58'')$$

Ở đây I_e là bất biến thứ hai của tenxơ biến dạng đàn hồi, chỉ số (o) kí hiệu tenxơ lệch.

Cần nhận thấy rằng, các số hạng mô tả những hiện tượng này không chứa bậc nhất của S nhưng ở đây không được bỏ qua các bậc hai, ngay cả khi biến dạng vô cùng bé. Trong một vài trường hợp người nghiên cứu thường phải bỏ các số hạng này, nhưng không được quên là chúng tồn tại.

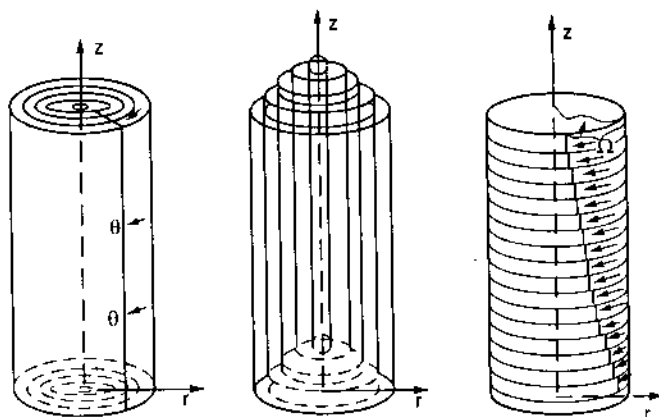
8.3.3. Các biểu thức biến dạng trong tọa độ trụ

Trường đồng nhất biến dạng của trượt đơn giản, khó thực hiện bằng thực nghiệm. Bởi vậy để kiểm tra bằng thực nghiệm, lí thuyết trình bày ở đây dùng hoặc trượt tầng đơn giản, của trụ tròn thẳng, hoặc là kết hợp nó với kéo thuần túy thì thích hợp hơn. Sự trượt tầng của trụ được biểu diễn trên hình 8.5. Sự trượt đơn giản biểu diễn trên hình 8.3 là biến dạng tầng của hình khối, mà trong đó các mặt phẳng song song chuyển động tương đối với nhau, giống như trong cổ bài và các quân bài đó đều cứng (trong đó các quân bài phải là vô cùng mỏng). Nếu các tầng là những trụ rỗng, thì chúng có thể trượt đối với nhau theo hướng trục, hoặc quay xung quanh trục chung. Trong trường hợp đầu xảy ra hiện tượng trượt lỏng, trong trường hợp thứ hai - trượt quay. Chảy dẻo nhớt đối với các trường hợp này đã được xét ở chương 4. Trong trường hợp thứ ba các tầng là những đĩa phẳng và như vậy ta có biến dạng xoắn. Khi trụ bị kéo (nén) thuần túy trục của nó dài (co ngắn) và bán kính sẽ giảm (hoặc tăng). Khi khảo sát các bài toán này ta sẽ dùng tọa độ trụ (2.3). Các tọa độ ban đầu của phần tử bằng:

$$e, x = r_o, \quad \theta_o, x_o \quad (8.59)$$

còn số gia của tọa độ:

$$\Delta r = r - r_o, \quad \Delta \theta = \theta - \theta_o, \quad \Delta z = z - z_o \quad (8.60)$$



Hình 8.5: Sự trượt tầng của dạng trụ

Ta viết vế phải của công thức (8.28a) như là hàm số đối với số gia tọa độ:

$$2e_{lm}^A = g_{lm} - {}_{lm}g + {}_{\alpha m}g [(\Delta x)^\alpha, l] + {}_{l\beta}g [(\Delta x)^\beta, m] - {}_{\alpha\beta}g [(\Delta x)^\alpha, l] [-(\Delta x)^\beta, m] \quad (8.61)$$

Sau khi đặt:

$${}_{lm}g = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad g_{lm} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.62)$$

vào công thức (8.61) ta được:

$$\left\{ \begin{aligned} 2l_{rr} &= 2 \frac{\sigma \Delta r}{\sigma_r} - \left[\left(\frac{\sigma \Delta r}{\sigma_r} \right)^2 + r^2 \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma r} \right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta z}{\sigma r} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2\pi \Delta r \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma r} \right)^2 - (\Delta r)^2 \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma r} \right)^2 \right] \\ 2l_{\theta\theta} &= 2 \frac{\Delta r}{r} + 2 \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} - \left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 - 4 \frac{\Delta r}{r} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} - \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\sigma \Delta r}{\sigma \theta} \right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\sigma \Delta z}{\sigma \theta} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} - 2 \frac{\Delta r}{r} \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \right)^2 + \left(\frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \right)^2 \right] \\ 2l_{zz} &= 2 \frac{\sigma \Delta z}{\sigma z} - \left[\left(\frac{\sigma \Delta r}{\sigma z} \right)^2 + r^2 \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} \right)^2 + \left(\frac{\sigma \Delta z}{\sigma z} \right)^2 + 2\pi \Delta r \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} \right)^2 - (\Delta r)^2 \left(\frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} \right)^2 \right] \\ 2l_{\theta z} &= \frac{1}{r} \frac{\sigma \Delta r}{\sigma \theta} + r \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} - 2 \Delta r \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} - \left[\frac{1}{r} \frac{\sigma \Delta r}{\sigma \theta} \frac{\sigma \Delta r}{\sigma z} + r \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} + \frac{1}{r} \frac{\sigma \Delta z}{\sigma \theta} \frac{\sigma \Delta z}{\sigma z} \right] + \\ &\quad + \frac{(\Delta r)^2}{r} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} + 2 \Delta r \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} - \frac{(\Delta r)^2}{r} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma \theta} \frac{\sigma \Delta \theta}{\sigma z} \end{aligned} \right. \quad (8.63)$$

Bỏ qua các số hạng nhỏ bậc hai, được các hệ thức (2.8) của lý thuyết biến dạng vô cùng bé. Để viết phương trình theo độ đo Grin, trong các phương trình (8.63) phải thay r, θ, z thành r_0, θ, z_0 ; khi đó tất cả số hạng âm trở thành dương. Trong các trường hợp xét ở trên đều có tính chất đối xứng trục, và như vậy tất cả các đạo hàm theo θ đều trở thành không. Khi đó một số công thức (8.63) được viết như sau:

$$\begin{cases} 2l_{\theta\theta} = 2\frac{\Delta r}{r} - \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 \\ 2l_{\theta z} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z} - 2\Delta r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z} + \frac{(\Delta r)^2}{r}\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z} \\ 2l_{r\theta} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} - 2\Delta r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} + \frac{(\Delta r)^2}{r}\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \end{cases} \quad (8.64)$$

Các biểu thức còn đơn giản hơn đối với chuyển vị tăng, trong trường hợp này $\Delta r = 0$ và ta được:

$$\begin{cases} 2l_{rr} = -r^2\left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r}\right)^2 - \left(\frac{\sigma\Delta z}{\sigma r}\right)^2 \\ l_{\theta\theta} = 0 \\ 2l_{zz} = 2\frac{\sigma\Delta z}{\sigma z} - r^2\left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z}\right)^2 - \left(\frac{\sigma\Delta z}{\sigma z}\right)^2 \\ 2l_{\theta z} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \\ 2l_{rz} = \frac{\sigma\Delta z}{\sigma r} - r^2\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z}\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} - \frac{\sigma\Delta z}{\sigma z}\frac{\sigma\Delta z}{\sigma r} \\ 2l_{r\theta} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \end{cases} \quad (8.65)$$

Cuối cùng ta ứng dụng biểu thức cho ba trường hợp khi $\Delta z = 0$, ta sẽ được:

i) xoắn

$$\begin{cases} 2l_{rz} = -r^2\left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r}\right)^2 ; 2l_{zz} = -r^2\left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z}\right)^2 \\ 2l_{\theta z} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z} ; 2l_{rz} = -r^2\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma z}\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \\ 2l_{r\theta} = r\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} ; e_{\theta\theta} = 0 \end{cases} \quad (8.66)$$

Giả sử trụ có chiều dài l và Ω/l là góc xoắn tính trên một đơn vị chiều dài, khi đó

$$\Delta\theta = \frac{\Omega}{l}z \quad (8.67)$$

Chuyển sang biến dạng vô cùng bé, và ta có:

$$2\varepsilon_{lm}^A = \frac{r\Omega}{l} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{r\Omega}{l} \end{vmatrix} \quad (8.68)$$

So sánh các biểu thức (8.68) và (8.40) ta thấy rằng, biểu thức thứ nhất có thể nhận từ biểu thức thứ hai bằng cách thay S thành $r\Omega/l$. Dựa vào các công thức (8.52) và (8.53) ta có thể viết:

$$2\varepsilon_{lm}^G = \frac{r\Omega}{l} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r\Omega}{l} & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.69)$$

$$2\varepsilon_{lm}^H = \frac{r\Omega}{l} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r\Omega}{2l} & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{r\Omega}{2l} \end{vmatrix} \quad (8.70)$$

ii) Xoắn đồng thời với kéo

Quay trở lại công thức (8.64) ta viết:

$$\Delta r = -\varepsilon_t r ; \quad \Delta \theta = \frac{\Omega z}{l} ; \quad \Delta z = \varepsilon_{lz} \quad (8.71)$$

Ở đây Ω là góc xoắn của trụ, l là chiều dài của trụ, Δl là độ dãn dài và:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l} ; \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta R}{R} \quad (8.72)$$

Ở đây R là bán kính, ΔR là độ nén ngang của trụ. Các thành phần biến dạng được xác định bằng các biểu thức sau:

$$\begin{cases} 2e_{rr} = 2l_{\theta\theta} = -\varepsilon_t(2 + \varepsilon_t) \\ 2e_{zz} = \varepsilon_l(2 - \varepsilon_l) - \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_t)^2 \\ 2e_{\theta z} = \frac{r\Omega}{l} (1 + \varepsilon_t)^2 \\ 2e_{rz} = 2l_{r0} = 0 \end{cases} \quad (8.73)$$

Đối với biến dạng vô cùng bé, chúng ta có thể bỏ qua các đại lượng ε_l và ε_t khi so sánh với đơn vị, và như vậy ta tìm được:

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = -\varepsilon_z \\ \varepsilon_{zz} = \varepsilon_r - \frac{1}{2} \left(\frac{r\Omega}{l} \right)^2; \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{r\Omega}{l} \\ \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{r\theta} = 0 \end{cases} \quad (8.74)$$

Từ đây ta nhận thấy rằng: khi chồng một số biến dạng vô cùng bé, thì biến dạng toàn phần có thể được xác định như tổng các biến dạng thành phần.

iii) Sự quay của các tầng:

Trong trường hợp quay, tất cả các đạo hàm riêng theo z trong phương trình (8.67) bằng không. Từ đây rút ra:

$$2\varepsilon_{rz} = -r^2 \left(\frac{\partial \Delta \theta}{\partial r} \right)^2 \quad (8.75)$$

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{zr} = 0$$

$$2\varepsilon_{r\theta} = r \frac{\partial \Delta \theta}{\partial r}$$

Chương 9

HIỆU ỨNG VÂYSENBER

9.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Các kết quả nhận được ở chương 8 mà theo chúng có trượt đơn giản kèm theo ứng suất pháp và trị số ứng suất pháp khác nhau đối với các độ đo biến dạng khác nhau là tương đối bất ngờ. Ta nhận thấy rằng các đại lượng λ và μ hoặc χ và μ , dù chúng có những trị số nào, chúng vẫn luôn luôn dương, ngay cả khi chúng phụ thuộc vào các bất biến biến dạng. Các kết quả nhận được ở chương 8 không thể giải thích được bằng ảnh hưởng của biến dạng e_{lm} đối với λ và μ qua các bất biến của nó. Việc lựa chọn không đúng độ đo biến dạng có thể dẫn đến kết quả thực nghiệm bị nghi ngờ như vậy chúng ta phải nhận thấy rằng, các phương trình cổ điển là không đủ tổng quát ngay cả đối với biến dạng vô cùng nhỏ. Reiner (1948) đã đề xuất phương trình tổng quát:

$$S_{lm} = F_0 \sigma_{lm} + 2\mu_c e_{lm} + 4\mu_c e_{lx} e_{ax} \quad (9.1)$$

việc đưa vào μ_c môđun độc lập của đàn hồi ngang, cho phép tránh được khó khăn nói trên. Công thức này có thể nhận được từ những suy luận trong chương 3 bằng cách sau. Giả sử mối phụ thuộc chung giữa ứng suất và biến dạng có dạng:

$$S_{lm} = F(e_{no}) \quad (9.2)$$

Khi đó sử dụng (2.23) ta được (9.1). Biểu thức như vậy là dạng suy biến của công thức (9.1) khi $\mu_c = 0$.

Cần phải chú ý là; theo đồng nhất thức Keili - Hamming trong chương 2 công thức (9.1) không thể tổng quát bằng cách bổ sung thêm các số hạng tenxơ khác. Như vậy chỉ có duy nhất một phương pháp có thể tổng quát công thức (9.1) với các hằng số lưu biến μ và μ_c là ứng dụng các phương pháp phi tuyến vật lý mà những phương pháp này thực tế không hạn chế số số hạng phụ thuộc vào các thành phần biến dạng. Nhưng cũng vì những lí do này mà ý nghĩa phương pháp này không lớn. Reiner đã sử dụng những số liệu thực nghiệm của Pointing (1909 ÷ 1912) trình bày trong chương 10, để tính toán các môđun đàn hồi của một vài vật liệu khi biến dạng hữu hạn. Các kết quả cho thấy rằng: môđun độ đàn hồi ngang trong các trường hợp này có cùng bậc trị số với bậc của môđun trượt M . Giả sử là giữa μ và μ_c luôn luôn có một tương quan như thế. Để làm ví dụ ta nghiên cứu ba trường hợp đã nói ở chương 9. Đầu tiên sử dụng độ đo Almanxi ta được biểu thức của các thành phần ứng suất. Sau đó khi chuyển sang biến dạng vô cùng bé, ta bỏ qua các số hạng vô cùng bé so với những trị số bằng hoặc lớn hơn 1.

9.2. XOẪN ĐỒNG THỜI VỚI KÉO

i) Kéo xoắn đồng thời

Từ (8.73) ta được các biểu thức:

$$\begin{cases} 4(e_{rx})(e_{\alpha r}) = \varepsilon_1^2 (2 + \varepsilon_1)^2 \\ 4(e_{\theta\alpha})(e_{\alpha\theta}) = \varepsilon_1^2 (2 + \varepsilon_1)^2 + \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^4 \\ 4(e_{z\varepsilon})(e_{\alpha z}) = \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^4 + \left[\varepsilon_1 (2 - \varepsilon_1) - \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 - \varepsilon_1)^2 \right]^2 \\ 4(e_{\theta\alpha})(e_{\alpha z}) = - \left[\varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1) - \varepsilon_1 (2 - \varepsilon_1) + \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^2 \right] \frac{r\Omega}{l} (1 + \varepsilon_1)^2 \\ 4(e_{rx})(e_{\alpha\theta}) = 4(e_{z\varepsilon})(e_{\alpha r}) = 0 \end{cases} \quad (9.3)$$

Công thức (9.1) có dạng

$$\begin{cases} S_{rr} = F_o + \varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1) [-\mu + \mu_c \varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1)] \\ S_{\theta\theta} = F_o + \varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1) [-\mu + \mu_c \varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1)] + \mu_c \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^4 \end{cases} \quad (9.4)$$

$$\begin{cases} S_{zz} = F_o + \mu \left[\varepsilon_1 (2 - \varepsilon_1) - \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^2 \right] + \\ + \mu_c \left\{ \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^4 + \left[\varepsilon_1 (2 - \varepsilon_1) - \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^2 \right]^2 \right\} \\ S_{r\theta} = S_{zr} = 0 \\ S_{\theta z} = \mu \frac{r\Omega}{l} (1 + \varepsilon_1)^2 - \mu_c \left[\varepsilon_1 (2 + \varepsilon_1) - \varepsilon_1 (2 - \varepsilon_1) + \left(\frac{r\Omega}{l}\right)^2 (1 + \varepsilon_1)^2 \right] \frac{r\Omega}{l} \times (1 + \varepsilon_1) \end{cases} \quad (9.4')$$

Ta nhận thấy rằng, khi biến dạng vô cùng bé các đại lượng ε_l và ε_t có cùng bậc nhỏ với $(r\Omega/l)^2$, do đó có thể xác định các thành phần ứng suất theo công thức:

$$\begin{cases} S_{rr} = F_o - 2\mu\varepsilon_1 \\ S_{\theta\theta} = F_o - 2\mu\varepsilon_1 + 4\mu_c \left(\frac{r\Omega}{2l}\right)^2 \\ S_{zz} = F_o + 2\mu \left[\varepsilon_1 - 2\left(\frac{r\Omega}{2l}\right)^2 \right] + 4\mu_c \left(\frac{r\Omega}{2l}\right)^2 \\ S_{r\theta} = S_{zr} = 0; \quad S_{\theta z} = \mu + 4\mu_c \frac{r\Omega}{l} \end{cases} \quad (9.5)$$

ii) xoắn: Trong trường hợp xoắn, chúng ta có thể tính các số hạng ngang từ phương trình (9.3) khi do $\varepsilon = 0$, tương tự từ (9.5) xác định các thành phần ứng suất như vậy:

$$\begin{aligned} S_{rr} &= F_o \\ S_{\theta\theta} &= F_o + 4\mu_c \left(\frac{r\Omega}{2l} \right)^2 \\ S_{zz} &= F_o - \mu \left(\frac{r\Omega}{l} \right)^2 + 4\mu_c \left(\frac{r\Omega}{2l} \right)^2 \\ S_{r\theta} &= S_{zr} = 0 \\ S_{\theta z} &= \mu \frac{r\Omega}{l} \end{aligned} \quad (9.6)$$

iii) Sự quay của các tầng: Những số hạng xác định hiệu ứng đàn hồi ngang, ta tìm được từ các biểu thức:

$$\begin{cases} 4(e_{r\alpha})(e_{zr}) = r^2 \left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \right)^2 \left[1 + r^2 \left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \right)^2 \right] \\ 4(e_{\theta\alpha})(e_{\alpha\theta}) = r^2 \left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \right)^2 \\ (e_{z\alpha})(e_{\alpha z}) = 0 ; 4(e_{r\alpha})(e_{\alpha\theta}) = -r^3 \left(\frac{\sigma\Delta\theta}{\sigma r} \right)^3 \\ (e_{\theta\alpha})(e_{\alpha z}) = (e_{z\alpha})(e_{\alpha r}) = 0 \end{cases} \quad (9.7)$$

đối với biến dạng vô cùng bé, ứng suất có dạng:

$$\begin{aligned} S_{rr} &= F_o - r^2 \left(\frac{d\Delta\theta}{dr} \right) (\mu - \mu_c) \\ S_{\theta\theta} &= F_o + \mu_c r^2 \left(\frac{d\Delta\theta}{dr} \right)^2 \\ S_{zz} &= F_o, S_{r\theta} = \mu r \frac{d\Delta\theta}{dr} \\ S_{\theta z} &= S_{zr} = 0 \end{aligned} \quad (9.8)$$

9.3. HIỆU ỨNG POINTING

Các khái niệm trình bày trong phần trước được dùng để giải thích hiệu ứng Pointing.

Phương pháp thông thường để xác định trị số môđun trượt μ là thí nghiệm xoắn trên trụ thẳng tròn dài tương đối mỏng. Mặc dù các phòng thí nghiệm trên toàn thế giới đã làm rất nhiều xoắn dây kim loại, nhưng không có ai, trừ các nhà nghiên cứu nói đến ở đây xác định được sự thay đổi của chiều dài l và bán kính R của dây. Tình hình này một phần có liên quan đến các khó khăn thí nghiệm còn chủ yếu là do các kết luận của lí

thuyết đàn hồi cổ điển gây ra, mà theo lí thuyết này, các hiện tượng loại này là không có khi biến dạng nhỏ.

Trừ công trình của Pointing (Pointing 1909 - 1912) khoảng 50 năm trước đây thì quan sát hiện tượng xoắn dây thép, đồng, dưới tác dụng của mô men ngẫu lực, ông đã xác định là: sợi dây không những bị xoắn mà còn bị kéo dài đàn hồi và tăng thể tích. Các thí nghiệm này không có ai làm lại và đã bị quên đi, do đó ta sẽ nói ở đây tỉ mỉ hơn, các thí nghiệm được tiến hành trên các sợi dây nhỏ treo thẳng đứng, đầu trên được giữ chặt. Để tránh hiện tượng uốn ngẫu nhiên có một lực kéo không lớn tác dụng vào dây. Thí nghiệm cho thấy là lực kéo này không ảnh hưởng đến kết quả đo. Đầu dưới của dây bị xoắn trong phạm vi miền đàn hồi. Nhiệt độ được giữ hầu như không đổi, như vậy quá trình gần như đẳng nhiệt. Người ta đã thí nghiệm 4 dây đàn dương cầm, 2 dây đồng và một dây đồng thau. Theo lời của Pointing, các kết quả chính của thí nghiệm như sau: "khi xoắn dây bị dẫn dài và trị số dẫn dài không phụ thuộc quá trình xoắn xảy ra theo hay ngược chiều kim đồng hồ. Độ dẫn dài tỉ lệ bậc hai với sự xoắn. Độ dẫn dài gần tỉ lệ với bình phương của góc xoắn, ở một góc xoắn cho trước độ dẫn dài tỉ lệ với bán kính. Đường kính dây giảm dần khi bị xoắn và trị số của độ co hướng kính cũng tỉ lệ với bình phương góc xoắn, bằng những thí nghiệm bổ sung, Pointing cũng cho thấy rằng khi bị xoắn độ dẫn dài gây ra không phải do mô đun Young thay đổi. Trong bảng 9.1 là các kết quả nghiên cứu đối với hai dây thép và một dây đồng. Các kết quả này trình bày trong công trình thứ 2 của tác giả, ở đó cùng với độ dẫn dài ông cũng đo của cả độ co hướng kính. Bởi vì trị số eIR/l nhỏ có thể bỏ qua được so với đơn vị nên biến dạng có thể coi là vô cùng bé. Các trị số kéo $\bar{\epsilon}_l$ và nén ngang $\nu_c \bar{\epsilon}_l$ trên một vòng quay của dây, là rất nhỏ, có thể bỏ qua so với đơn vị và so với $R\Omega/l$, nhưng giá trị tương đối lớn $R\Omega/l$, do đó so với $(R\Omega/l)^2$ không được bỏ qua $\bar{\epsilon}_l$ và $\nu_c \bar{\epsilon}_l$. Như vậy các hiệu ứng bậc hai là trở nên đáng kể. Bảng dưới đây trình bày kết quả thí nghiệm đó.

