

ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

Nguyễn Ngân

GIÁO TRÌNH

CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN I

ĐÀ NẴNG – 2004
(LƯU HÀNH NỘI BỘ)

LỜI NÓI ĐẦU

Cơ sở Kỹ thuật điện (CSKTĐ) là môn học cơ sở Kỹ thuật quan trọng trong chương trình đào tạo Kỹ sư ngành Kỹ thuật điện. Nó cung cấp những cơ sở lý luận chung nhất, những phương pháp cơ bản để tính toán, giải thích các hiện tượng điện từ của thiết bị điện.

Đặc điểm của môn học là dựa trên phương pháp luận mô hình toán học để mô tả các quá trình xét; nên các công cụ toán học như đại số phức, phép tính vector, phép tính toán tử, phương trình vi phân, phép tính gần đúng... được sử dụng rất phổ biến. Ngoài ra cũng rất cần các kiến thức về vật lý để hiểu sâu sắc hơn các biểu thức giải thích các hiện tượng. Giáo trình CSKTĐ được biên soạn theo đề cương chi tiết đã được thông qua và dựa theo kinh nghiệm giảng dạy nhiều năm ở Khoa Điện - Trường Đại học Bách khoa Đà Nẵng. Giáo trình gồm phần mở đầu và 19 chương in thành hai quyển tập I và II.

Ở quyển tập I trình bày những đặc trưng, những phương pháp tính toán, tổng hợp những hiện tượng trong hệ tuyến tính hệ số hằng ở chế độ xác lập điều hòa một pha và ba pha. Trình bày về các quan hệ tuyến tính, về lý thuyết mạng một cửa, lý thuyết mạng hai cửa, mạch lọc điện.

Ở quyển tập II trình bày những đặc trưng, các phương pháp tính toán mạch phi tuyến ở chế độ xác lập và giải thích một số hiện tượng thường gặp, ứng dụng thực tế của chúng.

Một nội dung rất quan trọng của quyển này nữa là trình bày những đặc trưng của quá trình quá độ (QTQĐ), các phương pháp tính QTQĐ của mạch điện tuyến tính cũng như phi tuyến, các hiện tượng thường gặp ở các QTQĐ mạch cấp 1, 2. Phần cuối của quyển tập II trình bày về đường dây dài - coi là dạng mạch đặc biệt - Mạch thông số rải.

Cuối mỗi tập có ra một số đề bài tập và đáp số tương ứng với mỗi chương của giáo trình để sinh viên có thể tự làm và đối chiếu kết quả.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, các tổ chức thuộc Khoa Điện đã giúp đỡ rất nhiều để quyển sách được hoàn thành. Chúng tôi đặc biệt cảm ơn giảng viên Phan Văn Hiền và Trần Đình Quế đã đọc bản thảo và chế bản cho quyển sách.

Giáo trình đã được xuất bản lần đầu, chắc chắn còn nhiều thiếu sót; chúng tôi mong được những đóng góp để cải tiến ngày càng tốt hơn.

Các ý kiến đóng góp xin gửi về Khoa Điện - Trường Đại học Kỹ thuật - 54 Nguyễn Lương Bằng - phường Hòa Khánh - quận Liên Chiểu - thành phố Đà Nẵng hoặc tác giả Nguyễn Ngân - 138 Lý Tự Trọng - điện thoại : 0511.825151.

Tác giả
Nguyễn Ngân
Giảng viên cao cấp

CHƯƠNG MỞ ĐẦU KHÁI NIỆM VỀ MÔ HÌNH MẠCH VÀ LÝ THUYẾT MẠCH

§1. Mô hình toán học mô tả một vật thể vật lý, kỹ thuật

1. Phương pháp luận mô hình toán học

– Muốn sử dụng, điều khiển, cải tạo một vật thể vật lý kỹ thuật cần phải nhận thức, hiểu biết về tổ chức, cấu trúc, cơ chế, quy luật hoạt động của nó.

– Vật thể vật lý hoạt động trong không gian, thời gian gọi là quá trình, một vật thể vật lý có nhiều quá trình, như quá trình điện từ, cơ, nhiệt... Về nguyên tắc là vô cùng nhiều các quá trình. Vì vậy cần nhận thức hiểu biết vật thể tức là nhận thức hiểu biết các quá trình (về nguyên tắc chỉ nhận thức được một số hữu hạn các quá trình đó của vật thể).

– Quá trình mang đặc điểm, quy luật riêng của vật thể gọi là hiện tượng. Một vật thể có thể được thể hiện qua nhiều hiện tượng.

– Mỗi ngành chỉ quan tâm đến một số hiện tượng mô tả quá trình nào đó. Những hiện tượng đó gọi là những hiện tượng cơ bản, vì vậy nhận thức vật thể là nhận thức các hiện tượng cơ bản mà ta quan tâm. Để có thể sử dụng tốt các nhận thức cần được mô tả bằng các công thức toán học. Vậy biểu thức toán học mô tả nhận thức quá trình gọi là mô hình toán học của quá trình đó. Nó là cách quan niệm và hình dung bằng chủ quan của ta bằng toán học về một loại quá trình.

2. Đặc điểm của mô hình toán học

– Vì mô hình là mô tả định lượng nhận thức của con người về vật thể nên mô hình toán học có tính chủ quan. Nó là sản phẩm của tư duy con người, nó phản ánh trình độ khoa học kỹ thuật của thời đại. Nó cũng tùy thuộc vào những yêu cầu của việc vận dụng thực tiễn. Ví dụ tùy theo độ tiện dụng và độ chính xác mà quá trình điện từ trong thiết bị điện có thể miêu tả bằng hệ phương trình Macxuel hoặc phương trình Laplace hoặc hệ phương trình Kirhof (KF), các phương trình này lại có thể coi là tuyến tính hay phi tuyến...

– Bên cạnh tính chủ quan, mô hình toán học phải có tính khách quan nhất định. Nó phải phản ánh được quy luật khách quan của quá trình với độ chính xác cần thiết, cần được kinh qua kiểm nghiệm thực tiễn công tác, và phải được xây dựng đủ chặt chẽ về logic.

– Do có tính chủ quan và khách quan đó nên một loại quá trình của vật thể có thể có nhiều mô hình toán học tùy theo yêu cầu về độ chính xác. Ngược lại những quá trình khác nhau lại có thể chung những mô hình toán học.

3. Ý nghĩa của mô hình toán học

Mô hình toán học có những ý nghĩa rất quan trọng

– Về mặt nhận thức : mô hình toán học giúp ta nhận thức, hiểu biết đúng về vật thể.

– Về mặt thực tiễn công tác : mô hình là một cơ sở lý luận dùng vào việc xét, sử dụng, khống chế vật thể.

– Về mặt lý luận : mô hình toán học không những là cơ sở lý luận mà còn là nội dung và đối tượng của một lý thuyết.

Ví dụ : xét quá trình điện từ của Thiết bị điện (TBD) có thể lập những cách mô tả toán học khác nhau làm thành nội dung cơ sở cho những lý thuyết khác nhau. Ta sẽ thấy sức mạnh, độ chính xác... của lý thuyết được quyết định bởi sức mạnh, độ chính xác... của mô hình toán học. Mặt khác một nội dung nữa của lý thuyết chính là việc nghiên cứu cách vận dụng mô hình toán học để phân tích tìm thêm những hiện tượng của quá trình, sử dụng quá trình vào những mục đích thực tiễn và để khống chế, tổng hợp ra những quá trình cần thiết.

§2. Cách xây dựng mô hình toán học

Từ định nghĩa mô hình toán học ta thấy phải qua các bước để xây dựng mô hình như sau :

1. Phân tích, liệt kê nhóm đủ các hiện tượng cơ bản, là những hiện tượng từ đó hợp thành ra mọi hiện tượng khác thuộc mặt ta xét.

2. Chọn và định nghĩa các biến trạng thái. Đó là những hàm hay vectơ $x(r,t,...)$ phân bố trong thời gian và không gian để đo quá trình. Ví dụ : $E(r,t)$, $B(r,t)$, ..., $u_k(t)$, $i_k(t)$...

3. Mô tả toán học cơ chế các hiện tượng cơ bản, đây chính là phương trình liên hệ giữa các biến trạng thái. Gọi là phương trình trạng thái.

4. Mô tả việc hợp thành các quá trình cụ thể, thường bằng cách kết hợp những phương trình trạng thái cơ bản trong một phương trình cân bằng hoặc nói chung một hệ phương trình trạng thái.

5. Kiểm nghiệm lại mô hình trong thực tiễn hoạt động của vật thể xét.

§3. Hai mô hình toán học - Hệ thống và trường

Theo cách phân bố không, thời gian của biến trạng thái có thể xếp mô hình toán học thành hai loại :

1. Mô hình hệ thống (mô hình Mạch) :

Là mô hình trong đó quá trình được đo bởi hữu hạn các biến trạng thái $x_k(t)$ chỉ phân bố trong thời gian mà không phân bố trong không gian. Vì biến chỉ phụ thuộc thời gian nên tương tác các biến chỉ quan hệ nhân quả trước sau trong thời gian, đó là quan hệ trước sau, trạng thái ở t chịu ảnh hưởng của những trạng thái trước t kể cho đến một khởi đầu t_0 nào đó. Vì không có quan hệ nhân quả trong không gian; các biến ảnh hưởng nhau tức thời, coi vận tốc truyền tương tác trong mô hình này là vô cùng lớn.

Về mặt toán học, hệ chỉ phân bố thời gian thường là hệ vi tích phân, vi sai phân hoặc đại số trong thời gian ứng với bài toán sơ kiện (điều kiện đầu).

Trong thực tế rất hay gặp những hệ thống mà quá trình ngoài dạng biến thiên theo thời gian còn gắn với một sự lưu thông (chảy, truyền đạt) các trạng thái giữa những bộ phận hệ thống.

Ví dụ : trong các thiết bị động lực có sự truyền đạt năng lượng, có các dòng điện chảy, trong hệ thống thông tin - đo lường - điều khiển hoặc hệ thống rơle có truyền đạt tín hiệu, trong các hệ thống máy tính có sự truyền đạt những con số...ta gọi những mô hình đó là mô hình mạch, một dạng khá phổ biến của mô hình hệ thống.

Đến đây có thể định nghĩa mạch điện là một hệ thiết bị điện trong đó ta xét quá trình truyền đạt biến đổi năng lượng hay tín hiệu điện từ, đo bởi một số hữu hạn biến dòng, áp, từ thông, điện tích...chỉ phân bố trong thời gian.

2. Mô hình trường :

Là mô hình trong đó quá trình được đo bởi một số hữu hạn biến $x(r,m,t,...)$ phân bố trong cả không gian và thời gian. Về mặt tương tác, ngoài quan hệ nhân quả trước sau còn thêm quan hệ trong không gian. Trạng thái ở một điểm không gian $(r,m,t,...)$ còn chịu ảnh hưởng của những trạng thái ở lân cận điểm đó, kể cho đến một bờ S_0 nào đó.

Về mặt toán học những hệ phân bố trong không gian và thời gian được mô tả bằng những phương trình đạo hàm riêng phần trong không gian và thời gian ứng với bài toán vừa có sơ kiện vừa có biên kiện (bờ). Xét một quá trình tùy vào yêu cầu về độ chính xác mà có thể dùng mô hình trường hay mô hình mạch.

§4. Lý thuyết mạch và điều kiện mạch hóa

Các điều kiện mạch hóa là những điều kiện cần thỏa mãn để có thể xây dựng mô hình mạch mô tả quá trình. Các điều kiện mạch hóa bao gồm :

1. Đối với quá trình xét, vật thể phải là một hệ thống theo nghĩa đã nêu.

2. Có thể định nghĩa một số hữu hạn biến trạng thái phân bố trong thời gian $x_k(t)$ để đo quá trình xét.

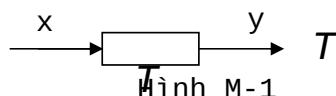
3. Có thể mô tả quá trình bằng một hệ hữu hạn phương trình trạng thái riêng theo thời gian.

§5. Phân loại mô hình hệ thống

Căn cứ theo phép tính tác động lên biến trong hệ phương trình, xếp các mô hình hệ thống thành 4 loại chính :

1. Mô hình mạch truyền đạt :

Loại này ứng với phương trình vi phân có phép tính là các phép toán tử T như phép tính đạo hàm, tích phân hoặc quan hệ hàm số. Nói chung nó là một phép làm ứng với một hàm hay vector $x(t)$ với một hàm hay một vector $y(t)$. biểu diễn ở hình M-1.



2. Mô hình mạch năng động lượng (Mô hình mạch KF) :

Loại này ứng với phương trình vi phân với phép toán tử T như trên nhưng đặc biệt ở đây quá trình đo bởi những cặp biến $x_k(t)$, $y_k(t)$ với nội tích $x_k \cdot y_k = p_k$ là năng lượng hay động lượng thỏa mãn luật bảo toàn và liên tục. Trong hệ thống này có sự truyền đạt năng lượng giữa các bộ phận. (Có thể coi mô hình năng lượng là trường hợp riêng của mô hình truyền đạt - là mạch chỉ quan tâm đến tín hiệu).

3. Mô hình mạch logic :

Loại này ứng với hệ phương trình đại số logic với phép tác động lên biến là quan hệ hàm logic L . Đó là phép làm ứng với một trong hai giá trị (0,1) của x với một trong hai giá trị (0,1) của y . Biểu diễn ở hình M-2.



4. Mô hình mạng vận trù :

Loại này ứng với hệ phương trình phiếm hàm có phép tác động lên biến là phép phiếm hàm F . Đó là cách làm ứng một hàm $x(t)$ với một số $a[x(t)]$ để đánh giá quá trình $x(t)$. Biểu diễn bởi công thức sau :

$$\langle F, x(t) \rangle = a[x(t)].$$

§6. Mô tả quá trình thời gian (mô hình mạch) bằng sơ đồ hình học, gọi là những graph

Vì quá trình không phụ thuộc không gian nên có thể dùng những hình vẽ trong không gian để biểu diễn mạch.

Vì quá trình chỉ phụ thuộc thời gian, quá trình có $v = \infty$ là quá trình tức thời nên hình thành các vùng năng lượng - nên TBD được coi là sự chấp nối các vùng năng lượng với nhau. Mỗi vùng năng lượng là một phần tử thì mạch điện là sự chấp nối các phần tử thành sơ đồ nghiệm đúng hệ phương trình mạch. Vậy mạch điện có kết cấu khung gồm những phần tử lắp nối thành sơ đồ mạch.

Các yếu tố hình học của sơ đồ gồm :

1. Phần tử : Là phần của mạch mà ta không đặt vấn đề chia nhỏ thêm - nó biểu diễn một vùng năng lượng như : R, L, C, Z, Y, e, j.

2. Nhánh : Là tập hợp các phần tử mà trên đó có cùng một dòng chảy.

3. Đỉnh (nút) : Là chỗ gặp nhau của các nhánh.

4. Vòng : Là đường đi kín qua các nhánh.

Hình học học chấp nối các phần tử có định nghĩa các biến và quy luật liên hệ các biến, thì nó biểu diễn được hệ phương trình thời gian. Nó là sơ đồ mạch - đồng nhất với mô hình mạch gọi là các graph. Có nhiều loại graph như : graph năng lượng, graph tín hiệu, graph định chiều, graph không định chiều.

Ngoài ra có thể định nghĩa thêm một số yếu tố hình học khác như :

5. Cây mạch điện : Là một tập hợp nối đủ các đỉnh nhưng không tạo ra vòng kín nào. Trong một graph số cây là hữu hạn và có thể có nhiều cây khác nhau ứng với một graph. Mỗi nhánh của cây gọi là một cành. Nếu mạch có m nhánh, d đỉnh thì số cành là $k_1 = d - 1$ (nếu là graph đơn liên), $k_1 = d - l$ (nếu là graph đa liên và l là số liên) Graph là đơn liên nếu mọi đỉnh đều liên thông với nhau.

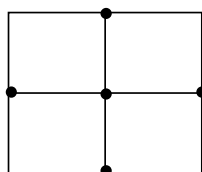
6. Bù cây mạch điện : Là tập nhánh của graph ghép nối với cây tương ứng để hợp thành graph đã cho. Nhánh của bù cây gọi là bù cành. Số bù cành của một bù cây là : $k_2 = m - k_1 = m - d + 1$ (ứng với graph đơn liên), $k_2 = m - d + l$ ứng với graph đa liên. Số cành và số bù cành chỉ tùy thuộc vào d, m, l của graph, tức là tùy thuộc vào cấu trúc mạch. Ta sẽ thấy chúng liên quan chặt chẽ với số biến và số phương trình độc lập viết theo luật KF.

Từ định nghĩa cây, bù cây ta thấy :

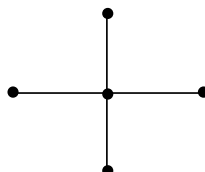
– Các áp cành trên một cây làm thành một tập đủ áp nhánh độc lập. Hay số áp nhánh độc lập đúng bằng số cành $k_1 = d - 1$.