Bảng 9.1. Kết quả quan sát của Pointing (dây có chiều dài 160,5cm)

1	Vật liệu	Thép		Đồng
1	2	3		4
2	2R, cm	0,0986	0,1210	0,1219
3	$\bar{\epsilon}_l = \Delta l/l$ trên một vòng	$1,71 \times 10^{-6}$	$2,90 \times 10^{-6}$	$4,25 \times 10^{-6}$
4	$\nu_c \bar{\epsilon} = \Delta R/R$ trên một vòng	$0,139 \times 10^{-6}$	$0,524 \times 10^{-6}$	$1,75 \times 10^{-6}$
5	ϵ_v trên một vòng	$1,07 \times 10^{-6}$	$1,85 \times 10^{-6}$	$0,75 \times 10^{-6}$
6	E, đin/cm ²	$2,120 \times 10^{12}$	$2,21 \times 10^{12}$	$1,31 \times 10^{12}$
7	μ , đin/cm ²	$0,835 \times 10^{12}$	$0,825 \times 10^{12}$	$0,993 \times 10^{12}$

1	2	3		4
8	v	0,270	0,287	0,331
9	$v_c = \bar{\varepsilon}_t / \bar{\varepsilon}_l$	0,187	0,181	0,41
10	Số vòng quay lớn nhất của dây	4	3	1
11	$\chi, \text{đin/cm}^2$	$1,53 \times 10^{12}$	$1,65 \times 10^{12}$	$1,29 \times 10^{12}$
12	$2\pi R/l$	0,00193	0,00237	0,00239
13	$(2\pi R/l)^2$	$3,7 \times 10^{-6}$	$5,6 \times 10^{-6}$	$5,7 \times 10^{-6}$
14	$C = \mu_c/\mu$	-2,40	-2,90	-6,40
15	$\mu_c, \text{đin/cm}^2$	$-2,000 \times 10^{12}$	$-2,393 \times 10^{12}$	$-3,155 \times 10^{12}$
16	$\sigma, \text{đin/cm}^2$	$-0,885 \times 10^{12}$	$-1,108 \times 10^{12}$	$-0,346 \times 10^{12}$

Những cố gắng định lập luận lí thuyết về các hiện tượng quan sát của Pointing, không được công nhận là đạt yêu cầu. Kỹ thuật thực nghiệm của ông là ưu việt, nhưng các phép tính toán học để phân tích lí thuyết chưa được hoàn chỉnh đầy đủ như trong lĩnh vực tính toán tenxơ. Bài toán này đã xét ở chương 8, khi dùng phương trình cân bằng (2.9) và không tính lực thể tích, ta có:

$$\begin{cases} \frac{dF_o}{dr} = \mu_c r \left(\frac{\Omega}{l} \right)^2 \\ \frac{\sigma F_o}{\sigma \theta} = \frac{\sigma F_o}{\sigma z} = 0 \end{cases} \quad (9.9)$$

Từ đây:

$$F_o = \frac{\mu_c}{2} \left(\frac{r\Omega}{l} \right)^2 + c \quad (9.10)$$

$$S_{\pi} = 2\mu\varepsilon_t + \frac{\mu_c}{2} \left(\frac{2\Omega}{l} \right)^2 + c \quad (9.11)$$

Từ điều kiện, ứng suất không tác dụng lên bề mặt bên của trụ ($r = R$), ta xác định được c

$$c = 2\mu\varepsilon_t - \frac{\mu_c}{2} \left(\frac{R\Omega}{l} \right)^2 \quad (9.12)$$

Như vậy
$$F_o = 2\mu\varepsilon_t - \frac{\mu_c}{2} \left(\frac{\Omega}{l} \right)^2 (R^2 - r^2) \quad (9.13)$$

và
$$S_{xz} = \mu \left[2\varepsilon_t + 2\varepsilon_l - \left(\frac{r\Omega}{l} \right) \right] + \mu_c \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{l} \right)^2 (3r^2 - R^2) \right] \quad (9.14)$$

Từ hệ thức (9.14) ta được:

$$P_z = 2\Pi \int_0^R S_{zx} .rdr = \quad (9.15)$$

$$= \Pi R^2 \left\{ \mu \left[2\varepsilon_t + 2\varepsilon_l - \frac{1}{2} \left(\frac{R\Omega}{l} \right)^2 \right] + \mu_c \left(\frac{R\Omega}{2l} \right)^2 \right\}$$

Đối với xoắn đơn giản, $P_{zz} = 0$, do đó trong trường hợp này:

$$\mu_c = 2\mu \left[1 - \frac{\varepsilon_l + \varepsilon_t}{\left(\frac{R\Omega}{2l} \right)^2} \right] \quad (9.16)$$

Thay vào công thức này các giá trị $\bar{\varepsilon}$ và v_c từ bảng 9.1 ta xác định được tỉ số:

$c = \frac{\mu_c}{\mu}$ mà trị số của nó ở dòng thứ 14 của bảng này, còn trị số μ_c ở dòng 15.

Cũng như trong lí thuyết biến dạng vô cùng nhỏ, sự thay đổi thể tích được xây dựng bằng công thức:

$$e_v = e_l(1 - 2v_c) \quad (9.17)$$

Rõ ràng là e_v cũng như ε_e tỉ lệ với bình phương của góc xoắn. Hệ số Poisson được tính từ E và μ theo công thức đã biết (3.9) và (3.10):

$$\mu = \frac{E}{2(1 + v)} \quad (9.18)$$

Các trị số của nó ở dòng thứ 8 của bảng, lớn hơn đáng kể so với v_c . Do đó biến dạng thể tích trong các thí nghiệm của Poiting lớn hơn biến dạng thể tích ε_v , được xác định bằng công thức:

$$\varepsilon_v = \frac{S_m}{\chi} \quad (9.19)$$

Biến dạng ε_v do ứng suất pháp S_m gây ra hay nói cách khác, do cấu tử đẳng hướng của tenxơ S_{lm} gây ra:

$$S_m = \frac{1}{3} S_{\alpha\alpha} \quad (9.20)$$

$$e_d = e_v - \varepsilon_v \quad (9.21)$$

Khái niệm nở trương đã trình bày ở trên trong chương 8. Mô đun nở trương đàn hồi đã được Reiner tính theo phương trình (8.58'). Trong bảng 9.1 mà trị số của độ nở trương đàn hồi ở dòng thứ 16, ta thấy rõ ràng nó là một số âm. Dấu âm của mô đun nở trương

chỉ rằng: để có sự trượt đơn giản, cần phải tác dụng áp suất theo mọi phía bổ sung cho ứng suất tiếp, trong khi đó quá trình trượt đơn giản kéo theo sự tăng thể tích.

Từ những số liệu thực nghiệm của Pointing rút ra rằng: quy luật đàn hồi của kim loại có thể viết dưới dạng (9.1) và mô đun đàn hồi ngang $\mu_c \neq 0$, còn các giá trị mô đun μ và μ_c là không đổi. Quy luật này không mâu thuẫn với những số liệu thực nghiệm. Như vậy mômen xoắn gây ra cho trụ tròn thẳng:

a) Xoắn không có dẫn dài nếu $\mu_c = 2\mu$;

b) Có độ dẫn dài của trụ nếu $\mu_c > 2\mu$;

c) Trụ co ngắn nếu $\mu_c < 2\mu$.

Đối với hai loại kim loại mà Pointing nghiên cứu có độ dẫn dài, còn các số liệu thực nghiệm khác của loại này thì chưa biết. Swift sau khi nghiên cứu xoắn dẻo của trụ kim loại đã cho thấy rằng phần lớn kim loại khi bị xoắn dẻo bị dẫn dài, nhưng trụ làm bằng chì không củng cố khi xoắn, khi xoắn chúng nén lại, bởi vì biến dạng dẻo của kim loại có liên hệ chặt chẽ với các biến dạng đàn hồi, nên dựa trên những thí nghiệm của Xuft, ta có thể giả thiết rằng: các hiện tượng tương tự cũng có cả miền đàn hồi. Bằng cách tương tự, lí thuyết xác minh sự tồn tại nở trương dương, âm. Trong hai kim loại mà Pointing nghiên cứu có sự nở trương dương, tác là ứng suất trượt gây ra sự tăng thể tích. Có thể đoán trước là: đối với chì thể tích sẽ giảm.

Ở đây mới chỉ áp dụng 1 độ đo, tức là độ đo Almasi, việc áp dụng các độ đo khác có thể làm thay đổi trị số của mô đun μ_c , tuy nhiên mô đun này sẽ vẫn là một hằng số.

Bởi vì các số liệu thí nghiệm của Pointing xác định lí thuyết ở chương 9 là đúng đối với 2 loại kim loại, nên có thể giả thiết rằng: lí thuyết này là thích hợp để mô tả trạng thái đàn hồi của tất cả các kim loại đa tinh thể.

9.4. CÁC HIỆU ỨNG BẬC CAO KHI CHẢY NHỚT

Giả sử rằng, tenxơ vận tốc biến dạng f_{lm} được xác định bằng công thức (1.12) cũng như d_{lm} được xác định từ phương trình (1.10) ta có thể mô tả các hiệu ứng bậc hai khi chảy nhớt nếu ta tổng quát hoá biểu thức (4.47) dưới dạng:

$$S_{lm} = F_0 \sigma_{lm} + 2\eta f_{lm} \quad (9.22)$$

Theo Reiner (1945) tương tự hệ thức (9.1) ta có như sau:

$$S_{lm} = F_0 \sigma_{lm} + 2\eta f_{lm} + 4\eta_c f_{\alpha} f_{\alpha m} \quad (9.23)$$

Trusden (1952) đã gọi chất lỏng tuân theo phương trình lưu biến (9.23) là chất lỏng Reiner . Rivlin. Braonơ và Reiner đã đề ra những phương trình mô tả trạng thái chất lỏng loại này trong các dụng cụ khác nhau. Đề tài này được nghiên cứu kĩ hơn trong các tập khác của quyển "Handbuch der Physik". Ở đây ta chỉ rút ngắn gọn 2 trường hợp.

9.4.1. Chảy tầng thuần túy

Khi đó:

$$v_x = Gy, \quad v_y = v_z = 0 \quad (9.24)$$

$$S_{lm} = F_o \sigma_{lm} + \eta G \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \eta_c G^2 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (9.25)$$

Nếu có áp lực Π tác dụng theo phương z thì:

$$S_{xz} = F_o = -\Pi \quad (9.26)$$

Từ đây xác định được đại lượng F_o chưa biết, đối với trường hợp này nó là một hằng số. Các ứng suất ngang phụ thuộc vào hệ số nhớt ngang η_c và nếu $\eta_c = 0$ thì chúng cũng bằng không. Nhận thấy rằng: trái ngược với tính đàn hồi ngang xét chương 8 và chương 9, cả hai ứng suất ngang (theo hướng trục x và y) đều có cùng một dấu, phụ thuộc vào dấu η_c . Do đó chúng cả hai đồng thời hoặc là ứng suất kéo, hoặc là ứng suất nén.

9.4.2. Chảy khi xoắn

Giả sử chất lỏng chứa trong khe giữa hai đĩa, một đĩa quay xung quanh trục thẳng đứng với vận tốc góc Ω , còn một đĩa khác cố định cách đĩa kia một khoảng cách H . Cho

$$v_\theta = r\omega \quad (9.27)$$

Ở đây ω là hàm 1 biến z , và $v_r = v_z = 0$.

$$\text{Khi đó:} \quad f_{lm} = A \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (9.28)$$

$$\text{mà} \quad A = \frac{r}{2} \frac{d\omega}{dz} \quad (9.29)$$

Từ (9.28) ta được:

$$f_{l\alpha} f_{\alpha m} = A^2 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Như vậy ta có:

$$S_{lm} = \begin{vmatrix} F_o & 0 & 0 \\ 0 & F_o + A^2 4\eta_c & 2\eta A \\ 0 & 2\eta A & F_o + A^2 4\eta_c \end{vmatrix} \quad (9.30)$$

Từ phương trình chuyển động thứ hai, bỏ qua các số hạng quán tính, ta tìm được:

$$\omega = \Omega \left(1 - \frac{z}{H} \right) \quad (9.31)$$

Từ hai phương trình khác ta rút ra:

$$S_{rr} = F_o = \frac{r^2 \Omega^2}{2H^2} \eta_c + K \quad (9.32)$$

Trên vành đĩa, mà $r = R$, chất lỏng có bề mặt tự do dạng thẳng đứng; ở đây S_{rr} có thể coi bằng $-\Pi$. Từ đây:

$$K = -\frac{R^2 \cdot \Omega^2}{2H^2} \eta_c - \Pi \quad (9.33)$$

$$\Pi + F_o = -\frac{\Omega^2}{2H^2} (R^2 - r^2) \eta \quad (9.34)$$

Rút ra:

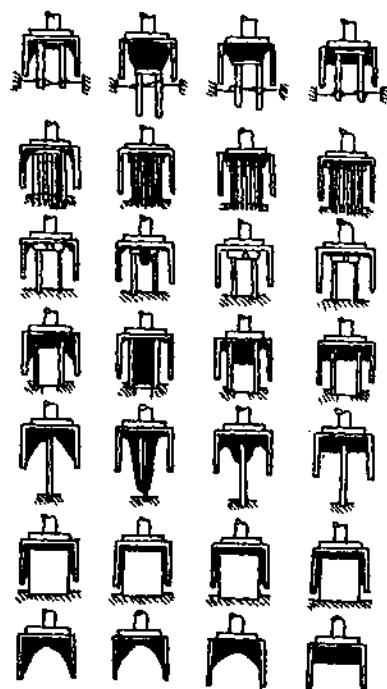
$$\Pi + S_{zz} = F_o + 4A^2 \eta_c = -\frac{\Omega^2}{2H^2} (R^2 - 3r^2) \eta_c \quad (9.35)$$

Như vậy S_{zz} thay đổi theo quy luật parabol phụ thuộc vào bán kính và ở tâm S_{zz} là ứng suất nén, khi $r = \frac{R}{\sqrt{3}}$ chuyển thành ứng suất kéo.

9.5. HIỆU ỨNG VÂYSENBER

Trong cuộc họp của câu lạc bộ lưu biến học của Anh. Năm (1946), Vâysenber là người đầu tiên giới thiệu trạng thái hết sức kì lạ của một vài chất lỏng rất nhớt. Sau đó các hiện tượng này đã được mô tả trong một bài báo ngắn. Nếu các chất lỏng này bị trượt giữa bình quay và một phần tử không quay bên trong nào đó, mà phần tử này vẫn cố định hay có thể chuyển dịch dọc theo trục thì chất lỏng dịch vào trong và được nâng lên cao theo hướng ngược lại với lực li tâm và lực hấp dẫn. Toàn bộ thiết bị này dường như tạo thành "bơm hướng tâm" (hình 9.1).

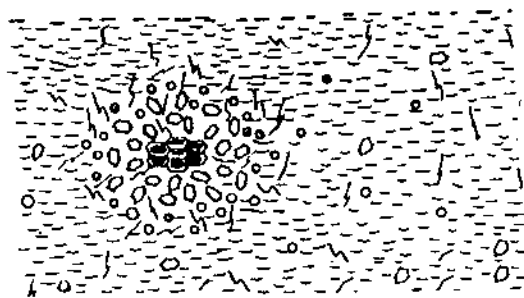
Tập hợp những hiện tượng này có tên chung gọi là hiệu ứng Vâysenber. Trường hợp đơn giản nhất là: hiệu ứng Vâysenber biểu hiện khi quay thanh nhúng trong chất lỏng Vâysenber, khi đó chất lỏng sẽ dâng lên theo thành (hình 9.1).



Hình 9.1: Hiệu ứng Vâysenber

Hình 9.2 mô tả hiện tượng này đối với sữa đặc vô trùng có đường. Hiệu ứng tương tự cũng biểu hiện trong bitum xốp. Tất cả các chất lỏng có hiệu ứng Vâysenber, ví dụ như:

dung dịch cao su, xenlulô, tinh bột và nói chung các dung dịch calôid và dung dịch palime phân tử lượng cao; có cấu tạo phức tạp đều có tính đàn hồi, dưới tác dụng của tải trọng theo thời gian ngắn, hay chúng là những đôn đàn hồi loại L. Rõ ràng là nếu những phân tử lơ lửng trong đôn bị biến dạng dưới tác dụng của ứng suất mà gradien vận tốc gây ra, các biến dạng đàn hồi loại này phải kèm theo ứng suất ngang.



Hình 9.2: Hiện tượng Vaysenber đối với sữa đặc có đường

ứng suất ngang đàn hồi gây ra hiện tượng tác dụng đẩy hướng tâm, và điều này có thể là nguyên nhân của cơ cấu hiệu ứng Vaysenber. Sự giải thích như thế do chính Vaysenber Buiges và Munhi đề ra. Các lí thuyết tương ứng đã được Oldrôi và Dêuýt phát triển. Các lí thuyết này cũng áp dụng cho các gen đàn hồi, mà mô hình lưu biến của chúng được biểu diễn bằng vật thể Macoven. Mặt khác hiệu ứng có thể gây ra do sự có mặt của độ nhót ngang, như mô tả trong mục trước. Rivlin cũng sử dụng giả thuyết này và cho rằng: các ứng suất ngang là do sự định hướng của các phân tử bị kéo hoà tan hay lơ lửng trong chất lỏng. Tuy nhiên trong chương 9 cho thấy rằng: các ứng suất, do độ nhót ngang gây ra phải phân bố một cách khác. Grinsmit và Rivlin định xác minh bằng thực nghiệm sự phân bố (9.35) đối với các dung dịch poliêđô butilen trong Octôdi clo bezol. Nhưng các thí nghiệm của họ không thể xác định được giả thiết độ nhót ngang, bởi vì, nếu như tổng quát hoá lí thuyết đàn nhót bằng cách đưa vào số hạng đàn hồi ngang, thì lí thuyết đàn nhót phù hợp với bất kì sự phân bố áp lực ngang nào. Có thể đến một lúc nào đó sự tồn tại độ nhót ngang sẽ được xác nhận. Tuy nhiên Roberts tuyên bố rằng: ông đã làm lại các thí nghiệm của Grinonit và Rivlin và ông đã nhận được kết quả ngược lại. Muni nhân dịp này đã nói như sau "Có khả năng có những chất lỏng được lí thuyết Reiner - Rivlin mô tả đúng, nhưng tôi không tin rằng đến ngày nay (1954) có thể tìm được một loại nào đó trong số những chất lỏng này.

Như vậy, sự giải thích hiệu ứng Vaysenber cho đến bây giờ vẫn là vấn đề chưa giải quyết trong phương pháp lí thuyết vĩ mô và cả phương pháp vi mô hay phương pháp cấu trúc. Hoàn toàn có khả năng là trong các trường hợp khác nhau thì các cơ cấu khác nhau, ví dụ như cấu trúc đàn hồi của thép và cao su.

9.6. VẬT THỂ LÍ TUỜNG MACXVEN

Khi Macxven (Maxwell 1969) giả thiết phương trình của mình:

$$\dot{S} = E\dot{e} - \frac{S}{T_{rel}} \quad (9.36)$$

mà e là biến dạng đàn hồi "nào đó" và E là "hệ số" môđun đàn hồi đối với loại biến dạng đàn hồi này, ông muốn mô tả trạng thái đàn hồi của tất cả các vật thể, đặc biệt là trạng

thái lưu biến của các chất khí. Trong lí thuyết động lực học của mình, ông đã kết luận: không khí là vật thể mà nay gọi là vật thể đàn nhớt, có mô đun đàn hồi μ , bằng áp lực nhiệt động p , với bậc trị số $\approx 10^6$ đin/cm² và thời gian rã $T_{rel} = 10^{-10}$ s chắc có lẽ, lí thuyết của ông không bao giờ được sử dụng trong khí động lực học. Nguyên nhân trở nên rõ ràng, nếu ta viết phương trình (9.36) dưới dạng:

$$Ee = S + \frac{1}{T_{rel}} \int sdt \quad (9.37)$$

Vì tất không nhất thiết đặt vấn đề về việc kiểm tra phương trình này bằng thực nghiệm. Theo vị biến dạng e là tổng của hai phần: phần thuận nghịch là biến dạng đàn hồi, phần không thuận nghịch là do biến dạng nhớt gây ra (xem hình 4.13). Nếu T_{rel} rất nhỏ thì phần thứ hai lớn hơn phần thứ nhất rất nhiều. Nếu đến một khoảng thời gian (tương đối nhỏ) thời gian nào đó, ta bỏ tải, thì biến dạng đàn hồi mất đi, còn biến dạng nhớt còn lại. Nhưng biến dạng thứ nhất nhỏ so với biến dạng nhớt đến mức là thực tế không thể quan sát được, bởi vì nó trong phạm vi sai số của thực nghiệm. Giefris (1952) đã trình bày quan điểm này đối với nước như sau: "Nếu nước có mô đun đàn hồi bậc 10^{10} , thì bậc của T_{rel} phải là $\approx 10^{-12}$ s, sự chảy phải vượt quá biến dạng đàn hồi nhiều lần và việc đưa thành phần đàn hồi vào mỗi phụ thuộc ứng suất và biến dạng không làm tăng độ chính xác của nó. Gần đây Reiner và Pomper đã chứng minh quan điểm này là không đúng. Reiner đã quan sát hiệu ứng tác dụng đẩy hướng tâm trong không khí, còn Pomper và Reiner đã xây dựng máy ép khí hướng tâm. Những thí nghiệm này được mô tả ở mục sau, trong phần này ta thấy: vật thể Macxven nhất định phải giải thích cho được sự tạo thành hiệu ứng Váysenber.