– Các dòng bù cành trên một bù cây làm thành một tập đủ dòng nhánh độc lập. Hay số dòng nhánh độc lập chính bằng số bù cành $k_2 = m - d + 1$. Ví dụ ở hình vẽ M-3.1 là graph với $m = 8, d = 5, l = 1$, M-3.2 là cây, M-3.3 là bù cây :

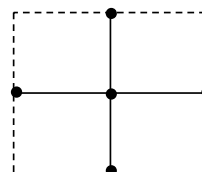
S7. Hai bài toán của mạch điện



Hình M-



Hình M-



Hình M-

Có hai dạng bài toán : bài toán phân tích và bài toán tổng hợp.

1. Bài toán phân tích mạch điện :

Là bài toán cho biết sơ đồ (kết cấu, thông số), biết kích thích tác động vào mạch (thường là nguồn) cần phải xác định áp, dòng, công suất ở một nhánh nào đó (thường gọi là đáp ứng).

2. Bài toán tổng hợp mạch điện :

Đây là bài toán đã biết kích thích (coi là nguồn phát), và cũng đã biết đáp ứng ở một nhánh nào đó (thường là một yêu cầu sử dụng nào đó). Cần phải xác định cấu trúc và thông số của mạch để thỏa mãn quan hệ giữa kích thích và đáp ứng đã biết ở trên.

S8. Phân loại mạch điện

Có hai cách phân loại :

Theo tính chất của mạch điện chia làm hai loại mạch điện :

1. Mạch điện tuyến tính : Gồm tất cả các phần tử trong mạch là tuyến tính, ứng với hệ phương trình vi phân tuyến tính (trường hợp đặc biệt là hệ phương trình đại số tuyến tính).

2. Mạch điện phi tuyến : Là mạch điện có chứa phần tử phi tuyến, ứng với hệ phương trình vi phân (hay đại số) phi tuyến..

Theo chế độ làm việc của mạch điện ta chia ra các loại :

1. Mạch điện xác lập : Là mạch điện làm việc bình thường, ổn định.

2. Mạch điện quá độ : Là mạch điện chưa đạt đến trạng thái làm việc xác lập ổn định mà đang chuyển từ trạng thái này sang trạng thái khác.

CHƯƠNG 2

MẠCH TUYẾN TÍNH Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

Ở hai chương trước ta đã xây dựng mô hình toán học mà cụ thể là mô hình mạch để tính toán mạch và giải thích một số các hiện tượng trong thiết bị điện (TĐ). Để đi vào tính toán các mạch điện cụ thể trước hết ta xét tại mạch quan trọng và thường gặp là mạch tuyến tính hệ số hằng, ở chế độ cơ n là chế độ xác lập với dạng kích thích cơ bản nhất là kích thích điều hòa. Kích thích điều hòa là kích thích cơ bản vì mọi kích thích chu kỳ không điều hòa đều có thể phân tích thành tổng các kích thích điều hòa có tần số và biên độ khác nhau. Hơn nữa đa số các nguồn trên thực tế như máy phát điện, máy phát âm tần ... đều là nguồn phát điều hòa hoặc chu kỳ không điều hòa, mặt khác ứng với các kích thích điều hòa với các toán tử tuyến tính thì đáp ứng cũng sẽ là những điều hòa khiến cho việc tính toán khảo sát rất đơn giản.

§1. Biến trạng thái điều hòa

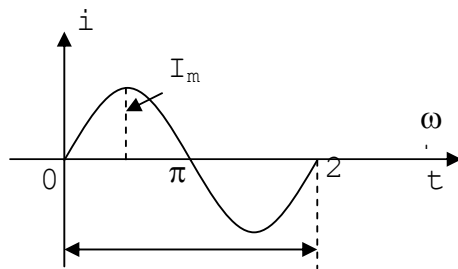
Trong phân mô hình mạch năng lượng (mạch KF) ta đã chọn cặp biến trạng thái áp $u(t)$ và dòng $i(t)$ để đo quá trình năng lượng điện từ. Từ biểu thức của biến trạng thái điều hòa $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ hay $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ rút ra các đặc trưng của biến điều hòa là :

1. Đặc trưng của biến điều hòa :

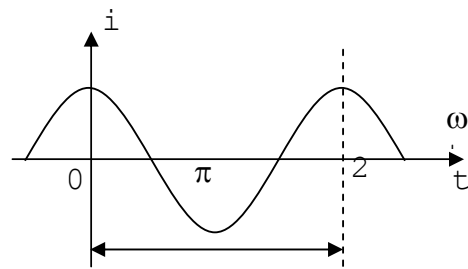
- Biên độ của hàm điều hòa (I_m, U_m) là giá trị cực đại của hàm, nó nói lên cường độ của quá trình.
- Góc pha của hàm điều hòa ($\omega t + \psi$) đo bằng Radian là một góc xác định trạng thái (pha) của hàm điều hòa ở thời điểm t . Ở đây ω là tần số góc (radian/s) , $\omega = \frac{2\pi}{T}$, T (ses) là chu kỳ của hàm điều hòa. $\omega = 2\pi f$ với $f = 1/T$ là tần số : số dao động trong 1 ses (tần số công nghiệp thông thường $f = 50\text{Hz}$ ứng với $T = 0,02\text{s}$, ở một số nước khác (Mỹ) thì $f = 60\text{Hz}$, trong vô tuyến điện $f = 3 \cdot 10^{10}\text{Hz}$)

Vậy cặp số đặc trưng của hàm điều hòa là biên độ - góc pha.

Biểu diễn hàm chu kỳ trên đồ thị thời gian hình 2-1.



$$i = I_m \sin \omega t \quad \psi_i = 0$$



$$i = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad \psi_i = \pi/2$$

2. So sánh các biến điều hòa cùng tần số.

Trong trường hợp chỉ so sánh các lượng có cùng tần số thì lúc đó chúng chỉ khác nhau về biên độ và góc pha đầu. Vậy chúng được đặc trưng bởi cặp số biên độ - pha đầu (I_m, ψ_i), (U_m, ψ_u), (E_m, ψ_e), ...

Ví dụ : $i(t) = 1,5 \sin(\omega t + 45^\circ)$ đặc trưng bởi (1,5; 45°).

$u(t) = 220 \sin(\omega t - 30^\circ)$ đặc trưng bởi (220; -30°).

$e(t) = 220 \cos(\omega t + \pi/5)$ đặc trưng bởi (220; $\pi/5$).

So sánh 2 l  ng   i  u hòa c  ng t  n s   l   so sánh bi  n   o c  a ch  ng với nhau xem ch  ng g  p nhau bao nhi  u lần, so sánh g  c pha c  a h  m này l  n hơn (s  m hơn) hay b   hơn (chậm hơn) so với h  m kia bao nhi  u. V  i d   ta so sánh gi  ra hai h  m   i  u hòa c  ng t  n s   $u = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$, $i = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$:

So sánh bi  n   o : l  y t  i s   U_m/I_m

So sánh g  c pha : l  y hi  u $(\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i = \varphi$

φ : l   g  c lệch pha gi  ra   p v  a d  ng.

$\varphi = \psi_u - \psi_i > 0 \Rightarrow \psi_u > \psi_i$ ta n  i điện   p s  m pha hơn d  ng điện m  t g  c φ .

Ng  c l  i $\varphi = \psi_u - \psi_i < 0 \Rightarrow \psi_u < \psi_i$ ta n  i điện   p ch  m pha thua d  ng điện m  t g  c φ (Hay d  ng điện sớm pha hơn điện áp m  t g  c φ).

Khi $\varphi = 0 \Rightarrow \psi_u = \psi_i$ ta n  i   p v  a d  ng c  ng pha nhau.

Khi $\varphi = \pi$ ta n  i   p, d  ng ng  c pha nhau.

Khi $\varphi = \pi/2$ ta n  i   p, d  ng vuông pha nhau.

  2. Tr  i hi  u d  ng c  a h  m   i  u hòa

1. Tr  i hi  u d  ng c  a hàm chu kỳ :

V  i mạch KF ta quan t  m   n c  ng suất, n  ng l  ng nh  ng c  c bi  n l  i ph   thuộc thời gian n  n chúng ta c  n   i  nh ng  i  a m  t gi   tr   trung bình theo ng  i  a n  o         giúp cho việc   o l  ng tính to  n    c thu  n l  i. X  t m  t d  ng điện chu kỳ $i(t)$ ch  y qua m  t nhánh tiêu t  n R trong thời gian m  t chu kỳ T .

C  ng suất tiêu t  n $P(t) = u(t).i(t) = R.i^2(t)$.