Trong mục trước ta đã nhận xét rằng: các vật liệu đàn nhớt đều có hiệu ứng Váysenber. Tuy nhiên từ phương trình lưu biến của vật thể Macxven (9.36) không được kết luận như vậy.

Trong các điều thiết yếu mà Macxven tính đến khi rút ra phương trình này, có 3 điểm cần phải thảo luận. Thứ nhất là không phân biệt sự khác nhau giữa ứng suất toàn phần, thành phần đẳng hướng của nó (tức là độ nở theo mọi hướng) với tenxơ lệch của nó (tức là sự thay đổi hình dạng hay sự trượt). Tuy nhiên rõ ràng là Macxven không phải muốn nói đến sự rã ứng suất đẳng hướng, mà là tenxơ lệch của ứng suất và biến dạng. Nhược điểm này đã được Reiner sửa chữa bằng cách viết phương trình (4.51) qua các thành phần của tenxơ lệch. Thứ hai là Macxven không chỉ ra đo e như thế nào. Ông coi e và f như nhau. Trong chương 6 ta thấy rằng: điều đó chỉ có thể xảy ra trong trường hợp áp dụng độ đo Henki. Ông có thể không nhất trí là biến dạng đàn hồi được khảo sát là rất nhỏ. Khi đó phương pháp xác định chúng không còn có ý nghĩa tất cả các độ đo đều dẫn đến độ đo biến dạng Còsi (hệ thức 1.10) mà vận tốc của nó, theo các công thức (1.12). Giống như độ đo vận tốc chảy mà Stốc lấy nó làm cơ sở cho lí thuyết chất lỏng nhớt của ông.

Macxven cũng muốn nói đến vận tốc này. Nhưng như chương 8 cho thấy, điều đó chỉ đúng trong trường hợp nếu ta bỏ qua các ứng suất ngang. Đây là thiếu sót thứ ba của

thuyết Macxvel. Ông đã xét trường hợp một chiều mà điều nhận xét nêu trên của Giepphris cũng thuộc trường hợp này, mà không có khái niệm về các đại lượng tenxơ. Nếu viết lại phương trình (9.37) dưới dạng:

$$\epsilon_{lm(o)} = \frac{[S_{lm(o)} + \int S_{lm(o)} dt]}{2\mu} \quad (9.38)$$

thì từ chương 8 ta thấy rõ ràng, đối với một vài loại dòng chảy, số hạng thứ hai trong ngoặc vuông có thể mất đi và số hạng thứ nhất giữ giá trị hữu hạn. Ví dụ giả sử ta có dòng chảy tầng theo hướng trục x. Nếu dòng chảy theo hướng y không có thể ở hướng này xuất hiện ứng suất đàn hồi ngang và có thể quan sát được bằng thiết bị chuyên dùng được mô tả dưới đây.

Hiện tượng này được Trusden (1952) phát hiện trước. Ông đã đề ra một thông số không thứ nguyên mà ta gọi là số Trusden và được xác định bằng hệ thức:

$$T = \frac{\eta \dot{\gamma}}{p} \quad (9.39)$$

Trong đó: η - độ nhớt của chất lỏng;

$\dot{\gamma}$ - gradien vận tốc;

p - áp suất của không khí.

Trusden đã chỉ ra rằng: Khi $T \gg 1$ hiệu ứng Vaysenber có thể xảy ra. Nếu ở áp lực khí quyển bình thường $\dot{\gamma}$ đối với nước vào khoảng $7 \times 10^5 s^{-1}$ thì bậc $T \approx 1$ chúng ta có thể bổ sung là: Trong trường hợp này trị số $\dot{\gamma}$ đối với không khí phải xấp xỉ $2 \times 10^7 s^{-1}$. Trusdel đã bổ sung thêm: "*Khi nâng lên trong không khí (như vậy tức là khi giảm p) đại lượng T có thể lớn tùy ý, do đó hiệu ứng này có thể ứng dụng được trong khí động lực học ở độ cao lớn*".

Những khó khăn về thực nghiệm của phương pháp này ta thấy rất rõ. Phương pháp khác là tăng gradien vận tốc $\dot{\gamma}$. Gradien vận tốc tăng lên cùng với sự tăng của vận tốc tương đối V (hoặc) sự giảm khoảng cách giữa các bề mặt chuyển động d. Ở bơm hướng tâm các đường dòng là những đường tròn, vì vậy xuất hiện *lực li tâm*. Muốn gây ra hiệu ứng *hướng tâm*, các lực li tâm phải bị triệt tiêu, vì V không thể tăng vô hạn, nên ta phải giảm d. Có thể dự đoán rằng: khe hở giữa các đĩa có thể giảm đến mức mà sẽ khó giữ khe hở với độ chính xác cho trước. Sau khi tiến hành nghiên cứu lưu biến cơ bản. Blot đã đề ra một dụng cụ cho phép giảm tự động khe hở đến mức mà hiệu ứng Vaysenber trở nên có thể đo được.

9.7. HIỆU ỨNG NÉN HƯỚNG TÂM TRONG KHÔNG KHÍ

Khi nghiên cứu trạng thái dầu bôi trơn trong các ổ bi, ổ lăn người ta thấy rằng, màng không khí bị các bề mặt quay kéo theo làm ngăn cách sự tiếp xúc giữa lớp bôi trơn và bề

mặt chuyển động ở một số phần của ổ. Có thể thấy rằng: Sự rung của vòng bi gây ra sự phân bố dầu đều đặn, để sao cho nó thứ tự tiếp xúc với các bề mặt chuyển động, để lớp dầu ở vỏ biến đổi đều đặn. Tuy nhiên điều này không xảy ra, do đó ta suy ra rằng, có một yếu tố nào đó làm cản trở sự tiếp xúc giữa dầu và bề mặt chuyển động. Để nghiên cứu hiệu ứng một cách tỉ mỉ hơn, ta quay một đĩa bằng đồng thau có đường kính 6cm và chiều dày 0,4cm với tốc độ biến đổi trong khoảng từ 3000 đến 800v/ph sau đó dần dần cho vành đĩa tiếp xúc với lớp bôi trơn đậm đặc, mặc dù các phần tử của dầu bôi trơn bị vành đĩa kéo theo, nhưng nếu nhúng đĩa tiếp tục vào dầu thì dầu bôi trơn bị ép vào mà vẫn không tiếp xúc với đĩa, khi đó giữa bề mặt vành đĩa và dầu bôi trơn có một khe hở nào đó.

Nếu thí nghiệm này được tiến hành với loại dầu xilanh rất nhớt, thì dầu xung quanh đĩa cũng bị lõm vào và vành đĩa không bị nhúng ướt. Nhưng nếu dùng dầu lỏng hay nước thì đĩa sẽ nhanh chóng bị nhúng ướt, dầu lỏng hoặc nước nhúng chìm đĩa. Những thí nghiệm tương tự được tiến hành với các ống rỗng hình trụ. Ống hình trụ được đặt vào trục của động cơ điện mạnh và khi dầu tiếp xúc và nhúng ướt ống trụ thì không thể quay ống trụ lên tới vận tốc lớn được. Nhưng nếu như lúc đầu ta có ống trụ với vận tốc góc ≈ 5000 v/ph thì nó quay trong dầu và không bị nhúng ướt. Nếu sau đó cho giảm vận tốc xuống khoảng 2500v/ph thì ống trụ lại tiếp xúc với dầu và bị *hãm vận tốc quay lại* một cách nhanh chóng.

Sau đó thí nghiệm đã được thay đổi. Người ta lấy ống trụ có nắp, đáy bể dầu nối với ống dẫn và chiều cao ống dẫn lớn hơn mức dầu cao nhất trong ống trụ. Phía ngoài bể dầu, ống dẫn được nối với áp kế mức để có thể đo được áp lực trong ống hình trụ. *Cũng như lần trước ta thấy rằng, có thể nhúng xi lanh vào dầu mà không bị ướt.* Khi quan sát áp lực không khí trong xilanh người ta thấy rằng: ở vận tốc gần 6000v/ph áp lực dưới không, nhưng *khi giảm vận tốc xuống gần 4000v/ph thì áp lực không khí đột ngột trở thành áp lực dương.* Nếu tiếp tục giảm vận tốc thì cũng như lần trước, dầu sẽ làm ướt xi lanh.

Như vậy thiết bị này thích hợp cho việc nghiên cứu hiệu ứng hướng tâm trong không khí. Như ta có thể quan sát trong thí nghiệm đã miêu tả ở trên, vì có độ nhớt cao, nên dầu chuyển động chậm đến nỗi mà vận tốc của nó nhỏ có thể bỏ qua so với vận tốc của thành ống xi lanh. Như vậy ở đây ta có vận tốc xi lanh V lớn hơn đối với dầu, chiều dày lớp không khí chắc chắn là rất nhỏ và do đó gradien vận tốc lớn đến nỗi ngay ở áp suất khí quyển bình thường mà các số Trusdell đã rất lớn. Khoảng cách d không biết được bằng bao nhiêu, nhưng điều đó không quan trọng bởi vì nó tự duy trì ở mức cần thiết.

Sự cản tiếp xúc giữa dầu và bề mặt chuyển động sẽ làm cân bằng áp suất thuỷ tĩnh của dầu. Đó chính là "yếu tố" mà đã nói đến ở trên. Nếu khoảng cách d đột ngột trở nên nhỏ hơn thì gradien vận tốc sẽ tăng và như vậy áp lực ngang cũng sẽ tăng, khi đó chất lỏng càng cách ra, gradien vận tốc cùng với áp lực ngang giảm xuống cho đến khi áp lực đó cân bằng với áp lực thuỷ tĩnh, tại sao, xảy ra sự nhúng ướt dầu có độ nhớt thấp: dầu loại này dễ tham gia chuyển động quay và hiệu vận tốc V khi đó giảm đi một cách đáng

kể. Cũng vì nguyên nhân này mà xảy ra sự nhúng ướt xi lanh khi giảm vận tốc góc của nó. Khe hở không khí giữa xi lanh kim loại và ống trục đồng trục tạo thành bằng bitum được duy trì là nhờ một trong những ứng suất ngang trong trường hợp độ đo biến dạng của Henki đó là áp lực. ứng suất ngang khác tác dụng hướng theo dòng và là sự kéo, gây ra áp lực kéo và được quy ước là sự tăng áp.

Trên cơ sở các yếu tố thực nghiệm này Pomper và Reiner đã thiết kế và chế tạo máy nén không khí hướng tâm bằng kim loại quý. Về sơ đồ đó là 2 tấm kim loại tròn có bán kính khoảng 5cm, một tấm cố định còn tấm kia quay sao cho giữa 2 tấm có một khe hở hẹp có thể điều chỉnh được. Khi khe hở giảm xuống khoảng 0,02mm, còn rôto có vận tốc góc khoảng 10.000v/ph thì không khí được hút vào trong khe theo hướng tâm. Họ cũng đã chế tạo bơm hướng tâm chân không.

Chương 10

ĐỘ BỀN

Chúng ta đã nhận xét trong chương 3 rằng: biến dạng của vật thể bị giới hạn bởi độ bền vật liệu của nó. Như vậy lý thuyết độ bền phải được đưa vào lưu biến học.

10.1. CÁC TIÊU CHUẨN CỔ ĐIỂN

Thực chất của độ bền là sức cản của vật liệu chống lại *biến dạng dẻo* hoặc *sự phá huỷ*. Để xác lập được tiêu chuẩn của độ bền, chúng ta phải biết rằng: ngoại lực phải sản ra công để làm cho vật thể bị biến dạng dẻo hay bị phá huỷ. Như vậy chúng ta đi đến một lý thuyết do Beltrami đưa ra đầu tiên là: Vật liệu bị phá huỷ khi công của ứng lực ω_s vượt quá một giới hạn nào đó. Lý thuyết này dễ dàng bị phủ định, nếu ta xét nó khi nén theo mọi phương. Beltrami không thấy được sự khác nhau đáng kể về trạng thái của vật liệu giữa nở theo mọi phương (dương hoặc âm) và sự thay đổi hình dạng. Chú ý đến điều này, trong lý thuyết về độ bền dẻo của mình, Henki cho rằng: Không có tính dẻo trong biến dạng thể tích. Điều này thường được công nhận, nhưng theo nhận xét của Kenvin trong ví dụ ở mục 1 nó chỉ có thể được coi như sự gần đúng thứ nhất. Bỏ qua tính dẻo trong biến dạng thể tích, Henki đã đưa ra một giả thuyết là: vật liệu chảy dẻo trong trường hợp nếu năng lượng riêng thay đổi hình dạng $\omega_{(o)}$ đạt hay vượt qua một giới hạn nào đó. Huber đã sử dụng giả thuyết phá huỷ tương tự, ông cho rằng độ bền thể tích của vật liệu đối với áp lực theo mọi phương về lý thuyết là không giới hạn; mặc dù trên thực tế vật liệu có thể bị phá huỷ do bị nén ở gần các lỗ hổng khi nở theo mọi phương, dưới tác dụng của ứng lực kéo đẳng hướng, nếu ứng lực kéo này vượt qua sự liên kết của các phân tử vật liệu thì có thể xảy ra sự phá huỷ giòn. Đối với sự thay đổi hình dáng Henki giả thiết rằng: Vật liệu bị phá huỷ trong trường hợp, nếu công của tenxơ lệch ứng suất $\omega_{(o)}$ đến một giới hạn nào đó hoặc vượt qua giới hạn đó. Cả hai lý thuyết này đều được coi như các dạng của thuyết do Beltrami giả thiết. Tuy nhiên hai lý thuyết này chưa tính đến một điều, để vật liệu chảy nhớt hay phá huỷ phải có một công *bị tiêu hao*. Nếu một phần công của ứng suất phân tán trong quá trình biến dạng và biến đổi thành nhiệt, thì phần công này không thể gây ra sự phá huỷ hay sự chảy dẻo. Trở lại phương trình (12.9), theo Reiner và Váysenber ta có thể nói rằng loại công đó, trong lý thuyết của Huber cũng như của Henky chính là công biến dạng. Nói một cách khác, độ bền là công giới hạn mà trước đó vật liệu có thể biến dạng đàn hồi. Theo định nghĩa công đàn hồi và theo phương trình (1.29) có thể tồn tại hai giới hạn như thế, trong đó một giới hạn thì liên quan đến biến dạng thể tích còn giới hạn khác liên quan đến sự thay đổi hình dáng. Công cực đại của các biến dạng đàn hồi được gọi là đàn hồi giới hạn (E), và khi đó chúng ta có thể viết:

$$\Phi = \omega_e \leq E \quad (10.1)$$

Ngoài ra chúng ta cần phải phân biệt E_v , $E_{(o)}$ E_{pl} dẻo và đàn hồi giới hạn khi phá huỷ E_b . Chữ E dùng để kí hiệu năng lượng đàn hồi. Người ta gọi giới hạn E_{pl} là tiêu chuẩn chảy Henki, còn E_b là tiêu chuẩn độ bền Huber.

Trong trường hợp, ba vật thể cổ điển xét trong chương 3 không có sự khác biệt này. Vật thể Húc cũng như vật thể Sanhvơ năng - Prandtl được coi là đàn hồi lí tưởng cho đến khi phá huỷ, còn chất lỏng Niuton nói chung không có độ bền nào đối với sự thay đổi hình dạng. Do đó đối với những trường hợp này người ta ứng dụng các tiêu chuẩn cả của Huber và của Henki.

Dựa vào phương trình lưu biến (3.1) từ công thức (3.3) chúng ta nhận được tiêu chuẩn phá huỷ khi biến dạng thể tích, dưới dạng bình phương đối với ba loại phá huỷ:

$$\overline{\omega}_v = \frac{\chi}{2} \bar{\epsilon}_v^2 = \frac{1}{2\chi} v_v^2 = E_v \quad (10.2)$$

Ở đây: $\overline{\omega}_v$ là công biến dạng cực đại, còn $\bar{\epsilon}_v$ là sự tăng thể tích cực đại tương ứng với ứng suất kéo theo mọi phương v_v , từ (3.15) ta có:

$$\vartheta_v = +\sqrt{2\chi E_v} ; \epsilon_v = +\sqrt{\frac{2E_v}{\chi}} \quad (10.3)$$

Trong phương trình (3.6) chúng ta chỉ nhận dấu dương vì đối với phần lớn vật liệu đại lượng v_v là cực lớn. Hơn nữa khi xét vật thể Húc từ phương trình (1.30) và (3.13) chúng ta có:

$$\overline{\omega}_o = \frac{v_{\alpha\beta(o)} \cdot v_{\alpha\beta(o)}}{4\mu} = E(o) \quad (10.4)$$

Khai triển các chỉ số cam và dùng hệ toạ độ Đêcac ta nhận được:

$$v_{\alpha\beta(o)} v_{\alpha\beta(o)} = v_{xx(o)}^2 + v_{yy(o)}^2 + v_{zz(o)}^2 + 2v_{yz(o)}^2 + 2v_{zx(o)}^2 + v_{xy(o)}^2 \quad (10.5)$$

So sánh phương trình này với (2.14) cho thấy rằng điều kiện (3.7) có thể viết dưới dạng:

$$- \Pi_{s(o)} = 2\mu E(o) \quad (10.6)$$

Viết E_{pl} thay cho E, ta được *tiêu chuẩn chảy* Miser. Nhưng Miser nhận được tiêu chuẩn của mình (trước Henki) không đi từ các lập luận năng lượng. Ông cho rằng độ bền là một đại lượng vô hướng, tức là hàm số vô hướng của ứng suất và do đó là hàm bất biến của tenxơ ứng suất. Bất biến thứ nhất của tenxơ lệch ứng suất bằng không và độ bền khi thay đổi hình dạng được xác định chủ yếu bằng bất biến thứ hai. Thường khi người ta nói đến tiêu chuẩn chảy Miser-Henki mà không chú ý rằng: hai tiêu chuẩn ấy chỉ trùng nhau khi đối với các vật thể trong miền đàn hồi có trạng thái như vật thể Húc.

Trong trường hợp này tiêu chuẩn độ bền có thể biểu thị bằng biến dạng lớn nhất, chứ không bằng ứng suất lớn nhất, vì ở đây giữa chúng có một mối phụ thuộc đối ngẫu. Độ đàn hồi giới hạn cũng là bất biến của ứng suất phá hủy và biến dạng khi phá hủy. Bất biến chung này là tiêu chuẩn lí thuyết Henki, trong khi đó thuyết Miser lại coi bất biến thứ hai của ứng suất hay của biến dạng. Nếu vật liệu không phải là (trong miền đàn hồi) vật thể Húc thì ba bất biến này đều có ý nghĩa khác nhau.

10.2. CÁC TIÊU CHUẨN LƯU BIẾN

Bỏ qua miền của vật thể Húc và khi xét độ bền của vật liệu có biến dạng nhớt hoặc chảy, chúng ta cần phải biết sự khác nhau giữa công của ứng suất và công của biến dạng đàn hồi:

a) Nếu đối với vật thể Húc, công của ứng suất chuyển hoàn toàn thành thế năng, thì đối với chất lỏng Niuton chỉ có công của biến dạng thể tích là chuyển thành thế năng, còn công suất mất đi cho sự thay đổi hình dạng lại liên tục và hoàn toàn bị phân tán.

Như vậy chất lỏng Niuton có tính bền khi biến dạng đẳng hướng, trong thực tế là độ bền vô cùng khi nén, và độ bền đáng kể khi kéo, nhưng không có tính bền khi trượt. Độ bền khi kéo đẳng hướng chỉ xuất hiện ở chất lỏng đồng nhất không có bọt khí. Hiện tượng Karitasi mà trong đó ở chất rắn (ví dụ gang) khi tiếp xúc với dòng nước, các hạt riêng biệt bị tách rời ra, là do độ bền của nước lớn hơn độ bền của chất rắn.

b) Đối với vật thể rắn Kenvin, từ phương trình (4.39) ta tìm được:

$$\dot{\omega}(0) = S\dot{\epsilon} = 2\mu\dot{\epsilon} + 2\eta_s(\dot{\epsilon})^2 \quad (10.7)$$

Do đó điều kiện phá hủy dẻo hoặc phá hủy giòn khi thay đổi hình dáng có dạng:

$$\int (\dot{\omega}_{(0)} - 2\eta_s\dot{\epsilon}^2) dt = 2\mu \int_0^{\epsilon_j} \epsilon d\epsilon = \mu\epsilon_j^2 = E_{(0)} \quad (10.8)$$

Ở đây ϵ_j là biến dạng khi xảy ra sự phá hủy từ hệ thức (10.8) ta được:

$$\epsilon_j = \sqrt{\frac{E_0}{\mu P.t}} \quad (10.9)$$

$$S_{sf} = 2\sqrt{E_0\mu} + 2\eta_s\dot{\epsilon} \quad (10.10)$$

và chú phương trình (4.39) ta có:

$$S_{sf} = 2\sqrt{E_0\mu} + 2\eta_s\dot{\epsilon} = S_{sf} + 2\eta_s\dot{\epsilon}$$

Ở đây S_{sf} là ứng suất giới hạn mà sau đó xảy ra sự phá hủy tĩnh.

Như vậy, vật thể Kenvin bị phá hủy bằng sự thay đổi hình dáng, nếu biến dạng đàn hồi đạt đến giới hạn ϵ_f nhất định tương ứng với điều kiện (10.9), trong khi đó ứng suất S_f khi xảy ra sự phá hủy vật liệu lại tăng lên cùng với vận tốc biến dạng. Tất cả điều đó đều đúng ví dụ như đối với thép mềm, độ bền của thép gắn liền với tính "không đàn hồi" của nó. Những tính đàn hồi giới hạn khi biến dạng thể tích và hình dáng dường như đối lập

với nhau. Khi một dây thép mềm bị dất, và tạo thành "hình nón" và "miệng núi lửa" thì cả hai cơ cấu này đều xuất hiện, trong đó cơ cấu thứ nhất trên mẫu thứ hai ở chỗ gần trục của dây, nơi mà thành phần đẳng hướng của ứng suất đạt giá trị cực đại. Cần nhận thấy rằng, khi dây chịu kéo đơn giản xuất hiện thành phần đẳng hướng mà nó có thể gây ra đứt nếu vượt quá giới hạn đàn hồi thể tích.

c) Từ phương trình (4.51) đối với vật thể Macxven ta được hệ thức sau:

$$\dot{\omega}(o) = S\dot{d} = \frac{S\dot{S}}{2\mu} + \frac{S^2}{2\eta} \quad (10.11)$$

Do đó tiêu chuẩn phá huỷ viết được dưới dạng:

$$\int (\dot{\omega}_{(o)} - \frac{S^2}{2\mu}) dt = \frac{1}{2\mu} \int_0^{S_f} S\dot{S} dt = \frac{S_f^2}{4\mu} = E_{(o)} \quad (10.12)$$

Trong đó S_f là ứng suất dẫn đến sự phá huỷ. Từ điều kiện (10.12) ta được:

$$S_f = 2\sqrt{E_o\mu} \quad (10.13)$$

Còn từ phương trình (4.51) dẫn đến hệ thức:

$$\dot{d}_{sf} = \frac{\dot{S}}{2\mu} + \sqrt{\frac{E_o\mu}{\eta^2}} = \frac{\dot{S}}{2\mu} + \epsilon_{sf} \quad (10.14)$$

Ở đây $\dot{d}_{sf}$ là vận tốc biến dạng khi vật thể bị phá huỷ ở trạng thái tĩnh.

Như vậy vật thể Macxven bị phá huỷ nếu ứng suất đạt đến một giới hạn S_f nào đó được xác định bởi (3.10) trong khi đó vận tốc biến dạng $\dot{d}_f$ khi vật liệu bị phá huỷ lại tăng lên cùng với vận tốc tăng của ứng suất. Điều này đã được xác nhận đối với một số chất dẻo của Froidental.

Chương 11

LƯU BIẾN VI MÔ

11.1. KHÁI NIỆM CHUNG

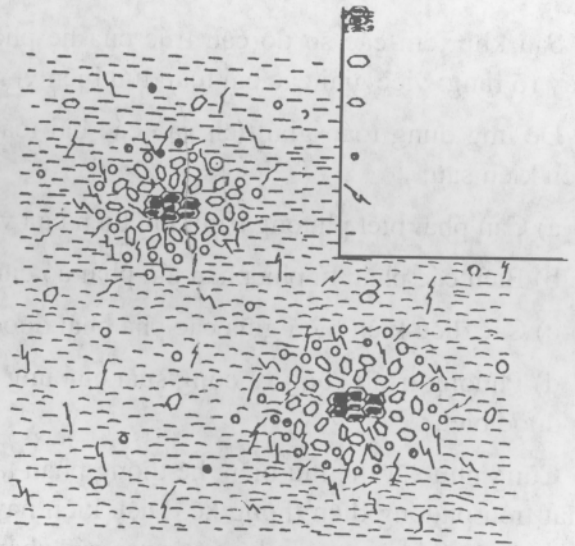
Phần lớn vật liệu mà lưu biến nghiên cứu là những *hệ phân tán*? bao gồm hai hoặc nhiều hơn số phần tử hay pha, trong đó một pha (giả sử vật liệu nào cũng có bột hay lỗ hổng) thường là không khí. Ngay cả vật liệu đa tinh thể cũng có các lớp này có thể coi như từng pha riêng biệt.

Trong lưu biến vĩ mô, những vật liệu như vậy coi như là đồng nhất, nhiệm vụ của lưu biến vi mô là xác lập sự liên quan lẫn nhau giữa các tính chất lưu biến của hệ phức tạp và các thành phần của chúng. Nếu mục đích này đạt được thì có thể xác định được cấu trúc của vật liệu không đồng nhất bằng đo đạc lưu biến. Phương pháp này được gọi là *sự phân tích lưu biến*.

Một trong các pha là pha *liên tục* và vì vậy được gọi là môi trường. Đôi khi người ta coi pha phân tán bao gồm các phần tử riêng biệt. Pha có thể là dạng rắn, lỏng hay khí. Hệ phân tán là những tổ hợp của các pha như vậy. Sự phân tán của chất rắn trong chất lỏng được gọi là *dôn*, sự phân tán của chất lỏng trong vật rắn gọi là *gen*. Thường khi tăng nồng độ pha rắn ta sẽ được quá trình chuyển tiếp liên tục từ *dôn* sang *gen*. Nếu pha rắn liên tục trong phạm vi cả thể tích của vật thể, thì theo thuật ngữ của Mỹ hệ này gọi là *thạch* (jelly). Thuật ngữ này được mượn từ hoá học Coloid mà ở đó nó còn phức tạp hơn nữa. Lưu biến học sử dụng những khái niệm đơn giản hoá.

Để làm thí dụ, chúng ta có thể xét Bitum đã được nhắc đến trong chương 5 và chương 6, Pfafer và Sad đã chỉ ra rằng: theo quan điểm lưu biến cần phải phân biệt hai loại bitum. Bitum là sự phân tán của mixela trong dầu nặng nhớt mixela bao gồm:

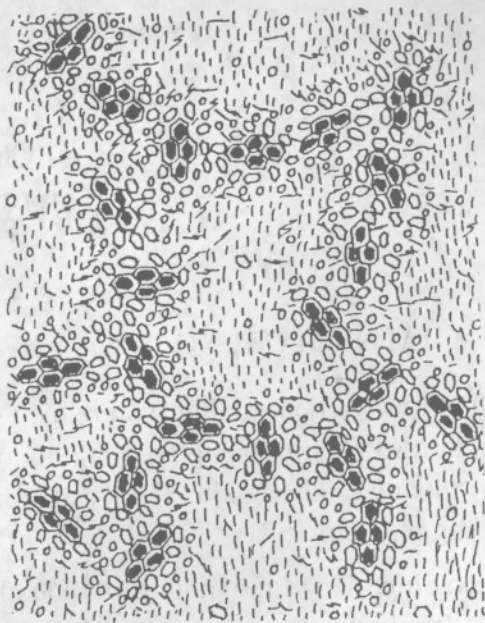
Các tổ hợp của hydrô và cacbon cao phân tử hút dầu bằng bề mặt và các lớp bên trong của chúng, nếu các Mixela bị pepti hoá và tùy theo độ nhớt môi trường có thể chuyển dịch tự do trong dầu thì hệ gọi là *dôn* và mang



Hình 11.1: Bitum - *dôn*

tính chảy nhớt và đàn hồi bên trong mixela. Nếu giữa các mixela có các lực hút tác dụng, thì misell tạo thành lưới cấu trúc gen không đều và những lỗ hổng của nó được lấp đầy bằng chất lỏng nhớt.

Những lực giữa Misell có thể bị rã và như vậy cấu trúc sẽ mang đặc tính vật liệu Macxven. Do giữa các misela có dầu nhớt nên biến dạng đàn hồi khi có tải, không tăng tức thời, tức là với tốc độ của âm thanh, mà xảy ra chậm trễ như ở vật thể Kenvin, có độ nhớt sau tác dụng. Trong trường hợp này, những pha khác nhau không thể quan sát được bằng mắt thường.



Hình 11.2: Cấu trúc hệ phân tán

Để làm ví dụ cho hệ phân tán, ta lấy đất sét có cấu trúc như hình 4.4 và bê tông khung rỗng trong bê tông, do các tổ hợp thô tạo nên các khoảng trống được dung dịch lấp đầy, bản thân dung dịch là cát phân tán trong xi măng và xi măng đối với cát có thể coi là chất lỏng nhớt. Nói chung cũng có thể coi bê tông là gen. Trong bê tông loại rất tốt, dung dịch lấp đầy các khoảng trống trong khung của các hợp thể thô, do đó tạo thành một cấu trúc rắn thống nhất trong toàn bộ thể tích bê tông. Trong đó theo quan điểm lưu biến bê tông có thể được coi như là thể thạch.

Ngoài sự phân tán vật rắn trong chất lỏng, chúng ta còn có thể gặp vật rắn phân tán trong vật rắn và chất lỏng phân tán trong chất lỏng. Đó chính là *nhũ tương*.

Sau khi xem các sơ đồ cấu trúc của hệ phân tán như trên hình 4.4, 11.1 và 11.2 ta thấy rõ ràng: việc giải các bài toán lưu biến vi mô rất khó khăn.

Để ứng dụng toán giải tích vào các bài toán lưu biến vi mô, cần phải thực hiện các điều kiện sau:

- Cần phải biết phương trình lưu biến của vật thể cấu tạo.
- Biến các phần tử pha phân tán phải có dạng mô tả bằng toán học.
- Các điều kiện biên giữa các pha phải được biết và có thể mô tả bằng toán học.
- Phương trình công và công suất của ứng suất của các vật liệu trong hệ phải tồn tại và được biết.

Cũng như vật thể lưu biến, hệ thống phân tán có thể coi là giả đồng nhất, tức là đồng nhất trên phương diện thống kê. Điều kiện này gắn liền với giả thiết cho rằng: Ngay cả khi mật độ ít không đáng kể, số lượng các phần tử cũng đã lớn, ngoài ra kích thước và sự phân bố của chúng trong môi trường không thay đổi, nếu các phần tử dẫn ra hoặc nói

chung không đối xứng thì hệ phân tán vẫn là hệ giả đẳng hướng nếu như trục của các phân tử phân bố tĩnh theo mọi hướng trong không gian. Ta có thể coi là: trạng thái này đều có ở chất lỏng tĩnh hay vật liệu dẻo trong trạng thái ban đầu. Tuy nhiên vật liệu như thế có thể trở thành dị hướng trong quá trình chảy.

Sự tập trung thể tích của các phân tử là một thông số của vật liệu và được xác định bằng phương trình.

$$c_v = \frac{\text{Thể tích các hạt ở trong phân tử của hệ phân tán}}{\text{Thể tích phân tử}} \quad (11.1)$$

Giả sử hằng số lưu biến của môi trường phân tán là M_m , của vật liệu pha phân tán là M_p , còn M^* xác định hằng số lưu biến tương ứng của hệ phân tán, trong đó:

$$\frac{M^*}{M_m} = M_{rel} \quad (11.2)$$

Xác định hằng số lưu biến tương đối. Bài toán dẫn đến việc xác định M_{rel} khi biết các giá trị M_m , M_p , c_v và tính hình học của nó.

11.2. DÒNG PHA LOÃNG

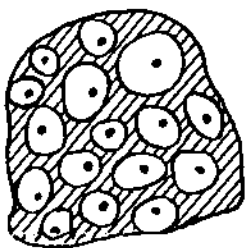
Công trình đầu tiên lĩnh vực này là của Anhshtan và là một phần luận án Tiến sĩ của ông, trong đó từ các phương trình thủy động, ông đã tính hệ số nhớt trượt cho các dung dịch rất loãng.

Phương pháp Anhshtan có thể áp dụng để xác định các hằng số lưu biến của huyền phù có nồng độ thấp, với điều kiện giải được bài toán biên tương ứng, ta sẽ mô tả ngắn gọn cơ sở của phương pháp tổng quát có hằng số lưu biến được xác định từ thực nghiệm, trong đó mẫu chịu tác dụng của một trường ứng suất biến dạng đơn giản nào đó. Khi đó trạng thái của vật thể đơn giản, thí dụ kéo đơn giản để xác định mô đun đàn hồi E uốn thuần túy để xác định độ nhớt Truton λ_T , xoắn thuần túy để đo mô đun trượt η hoặc độ nhớt trượt v.v...

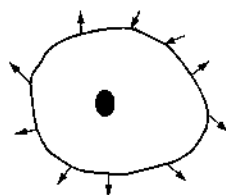
Giả sử vật liệu đồng nhất, đẳng hướng, chịu tác dụng trạng thái ứng suất đơn giản và bị gây ra một trường đồng nhất các biến dạng chính $d_i^{(0)}$ hoặc một trường đồng nhất các vận tốc biến dạng chính $\dot{d}_i^{(0)}$. Giả sử vật liệu này là một môi trường mà nếu thêm vào đó các phân tử của λ vật liệu khác thì ta sẽ được sự phân tán nồng độ thể tích thấp. Hệ phân tán chịu tác dụng của trường ứng suất đơn giản như vậy và gây ra biến dạng d_i^* hoặc vận tốc biến dạng $\dot{d}_i^*$.

Đối với hệ phân tán loãng có nồng độ thể tích thấp ta có thể giả thiết như sau:

a) Giữa hai phân tử có miền (mặc dù không đáng kể) mà trong miền đó với độ chính xác nhất định ta có thể coi là các trường $d_i^{(0)}$ hoặc $\dot{d}_i^{(0)}$ không bị các phân tử làm sai lệch hình 11.3. Hệ phân tán loãng.



Hình 11.3: Hệ phân tán loãng



Hình 11.4: Phân tử có chứa hạt

b) Ở điểm bất kì của hệ phân tán, ta có thể xác định ảnh hưởng của tất cả các phân tử bằng cách cộng các ảnh hưởng của riêng từng các phân tử, và khi xác định ảnh hưởng của từng phân tử thì ta lại không tính đến ảnh hưởng của tất cả các phân tử khác.

c) Hướng trục chính của các đại lượng d_i^* , d_i^* trùng với các hướng tương ứng với $d_i^{(0)}$, $d_i^{(0)}$.

d) Có thể bỏ qua nồng độ thể tích bậc hai và bậc cao hơn, ta cũng cho rằng tác dụng tương hỗ giữa các phân tử là không đáng kể. Khi muốn xác định ứng suất biến dạng và vận tốc biến dạng xung quanh phân tử, chúng ta sẽ gặp bài toán biên như sau: phải giải phương trình vi phân đối với môi trường và phân tử, sao cho trên bề mặt phân tử thỏa mãn một số điều kiện biên (như tính liên tục của vectơ ứng suất, không có chuyển vị tương đối và vận tốc của chúng v.v...) và ở cách xa vô cực đối với phân tử vẫn giữ nguyên các trường đồng nhất $d_i^{(0)}$ và $d_i^{(0)}$.

Để đơn giản ta sẽ xét trường hợp khi môi trường và các phân tử trong đó đều là những vật thể rắn và không có các hiệu ứng thời gian.

Chúng ta hãy tưởng tượng rằng, từ hệ phân tán cắt ra một phân tử có chứa một phân tử. Giả sử bề mặt cắt nằm hoàn toàn trong miền không nhiễu (hình 11.4) và giả sử bề mặt đó tương tự như đường biên của phân tử. Một phân tử như vậy được gọi là phân tử thành phần. Sau khi giải bài toán biên tương ứng, chúng ta có thể tính năng lượng của biến dạng đàn hồi $W(r_s, r_p, M, d_i^{(0)})$ của phân tử phức tạp này, trong đó r_s là thông số bề mặt của phân tử phức tạp, r_p là thông số bề mặt của phân tử, M là hằng số vật liệu của môi trường hoặc phân tử.

Nếu không có phân tử và thay vào chỗ của nó là hệ phân tán, thì chúng ta có thể dễ dàng tính năng lượng biến dạng sau khi cho trường ứng suất là đồng nhất. Năng lượng biến dạng này ta kí hiệu là:

$$W_0(r_s, M, d_i^{(0)})$$

Sự thay đổi năng lượng đàn hồi do phân tử gây ra bằng:

$$\Delta W = W - W_0 \quad (11.3)$$

Bây giờ từ hệ phân tán ta cắt ra một miền lớn hơn so với phân tử thành phần. Nếu không có phân tử thì năng lượng biến dạng của nó $W_o(R, M, d_i^{(o)})$ có thể tính từ trạng thái ban đầu. Giả sử trị số R là thông số bề mặt của miền này. Sau khi xét cũng chính miền đó của hệ phân tán, chúng ta có thể tính năng lượng biến dạng qua đẳng thức:

$$W = W_o + \sum_1^n \Delta W \quad (11.4)$$

Ở đây n là số phân tử trong miền này. Giả sử cũng chính miền đó gồm vật liệu đồng nhất khác có hằng số vật liệu M^* và năng lượng biến dạng của nó bằng: $W^*(R, M^*, d_i^*)$

Năng lượng biến dạng này phải bằng W , từ đây ta có:

$$W^*(R, M^*, d_i^*) = W_o(R, M, d_i^{(o)}) + \sum_1^n \Delta W(r_s, r_p, R, M, d_i^{(o)}) \quad (11.5)$$

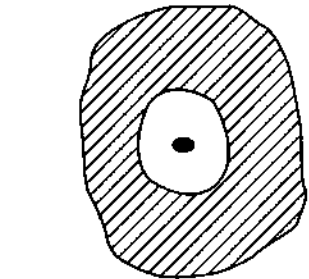
Bây giờ chỉ còn phải biểu thị d_i^* như một hàm số của các đại lượng đã biết. Muốn như vậy ta phải dùng lời giải của bài toán biên tương ứng. Chúng ta chọn một điểm bất kì trong thể tích hệ phân tán và xác định nhiều của trạng thái ứng suất đồng nhất gây ra bởi phân tử nào đó như là một hàm số khoảng cách từ điểm đó. Nếu ta kí hiệu nhiều loạn tương ứng đối với phân tử K bằng $u'_i(k)$ thì ta sẽ được:

$$u_i^* = u_i^{(o)} + \sum_1^k u'_i(k) \quad (11.6)$$

Ở đây $u_i^{(o)}$ là chuyển vị khi không có phân tử và u_i^* là chuyển vị khi có phân tử. Trị số d_i^* có thể tính bằng cách lấy đạo hàm và trong trường hợp tổng quát bằng:

$$d_i^* = d_i^*(d_i^{(o)}, c_v, r_p) \quad (11.7)$$

Sau khi thay biểu thức này vào phương trình (11.5) chúng ta giải đối với ẩn số duy nhất M^* .



Hình 11.5: Phân tử thành phần

Phương pháp có thể áp dụng hoàn toàn cho cả chất lỏng, khi đó chỉ cần thay chuyển vị bằng vận tốc, biến dạng bằng vận tốc biến dạng và năng lượng bằng công suất. Đối với những vật liệu có hiệu ứng thời gian đối với các hệ phân tán là chất lỏng và chất rắn, chúng ta phải cân bằng riêng năng lượng và công suất.

Một phương pháp khác không kém tính chất tổng quát là phương pháp của Phrôli kh và Dac. Trong phương pháp này người ta cân bằng chuyển vị hay vận tốc chứ không cân bằng năng lượng.

Giả sử rằng: phân tử thành phần được bao bọc bằng lớp vỏ dày hệ phân tán (hình 11.5) mà hằng số vật liệu của nó là đại lượng cần tìm. Đường biên chịu tác dụng của ứng suất đồng nhất, khi đó ta phải giải phương trình vi phân của vật liệu thoả mãn các điều kiện trên đường biên chung. Bây giờ ta tính các chuyển vị trên đường biên chung. Lúc đầu ta giả thiết rằng: Toàn bộ miền đều là hệ phân tán, mà các hằng số của nó chưa biết, ta tính chuyển vị trên đường biên. Sau khi cân bằng với các chuyển vị đã tìm được ở trên, ta sẽ được biểu thức của hằng số phân tán của vật liệu.

11.3. SỰ PHÂN TÁN TRONG CHẤT LỎNG

Khi đưa ra phương trình của mình, Anhstani đã đi từ những giả thiết sau:

a) Dung môi (tức là môi trường) là chất lỏng nhớt có hệ số nhớt trượt đã biết η . Chuyển động của chất lỏng này nhỏ đến mức mà phương trình tuyến tính hoá của Navier-Stokes mô tả tương đối chính xác.

b) Các phần tử của các chất dung dịch (phần tử) được coi như các khối cầu cứng nhỏ.

c) Trên bề mặt của các phần tử không xảy ra sự trượt.

Để giải bài toán biên tương ứng ta cần tính sự nhiễu do khối cầu cứng gây ra trong miền chảy với phương trình:

$$u_i^{(0)} = d_i^{(0)} \chi_i$$

Bài toán được giải bằng cách tổng quát hoá phương pháp S.ток cho trường hợp chất lỏng nhớt chảy với vận tốc không đổi gần khối cầu cứng. Kết quả tìm ra dưới dạng:

$$\eta_{rel} = \frac{\eta^*}{\eta_m} = 1 + 2,5c_g \quad (11.8)$$

Kết quả công trình của Anhxtani đầu tiên được tổng quát cho các phần tử có hình dạng khác nhau.

Các bài toán về sự phân tán của các elipsoid cứng và thanh cứng với các giả thiết khác nhau về hướng trục của chúng đã được Giêphêri, Âyđensits và Biurges nghiên cứu. Biurges đã phát triển phương pháp đặc biệt để tính độ nhớt phân tán của các phần tử rắn, bằng cách sử dụng phương pháp Oseen đối với chảy nhớt thay cho các phương trình tuyến tính hoá của Nariê - Stok. Tóm tắt các công trình của Giêphêri, Âyđensits và Biurges có thể tìm trong tuyển tập do Herman (1953) hiệu đính, ở đó có nói rõ về ảnh hưởng của chuyển động Braunơ.

Simha với mục đích xác định hiệu ứng tác dụng tương hỗ, đã tính độ nhớt phân tán của các cặp khối cầu cứng (dạng Ganten) bằng cách ứng dụng thuyết chảy nhớt của Xmolukhốp gồm 2 khối cầu cứng.