N  ng l  ng tiêu t  n trong m  t chu kỳ l   : $A = \int_0^T P(t)dt = \int_0^T R.i.i(t)dt$ (2-1)

V  i nhánh R     nh  ng cho ch  y qua m  t d  ng kh  ng    i I trong thời gian T th  i n  ng l  ng tiêu t  n l   RI^2T , n  u ch  n gi   tr   I     $RI^2T = A = \int_0^T R.i.i(t)dt$ (2-2) th  i d  ng kh  ng    i I t  ng    ng d  ng $i(t)$ v   m  t tiêu thụ. Ta g  i I l   gi   tr   hi  u d  ng c  a d  ng chu kỳ. Nh   v  y tr  i hi  u d  ng l   m  t th  ng s      ng l  c h  c của d  ng bi  n thiên.

C  ng th  c tính trái hi  u d  ng d  ng chu kỳ : $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt}$ (2-3)

T  i     c   th     i  nh ng  i  a trái hi  u d  ng c  a m  t l  ng chu kỳ l   tr  i trung bình bình ph  ng c  a h  m chu kỳ.

Tr  i hi  u d  ng c  a   p chu kỳ $u(t)$: $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)dt}$ (2-4)

Tr  i hi  u d  ng c  a S     chu kỳ : $E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t)dt}$ (2-5)

2. Tr  i hi  u d  ng c  a h  m   i  u h  a :

Khi bi  n l   m  t h  m   i  u hòa, v  i dự $i = I_m \sin \omega t$ th  i gi   tr   hi  u d  ng I

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} =$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{I_m^2}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \frac{I_m^2}{2} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{T  ng t  r ta c   : } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

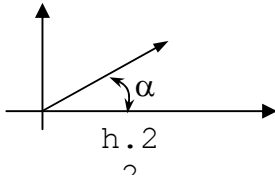
Với quan h   gi  n    n gi   tr   hi  u d  ng v   gi   tr   bi  n   o v   x  t   n    ng  i  a    ng l  c h  c của trái hi  u d  ng n  n c  c d  ng c     o l  ng hình sin    u    c thiết kế     ch  i ra gi   tr   hi  u d  ng U, I ch  r kh  ng ch  i gi   tr   bi  n   o. C  ng v   v  y trong ky   thuật

điện khi nói đến trị số dòng, áp hiệu là giá trị hiệu dụng. Vì vậy biến điều hòa đặc trưng bởi cặp số hiệu dụng - pha đầu. Ví dụ : (I, ψ_i) , (U, ψ_u) , (E, ψ_e)

§3. Biểu diễn các biến điều hòa bằng đồ thị vector

1. Đồ thị vector của hàm điều hòa :

Ta biết một vector được xác định trong mặt phẳng vector bởi cặp số môđun và góc giữa phương của vector với trục hoành như hình (h.2-2). Vì vậy có thể lấy vector có môđun (đoạn thẳng) có độ lớn bằng trị hiệu dụng của hàm điều hòa làm với trục ngang một góc $\alpha = \psi$ là góc pha đầu của hàm điều hòa và cho vector này quay quanh gốc với vận tốc góc ω bằng tần số góc của hàm điều hòa thì vector đó mang đầy đủ tin tức về hàm điều hòa. Ví dụ : $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ có cặp đặc trưng (I, ψ) . Ta lấy vector có độ dài $\sqrt{2}I = I_m$ làm với trục ngang góc ψ_i và quay quanh gốc ngược chiều kim đồng hồ với vận tốc góc ω như (h.2-3). Vector quay Frenel.

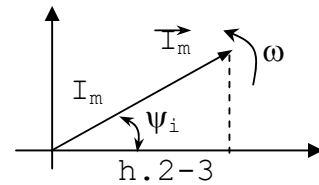


Hình chiếu của vector quay lên các trục sẽ biểu diễn các hàm điều hòa cos, sin

$$(I, \omega t + \psi_i) \leftrightarrow \sqrt{2}I \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} (\omega t + \psi_i) \quad (2-7)$$

2. Đồ thị vector của các biến điều hòa cùng tần số :

Khi này ta lấy vector có độ dài bằng giá trị hiệu dụng (của hàm điều hòa) làm với trục ngang một góc ψ bằng góc pha ban đầu. Vậy mỗi điểm cố định trên mặt phẳng vector ứng với một vector phẳng sẽ biểu diễn một hàm điều hòa với trị hiệu dụng từ 0 đến ∞ và góc pha ban đầu từ 0 đến 2π .



$$\vec{I}(I, \psi_i) \leftrightarrow \sqrt{2}I \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} (\omega t + \psi_i) \quad (2-8)$$

cách biểu diễn hàm điều hòa bằng đồ thị vector dùng nhiều trong KTD vì :

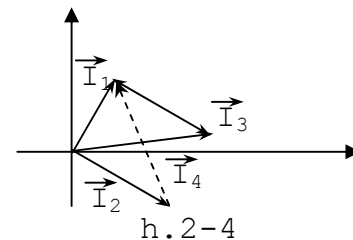
- Biểu diễn gọn, rõ, nêu được giá trị hiệu dụng, góc pha và góc lệch pha các hàm điều hòa.
- Có thể sử dụng các phép cộng trừ trên đồ thị vector để cộng trừ các hàm điều hòa cùng tần số. Song vì ít phép tính như vậy chỉ dùng tính toán những bài toán rất đơn giản, còn chủ yếu nó dùng biểu diễn.

Ví dụ : Biểu diễn trên đồ thị vector của dòng điện như hình (h.2-4)

$$i_1 = \sqrt{2}.3\sin(\omega t + 60^\circ) \leftrightarrow \vec{I}_1(3, 60^\circ)$$

$$i_2 = \sqrt{2}.4\sin(\omega t - 30^\circ) \leftrightarrow \vec{I}_2(4, -30^\circ)$$

$$\vec{I}_3 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2, \vec{I}_3(5, 6.9^\circ), \vec{I}_4 = \vec{I}_1 - \vec{I}_2, \vec{I}_4(I_3, \varphi_4)$$

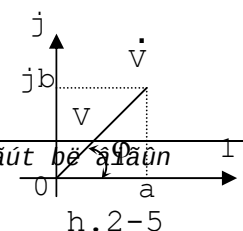


§4. Biểu diễn các biến điều hòa bằng số phức

1. Khái niệm về số phức

Là số có 2 thành phần thực a, ảo jb ; $\dot{V} = a + jb$. Trong đó a, b là những số thực. Hai thành phần của số phức độc lập tuyến tính. Có thể biểu diễn số phức trên mặt phẳng phức gồm một trục thực +1 và một trục ảo j vuông góc với nhau (tọa độ Đề các) như

hình vẽ (h.2-5). Vậy số phức $\dot{V}$ xác định trong mặt phẳng phức khi biết phần thực a và phần ảo jb hoặc biết môđun V (khoảng cách từ gốc đến vị trí số phức) và argument ψ (góc hợp với trục thực). Từ đó ta rút ra quan hệ :



$$a = V \cos \psi ; b = V \sin \psi ; V = \sqrt{a^2 + b^2} ; \psi = \arctg \left(\frac{b}{a} \right) \quad (2-9)$$

$$\dot{V} = a + jb = V \cos \psi + jV \sin \psi = V(\cos \psi + j \sin \psi)$$

$$\cos \psi + j \sin \psi = e^{j\psi} \text{ (Công thức Ôle)}$$

$$\dot{V} = V e^{j\psi} \rightarrow \text{dạng mũ viết gọn } \dot{V} = V \angle \psi \quad (2-10)$$

Vậy số phức có thể biểu diễn ở dạng đại số hoặc dạng mũ. Từ dạng mũ thấy rõ ngay môđun và argumen. Số phức đặc biệt $\dot{V} = e^{j\psi}$ là một số phức có môđun $V=1$ và argumen bằng $\psi \rightarrow \dot{V} = 1 \angle \psi = e^{j\psi} = \cos \psi + j \sin \psi$. Số phức $\dot{V} = j$ là một số phức có môđun $V=1$ có phần thực bằng 0, chỉ có phần ảo $b=1$. Số phức này nằm trên trục ảo nên argumen bằng $\pi/2$, $\dot{V} = j$ là dạng đại số. Dưới dạng mũ ta biểu diễn như sau :

$$\dot{V} = e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = j = 1 \angle \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Tương tự ta có : } \hat{V} = e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) + j \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -j = 1 \angle -\frac{\pi}{2}$$

$$\dot{V} \cdot \hat{V} = j \cdot (-j) = 1 \angle \frac{\pi}{2} \cdot 1 \angle -\frac{\pi}{2} = e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\frac{\pi}{2}} = 1 \rightarrow -j = \frac{1}{j}$$

Từ đây ta có : $\dot{V}_1 \cdot j = V_1 \angle \varphi + \frac{\pi}{2}$ được một số phức có môđun bằng V_1 , còn argumen quay thêm góc $\pi/2$.

- Cặp phức liên hợp : Nếu chúng có phần thực bằng nhau, phần ảo bằng nhau về trị số nhưng trái dấu nhau. Tức là chúng bằng nhau về môđun nhưng argumen

ngược nhau. $\dot{V} = a + jb$ thực $\hat{V} = a - jb$

- Các phép tính cơ bản của số phức :

Đẳng thức của hai số phức :

$$\dot{V}_1 = a_1 + jb_1 ; \dot{V}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \text{ nếu } a_1 = a_2 \text{ và } b_1 = b_2 \text{ hay } V_1 = V_2 \text{ và } \varphi_1 = \varphi_2$$

- Tổng hiệu hai số phức :

$$\dot{V}_1 \pm \dot{V}_2 = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

Thực hiện tổng dưới dạng đại số.

$$\dot{V} + \hat{V} = 2 \operatorname{Re} \dot{V} ; \dot{V} - \hat{V} = 2j \operatorname{Im} \dot{V}$$

- Nhân, chia số phức :

$$\dot{V}_1 \cdot \dot{V}_2 = V_1 e^{j\psi_1} \cdot V_2 e^{j\psi_2} = V_1 \cdot V_2 \cdot e^{j(\psi_1 + \psi_2)} = V_1 \cdot V_2 \angle \psi_1 + \psi_2$$

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{V_1 \cdot e^{j\psi_1}}{V_2 \cdot e^{j\psi_2}} = \frac{V_1}{V_2} \cdot e^{j(\psi_1 - \psi_2)} = \frac{V_1}{V_2} \angle \psi_1 - \psi_2$$

$$\dot{V}_1 \cdot \hat{V}_1 = V_1^2 \angle \psi_1 + (-\psi_1) = V_1^2 \angle 0$$

Thực hiện phép nhân, chia dưới dạng mũ (góc).

2. Biểu diễn biến điều hòa bằng số phức :

Ta thấy số phức được xác định bởi hai yếu tố là môđun và argumen nên nếu lấy số phức có môđun bằng trị hiệu dụng của hàm điều hòa, còn argumen bằng góc pha đầu thì số phức ấy mang hai thông tin cơ bản của hàm điều hòa.

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i = I.e^{j\psi_i}$$

Đây là quan hệ đóng đôi, gốc $\leftrightarrow$ ảnh trong hai không gian khác nhau.

$$u(t) = \sqrt{2}120\sin(\omega t + 30^\circ) \leftrightarrow \dot{U} = 120 \angle 30^\circ = 120e^{j30^\circ}$$

Trong không gian phức (mặt phẳng phức) có đủ 4 phép tính nên biểu diễn hàm điều hòa bằng số phức sẽ rất tiện lợi cho tính toán. Đặc biệt việc dùng số phức có một ưu điểm cơ bản là cho phép chuyển một hệ vi tích phân về một hệ đại số. Việc này giúp ta tránh được giải hệ vi tích phân khá phức tạp mô tả mạch điện mà chỉ cần giải hệ phương trình đại số các ảnh phức.

3. Biểu diễn phức đạo hàm của hàm điều hòa :

Ta biết đạo hàm của một hàm điều hòa cũng là một hàm điều hòa nên sẽ có ảnh phức tương ứng. Cần xác định quan hệ giữa ảnh phức của hàm điều hòa với ảnh phức của đạo hàm hàm điều hòa đó.

$$\text{Ví dụ : } i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i = I.e^{j\psi_i}$$

$$i'(t) = \sqrt{2}I\omega \sin(\omega t + \psi_i + \pi/2) \leftrightarrow \dot{I}' = I\omega \angle \psi_i + \pi/2$$

$$\dot{I}' = I\omega.e^{j\psi_i}.e^{j\pi/2} = \omega.e^{j\pi/2}.I.e^{j\psi_i} = j\omega \dot{I} \quad (2-11)$$

Vậy phép đạo hàm hàm điều hòa trong phân bố thời gian khi chuyển sang không gian phức sẽ tương ứng với phép nhân thêm một lượng $j\omega$ vào ảnh phức của hàm điều hòa đó.

Trong mạch điện thường gặp :

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \leftrightarrow \dot{U}_L = Lj\omega \cdot \dot{I}$$

$$i_C = C \cdot \frac{du}{dt} \leftrightarrow \dot{I}_C = j\omega C \cdot \dot{U}$$

4. Biểu diễn tích phân của hàm điều hòa :

Tích phân của hàm điều hòa cũng là hàm điều hòa nên sẽ có ảnh phức tương ứng.

Ta sẽ xác định quan hệ giữa ảnh phức của hàm điều hòa và ảnh phức của tích phân hàm điều hòa đó

$$i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \psi_i = I.e^{j\psi_i}$$

$$\begin{aligned} \text{thì : } \int i dt &= \frac{\sqrt{2}}{\omega} I \sin(\omega t + \psi_i - \frac{\pi}{2}) \leftrightarrow \dot{I}'' = \frac{I}{\omega} \angle \psi_i - \frac{\pi}{2} \\ \dot{I}'' &= \frac{I}{\omega} e^{j\psi_i} \cdot e^{-j\pi/2} = \frac{e^{-j\pi/2}}{\omega} \cdot I.e^{j\psi_i} = \frac{-j}{\omega} I.e^{j\psi_i} = \frac{1}{j\omega} \cdot \dot{I} \quad (2-12) \end{aligned}$$

Vậy ảnh phức của tích phân hàm điều hòa bằng ảnh phức của hàm điều hòa đó chia cho $j\omega$. Ta thấy phép tích phân trong phân bố thời gian khi chuyển sang không gian phức nó sẽ là phép chia.

Trong mạch điện thường gặp :

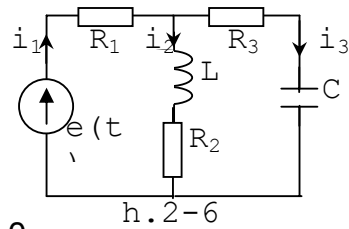
$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt \leftrightarrow \dot{U}_c = \frac{1}{jC\omega} \cdot \dot{I}$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt \leftrightarrow \dot{I}_L = \frac{1}{jL\omega} \cdot \dot{U}$$

Nhờ cách biểu diễn phức ta chuyển được hệ phương trình vi tích phân theo thời gian mô tả mạch sang hệ phương trình đại số với ảnh phức, nên việc phân tích, tính toán mạch điện sẽ được thực hiện rất thuận lợi. Tuy nhiên việc làm như vậy là thuần túy toán học không làm rõ ý nghĩa vật lý của các quá trình. Hơn nữa người ta không muốn phải viết hệ phương trình vi tích phân rồi mới phiên dịch ra phương trình đại số phức mà muốn dẫn ra một sơ đồ (trong KTD hay dùng sơ đồ) để từ đó viết ngay hệ phương trình đại số phức.

Ví dụ : Viết hệ KF dưới dạng đại số phức cho mạch điện hình vẽ (h.2-6)

Hệ phương trình KF dạng phân bố thời gian và chuyển sang dạng phức :



$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 + L \frac{di_2}{dt} = e(t) \\ i_3 R_3 + \frac{1}{C} \int i_3 dt - i_2 R_2 - L \frac{di_2}{dt} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ \dot{I}_1 R_1 + \dot{I}_2 R_2 + j\omega L \dot{I}_2 = \dot{E} \\ \dot{I}_3 R_3 + \frac{\dot{I}_3}{j\omega C} - \dot{I}_2 R_2 - j\omega L \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

Như vậy là chưa từ sơ đồ viết thẳng hệ phương trình đại số phức nên ta xét thêm phản ứng của các nhánh.

§5. Phản ứng của một nhánh đối với kích thích điều hòa

Trong phần đầu chương 2 chúng ta đã tìm hiểu các đặc trưng của biến trạng thái điều hòa cũng như tìm hiểu cách xác định trị hiệu dụng của một hàm điều hòa, cách biểu diễn hàm điều hòa bằng đồ thị vector và bằng số phức. Những nghiên cứu trên tạo tiền đề cho việc xét phản ứng của một nhánh đối với kích thích điều hòa.

Ở chế độ xác lập, trong mạch tuyến tính có kích thích điều hòa thì dòng, áp mỗi nhánh đều là hàm điều hòa cùng tần số.

$$i = \sqrt{2} \cdot I_{\cos} \sin(\omega t + \psi_i), u = \sqrt{2} \cdot U_{\cos} \sin(\omega t + \psi_u)$$

Ta biết mỗi nhánh KF thụ động ứng với một toán tử Z hoặc Y đặc trưng hành vi hay phản ứng của nhánh : $u = Z \cdot i$, $i = Y \cdot u$.