Một công trình khác nói về sự phân tán các vật liệu khác nhau với các phần tử hình cầu.

Khi xét trường hợp môi trường là chất lỏng nhớt Gút và Mark đã tính độ nhớt phân tán của bọt khí trong chất lỏng và sau khi bỏ qua lực căng bề mặt, họ đã nhận được công thức:

$$\eta_{\text{rel}} = 1 - c_g \quad (11.9)$$

Taylo đã xét trường hợp nhũ tương của các giọt hình cầu của một chất lỏng nhớt này trong chất lỏng khác có tính đến lực căng bề mặt. Ông đã tìm ra mối phụ thuộc:

$$\eta_{\text{rel}} = 1 + 2,5 \frac{2\eta_m + 5\eta_p}{5\eta_m + 5\eta_p} c_g \quad (11.10)$$

trong đó η_m là hệ số nhớt trượt của môi trường chất lỏng, η_p là độ nhớt của giọt. Bằng cách dùng phương pháp Phrolikh và Dac, Oldroid đã tổng quát trường hợp này, trong đó ông đã chú ý đến sự trượt giữa các giọt pha phân tán và môi trường phân tán với hệ số ma sát đã biết giữa chúng.

Trường hợp phân tán của những khối cầu đàn hồi khác trong chất lỏng nhớt đã được Phrolikh và Dac nghiên cứu bằng phương pháp họ đã nói ở trên. Môi trường là chất lỏng Niuton tuân theo hệ thức:

$$\tau = \eta_m \dot{\gamma} \quad (11.11)$$

Ở đây τ là ứng suất tiếp và $\dot{\gamma}$ là biến dạng trượt hệ phân tán là vật thể đàn nhớt với phương trình:

$$\left(1 + T_1 \frac{d}{dt}\right) \tau = \eta^* \left(1 + T_2 \frac{d}{dt}\right) \dot{\gamma} \quad (11.12)$$

trong đó thời gian rã T_1 và thời gian tác dụng sau đàn hồi T_2 được xác định bằng các công thức:

$$T_1 = \frac{3\eta_m}{2\mu_p} \left(1 + \frac{5}{3} c_g\right) \quad (11.13)$$

$$T_2 = \frac{3\eta_m}{2\mu_p} \left(1 + \frac{5}{3} c_g\right) \quad (11.14)$$

và μ_p là môđun trượt của các phân tử.

11.4. SỰ PHÂN TÁN TRONG CÁC VẬT THỂ RẮN

Trường hợp môi trường phân tán rắn đã được Mackenzi nghiên cứu. Ông đã xác định môđun thể tích χ và môđun trượt μ của sự phân tán các lỗ hổng hình cầu trong môi trường liên tục đàn hồi. Ông đã dùng phương pháp Phrôlikh và Dac, bởi vì trong đó cần phải xác định hai hằng số độc lập khác nhau, xét hai trạng thái đồng nhất: khi áp suất thủy tĩnh và khi trượt đồng nhất.

Bài toán biên phức tạp hơn chính là bài toán trượt. Nghiệm giải được dưới dạng chuỗi hàm điều hòa dạng cầu.

Chúng ta đưa kết quả của Mackenzi ra đây là để so sánh chúng với những phương trình tương ứng đối với độ nhớt tương đối. Sau khi bỏ qua các số hạng bậc cao ta được:

$$\chi_{\text{rel}} = 1 - \frac{3}{2} \frac{1 - \nu_m}{1 - 2\nu_m} c_g \quad (11.15)$$

$$\mu_{\text{rel}} = 1 - 15 \frac{1 - \nu_m}{7 - 5\nu_m} c_g \quad (11.16)$$

Ở đây ν_m là hệ số Poisson của môi trường phân tán.

Cũng chính trong bài báo đã xét đến trường hợp khi các lỗ hổng chịu áp suất.

Hansin đã dùng phương pháp Anhxtanh để nghiên cứu trường hợp các khối cầu cứng phân tán trong môi trường đàn hồi. Bài toán về nhiễu do khối cầu cứng trong môi trường đàn hồi vô cực gây ra, trong trường hợp trạng thái biến dạng đồng nhất đã được Kenvin giải chính xác bằng phương pháp đơn giản. Trong đó phương trình đàn hồi được giải bên trong hoặc ngoài mặt cầu với điều kiện là: Các chuyển vị trên biên có giá trị cho trước.

Phương pháp này được trình bày trong cuốn sách của Love (1927).

Nghiệm đối với trường hợp áp suất thủy tĩnh và trượt đơn giản đã được tìm ra dưới dạng chuỗi hàm điều hòa dạng cầu với bậc nguyên âm. Người ta đã tìm ra:

$$\chi_{\text{rel}} = 1 + 3 \frac{1 - \nu_m}{1 + \nu_m} c_g \quad (11.17)$$

$$\mu_{\text{rel}} = 1 + \frac{15}{2} \frac{1 - \nu_m}{4 - 5\nu_m} c_g \quad (11.18)$$

Trong đó: E là mô đun I.oung.

Phải nhận thấy rằng, trong các công trình của Mackenzi và Hansin không có giả thiết là các chất pha tạp có cùng kích thước.

Chúng ta có thể kiểm tra các công thức (11.15) và (11.16) nếu ta chú ý đến tính tương tự giữa sự chảy chậm của chất lỏng nhớt và biến dạng của môi trường không nén được. Trong đó vận tốc của chất lỏng nhớt tương tự như chuyển vị đàn hồi, vận tốc biến dạng tương tự biến dạng đàn hồi, còn hệ số nhớt trượt thì tương tự mô đun trượt. Thay $\nu_m = 1/2$ vào công thức (11.15) ta nhận được:

$$\mu_{\text{rel}} = 1 - c_g, \text{ tức là kết quả tương tự như công thức Gút va Mark (11.9) cho } \nu_m = \frac{1}{2}$$

vào (11.18) ta sẽ được công thức $M_{\text{rel}} = 1 + 2,5c_g$, tương tự với hệ thức của Anhxtanh.

Trường hợp các phân tử cầu của một vật liệu đàn hồi này phân tán trong vật liệu đàn hồi khác đã được nghiên cứu, tìm ra mối phụ thuộc.

$$\chi_{\text{rel}} = 1 - 3(1 - v_m) \frac{1 - \chi_p / \chi_m}{2(1 - 2\gamma_m) + (1 + v_m)\chi_p / \chi_m} c_g \quad (11.19)$$

$$\mu_{\text{rel}} = 1 - 15(1 - v_m) \frac{1 - \mu_p / \mu_m}{7 - 5\gamma_m + 2(4 + 5v_m)\mu_p / \mu_m} c_g \quad (11.20)$$

ở đây chỉ số p là đối với các phần tử. Trong trường hợp các lỗ hổng $\chi_p = \mu_p = 0$, ta được các công thức (11.15) và (11.16). Trong trường hợp các khối cầu cứng $\chi_p \rightarrow \infty, \mu_p \rightarrow \infty$ ta có các hệ thức (11.17) và (11.18).

Trường hợp các chất pha tạp dạng cầu, có chứa chất lỏng nhớt, trong vật thể đàn hồi đã được Oldroyd nghiên cứu. Bài toán này ngược với trường hợp của Phrôlikh và Dac, và nghiệm của nó được tìm ra bằng chính phương pháp của Phrôlikh và Dac. Thay cho hệ thức:

$$\tau = \mu_m \gamma \quad (11.21)$$

mà τ là ứng suất tiếp, đối với hệ phân tán chúng ta được mối phụ thuộc:

$$\left(1 + T_{12} \frac{d}{dt}\right) \tau = \mu^* \left(1 + T_2 \frac{d}{dt}\right) \gamma \quad (11.22)$$

Đối với môi trường không nén được, đã tìm ra công thức:

$$\mu^* = \mu_m \left(1 - \frac{5}{3} c_g\right)$$

Các công thức chính xác đối với χ^* và μ^* đã cho phụ thuộc vào hằng số lưu biến của môi trường đàn hồi và của chất lỏng nhớt, trong các lỗ hổng của môi trường này.

11.5. HỆ PHÂN TÁN CÓ NỒNG ĐỘ THỂ TÍCH CAO

11.5.1. Khái niệm chung

Không nên nghĩ rằng, các công thức tuyến tính đối với c_v trong chương 10 sẽ thỏa mãn cho nồng độ thể tích cao. Thực nghiệm chứng tỏ rằng, công thức Anhxtanh khi có nồng độ thể tích vượt quá 2 ÷ 3%, không còn đúng.

Theo quan điểm thực tiễn, các trường hợp có nồng độ thể tích cao có ý nghĩa hơn cả. Ví dụ như nồng độ thể tích của phần tử cát trong dung dịch bê tông đạt 60% của chất độn trong cao su 50%.

Khi nghiên cứu các hệ phân tán với nồng độ cao, ta không thể bỏ qua sự tác dụng tương hỗ của các phần tử và cũng không thể cộng các hiệu ứng riêng của từng điểm lại thành hiệu ứng chung. Hơn nữa khi tích phân các phương trình trong lý thuyết phân tán, có nồng độ thấp ta thường cho rằng, thể tích của các phần tử là không đáng kể so với toàn bộ thể tích mà ta xét. Ta phải thấy rằng, sự phụ thuộc của M_{rel} vào c_v là một đường cong (hình 11.6) mà đường tiếp tuyến của nó đo qua điểm $c_v = 0$ chính là đồ thị của phương

trình tương ứng, với nồng độ thấp. Hàm $M_{rel}(c_v)$ được biểu diễn bằng đường cong mà phần lõm hướng về phía trục hoành, nếu môi trường được tăng bền bởi các phần tử của pha phân tán (ví dụ trong trường hợp khối cầu cứng) và phần lõm hướng về phía trục hoành nếu như môi trường bị giảm tính bền đi (ví dụ trong trường hợp có lỗ hổng), có thể đặt hàm M_{rel} ở dạng chuỗi mũ:

$$M_{rel} = 1 + \alpha_1 c_v + \alpha_2 c_v^2 + \alpha_3 c_v^3 \dots \quad (11.23)$$

Hình 11.6: Sự phụ thuộc của hằng số tương quan với nồng độ

Ngoài ra khi $c_v = 0$, $M_{rel} = 1$, còn α_1 trùng với hệ số tương ứng của phương trình trong chương 11, do đó nếu c_v nhỏ, công thức suy biến thành biểu thức cho nồng độ thấp.

Theo Kremer chúng ta có thể viết:

$$\alpha_1 = M_i \quad (11.24)$$

Ta gọi đại lượng M_i là *hằng số vật liệu đặc trưng*. Qua hình 11.6 hoặc lấy đạo hàm phương trình (11.23) ta có:

$$M_i = \left. \frac{dM_{rel}}{dc_v} \right|_{c_v=0} \quad (11.25)$$

11.5.2. Độ nhớt phân tán tập trung

Trong các công trình về sự phân tán có nồng độ cao, người ta đã thử xác định độ nhớt tương đối của nhũ tương có các khối cầu cứng trong chất lỏng nhớt và mở rộng công thức Anhtan.

Người ta đã xác định các hiệu ứng tác dụng tương hỗ giữa các phần tử khi chúng tiếp cận nhau. Khi đó tính toán rất phức tạp mà kết quả lại ít phù hợp với nhau. Thông số $\alpha_1 = \eta_i = 2,5$ có thể chấp nhận được.

Nhưng cùng với kết quả tính $\alpha_2 = 14,1$ và $\alpha_2 = 7,349$. Nảy ra vấn đề là nói chung liệu có thể tìm được công thức có tính đến tác dụng tương hỗ của các phần tử, và áp dụng được đối với giá trị bất kỳ của c_v , bắt đầu từ $c_v = 0$.

Giới hạn thỏa mãn đẳng thức (11.25) và phương trình tương ứng trong (11.4). Ở đây vấn đề lại là: trị số của giới hạn trên bằng bao nhiêu? Rõ ràng là sau khi bị bó chặt các khối cầu sẽ tiếp xúc với nhau, không thể tăng nồng độ lên được hơn nữa, khi đó sẽ không có thể có dòng chảy nữa, và độ nhớt sẽ tiến tới vô cực. Tuy nhiên có những cách khác nhau để bó những khối cầu. Đối với những quả cầu có cùng kích thước, khi bó kiểu khối lập phương.

$C_v = \frac{\Pi}{6} = 0,52$, trong khi đó nếu bó theo khối lục giác một cách chặt nhất thì. $C_v = 0,74$.

Việc tìm ra một công thức có thể thỏa mãn những số liệu thực nghiệm điều kiện: $C_v = 0$, $\eta_{rel} = 1$ và cho biết đặc trưng gói giới hạn, là một công việc rất khó khăn. Nếu như trở ngại này khắc phục được thì ta lại gặp một khó khăn nghiêm trọng khác, có liên quan đến giả thiết về dạng cầu của các phân tử. Giả thuyết này sẽ không phải là trở ngại khi xây dựng lí thuyết phân tán với nồng độ thấp, bởi vì các phân tử cách nhau tương đối xa, và khi tính năng lượng của các phân tử thành phần, ta có thể coi các điều kiện ở cách phân tử một khoảng cách nào đó ít phụ thuộc vào phân tử đó có dạng cầu lí tưởng hay không.

Ngược lại, nếu các phân tử rất gần nhau thì bất kì một sai lệch dạng cầu lí tưởng nào đều có thể có ảnh hưởng lớn.

Phương pháp hợp lí hơn là yêu cầu theo kiểu suy diễn như sau, độ nhớt η_{rel} phải thỏa mãn điều kiện.

$$d\eta'_{rel}/dc_v = 2,5 \text{ khi } C_g \rightarrow 0$$

và tăng vô cùng khi C_g tiến đến một nồng độ giới hạn tương ứng với một dạng gói chặt nào đó của các phân tử. Bài toán này đã được Mu-nhi giải một cách trọn vẹn, trong đó ông đã tìm ra được phương trình η_{rel} bằng cách đi từ 1 giả thiết đơn giản là thứ tự đưa từng phân tử vào chất lỏng không ảnh hưởng đến độ nhớt với C_v cho trước. Công thức của nó có dạng:

$$\eta_{rel} = \exp \left(\frac{2,5C_g}{1 - KC_g} \right) \quad (11.26)$$

Ngoài ra ta coi rằng: hiệu ứng tác dụng tương hỗ và phương pháp lấp đầy các phân tử trong bó không gian đặc trưng bằng một hằng số K, gọi là hệ số tự lấp đầy.

Dễ dàng thấy rằng, trong các điều kiện kể trên, điều kiện thứ nhất được thỏa mãn. Muốn thỏa mãn điều kiện thứ hai, mẫu số $1 - KC_v$ của số mũ phải bằng không tại điểm nằm giữa giới hạn $C_v = \frac{\Pi}{6}$ và $C_v = 0,74$, tương ứng với cách gói lỏng nhất, và cách gói chặt nhất. Như vậy tìm ra được là $1,35 < K < 1,91$.

Nếu lựa chọn trị số K thích hợp thì sẽ phù hợp với thực nghiệm. Lí thuyết mở rộng cho cả các phân tử có kích thước khác nhau.

Trong trường hợp nồng độ cao, có một phương pháp khác là phương pháp của Simha. Ông cho là khi nồng độ cao thì chỉ có các lực tương hỗ giữa các phân tử ở gần nhau. Ta có thể tưởng tượng rằng: xung quanh mỗi phân tử của hệ phân tán đồng nhất là một mặt cầu giả thiết nào đó và phân tử ở tâm khối cầu không tác dụng tương hỗ với các phân tử nằm ngoài mặt cầu. Sau đó ông đã lập và giải bài toán biên thủy động lực tương ứng. Nghiệm cuối cùng viết dưới dạng:

$$\eta_{rel} = \lambda + 2,5\lambda C_v \quad (11.27)$$

Trong đó: λ - hàm số của tỉ số a/b ;

a - bán kính của phân tử;

b - bán kính phạm vi tác dụng của phân tử.

Đối với C_v nhỏ, yếu tố λ thay đổi từ 1 đến vô cùng, khi gói chặt các phân tử λ có thể coi như là hàm số nửa kinh nghiệm. Ở đây chúng ta đã mô tả các công trình lí thuyết về xác định hằng số vật liệu của hệ phân tán và một số của Arnstein và Reiner đối với bê tông. Khi nghiên cứu tính từ biến của dung dịch xi măng với độ nhớt gần bằng 10^7 P, các tác giả đã xác nhận rằng các phương trình Anshantsev (11.8) có thể dùng được đối với cát với nồng độ thể tích đến 60%. Công thức thực nghiệm của họ có dạng:

$$\eta_{rel} = \frac{\eta_{\text{dung dịch}}}{\eta_{\text{xi măng}}} = \frac{1 + WC}{1 + WC} (1 + 2,5C_v)$$

Trong đó: WC là tỉ số thể tích nước xi măng của xi măng nguyên chất;

WC là tỉ số thể tích nước xi măng của xi măng tạo thành dung dịch.

Kết quả này có thể là do xi măng trong dung dịch có hệ số nhớt cao, trong hiện tượng từ biến dừng (hiện tượng rão) của dung dịch cũng không xảy ra thậm chí sau thời gian rất dài hàng năm. Do đó thí nghiệm mà kéo dài 4 năm có thể coi như nó thuộc về giai đoạn từ biến không dừng.

11.6. NGHIÊN CỨU TÍNH LƯU BIẾN CỦA ĐỘ NHỚT CẤU TRÚC

Khi nghiên cứu các chảy lỏng Newton tổng quát (suy rộng) mang tính phi tuyến vật lí η hay φ ta chú ý một điều là, chúng là những hệ phân tán và η giảm (hoặc tăng) cùng với sự tăng của vận tốc trượt. Các phân tử lơ lửng *tác dụng tương hỗ* với môi trường phân tán chuyển động. Nếu chúng ta chứng minh được, hiệu ứng này giảm khi vận tốc tăng, thì như vậy ta giải thích được trạng thái phi tuyến. Do đó bài toán bây giờ là giải thích tại sao và bằng cách nào sự tăng lên của vận tốc trượt lại làm giảm tác dụng tương hỗ như thế, chúng ta gọi là sự nhiễu loạn và *emobiliras*.

a) *Nhiều* là cơ cấu đã mô tả ở các phần trước. Nó có thể dẫn đến trạng thái phi tuyến bằng bốn cách khác nhau.

a_1) Sự định hướng bởi dòng các phân tử của pha phân tán và sự lệch hướng của chúng do *chuyển động Braou của chúng*. Như đã nêu ở chương 1 trượt đơn giản do đó có cả sự chảy đều kèm theo sự quay. Nếu các phân tử lơ lửng không phải là những khối cầu mà có dạng dài, thí dụ hình elípsoit, thì lực tác dụng tương hỗ của các phân tử với dòng chảy phụ thuộc vào hướng của chúng trong dòng chất lỏng, tức là phụ thuộc vào góc φ giữa trục chính của elípsoit và hướng chảy. Trong chất lỏng đứng yên góc này có thể có trị số bất kì với cùng mức độ xác suất. Sự phân bố như thế của các phân tử theo hướng xác định độ nhớt η_0 .

Khi chất lỏng chảy, góc này luôn luôn thay đổi tính do sự quay của các phân tử. Ở nhiệt độ thấp, cường độ chuyển động Braonơ không đáng kể và hướng của các phân tử hoàn toàn do dòng chảy của chất lỏng xác định, dòng chảy này xác định độ nhớt η_{∞} . Trong chuyển động chảy tầng khi hướng của phân tử vuông góc với hướng của dòng chảy, thì phân tử tác dụng tương hỗ với khối lượng chất lỏng lớn hơn là khi hướng của phân tử trùng với hướng của vận tốc chảy. Do đó $\eta_0 > \eta_{\infty}$.

Sự khuếch tán quay trong chuyển động Braonơ làm cản trở phân tử xác định hướng. Nếu chuyển động Braonơ không đáng kể, thì độ nhớt η_{∞} xuất hiện từ lúc ổn định và chảy, hệ như thế là hệ tuyến tính đơn giản với độ nhớt η_{∞} .

Khi ảnh hưởng của chuyển động Braonơ vượt khỏi lực định hướng, η_0 vẫn giữ nguyên và sự chảy trong trường hợp này cũng là sự chảy tuyến tính đơn giản. Trong trường hợp tổng quát, ở nhiệt độ bất kỳ với vận tốc trượt bất kỳ, giữa các lực khuếch tán và định hướng sẽ có sự cân bằng động và độ nhớt thỏa mãn bất phương trình.

$$\eta_0 > \eta > \eta_{\infty}$$

Trong đó độ nhớt tương đối η_{rel} phải phụ thuộc vào nhiệt độ. Khi nhiệt độ tăng không chỉ độ nhớt môi trường phân tán thay đổi mà cường độ chuyển động Braonơ cũng tăng và trị số η tiến đến η_0 . Như vậy khi tăng nhiệt độ, η_{rel} tăng lên.

a₂) Biến dạng đàn hồi

Do sự tác dụng tương hỗ của chất lỏng với phân tử, nên trong các phân tử xuất hiện những ứng suất. Dưới tác dụng của ứng suất, phân tử bị biến dạng giống như lò xo và biến dạng này có thể là đáng kể. Lực căng và độ giãn dài của phân tử đạt cực đại khi trục của nó nghiêng một góc 45° đối với hướng chảy. Tuy nhiên, phân tử không chỉ biến dạng trong dòng chảy mà còn quay nữa. Khi quay lò xo được giải phóng khỏi tải và phục hồi lại hình dạng của nó theo tính chất đàn hồi. Khi đó trong phân tử xuất hiện những dao động truyền cho chất lỏng và do đó năng lượng phân tán sẽ tăng lên. Nếu như tính chất này tồn tại, thì khi tăng vận tốc trượt, độ nhớt tương đối cũng phải tăng.

a₃) Sự nắn thẳng sợi cong

Nếu các phân tử có dạng sợi dài không cứng, thì kết quả sẽ hoàn toàn khác với điều đã mô tả ở phần a_2 . Sự kéo căng làm cho các sợi thẳng ra. Điều đó làm giảm tác dụng tương hỗ của các phân tử với dòng chất lỏng, vì vậy độ nhớt giảm xuống. Sự quay của phân tử gây ra sự xoắn ngược lại. Tính chất này có thể không phụ thuộc vào nhiệt độ.

a₄) Sự đứt: Nếu sức căng rất lớn hay độ bền của các phân tử rất nhỏ, thì các phân tử có thể bị đứt (gãy) ngay sau khi trục của chúng trùng với hướng lực căng lớn nhất ($\varphi = 45^\circ$).