Khi các biến là điều hòa quan hệ toán tử rất đơn giản thể hiện ở hai mặt phản ứng :

1. Phản ứng môđul thể hiện ở tỉ số hiệu dụng của áp và dòng tương ứng (so sánh về độ lớn của trị hiệu dụng) :

$$U/I = z; I/U = y.$$

$z = U/I$ gọi là tổng trở hiệu dụng; $y = I/U$ gọi là tổng dẫn hiệu dụng

2. Phản ứng góc pha, chỉ rõ góc lệch pha giữa áp và dòng : $\varphi = \psi_u - \psi_i$

Vậy cặp số phản ứng của một nhánh là (z, φ) hoặc $(y, -\varphi)$, cặp số này cho phép tìm biến này khi biết biến kia. Hơn nữa qua cặp quan hệ này cho biết hành vi của vùng năng lượng (tiêu tán hay tích phóng năng lượng).

Để thấy rõ cặp đặc trưng phản ứng của một nhánh (z, φ) hay ($y, -\varphi$) ta xét quan hệ của các biến phức $\dot{U}$ và $\dot{I}$ như sau :

$$u(t) \leftrightarrow \dot{U} = U \langle \psi_u ; i(t) \leftrightarrow \dot{I} = I \langle \psi_i$$

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \langle \psi_u}{I \langle \psi_i} = \frac{U}{I} \langle \psi_u - \psi_i = Z \langle \varphi = Z$$

Z gọi là tổng trở phức, nó bao hàm cặp phản ứng (z, φ) trong đó z là môđun của Z , φ là argumen. Tương tự ta có :

$$\frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I \langle \psi_i}{U \langle \psi_u} = \frac{I}{U} \langle \psi_i - \psi_u = Y \langle -\varphi = Y$$

Y gọi là tổng dẫn phức nó bao hàm cặp phản ứng ($y, -\varphi$).

Vậy : $Z = z \langle \varphi$, $Y = y \langle -\varphi$ là phản ứng của nhánh đối với kích thích điều hòa.

$$\text{Lưu ý : } Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z \langle \varphi} = \frac{1}{z} \langle -\varphi = y \langle -\varphi, y = \frac{1}{z}$$

Phản ứng của một nhánh tùy thuộc vào bản chất của vùng năng lượng nên ta xét phản ứng đối với từng vùng năng lượng.

§6. Phản ứng của nhánh thuần trở

1. Phản ứng của nhánh R :

Từ phương trình trạng thái của nhánh (định luật Ôm) : $u = R.i$ biểu diễn phức quan hệ này rút ra cặp số phản ứng :

$$i = \sqrt{2}.I \sin \omega t \Rightarrow u = R.i = R.\sqrt{2}.I \sin \omega t$$

$$i \leftrightarrow \dot{I} = I \langle 0, u \leftrightarrow \dot{U} = R.I \langle 0 = U \langle 0.$$

$$\text{Lập tỉ số : } \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{R.I \langle 0}{I \langle 0} = R \langle 0 = Z_R$$

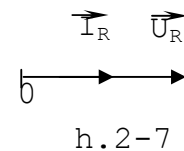
Cặp phản ứng là : $z_R = R$, $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$.

Tỉ số hiệu dụng áp trên điện trở đối với dòng qua điện trở bằng R . Góc lệch pha giữa áp trên trở với dòng qua trở $\varphi = 0$. Ta nói dòng qua trở trùng pha với áp trên trở.

Đồ thị vector áp trên trở và dòng qua trở (hình 2-7) :

$$\frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} = \frac{I \langle 0}{R.I \langle 0} = \frac{1}{R} \langle 0 = Y_R$$

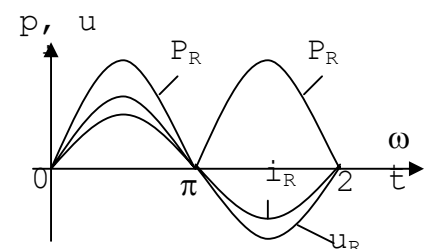
$$\text{Ngược lại : } \dot{U} = \frac{1}{Y} \langle 0 = g \langle 0, g = \frac{1}{R} = y$$



2. Quá trình năng lượng trong nhánh tiêu tán :

Vì trong vùng này u , i cùng pha (cùng chiều) nên công suất tiếp nhận $P_R = u_R.i_R = 2U_R.I_R \sin^2 \omega t \geq 0$. Năng lượng điện từ luôn đưa từ nguồn đến tải để tiêu tán thành nhiệt năng, cơ năng...

Đồ thị thời gian của $u_R(t)$, $i_R(t)$, $p_R(t)$ như hình h.2-8



$$p_R = 2U_R I_R \sin^2 \omega t = 2R \cdot I_R^2 \sin^2 \omega t = 2U_R I_R \left(\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right)$$

$$= U_R I_R (1 - \cos 2\omega t) = R \cdot I_R^2 (1 - \cos 2\omega t) \geq 0$$

C  ng suất tiêu t  n trung bình trong m  t chu kỳ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = \int_0^T I_R^2 \cdot R (1 - \cos 2\omega t) = I_R^2 \cdot R = U_R I_R$$

P g  i l   c  ng suất t  c d  ng (c  ng suất tiêu t  n). C  ng suất ch   kh   n  ng sinh c  ng. Th  r nguy  n [V].[A] = [W]. Qua    y ta thấy vai tr   của tr   hi  u d  ng d  ng    tính c  ng suất trung bình.

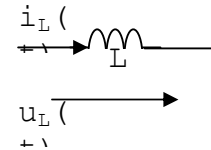
  7. Ph  n   ng của nhánh thu  n c  m

1. Ph  n   ng của nh  nh thu  n c  m :

Tür ph  ng tr  nh tr  ng th  i (  nh lu  t   m) d  oi d  ng th  i gian : $u_L = L \frac{di_L}{dt}$

Chuy  n quan h   này sang d  ng ph  c     l  m r   c  p ph  n   ng :

$$i = \sqrt{2} I_L \sin(\omega t + \psi_i) \leftrightarrow \dot{I}_L = I_L \angle \psi_i; u_L = L \frac{di}{dt} \leftrightarrow \dot{U}_L = j\omega L \cdot \dot{I}_L$$



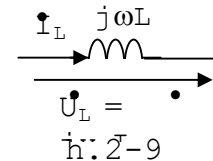
$$\frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} = \frac{j\omega L \dot{I}_L}{\dot{I}_L} = j\omega L = Z_L = \omega L \angle \pi/2$$

$$\text{T   s  } : \frac{\dot{U}_L}{\dot{I}_L} = \frac{U_L \angle \psi_u}{I_L \angle \psi_i} = \frac{U_L}{I_L} \angle \psi_u - \psi_i = Z_L \angle \varphi$$

C  p    c trung ($\omega L = Z_L$; $\varphi = \pi/2$)   ược vi  t t  ng h  p d  oi d  ng ph  c : $Z_L = \omega L \angle \pi/2$.

V  y $Z_L = x_L = \omega L$, $\psi_u - \psi_i = \pi/2$.

T   s     p hi  u d  ng tr  n   i  n c  m v  i d  ng hi  u d  ng qua   i  n c  m b  ng $\omega L = Z_L = x_L$ g  i là   i  n kh  ng   i  n c  m, th  r nguy  n [V]/[A] = [Ω], x_L ph  y thu  c v  o t  n s  , $x_L = \omega L = 2\pi fL$.   p tr  n cu  n c  m v  t tr  c d  ng qua cu  n c  m g  c $\varphi = \pi/2$, $Z_L = jx_L = j\omega L$, bi  u   i  n L tr  n s       ph  c là $j\omega L$ nh   h  nh (h.2-9)

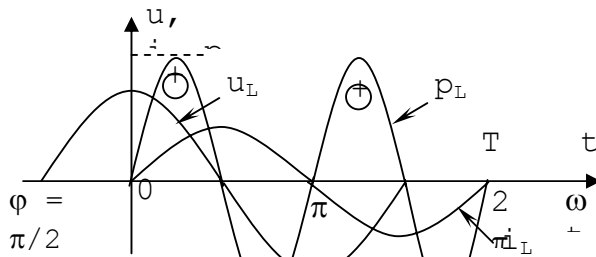


$$\text{Ng  c l  i} : \frac{\dot{I}_L}{\dot{U}_L} = \frac{1}{\omega L} \angle -\pi/2 = Y_L = b_L \angle -\pi/2, b_L = \frac{1}{\omega L}$$

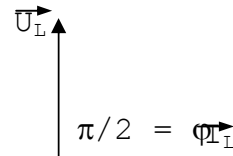
trong     :

b_L l   điện    n ph  n kh  ng c  m. C  p    c trung (b_L , $-\pi/2$)

2. Qu   trình n  ng l  ng của kho t  r :



h.2-10a : Đồ thị thời gian $u(t)$, $i(t)$, $p(t)$
Đồ thị vectơ áp dòng qua cuộn cảm



h.2-10b :

$$p_L(t) = u_L(t) \cdot i_L(t) = \sqrt{2}I_L \omega L \sin(\omega t + \pi/2) \cdot \sqrt{2}I_L \sin \omega t = 2I_L^2 \omega L \sin(\omega t + \pi/2) \sin \omega t = 2I_L^2 X_L \sin \omega t \cdot \cos \omega t = I_L^2 X_L \sin 2\omega t = U_L I_L \sin 2\omega t$$

Như vậy công suất dao động với tần số 2ω . Công suất trung bình trong một chu kỳ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_L I_L \sin 2\omega t dt = 0 \quad (\text{qua đồ thị thời gian } p_L(t) \text{ trong một}$$

chu kỳ ta cũng thấy điều này). Vậy cuộn cảm thuần túy không tiêu thụ công suất (không tiêu tán) mà ở đây chỉ có sự dao động, tích phóng công suất giữa nguồn TĐT và từ trường quanh cuộn cảm.

Biên độ dao động của công suất bằng $U_L I_L$ ta kí hiệu là $Q_L = U_L I_L$ có thứ nguyên [Var] gọi là công suất phản kháng. $Q_L = I_L^2 X_L$ đo cường độ của quá trình khác hẳn về bản chất công suất tác dụng $P = I^2 R$ (để chỉ về tiêu tán). Từ đây thấy $X_L = Q_L$ khi $I_L = 1A$, nên X_L có ý nghĩa về mặt năng lượng, X_L càng lớn chỉ rõ khả năng trao đổi năng lượng từ trường càng lớn. Rõ ràng R và X_L khác nhau về bản chất; Q_L cũng được tính qua giá trị hiệu dụng U_L , I_L .

§8. Phản ứng của nhánh thuần dung

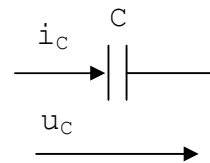
1. Phản ứng của nhánh thuần dung C

Từ phương trình trạng thái của nhánh dưới dạng thời gian : $u_C(t) = \frac{1}{C} \int i dt$

Khi i_C là hàm điều hòa thì u_C cũng là hàm điều hòa, ta chuyển sang quan hệ ảnh phức để xác định cặp phản ứng :

$$i_C(t) \leftrightarrow \dot{I}_C \Rightarrow u_C(t) \leftrightarrow \dot{U}_C = \frac{\dot{I}_C}{j\omega C}$$

$$\text{Tức là } \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C \cdot \dot{I}_C} = \frac{1}{j\omega C} = Z_C = -\frac{j}{\omega C}$$

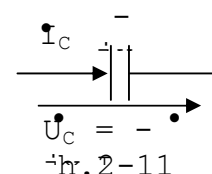


$x_C = 1/\omega C$: thứ nguyên $[\Omega]$ gọi là điện kháng điện dung. $Z_C = -jx_C = x_C \angle -\pi/2$.

Cặp phản ứng là $(x_C, -\pi/2)$. Viết gọn trong số phức $Z_C = x_C \angle -\pi/2 = -jx_C$.

Z_C được gọi là tổng trở phức của tụ điện C, biểu diễn C trên sơ đồ phức là $-jx_C$ như hình (h.2-11) :

$$Z_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{I}_C} = \frac{U_C \angle \psi_u}{I_C \angle \psi_i} = \frac{U_C}{I_C} \angle \psi_u - \psi_i = x_C \angle -\pi/2 = -jx_C$$



h.2-11

Vậy $U_C/I_C = x_C = z_C, -\pi/2 = \psi_u - \psi_i$. Tỷ số áp hiệu dụng trên tụ điện với dòng điện qua tụ bằng x_C , áp trên tụ điện chậm

pha so với dòng qua tụ điện góc $\pi/2$. Ta cũng có :

$$\frac{\dot{I}_C}{\dot{U}_C} = j\omega C = Y_C = j b_C = b_C \angle \pi/2$$

$b_C = \omega C$: điện dẫn phản kháng dung. Cặp phản ứng là $(b_C, \pi/2)$.

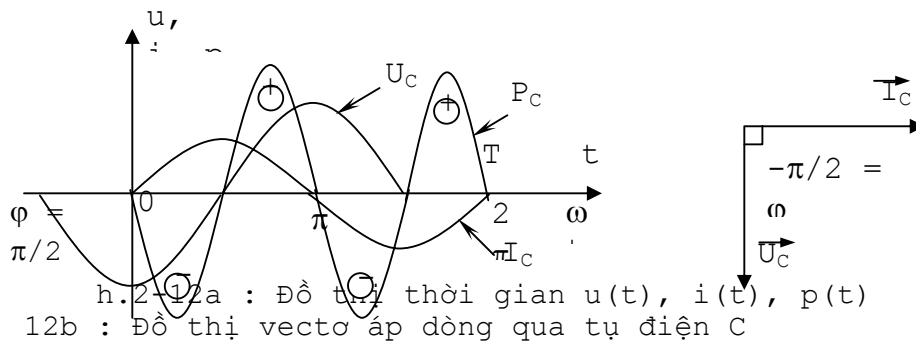
2. Quá trình năng lượng của kho điện.

Công suất của nhánh thuần dung :

$$\begin{aligned} p_C(t) &= u_C(t) \cdot i_C(t) = \sqrt{2} I_C x_C \sin(\omega t - \pi/2) \cdot \sqrt{2} I_C \sin \omega t = -2 I_C^2 x_C \cos \omega t \cdot \sin \omega t \\ &= -I_C^2 x_C \sin 2\omega t = -U_C I_C \sin 2\omega t \end{aligned}$$

Công suất trung bình trong một chu kỳ :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_C(t) dt = -\frac{1}{T} \int_0^T U_C I_C \sin 2\omega t dt = 0$$



h.2-12a : Đồ thị thời gian $u(t)$, $i(t)$, $p(t)$
h.2-12b : Đồ thị vectơ áp dòng qua tụ điện C

h.2-

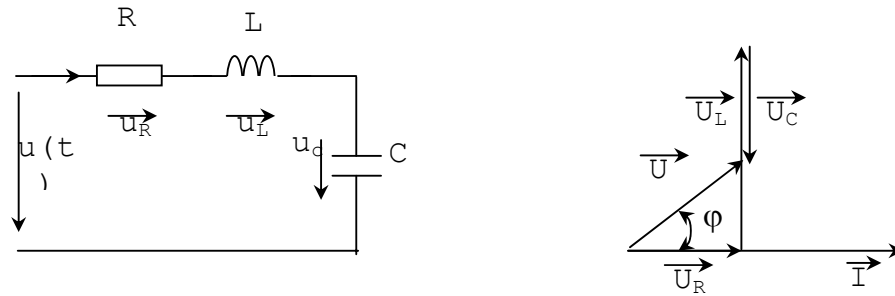
Như vậy mạch thuần dung không có sự tiêu thụ công suất mà chỉ có dao động trao đổi, tích phóng giữa TĐT với điện trường kho điện. Khả năng dao động trao đổi tích phóng bằng chính biên độ của dao động công suất $U_C I_C = Q_C$ (2-41) gọi là công suất phản kháng. Thứ nguyên là $[VAr]$, $Q_C = U_C I_C = I_C^2 x_C$ (2-42), Q_C cũng được tính qua giá trị hiệu dụng của U_C , I_C . Từ $Q_C = I_C^2 x_C$ thấy $x_C = Q_C$ khi $I_C = 1A$ nên x_C có ý nghĩa về mặt năng lượng, x_C càng lớn khả năng trao đổi năng lượng điện từ càng lớn.

$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \text{ vậy } x_C \text{ tỉ lệ nghịch với tần số. Ở đây ta cũng nhận thấy rằng}$$

công suất dao động trên L và C luôn trái dấu với nhau.

§9. Phản ứng của nhánh R-L-C đối với kích thích điều hòa.