Phần tử có thể bị phá hủy do bị uốn khi bị đứt, tỉ lệ kích thước lớn nhất với kích thước nhỏ nhất sẽ giảm và khi đó hình dáng của phần tử sẽ tiến đến dạng cầu và η giảm xuống.

Nếu như các mảnh vỡ tiếp xúc lẫn nhau ở một vị trí thích hợp, thì phần tử lại có thể có thể trở lại hình dạng ban đầu của nó. Nhưng xác suất của quá trình này rất nhỏ. Vì vậy đường cong đậm đặc khi vận tốc trượt giảm sẽ khác với đường cong khi vận tốc tăng, tức là đường cong đậm đặc sẽ có vòng trễ.

b) Hiện tượng trễ có thể gây ra trạng thái phi tuyến vì hai nguyên nhân.

b₁) Sự hút bám: Lớp hút bám có thể bị trượt khi chất lỏng chảy. Quá trình này là do Hatréch đề ra và được Reiner và Rivlin mô tả bằng toán học. Trong trường hợp này phải có ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ. Sự hút bám là một quá trình tỏa nhiệt và do đó nó giảm dần khi nhiệt độ tăng lên.

b₂) Sự làm bất động không gian: Đã được Kracmer và Uyliamson thảo luận tỉ mỉ. Họ coi các phần tử của pha phân tán như các vật thể siêu vi mô bị môi trường chất lỏng thấm ướt, giống như gen. Một hay một vài dạng liên kết giữa các nguyên tử và phân tử, tạo nên một thể thống nhất của các thành phần cấu trúc của phần tử. Các phần tử có thể là:

- i) Các phần tử rất lớn làm bất động chất dung môi giữa các nhánh ở cả các vòng;
- ii) Các mixela (vi tinh thể);
- iii) Nhóm mixela phân bố đều đặn;
- iv) Tổ hợp (hợp chất không có thứ tự) các phần tử nhỏ;

Trạng thái phi tuyến gây ra do hai nguyên nhân:

*) Biến dạng,

**) Sự phá hủy.

Ở mục *) nên chú ý là các phần tử có thể biến dạng đáng kể. Do đó chúng sẽ tham gia từng phần vào biến dạng của chất lỏng. Khi phần tử biến dạng chất dung môi bị ép ra (như nước bị ép từ miếng cao su xẹp) và như vậy khối lượng chất lỏng tự do tăng lên.

Đối với mục **) ta thấy biến dạng của hệ kèm theo ứng suất. Chỉ khi đến một giới hạn nhất định các phần tử mới bị các ứng suất này cản lại. Nếu vượt quá giới hạn này thì phần tử bị phá hủy và nó giải phóng ra một phần chất lỏng bất động. Trong quá trình chảy các mảnh phần tử nếu tiếp xúc nhau có thể chúng sẽ nối lại với nhau. "*Ở một vận tốc trượt nhất định sẽ có sự cân bằng động giữa vận tốc phá hủy và vận tốc kết tụ*".

Tuy nhiên xác suất kết tụ thường không bằng xác suất phá hủy. Chúng chỉ có thể bằng nhau trong trường hợp khi các phần tử là những tổ hợp không có trật tự. Chỉ trong trường hợp này mỗi lần các mảnh với hướng bất kì tiếp xúc nhau mới dẫn đến sự nối lại các mảnh. Trong trường hợp các phần tử, mixela và các tổ hợp sắp xếp trật tự, các mảnh vỡ có thể nối lại được chỉ khi nếu các mảnh phân bố theo một hình thức nhất định nào đó với nhau. Như vậy không phải các mảnh với hướng nào cũng có thể nối lại với nhau

được. Nếu đường cong đậm đặc ta lấy 2 lần, 1 lần khi vận tốc trượt tăng từ không đến cực đại và sau đó 1 lần khi giảm đến không; thì kết quả ta sẽ được không phải một mà là hai đường cong có vòng trễ từ.

Về ảnh hưởng của nhiệt độ, ta có thể giả thiết rằng: các lực liên kết bên trong một tổ hợp không có trật tự thường nhỏ đến mức là khi nhiệt độ tăng thì tổ hợp dần dần tự bị phân rã.

c) Các tiêu chuẩn cấu trúc

Tất cả những lập luận này dẫn tới kết luận là các quá trình khác nhau về dị thường độ nhớt có thể tồn tại và chắc là có thể tồn tại thực sự. Các trường hợp dị thường và các đặc điểm của chúng được trình bày trong bảng 11.1. Có bốn tiêu chuẩn xác định một quá trình này, đó là:

I) Ảnh hưởng nhiệt độ đến η_{rel} ;

II) Tính thuận nghịch và tính không thuận nghịch của quá trình khi vận tốc trượt thay đổi, nói một cách khác là có hay không có vòng trễ từ;

III) Sự tồn tại giới hạn dưới của trạng thái phi tuyến;

IV) Tương quan giữa η_0 và η_∞ .

Đối với mục I, cần nhận thấy rằng: η_{rel} không thể phụ thuộc vào nhiệt độ, nếu hiện tượng phi tuyến hoàn toàn chỉ có bản chất cơ - hình học. Trong trường hợp này sự thay đổi độ nhớt của dung dịch với nhiệt độ, hoàn toàn do sự thay đổi độ nhớt của chất dung môi gây ra. Ví dụ quá trình đó là sự đứt (đòng 1, IV trong bảng) vì trong trường hợp này chỉ thay đổi dạng hình học của phân tử. Trong trường hợp 1, iii có cũng không ảnh hưởng của nhiệt độ. Mặt khác đối với trường hợp 1, i và 1, ii phải có sự phụ thuộc vào nhiệt độ. Về tất cả các quá trình khác chúng ta không thể nói được điều gì một cách suy diễn.

Về mục (II) chúng ta đã chỉ ra rằng: sự thay đổi tức thời độ nhớt (tức là không chậm trễ) cùng với sự thay đổi vận tốc trượt chỉ có thể xảy ra trong trường hợp, nếu vị trí tương đối bất kì nào của các phân tử ở thời điểm va chạm đều làm cho các phân tử to lên. Điều kiện này không được tuân theo, nếu các phân tử là phân tử hoặc các mixela.

Bảng 11.1. Các dạng nhớt cấu trúc

Đặc trưng tác dụng tương hỗ khi pha phân tán chảy với môi trường phân tán	I	II	III	IV
	Sự phụ thuộc nhiệt độ η_{rel}	Tính thuận nghịch của đường cong đậm đặc	Tồn tại giới hạn dưới	Phụ thuộc η_0/η_∞ vào C_0
1	2	3	4	5
1) Sự nhiễu loạn				
i) Tác dụng tương hỗ định hướng với chuyển động Braonơ	tăng	có	không	không

1	2	3	4		5
ii) Biến dạng đàn hồi	tăng	có	không		không
iii) Sự nắn thẳng các sợi cong	không	có	không		không
iv) Sự đứt	không	không	có		không
2) Sự làm bất động					
A) Sự hút bám	Giảm	có	có		không
B) Sự làm bất động thể tích			(a) biến dạng	(b) đứt	
i) Các phân tử lớn	?	không	không	có	không
ii) Các Mixela	?	không	không	có	không
iii) Các nhóm có trật tự	?	không	không	có	không
iv) Các nhóm không trật tự	giảm	có	không	có	có

Đối với phần III có nhận xét như sau: Nếu độ nhớt phi tuyến do sự phá hủy từng phần cấu trúc gây ra (2B, ii, iii, iv) hay do sự giảm kích thước các phân tử (i, iv, 2A), thì nhất định phải tồn tại một giới hạn khác không của độ nhớt phi tuyến. Chỉ có thể thắng được những lực mà nhờ chúng những phân tử ban đầu hay các cấu trúc thứ hai tồn tại, khi các ứng suất do dòng chảy sinh ra đạt được và vượt quá một giá trị nào đó, khi chưa đạt được giá trị này, trạng thái chất lỏng bình thường, tức là trạng thái tuyến tính đơn giản. Giới hạn đó không thể tồn tại trong các trường hợp (1, i, ii, iii), trong đó các ứng suất nhỏ nhất đều có ảnh hưởng.

Về mục IV phải nhận thấy một điều như sau: Nếu cấu trúc của pha phân tán *không phụ thuộc vào nồng độ của nó*, thì η_0/η_∞ không thể phụ thuộc vào C_v . Ví dụ, nếu sự dị thường độ nhớt do quá trình 1, i gây ra tức là do tác dụng tương hỗ của sự định hướng và chuyển động Braonơ, thì tỉ số η_0/η_∞ phải có cùng một giá trị không phụ thuộc vào số lượng phân tử trong sự phân tán. Mặt khác trong trường hợp 2B, iv tức là trong trường hợp các tổ hợp không trật tự, các cấu trúc thứ hai có khả năng xuất hiện chỉ ở nồng độ cao, trong khi đó ở nồng độ thấp, pha phân tán gồm những phân tử ổn định ban đầu. Trong trường hợp này tỉ số η_0/η_∞ sẽ tăng cùng với C_v .

Tất cả các cơ cấu đều đòi hỏi trạng thái phải chuyển sang trạng thái tuyến tính thuần túy khi đạt được giá trị η_∞ . Giá trị η_∞ này có thể đạt được hoặc ở vận tốc trượt hữu hạn, hoặc tiệm cận ở vận tốc trượt vô cực.

Sự phụ thuộc nhiệt độ của độ nhớt cấu trúc được xác định qua các đường cong *đậm đặc tương đối*. Độ đậm đặc tương đối được xác định bằng *biến số đậm đặc tương đối*.

$V_{rel} = V\eta_s$ (11.28), và đặt đồ thị nó như một hàm số P , η_s là độ nhớt của môi trường (chất dung môi). Nếu không có mối phụ thuộc nhiệt độ thì tất cả các đường cong đều hợp nhất một đường cong.

Chương 12

PHÉP ĐO LƯU BIẾN

12.1. PHƯƠNG PHÁP

Người ta đã xác định các thông số lưu biến bằng các loại lưu biến kế khác nhau, trong đó là những *nhót kế* dùng cho các loại chất lỏng khác nhau và những *máy thử nghiệm* dùng cho kim loại và các vật liệu rắn khác. Trong đó có thể đo hoặc giá trị tuyệt đối của một đặc trưng cần xác định hoặc giá trị của nó đối với vật liệu chuẩn nào đó.

Lưu biến kế được phân làm ba nhóm:

- Trong các dụng cụ nhóm I, vật liệu chịu biến dạng đồng nhất thuần túy;
 - Trong các dụng cụ nhóm II, vật liệu chịu trượt tầng bán đồng nhất;
 - Trong các dụng cụ nhóm III, vật liệu chảy tầng ở dạng phức tạp hơn.
- Một số ví dụ nhóm I là những thí nghiệm kéo thép mềm, nén bê tông và kéo nhót theo Trouton. Trong đó phải chú ý đến "các hiệu ứng đầu mút" phương pháp này ít thích hợp hoặc không thích hợp khi nghiên cứu các hiệu ứng bậc hai.

- Một số ví dụ về nhóm II là những nhót kế mao dẫn và nhót kế quay. Do tính không đồng nhất của trường biến dạng, ở đây chúng ta phải hoặc *tích phân* phương trình lưu biến hoặc vi phân các kết quả thực nghiệm. Trong một vài trường hợp trượt tầng có thể có những hiện tượng mà ta cho nhầm là hiện tượng dị thường. Ví dụ: nếu ta đo bằng nhót kế kiểu quay, thì các hiệu ứng gây ra do các trục chính biến dạng quay, ta có thể nhầm cho đó là dòng chảy phi Niuton.

Nhưng do chính những nguyên nhân này, mà phương pháp rất tiện để nghiên cứu các hiệu ứng bậc hai.

- Một ví dụ của phương pháp nhóm III, là phương pháp bi rơi tuân theo định luật Stôc.

Trong các dụng cụ nhóm I, II phương pháp thí nghiệm hoặc là phương pháp tĩnh tức là trong điều kiện cân bằng, hoặc là phương pháp động, trong đó tải trọng và biến dạng thay đổi theo quy luật nhất định. Nếu ta đưa các giá trị đo được lên đồ thị để biểu diễn sự phụ thuộc lẫn nhau của chúng, thì ta sẽ được *đường cong thực nghiệm kỹ thuật*. Đường cong này vẫn chưa cho ta một khái niệm trực tiếp về tính chất lưu biến. Muốn có được khái niệm này, ta phải dựng *đường cong thực nghiệm lưu biến* trong các biến số đậm đặc. Bằng cách so sánh dạng chung của đồ thị đó với các đường cong nhận được trên mô hình trong các thí nghiệm tương tự và có thể chọn được phương trình lưu biến cho vật liệu cụ thể.

Ta có thể lấy bê tông làm ví dụ ứng dụng của phương pháp này. Giả sử khi chất tải lên tấm bê tông hoặc bê tông cốt thép thì biến dạng cực đại của tấm bằng δ . Có một phần biến dạng võng tăng tức thời (δ_i). Nếu sau khi đặt tải ta cất tải ngay thì phần biến dạng δ_{ei} cũng mất đi ngay, phần biến dạng δ_{ei} được sinh ra là do các ứng suất của biến dạng đàn hồi tức thời gây nên. Một phần khác δ_s không mất đi, do đó có thể viết:

$$\delta_i = \delta_{ei} + \delta_s \quad (12.1)$$

Mặt khác nếu tải trọng tác dụng trong một khoảng thời gian T , thì trị số δ_i tăng từ δ_i đến δ_T . Nếu bây giờ chúng ta cất tải, thì ngoài độ phục hồi tức thời với trị số bằng δ_{ei} , cũng như trước, sẽ thấy sự giảm biến dạng dần dần trong khoảng thời gian kéo dài hàng ngày đêm và hàng tuần lễ và giá trị lớn nhất của nó bằng δ_d . Quá trình này là *tác dụng sau đàn hồi*. Trong khi đó biến dạng dư tăng đến một giá trị σ_v nào đó. Nếu tăng thời gian chịu tải lên gấp đôi, ta sẽ thấy δ_v tăng gần đến $2\delta_v$ và δ_d tăng đến $n\delta_d$, ở đây $1 < n < 2$. Nếu ta cứ để tải tác dụng mãi mãi, thì δ_d không vượt quá trị số cực đại nào đó, gọi là *biến dạng đàn hồi trễ* $\delta_{e,d}$. Nếu δ_v tăng theo thời gian và tăng theo tỉ lệ thuận khi tải tăng, ví dụ như trong chất lỏng, thì trong trường hợp này, biến dạng này gọi là *biến dạng nhớt*.

Bởi vậy, chúng ta có thể phân tích biến dạng toàn phần thành các thành phần bằng ba cách:

Thứ nhất, ta phân biệt độ võng thuận nghịch $\delta_{e,i}$ và $\delta_{e,d}$ độ võng không thuận nghịch δ_s , δ_v , $\delta_{e,i}$ và $\delta_{e,d}$ gọi là biến dạng *đàn hồi*, còn δ_s và δ_v gọi là biến dạng dư.

Thứ hai là cần phân biệt độ võng tức thời $\delta_{e,i}$ và δ_s với độ uốn $\delta_{e,d}$ và δ_v phụ thuộc vào thời gian. Nếu biến dạng $\delta_{e,d}$ và δ_s tăng với vận tốc rất nhỏ, thì xảy ra hiện tượng gọi là *từ biến*. Các biến dạng này có thể tách ra chỉ sau khi bỏ tải, và $\delta_{e,d}$ gọi là biến dạng của từ biến đầu tiên, và phát sinh do sau sự tác dụng đàn hồi.

δ_v là biến dạng của từ biến thứ hai hay từ biến dừng, và phát sinh do hiện tượng chảy nhớt.

Như đã nói ở trên, δ_s không xuất hiện khi chất tải lần hai. Bỏ qua δ_s , bằng phương pháp thứ ba ta có thể liên hệ $\delta_{e,i}$ và δ_v sau khi đã tách chúng từ $\delta_{e,d}$.

Dễ dàng thấy rằng, khi cộng $\delta_{e,i}$ và δ_v ta nhận được trạng thái lưu biến của vật liệu, cũng như ở vật thể Macxven. Nếu có tất cả các loại biến dạng này, thì chúng ta phải nối các vật thể M và K nối tiếp, và như vậy ta được vật thể Bu. Như vậy ta đã đi đến kết luận rằng: Vật thể Bu thích hợp cho việc mô tả trạng thái lưu biến của bê tông, nhưng trong đó phải chú ý đến biến dạng dư δ_s .

12.2. KÉO VÀ NÉN ĐƠN GIẢN

Các thí nghiệm kéo và nén là phổ biến nhất bởi vì dễ thực hiện nhất, mặc dù trong điều kiện thực tế các vật liệu thí nghiệm ít chịu kéo và nén đơn giản.

Thí nghiệm kéo áp dụng rộng rãi đối với kim loại đen và kim loại màu và cho cả chất dẻo. Các vật liệu có lực cản thấp đối với kéo so với lực cản của nó đối với nén, và do đó được áp dụng trong các công việc chịu tải nén, thường được hay dùng nhất để thí nghiệm nén. Thí nghiệm kéo và nén tiến hành không những chỉ để xác định tính chất của vật liệu mà còn để thử độ bền các thành phẩm, ví dụ: dây, thanh, ống, vải và sợi được thử kéo trong khi đó gạch, sứ, đá, gang và bê tông được thử nén.

Khi các tính chất lưu biến của vật liệu xác định bằng cách kéo thanh hình lăng trụ độ dài l_0 của nó tăng dần lên một đoạn Δl và điều đó dẫn đến sự giảm dần dần của diện tích mặt cắt ngang từ A_0 đến A . Do đó nếu giữa tải trọng P không đổi thì ứng suất kéo σ xác định bằng biểu thức:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (12.2)$$

Khi A giảm đến A_0 , ứng suất kéo tăng dần tương ứng.

Ví dụ khi thử nghiệm tiêu chuẩn kéo thép mềm, để dựng biểu đồ ứng suất - biến dạng người ta dùng ứng suất định danh là thương của tải trọng chia cho diện tích ban đầu của mặt cắt ngang.

$$\sigma_0 = \frac{P}{A_0} \quad (12.3)$$

Nếu như giữ cho tải trọng không đổi thì ứng suất trong mẫu sẽ thay đổi trong quá trình thí nghiệm. Điều đó làm cho việc tính toán lí thuyết phức tạp thêm. Do đó Andrade, Andrade và Chalmers, Scot - Blair đã đề xuất các thiết bị khác nhau để giữ cho ứng suất không thay đổi trong mẫu bằng cách giảm tải trọng. Nhưng các thí nghiệm với tải trọng không đổi lại có những ưu việt của chúng. Trong đó ta không chỉ có thể đơn giản thiết bị đáng kể mà ngoài ra, sự ưu việt còn ở chỗ là *một thí nghiệm* thực hiện được mục đích thí nghiệm của một số thí nghiệm với σ thay đổi và từ một thí nghiệm có thể nhận biết được sai lệch về trạng thái vật liệu so với trạng thái của vật thể Húc đơn giản hay chất lỏng Niuton đơn giản, vì lí do này Lesersich và Reiner đã sử dụng các máy đo độ dẫn với *tải trọng* không đổi để nghiên cứu tính lưu biến của bitum. Khi xử lí kết quả của mình Lesersich đã dựng biểu đồ biến dạng dẫn dài phụ thuộc vào thời gian tính theo phần trăm:

$$\Delta_l^c = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (12.4)$$

độ nghiêng của đường cong là độ đo vận tốc biến dạng $\dot{D}$. Do ứng suất tăng dần dần, $\dot{D}$ cũng tăng dần dần và ngay cả đối với chất lỏng Niuton đơn giản có độ nhớt không đổi, đường cong D_l^c , t không phải là đường thẳng mà là đường cong hướng phần lồi về phía trục t . Việc mô tả giải tích loại đường cong như thế là bài toán khó. Nếu ta vẽ đồ thị biến dạng dọc chiều dài ở trạng thái biến dạng:

$$l = l_o + \Delta l \quad (12.5)$$

mà biến dạng được xác định bằng phương trình

$$D_l^s = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_o}{l} = 1 - \frac{l_o}{l} \quad (12.6)$$

thì đối với chất lỏng Niuton đơn giản ta sẽ được đường thẳng. Mối phụ thuộc này có thể xác định được từ quy luật chảy khi kéo đối với chất lỏng Niuton đơn giản như sau:

Khi kéo mẫu lỏng trụ một đầu được kẹp chặt còn một đầu chuyển động với vận tốc:

$$v_l = \frac{dl}{dt} = \dot{l} \quad (12.7)$$

Như vậy vận tốc biến dạng sẽ được xác định bằng hệ thức:

$$f_l = \frac{v_l}{l} = \frac{\dot{l}}{l} = \frac{d}{dt} \ln l \quad (12.8)$$

Đối với chất lỏng Niuton, đại lượng này liên hệ với ứng suất kéo σ qua hệ thức:

$$\sigma = \lambda f_l \quad (12.9)$$

Trong đó: λ là hệ số độ nhớt Truton khi kéo.

Đặt biểu thức (12.8) vào (12.9) ta được:

$$\sigma = \lambda \frac{\dot{l}}{l} \quad (12.10)$$

Như đã nói, nếu tải trọng P không đổi, thì trong quá trình thí nghiệm, ứng suất σ thay đổi khi độ dài l thay đổi. Vì trị số σ phụ thuộc vào diện tích của thiết diện ngang, mà diện tích này lại liên quan với l qua thể tích mẫu, nên ta có thể tính sự thay đổi của σ cùng với sự thay đổi của l bằng cách:

Giả thiết rằng, thể tích của vật liệu biến dạng là không đổi, tức là:

$$V = Al = A_o l_o \quad (12.11)$$

Từ đó

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{Pl}{A_o l_o} = \sigma_o \frac{l}{l_o} \quad (12.12)$$

Từ công thức (12.10) ta tìm được:

$$\sigma_o = \lambda \frac{l_o}{l^2} \dot{l} \quad (12.13)$$

Chú ý tới (12.6) ta có:

$$\frac{l_o}{l^2} \dot{l} = \dot{D}_l^s \quad (12.14)$$

và sau khi tích phân ta được:

$$\frac{D_l^S}{\sigma_0} = \frac{t}{\lambda} \quad (12.15)$$

Nếu vật liệu là chất lỏng Niuton đơn giản, tức là λ là đại lượng cố định không phụ thuộc vào σ_0 , thì đồ thị của phương trình (3.25) là đường thẳng đi qua gốc tọa độ. Kết luận này xác nhận phương pháp của Lesersich.

Lesersich đã dùng chính phương pháp đó cho kéo hữu hạn vật thể Húc đơn giản, mà biến dạng của nó được xác định bằng phương pháp bình thường (theo Còsi) tức là:

$$e_l^c = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l}{l_0} = -1 \quad (12.16)$$

Phương trình tương tự (12.4) chỉ có ở đây Δl là độ dãn dài thuận nghịch. Giả sử E là mô đun L. ounge tương tự với (12.9) ta có:

$$\sigma = E_l^c \quad (12.17)$$

từ các biểu thức (12.12) và (12.16) ta tìm được

$$\sigma_0 = E D_l^S \quad (12.18)$$

Trong đó D_l^S xác định bằng công thức (12.4), nếu $\sigma_0 = E$ thì từ hệ thức (12.18) ta tìm được $D_l^S = 1$ và $l = \infty$

Sự cân bằng có thể chỉ khi nếu σ_0 không vượt quá mô đun L. ounge cho

$$\sigma_0 = aE \quad (12.19)$$

Số nhân a không thể lớn hơn một đơn vị. Như vậy có thể viết công thức (12.17) dưới dạng:

$$\frac{D_l^S}{\sigma_0} = \frac{1}{E} \quad (12.20)$$

Từ công thức (12.14) và (12.19) suy ra rằng, nếu chúng ta vẽ đồ thị cho 1 loại thí nghiệm khi tải trọng không đổi dưới dạng phụ thuộc của tỉ số D_l^S/σ_0 tức là độ dãn dài theo Sveinghe (tính cho đơn vị ứng suất định danh σ_0) vào thời gian t , và nếu trong đó tất cả các đường cong nhận được ở tải trọng khác nhau mà hợp lại thành một đường cong thì điều đó chứng tỏ rằng:

i) Trong trường hợp chất lỏng nhớt đó là chất lỏng Niuton đơn giản.

ii) Trong trường hợp vật thể đàn hồi đó sẽ là vật thể Húc đơn giản, cần thấy rằng, trong trường hợp của chúng ta D_l^S chỉ có nghĩa hình thức, nhưng phương trình (12.12) vào có ý nghĩa vật lí. Lesensich coi phương pháp này như là một điều sửa đổi nào đó. Đối với vật thể Kenvin sẽ đi từ (4.39) mà ta có thể viết như sau:

$$\sigma = E \left(e_l^c + T_{rel} f_l \right) \quad (15.21)$$

$$T_{rel} = \frac{\lambda_f}{E} \quad (15.22)$$

và thời gian sau tác dụng

Từ các hệ thức (15.11), (15.7), (15.18), (15.20) ta nhận được:

$$dt = T \frac{l_o}{a l - c l_o} \cdot \frac{dl}{l} \quad (15.23)$$

Ở đây ta bỏ các chỉ số cho đơn giản.

Nếu như tính đàn hồi đơn giản như ở vật thể Húc thì công thức (15.23) có dạng:

$$dt = \frac{T d_e}{[e^2(a-1) + e(2a-1) + a]} \quad (15.24)$$

Sau khi lấy tích phân ta được:

$$e/a = \left[\frac{e^{t/T} - 1}{a + (1-a)e^{t/T}} \right] \quad (15.25)$$

Thay giá trị e từ (12.16) vào (15.25) ta có:

$$\left(1 - \frac{l_o}{l} \right) \sigma_o = \frac{(1 - e^{t/T})}{E} \quad (15.26)$$

Theo phương trình (15.5) ta có thể viết D_l^S thay cho $1 - \frac{l_o}{l}$. Tuy nhiên cần phải thấy rằng trị số này không phải là biến dạng đàn hồi của vật liệu, mà biến dạng đàn hồi của vật liệu là e^c , từ đó:

$$\frac{D_l^S}{\sigma_o} = \frac{(1 - e^{t/T})}{E} \quad (15.27)$$

Như vậy khi xây dựng biểu đồ phụ thuộc biến dạng theo Sveinger tính cho một đơn vị ứng suất định danh σ_o như là một hàm số phụ thuộc thời gian, và kết quả đo có cùng số mũ nếu như vật thể K là vật thể H đơn giản. Điều này đã được Braun, Shenphert-Reiner và Traun xác nhận là đúng đối với loại bitum ôxy hoá 20 - 30 pen là chất mang tính đàn hồi khác thường. Đối với loại bitum này các hệ số lưu biến được tìm ra như sau: môđun đàn hồi $E = 1,331.106 \text{ đin/cm}^2$.

Thời gian sau tác dụng: $T = 372s^{-1}$

Hệ số nhớt Truton: $\lambda = 4,96.10^8 \text{ nz}$

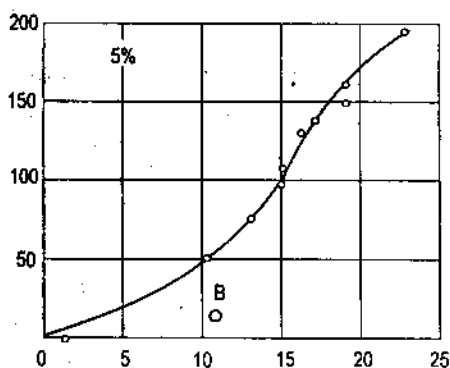
12.3. CÁC TÍNH CHẤT CÔNG NGHỆ

Trong phần này chúng ta trình bày rất ngắn gọn các tính chất công nghệ của vật liệu. Người ta đã làm ra thiết bị đặc biệt để đo một số tính chất công nghệ của vật liệu, trong khi đó vẫn chưa có thiết bị nào để nghiên cứu các tính chất khác. Trong trường hợp nghiên cứu các tính chất khác, các chuyên gia xác định tính chất vật liệu bằng giác quan theo cảm giác và theo dạng bên ngoài. Ở đây chúng ta dùng đến các vấn đề tâm sinh lý của lưu biến học như đã nói ở chương 1. Trừ tính xúc biến ra, ở đây ta có thể lập được một từ điển ngắn mà qua đó khi một nhà vật lý gặp một thuật ngữ chuyên môn nào trong tài liệu, họ có thể có những khái niệm cần thiết. Người đọc có thể tìm được thông tin đầy đủ hơn về vấn đề này trong quyển sách Scot - Bler (1949) trong đó có nhiều chỉ dẫn đến các tài liệu tham khảo.

Thuật ngữ *tính xúc biến* do Freindli và các cộng tác viên đưa ra đầu tiên, để xác định quá trình chuyển tiếp đẳng nhiệt thuận nghịch từ gen sang dôn khi có tác dụng cơ học. Về sau ông đã giải thích tính chất đó kỹ hơn là "tính chất của vật thể, trong đó tỉ số ứng suất tiếp với vận tốc trượt giảm tạm thời do biến dạng trước đó". Ở đây yếu tố thời gian là đáng kể, nó phân biệt tính xúc biến với độ nhớt cấu trúc. Grin (1949) đã đề xuất một dụng cụ để đo định lượng sự xúc biến.

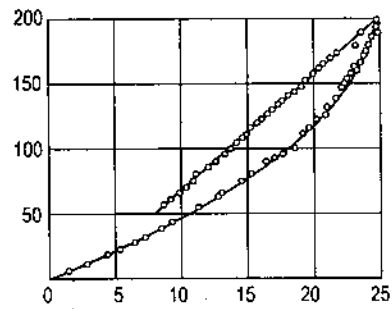
Hermite đã đưa ra thuật ngữ "phản xúc biến" để xác định độ tăng lên của tỉ số nói trên. Cần phải phân biệt sự khác nhau của xúc biến và phản xúc biến với độ nhớt cấu trúc cả xúc biến, cả độ nhớt cấu trúc đều liên quan đến sự giảm thuận nghịch độ nhớt do sự tăng ứng suất trượt, gây ra với liên quan đến sự phục hồi độ nhớt về sau ở trạng thái tĩnh. Tuy nhiên trong trường hợp độ nhớt cấu trúc, sự phục hồi thực tế xảy ra tức thời, không chậm trễ, trong khi đó trong trường hợp xúc biến, sự phục hồi độ nhớt đòi hỏi phải có thời gian nào đó đôi khi thời gian đáng kể. Sự phản xúc biến khác với xúc biến ở chỗ là, trong trường hợp này, sự tăng ứng suất tiếp làm cho độ nhớt tăng. Nó khác với độ nhớt cấu trúc ở chỗ là sự phục hồi độ nhớt của hệ cũng như trong trường hợp xúc biến có chậm trễ. Các trường hợp xúc biến có rất nhiều còn hiện tượng phản xúc biến xảy ra tương đối ít.

Katchalsky và các cộng tác viên của ông đã phát hiện một ví dụ lý thú về phản xúc biến trong dung dịch 5% axit polimer - tacrilôvai, trong nước độ nhớt của dung dịch này tăng 350 lần sau khi dung dịch chịu trượt trong 1 phút với tốc độ $10s^{-1}$.

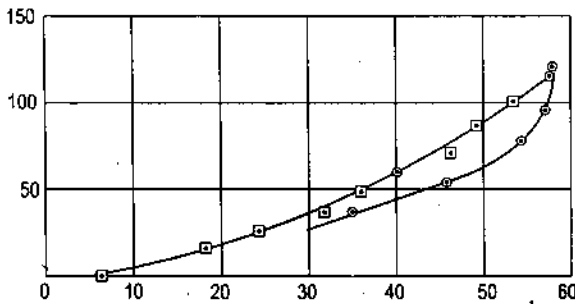


Hình 12.1: Đường cong chảy Ostvanda đối với dung dịch cao su trong toluen

Có thể biểu diễn sự khác nhau giữa ba nhóm độ nhớt biến thiên bằng những đường cong cho các chất sau: dung dịch cao su 1,5% trong toluen có độ nhớt cấu trúc (hình 12.1). Bitum rất mềm bị phá chảy (hình 12.2) và dung dịch 5% trong tetralin có sự phản xúc biến và trục hoành là góc xoắn của dây tóc để treo xilanh bên trong (góc xoắn này là độ đo mômen lực và ứng suất tiếp). Người ta thấy rằng: khi thử nghiệm lần thứ hai, vòng xúc biến không còn nữa, sau khi duy trì dung dịch trong 24 giờ, vòng lại xuất hiện lần nữa, nhưng khi đó lại hẹp đi đáng kể. Như vậy ảnh hưởng của trượt lần trước sẽ giảm đi nếu dung dịch được duy trì trong trạng thái tĩnh.



Hình 12.2: Đường cong chảy ticrôtrôpi xúc biến của nhựa đường mềm độ thị ở hình vẽ trên, trục tung là vận tốc biến của xilanh ngoài của nhớt kế quay



Hình 12.3: Đường cong chảy phản xúc biến của dung dịch Poliizobutilen trong tetralin.

nhiên cũng chính thuật ngữ này dùng để mô tả trị số nghịch đảo độ tròn của cát, tức là mô tả độ không nhấp nhô của các phần tử cát. Trong trường hợp này người ta cần sử dụng thuật ngữ *hệ số góc cạnh* (coefficient of angularity).

Nếu ta lấy mẫu đất sét và dùng các ngón của hai tay lần lượt kéo và nén, thì sức cản của đất sét đầu tiên là nhỏ, sau đó tăng lên đáng kể. Tính chất này gọi là sự *đông cứng* (back - lash). Nếu như một vật liệu nào đó, ví dụ lưu huỳnh nóng chảy hoặc gôm arabic, chảy qua ống mao dẫn và áp suất đột ngột giảm xuống không thì vật liệu sẽ bắt đầu chảy ngược lại. Hiện tượng này gọi là hiện tượng *dàn hồi chảy* (flow - elasticity) chắc là giữa tính chảy đàn hồi và khả năng tăng bền của vật liệu khi kéo vật liệu thành những sợi đàn hồi dài. Tính chất này tiếng Đức gọi là *spinnbarkeit* và tiếng Anh gọi là *leptogenesis*

Micromeristics) nghiên cứu lưu biến học của các phần tử nhỏ khuếch tán. *Phục hồi* (redress) là hiện tượng thuận nghịch dưới ảnh hưởng các yếu tố bên ngoài, nếu yếu tố đó là nhiệt thì người ta gọi là *phục hồi nhiệt*.

Phá huỷ lưu biến là phá huỷ cơ học không thuận nghịch các gen trong quá trình chảy. *Sự lưu ngưng* là hiện tượng gen xúc biến đóng rắn nhanh khi chảy chậm.

Độ bám (stickiness) (xác định đối với đất) là lực cần để tách một tấm nào đó khi nó bị ép vào đất, tính chất này ít khác với *độ dính bám* (adhesinty) hay độ dính (tack). Độ dính thường dùng trong ngành in và nó là "tính chất bề mặt của các vật liệu dẻo, mà nhờ tính chất đó 2 mẫu vật liệu khi tiếp xúc với nhau chống lại sự tách rời chúng". Grin đã nghiên cứu độ dính. Người ta dùng loại máy đơn giản để đo độ bám dính của mực in. *Sự tăng bền* biến dạng hay dùng nhất để gọi hiện tượng tăng giới hạn chảy do biến dạng dẻo lớn, nhưng trong một số trường hợp, nó còn để gọi sự tăng độ nhớt. Một số tác giả còn dùng thuật ngữ *giảm bền biến dạng*. *Sự rối cấu trúc* biểu hiện trong chất lỏng có độ nhớt cấu trúc khi vận tốc nhỏ hơn đáng kể so với vận tốc tới hạn của rối Reiner cho rằng hiện tượng này, cũng như độ nhớt biến thiên, gắn liền với sự phân huỷ cấu trúc bên trong khi ứng suất tiếp vượt qua một giới hạn nào đó.

Sự xuyên qua và độ quán (ductility) là hai thuật ngữ dùng trong công nghệ bitum. Sự xuyên qua được xác định theo chiều sâu của kim có trọng lượng cắm vào hố bitum. Độ quán được xác định trong thí nghiệm về kéo. Người ta kéo khối bitum với tốc độ nhất định cho đến khi sợi dây nối các đầu vẫn chưa bị đứt. Chiều dài khối bitum mà đến đó sợi bitum bắt đầu đứt được gọi là độ quán của nó.

Để kết luận ta phải nói một điều như sau: trên quan điểm công nghệ, giữa vật thể rắn và chất lỏng có sự khác nhau rất lớn. Nhưng lưu biến học lại không coi chúng là những vật thể khác nhau đáng kể. Thuật ngữ "*lưu biến học*" xuất phát từ câu của gheraclit là "Πανταρχει" (Hy lap - tất cả đều chảy). Với lập luận như thế ta có thể nói "vật thể bất kì nào cũng là vật rắn" giữa chất lỏng và vật rắn có sự khác nhau về lượng hơn là về chất. Điều này đã được nói đến ở chương 4. Ví dụ như ở trên, ta đã coi bê tông là chất lỏng với thời gian rã $\approx 10^6$ s, còn không khí là vật rắn với thời gian dãn $\approx 10^{10}$ s. Nếu coi bê tông là một chất rắn và không khí là chất lỏng thì đó không phải lĩnh vực quan tâm của lưu biến học.

PHỤ TRƯỞNG

Trong cơ học đất, đất được coi là môi trường liên tục mà chuyển vị của nó là những hàm số tọa độ liên tục, và do đó ta có thể áp dụng phương pháp lưu biến vĩ mô, như trình bày trong cuốn sách này. Phương pháp này không áp dụng được cho một số vấn đề của địa chất động lực học và thực tế khai thác mỏ, bởi vì vỏ trái đất là tổ hợp với các thành phần khác nhau. Litrinisin khi xét loại bài toán đó đã áp dụng các phương trình quá trình cho ở chương 3. Phương trình chất lỏng Niuton đã được Puadoil chứng minh bằng thực nghiệm, bằng thực nghiệm ông đã nhận được phương trình 4.19 mà Gagen đã tìm ra trước theo lý thuyết từ công thức 3.14 Puadoil đã nghiên cứu dòng chảy của máu trong động mạch, nhưng ông tìm ra phương trình lại từ thí nghiệm với nước. Máu là loại huyền phù có độ nhớt cấu trúc. Gieppho và Naisly đã xác định rằng "Có đoạn động mạch giống hình nón cụt hơn là hình trụ". Dòng chảy của máu trong mạch vẫn chưa được nghiên cứu đầy đủ.

Từ chương 4 Scot - Bler (1949) đã đề xuất mô hình hoá vật thể Sanhvonăng bằng pittông chuyển động trong ống trụ được chất đầy bột đất sét nhão với giới hạn chảy nhất định. Paez đã đề xuất một mô hình khác cho bê tông. Mô hình mô tả độ cong của biểu đồ phụ thuộc ứng suất vào biến dạng, sự xuất hiện biến dạng dư khi bỏ tải, trị số giới hạn của ứng suất tương ứng với giới hạn bền của vật liệu là mô hình gồm có nhiều pittông kiểu Scot - Bler nối với nhau bằng lò xo. Sau đó để thay cho pittông ông đã đề xuất là nên để vào trong ống trụ những lò xo truyền lực tải cho ống trụ bằng ma sát thành ống. Bằng cách đặt xi lanh vào thùng chất lỏng nhớt sao cho chất lỏng bị hút theo hay bị xilanh đẩy ra nếu pittông chuyển động lên hay xuống, ông đã lập được mô hình mô tả biến dạng khi co ngót và nở trương, tức là biến dạng do sự hấp phụ hay mất nước gây ra trong quá trình đóng rắn. Ôlsắc và Litvinishin khi mô hình hoá quá trình chảy phi tuyến, đã thay ống bằng bình có đường kính thay đổi.

PT1 HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI THỂ TÍCH - TRỌNG LƯỢNG

Từ gallon Anh/l sang tấn với khối lượng riêng ở 18°C

Khối lượng riêng ở 15°C kg/l	Gallon Anh/tấn	L/tấn	Khối lượng riêng ở 15°C kg/l	Gallon Anh/tấn	L/tấn
0,790	279,06	1265,82	0,915	240,94	1092,90
0,795	277,31	1257,86	0,920	239,63	1086,96
0,800	275,58	1250,00	0,925	238,34	1081,08
0,805	273,86	1242,24	0,930	237,05	1075,27
0,810	272,17	1234,56	0,935	235,79	1069,52
0,815	270,50	1226,99	0,940	234,53	1063,83
0,820	268,85	1219,51	0,945	233,29	1058,20
0,825	267,22	1212,12	0,950	232,06	1052,63
0,830	265,61	1204,82	0,955	230,85	1047,12
0,835	264,02	1197,60	0,960	229,65	1041,67
0,840	262,45	1190,48	0,965	228,46	1036,27
0,845	260,90	1183,43	0,970	227,28	1030,93
0,850	259,36	1176,47	0,975	226,11	1025,64
0,855	257,85	1169,59	0,980	224,96	1020,41
0,860	256,35	1162,79	0,985	223,82	1015,23
0,865	254,87	1156,07	0,990	222,69	1010,10
0,870	253,40	1149,43	0,995	221,57	1005,03
0,875	251,95	1142,86	1,000	220,46	1000,00
0,880	250,52	1136,36	1,025	215,08	975,61
0,885	249,11	1129,94	1,040	211,98	961,54
0,890	247,71	1123,59	1,071	205,85	933,71
0,895	246,32	1117,32	1,170	188,43	854,70
0,900	244,96	1111,11	1,175	187,63	851,06
0,905	243,60	1104,97	1,180	186,83	847,46
0,910	242,26	1098,90	1,230	179,24	813,01

PT2 HỆ SỐ CHUYỂN ĐỔI ĐỘ NHỚT GIỮA CÁC HỆ ĐO

Bảng dưới đây dùng để chuyển đổi độ nhớt từ hệ này sang hệ khác ở cùng một nhiệt độ

Độ nhớt động học, cSt	Độ Engler	Giấy Redwood	Giấy Saybolt universal	Độ nhớt động học, cSt	Độ Engler	Giấy Redwood	Giấy Saybolt universal
*1,0	1,00	28,5	-	15,5	2,38	70	79,2
*1,5	1,06	30	-	16,0	2,43	71,5	81,1
*2,0	1,12	31	32,6	16,5	2,5	73	83,1
*2,5	1,17	32	34,4	17,0	2,55	75	85,1
*3,0	1,22	33	36,0	17,5	2,6	77	87,1
*3,5	1,26	34,5	37,6	18,0	2,65	78,5	89,2
*4,0	1,30	35,5	39,1	18,5	2,7	80	91,2
*4,5	1,35	37	40,7	19,0	2,75	82	93,3
*5,0	1,40	38	42,3	19,5	2,8	84	95,4
*5,5	1,44	39,5	43,9	20,0	2,9	86	97,5
*6,0	1,48	41	45,5	20,5	2,95	88	99,6
*6,5	1,52	42	47,1	21,0	3,0	90	101,7
*7,0	1,56	43,5	48,7	21,5	3,05	92	103,9
*7,5	1,60	45	50,3	22,0	3,1	93	106,0
*8,0	1,65	46	52,0	22,5	3,15	95	108,2
*8,5	1,70	47,5	53,7	23,0	3,2	97	110,3
*9,0	1,75	49	55,4	23,5	3,3	99	112,4
*9,5	1,79	50,5	57,1	24,0	3,35	101	114,6
10,0	1,83	52	58,8	24,5	3,4	103	116,8
10,2	1,85	52,5	59,5	25	3,45	105	118,9
10,4	1,87	53	60,2	26	3,6	109	123,2
10,6	1,89	53,5	60,9	27	3,7	113	127,7
10,8	1,91	54,5	61,6	28	3,85	117	132,1
11,0	1,93	55	62,3	29	3,95	121	136,5
11,4	1,97	56	63,77	30	4,1	125	140,9
11,8	2,00	57,5	65,2	31	4,2	129	145,3
12,2	2,04	59	66,6	32	4,35	133	149,7
12,6	2,08	60	68,1	33	4,45	136	154,2
13,0	2,12	61	69,6	34	4,6	140	158,7
13,5	2,17	63	71,5	35	4,7	144	163,2
14,0	2,22	64,5	73,4	36	4,85	148	167,7
14,5	2,27	66	75,3	37	4,95	152	172,2
15,0	2,32	68	77,2	38	5,1	156	176,7

Độ nhớt động học, cSt	Độ Engler	Giấy Redwood	Giấy Saybolt universal	Độ nhớt động học, cSt	Độ Engler	Giấy Redwood	Giấy Saybolt universal
39	5,2	160	181,2	48	6,45	197	222,2
40	5,35	164	185,7	49	6,5	201	226,8
41	5,45	168	190,2	50	6,65	205	231,4
42	5,6	172	194,7	52	6,9	213	240,6
43	5,75	177	199,2	54	7,1	221	249,6
44	5,85	181	203,8	56	7,4	229	259,0
45	6,0	185	208,4	58	7,65	237	268,2
46	6,1	189	213,0	60	7,9	245	277,4
47	6,25	193	217,6	70	9,2	285	323,4

Với dầu có độ nhớt cao hơn có thể sử dụng các hệ số chuyển đổi sau:

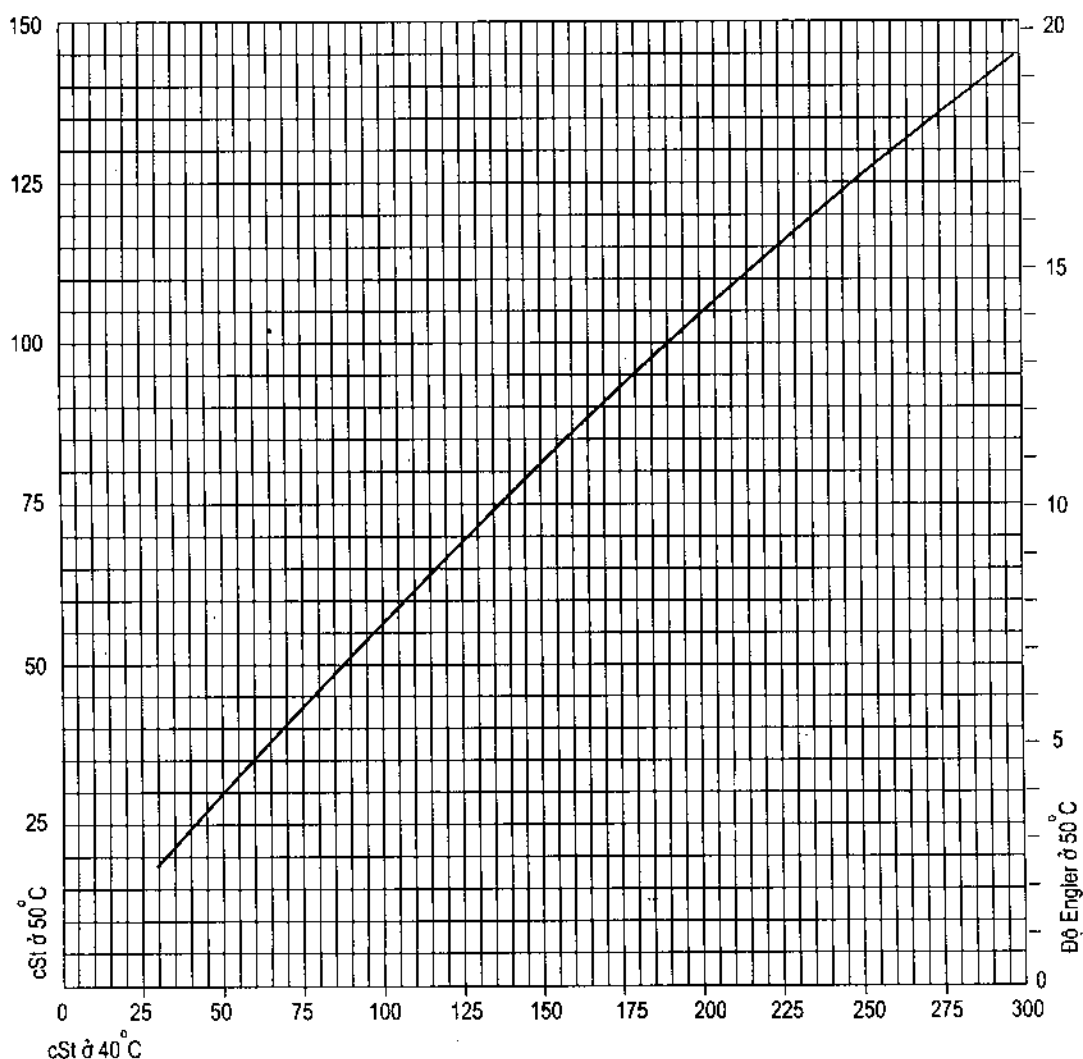
Engler	= 0,132	Động học	Động học	= 0,247	Redwood
Redwood	= 4,05	Động học	Engler	= 0,0326	Redwood
Saybolt	= 4,62	Động học	Saybolt	= 1,14	Redwood
Động học	= 7,58	Engler	Động học	= 0,216	Saybolt
Redwood	= 30,7	Engler	Engler	= 0,0285	Saybolt
Saybolt	= 35,11	Engler	Redwood	= 0,887	Saybolt

Chú ý:

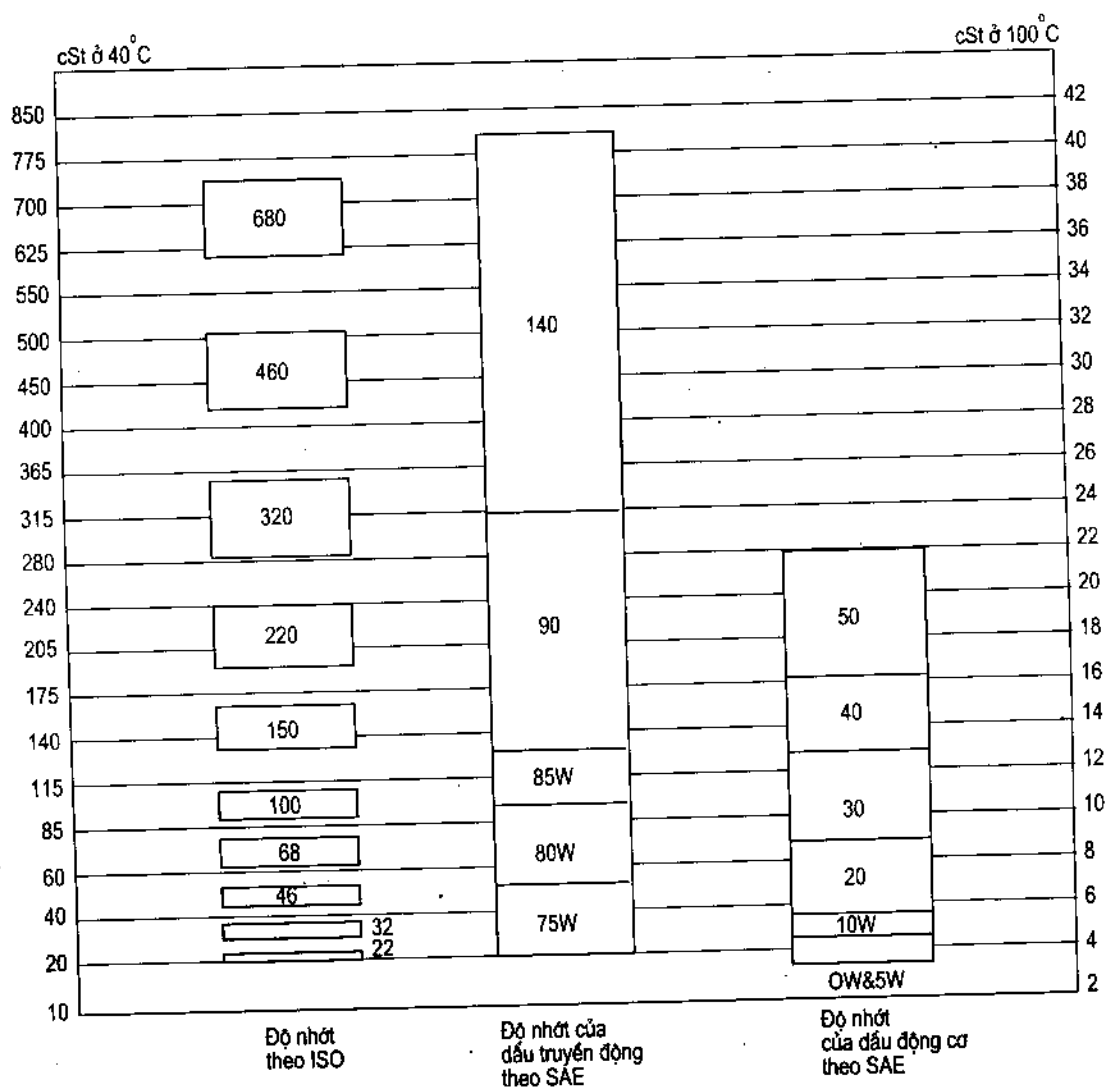
Phần đầu của bảng, nơi đánh dấu sao (*) dùng để chuyển đổi độ nhớt động học sang độ Engler, Redwood hoặc Saybolt, hoặc giữa các độ nhớt Engler, Redwood, Saybolt lẫn nhau. Không thể dùng để chuyển đổi từ độ nhớt Engler, Redwood hoặc Saybolt sang độ nhớt động học.

**PT3 ĐỒ THỊ CHUYỂN ĐỔI ĐỘ NHỚT Ở 40°C VÀ 50°C
CỦA DẦU CÓ CHỈ SỐ ĐỘ NHỚT 100**

Đồ thị dưới đây chỉ tương quan độ nhớt ở 40°C với độ nhớt ở 50°C của dầu có chỉ số độ nhớt 100 (VI 100 - Viscosity Index) và dùng để chuyển đổi từ cSt ở 40°C ra cSt 50°C hoặc ra độ Engler ở 50°C. Sự sai lệch của các dầu VI 90 hoặc VI 110 với dầu VI 100 trên đồ thị không có ý nghĩa thực tế.



PT4 BẢNG TƯƠNG ĐƯƠNG GẦN ĐÚNG CỦA CÁC HỆ PHÂN LOẠI ĐỘ NHỚT



PT.5. CHUYỂN ĐỔI NHIỆT ĐỘ BÁCH PHẦN NHIỆT ĐỘ FARENHEI

°F	°C	°F	°C	°F	°C	°F	°C
-80	-62,2	31	-0,6	71	21,7	111	43,9
-70	-56,7	32	0	72	22,2	112	44,4
-60	-51,1	33	0,6	73	22,8	113	45,0
-50	-45,6	34	1,1	74	23,3	114	45,6
-40	-40,0	35	1,7	75	23,9	115	46,1
-30	-34,4	36	2,2	76	24,4	116	46,7
-20	-28,9	37	2,8	77	25,0	117	47,2
-10	-23,3	38	3,0	78	25,6	118	47,8
		39	3,9	79	26,1	119	48,3
0	-17,8	40	4,4	80	26,7	120	48,9
1	-17,2	41	5,0	81	27,2	121	49,4
2	-16,7	42	5,6	82	27,8	122	50,0
3	-16,1	43	6,1	83	28,3	123	50,6
4	-15,6	44	6,7	84	28,9	124	51,1
5	-15,0	45	7,2	85	29,4	125	51,7
6	-14,4	46	7,8	86	30,0	126	62,2
7	-13,9	47	8,3	87	30,6	127	52,8
8	-13,3	48	8,9	88	31,1	128	53,3
9	-12,8	49	9,4	89	31,7	129	53,9
10	-12,2	50	10,0	90	32,2	130	54,4
11	-11,7	51	10,6	91	32,8	131	55,0
12	-11,1	52	11,1	92	33,3	132	55,6
13	-10,6	53	11,7	93	33,9	133	56,1
14	-10,0	54	12,2	94	34,4	134	56,7
15	-9,4	55	12,8	95	35,0	135	57,2
16	-8,9	56	13,3	96	35,6	136	57,8
17	-8,3	57	13,9	97	36,1	137	58,3
18	-7,8	58	14,4	98	36,7	138	58,9
19	-7,2	59	15,0	99	37,2	139	59,4
20	-6,7	60	15,6	100	37,8	140	60,0
21	-6,1	61	16,1	101	38,3	141	60,6
22	-5,6	62	16,7	102	38,9	142	61,1
23	-5,0	63	17,2	103	39,4	143	61,7
24	-4,4	64	17,8	104	40,0	144	62,2
25	-3,9	65	18,3	105	40,6	145	62,8
26	-3,3	66	18,9	106	41,1	146	63,3
27	-2,8	67	19,4	107	41,7	147	63,9
28	-2,2	68	20,0	108	42,2	148	64,4
29	-1,7	69	20,6	109	42,8	149	65,0
30	-1,1	70	21,1	110	43,3	150	65,6

PT5 (tiếp theo)

°F	°C	°F	°C	°F	°C	°F	°C
151	66,1	181	82,8	310	154	610	321
152	66,7	182	83,3	320	160	620	327
153	67,2	183	83,9	330	166	630	332
154	67,8	184	84,4	340	171	640	338
155	68,3	185	85,0	350	177	650	343
156	68,9	186	85,6	360	182	660	349
157	69,4	187	86,1	370	188	670	354
158	70,0	188	86,7	380	193	680	360
159	70,6	189	87,2	390	199	690	366
160	71,1	190	87,8	400	204	700	371
161	71,7	191	88,3	410	210	710	377
162	72,2	192	88,9	420	216	720	382
163	72,8	193	89,4	430	221	730	388
164	73,3	194	90,0	440	227	740	393
165	73,9	195	90,6	450	232	750	399
166	74,4	196	91,1	460	238	760	404
167	75,0	197	91,7	470	243	770	410
168	75,6	198	92,2	480	249	780	416
169	76,1	199	92,8	490	254	790	421
170	76,7	200	93,3	500	260	800	427
171	77,2	210	99	510	266	810	432
172	77,8	220	104	520	271	820	438
173	78,3	230	110	530	277	830	443
174	78,9	240	116	540	282	840	449
175	79,4	250	121	550	288	850	454
176	80,0	260	127	560	293	860	460
177	80,6	270	132	570	299	870	466
178	81,1	280	138	580	304	880	471
179	81,7	290	143	590	310	890	477
180	82,2	300	149	600	316	900	482

PT6 MÔ ĐUN ĐÀN HỒI THỂ TÍCH χ

Vật liệu	Ête	Rượu êtylic	Nước	Đá	Đất sét	Bê tông	Thủy tinh	Thủy ngân	Sắt	Thép	Vật liệu không nén được
11×10^{11} bar	0,08	0,1	0,2	0,5	1	2	4	5,4	15	18	8

PT7 MÔ ĐUN ĐÀN HỒI μ

Vật liệu	Tơ	Chì	Thiếc	Thủy tinh	Nhôm thạch anh Bạc	Kẽm đồng	Sắt bạch kim	Kẽm thép
11×10^{11} bar	0,1	0,2	1,5	2	3	4	7	8

PT.8. ĐỘ NHỚT Ở 25°C , η

Vật liệu	Chất lỏng lí tưởng	Tôluen	Nước	Rượu êtylic	Thủy ngân	Sữa	Dung dịch 60% đường trong nước	Dầu ôliu	Dầu thầu dầu
CP	0	0,6	1	1,2	1,6	2	57	100	1000

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Taylor G. I, Proc, Roy, Soc. London -1984.
2. Oldroyd J. G. Proc, Cambr, Phil. Soc -1987.
3. Prager W. B. *Studies in mathematics and mechanics presented to Mises*. New York -1984.
4. Cottrell A. N. *Plastic deformation of crystalline Solids*. U.S. Department of Commerce -1980.
5. Smekal. A. *Handbuch der Physik*. Berlin - 1993.
6. Wada. E. J. Sci. Inst. *Rheology*, Tokyo -1983.
7. Toms B. A. Proc. 1st intern. Congr -1969.
8. Robert. Proc. 2nd Intern Rheology. Congr -1991.
9. Reiner. M. J. *Rheology*. London 1930 - 1931.
10. Toms B. A. Strawbridge. D. J. *Proc. 2nd Intern Rheology*. Congr -1963.
11. I. N. Rabotnova, P. A. Rebindeva, *Peologia, theria, girilozenhia*, Moskva -1962.
12. R. Eirich Academic, *Rheology, Theory and Applications Edited by Frederick Press Inc*, publishers, New York -1956.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<i>Lời nói đầu</i>	3
Chương 1. Khái niệm về lưu biến học	
1.1. Một số định nghĩa	5
1.2. Các phần tử cơ học	7
1.3. Một số khái niệm về động học cổ điển	8
1.4. Khái niệm về động lực học	10
1.5. Các hệ thức năng lượng	10
1.6. Phương pháp lưu biến	12
Chương 2. Các công cụ toán học của lưu biến học	
2.1. Tenxơ vật lí	14
2.2. Các bất biến của tenxơ	16
2.3. Những hàm số tenxơ đẳng hướng	17
2.4. Biểu đồ MO	19
2.5. Hệ tọa độ đối lưu	20
2.6. Tính chất lưu biến	21
Chương 3. Các vật thể cổ điển	
3.1. Phương trình của biến dạng thể tích	23
3.2. Vật thể rắn Húc	23
3.3. Chất lỏng Niuton	25
3.4. Vật thể Sanhvonăng và Prantla	27
Chương 4. Lưu biến vĩ mô	
4.1. Các hiện tượng bậc nhất	28
4.2. Vật thể nhớt dẻo hay vật thể Bingam	32
4.3. Phương pháp dẻo kế mao dẫn	33
4.4. Dụng cụ quay có trụ quay	35
4.5. Sau tác dụng đàn hồi và vật thể Kenvin	39
4.6. Tính đàn hồi nhớt vật thể Macxven	42

Chương 5. Mô hình các vật thể ghép

5.1. Dòn đàn hồi và vật thể Lesersitr	45
5.2. Các rãnh và vật thể Jephris	47
5.3. Phi đàn hồi và vật thể Poitin, Tômsơn	50
5.4. Đàn nhót, vật thể Biurgers	52
5.5. Các gen dẻo hoặc vật thể Svetđóp	54
5.6. Bột nhào - một ví dụ về vật thể phức tạp	56

Chương 6. Mô hình các vật thể phức tạp hơn

6.1. Vật thể tuyến tính tổng quát Honemso	60
6.2. Độ nhót thể tích	63

Chương 7. Các hiện tượng phi tuyến tính tổng quát

7.1. Những nhược điểm của lí thuyết cổ điển	68
7.2. Các hiện tượng bậc cao	71

Chương 8. Tính nhót cấu trúc

8.1. Tính đàn hồi cao của cao su	77
8.2. Độ nhót cấu trúc	79
8.3. Phi tuyến hình học	84

Chương 9. Hiệu ứng Vâysenber

9.1. Khái niệm chung	95
9.2. Xoắn đồng thời với kéo	96
9.3. Hiệu ứng Pointing	97
9.4. Các hiệu ứng bậc cao khi chảy nhót	101
9.5. Hiệu ứng Vâysenber	103
9.6. Vật thể lí tưởng Macxven	104
9.7. Hiệu ứng nén hướng tâm trong không khí	106

Chương 10. Độ bền

10.1. Các tiêu chuẩn cổ điển	109
10.2. Các tiêu chuẩn lưu biến	111

Chương 11. Lưu biến vi mô

11.1. Khái niệm chung	113
11.2. Dòn pha loãng	115

11.3. Sự phân tán trong chất lỏng	118
11.4. Sự phân tán trong các vật thể rắn	119
11.5. Hệ phân tán có nồng độ thể tích cao	121
11.6. Nghiên cứu tính lưu biến của độ nhớt cấu trúc	124
Chương 12. Phép đo lưu biến	
12.1. Phương pháp	129
12.2. Kéo và nén đơn giản	130
12.3. Các tính chất công nghệ	135
Phụ trương	138

GIÁO TRÌNH LƯU BIẾN HỌC

Chịu trách nhiệm xuất bản:

BÙI HỮU HẠNH

<i>Biên tập:</i>	LƯƠNG CAO PHI
<i>Chế bản:</i>	PHẠM HỒNG LÊ
<i>Sửa bản in:</i>	LƯƠNG CAO PHI
<i>Trình bày bìa:</i>	VŨ BÌNH MINH

In 1000 cuốn khổ 19×27 cm, tại Xưởng in Nhà xuất bản Xây dựng. Giấy phép số 621/XB-QLXB-06 ngày 29-4-2005. In xong nộp lưu chiểu tháng 5-2005.

giáo khoa học



XD- 2005 621 - 2005

Giá : 25.000^d