1. Phản ứng của nhánh R-L-C : Dưới tác dụng của kích thích điều hòa ở chế độ xác lập, áp , dòng trong nhánh nối tiếp R-L-C đều biến thiên điều hòa. Ta có quan hệ thời gian : $u(t) = u_R + u_L + u_C$



Theo định luật Ôm : $u_R = i.R$, $u_L = L \frac{di}{dt}$, $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$ chuyển quan hệ thời gian sang dạng phức :

$$\begin{aligned}\dot{U} &= i.R + j\omega L.i + \frac{1}{j\omega C}i = i.(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}) = i.(R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}) \\ &= i.(R + jx_L - jx_C) = i.[R + j(x_L - x_C)]\end{aligned}$$

Biểu thức vectơ : $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$. Đồ thị vectơ như hình vẽ. $x = x_L - x_C (\Omega)$ gọi là điện kháng (trong đó x_L và x_C luôn ngược dấu). Lập tỉ số : $\frac{\dot{U}}{i} = R + jx = Z$ gọi là tổng

trở phức (Ω). Tổng trở phức $Z = R + jx$ nói rõ R và x đặc trưng cho hai vùng phản ứng khác nhau về bản chất nên phải được tổng hợp trong một quan hệ độc lập tuyến tính. Trong đó cần lưu ý x_L và x_C ngược dấu nhau để tạo nên điện kháng x , ngoài dạng đại số có thể viết Z dưới dạng mũ : $Z = \sqrt{R^2 + x^2} e^{j\varphi} = ze^{j\varphi} = z \angle \varphi$, $\varphi = \arctg \frac{x}{R}$

$$\frac{\dot{U}}{i} = \frac{U \angle \psi_u}{I \angle \psi_i} = \frac{U}{I} \angle \psi_u - \psi_i = z \angle \varphi = Z \leftrightarrow \frac{U}{I} = Z, \varphi = \psi_u - \psi_i = \arctg \frac{x}{R}, z = \sqrt{R^2 + x^2}$$

Như vậy cặp phản ứng là z và φ , z là tổng trở hiệu dụng.

Tỉ số của áp hiệu dụng trên mạch R-L-C với dòng hiệu dụng bằng tổng trở hiệu dụng z được tính theo các vùng năng lượng hợp thành theo công thức $z = \sqrt{R^2 + x^2}$ thứ nguyên $[\Omega]$ góc lệch pha giữa áp trên mạch R-L-C với dòng qua nó là $\varphi = \arctg(x/R)$ tùy thuộc vào x , R .

- Khi $x_L > x_C \rightarrow x > 0 \rightarrow \varphi > 0$: áp vượt trước dòng góc φ , ta nói mạch có tính cảm
- Khi $x_L < x_C \rightarrow x < 0 \rightarrow \varphi < 0$: áp chậm sau dòng góc φ , ta nói mạch có tính dung
- Khi $x_L = x_C \rightarrow x = 0 \rightarrow \varphi = 0$: áp, dòng trùng pha nhau tựa như mạch điện trở vì điện cảm và điện dung vừa bù hết cho nhau.

Ngược lại lấy tỉ số : $\frac{i}{\dot{U}} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{z \angle \varphi} = \frac{1}{z} \angle -\varphi = y \angle -\varphi = Y$. Y gọi là tổng dẫn phức, y

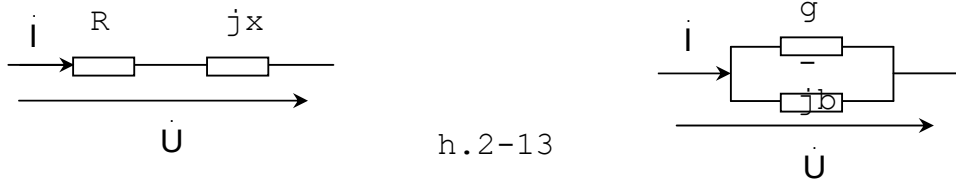
$= 1/z$ gọi là tổng dẫn hiệu dụng.

Dạng đại số $Y = y \cos(-\varphi) + j y \sin(-\varphi) = y \cos \varphi - j y \sin \varphi = g - j.b$ trong đó :

$$y \cdot \cos \varphi = g = \cos \varphi \cdot 1/z = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cos \varphi \quad : \text{điện dẫn tác dụng.}$$

$$y \cdot \sin \varphi = b = \sin \varphi \cdot 1/z = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} \cdot \sin \varphi \quad : \text{điện dẫn phản kháng.}$$

Qua công thức ta thấy cặp phản ứng (z, φ) và ($y, -\varphi$) phụ thuộc vào tần số, $z(\omega)$, $y(\omega)$, $\varphi(\omega)$, ta nói rằng phản ứng của nhánh R-L-C có tính lựa chọn đối với tần số. Các quan hệ trên gọi là những đặc tính tần số. Sơ đồ biểu diễn tổng trở phức $Z = R + jx$ hoặc tổng dẫn $Y = 1/Z = g - jb$ như hình (h.2-13).



h.2-13

2. Tam giác trở :

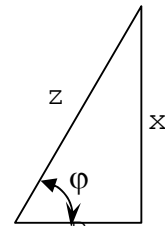
Từ công thức $z = \sqrt{R^2 + x^2}$, $\varphi = \arctg \frac{x}{R}$ ta thấy quan hệ giữa z, R, x là quan hệ trong một tam giác vuông có cạnh huyền là z , góc nhọn kề cạnh R là φ , cạnh còn lại là x , gọi là tam giác tổng trở hình (h.2-14). Tam giác tổng trở giúp xác định z, φ khi biết R, x và ngược lại.

$$z = \sqrt{R^2 + x^2}, \varphi = \arctg \frac{x}{R}$$

$$R = z \cdot \cos \varphi, x = z \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{R}{z}, \sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{x}{z}$$

$$g = \frac{1}{z} \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \cdot \frac{R}{z} = \frac{R}{z^2} = \frac{R}{R^2 + x^2}, b = \frac{1}{z} \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} \cdot \frac{x}{z} = \frac{x}{z^2} = \frac{x}{R^2 + x^2}$$



h.2-14

3. Quá trình năng lượng :

Trên nhánh R-L-C đồng thời tồn tại hai quá trình năng lượng : quá trình tiêu tán và tích phóng năng lượng với hai dạng công suất là công suất tác dụng và công suất phản kháng. Ta có :

$$p = u i = (u_R + u_L + u_C) \cdot i = p_R + p_L + p_C =$$

$$p = 2I_R^2 \cdot R \cdot \sin^2 \omega t + U_L I_L \sin 2\omega t - U_C I_C \sin 2\omega t$$

$$p = I^2 R (1 - \cos 2\omega t) + (Q_L - Q_C) \sin 2\omega t$$

§10. Các loại công suất trong mạch điện.

Cần đưa ra một số khái niệm về công suất để đo những quá trình năng lượng khác nhau về bản chất trong mạch điện.

1. Công suất tác dụng P :

Công suất tiêu tán trung bình trong 1 chu kỳ gọi là công suất tác dụng. Theo nghĩa là nó có hiệu lực biến năng lượng điện từ thành các dạng năng lượng khác và sinh công.

$$P = U_R I_R = I^2 R \quad \text{vì } R = z \cos \varphi \text{ ta có } P = I^2 z \cos \varphi = U \cdot I \cos \varphi \quad (2-51)$$

Công thức này tiện dụng hơn vì R của tải thường khó biết mà $\cos\varphi$ và z đo được dễ dàng nhờ đo U, I. Công suất tác dụng P có thứ nguyên W, KW, MW.

$P = UI \cos\varphi = UI \cos(\psi_u - \psi_i) = \vec{U} \cdot \vec{I}$ (2-52). Công suất tác dụng P bằng nội tích của hai vector áp và dòng trên nhánh.

2. Công suất phản kháng Q :

Biên độ dao động công suất của kho từ, kho điện $Q_L = I^2 x_L$, $Q_C = -I^2 x_C$, nói chung $Q = I^2 x$ gọi là công suất phản kháng. Nó đo cường độ quá trình dao động năng lượng. Thứ nguyên của công suất phản kháng là VAr (hoặc kVAr). Cũng vì x không được biết trước nên thường dùng công thức $Q = x \cdot I^2 = z \sin\varphi \cdot I^2 = U \cdot I \sin\varphi$ (2-53)

Khi mạch có tính cảm : $\sin\varphi > 0$, $Q > 0$, mạch có tính dung $\sin\varphi < 0$, $Q < 0$.

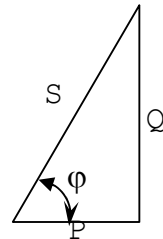
3. Công suất biểu kiến S :

Từ công suất $P = UI \cos\varphi$ ta thấy P tối đa bằng UI khi $\cos\varphi = 1$, ta gọi $UI = S$ (2-54) là công suất biểu kiến có thứ nguyên VA (KVA).

S là công suất để chỉ khả năng của thiết bị điện. Ví dụ : máy biến áp có $S = 100\text{KVA}$, máy phát điện có $S = 30\text{KVA}$. Máy biến áp có $S = 100\text{KVA}$ tức là khả năng MBA phát ra được công suất tác dụng tối đa là $P_{\max} = 100\text{KW}$ nếu $\cos\varphi = 1$, còn nếu $\cos\varphi < 1$ thì $P < P_{\max} = 100\text{KW}$ mặc dầu MBA có $S = 100\text{KVA}$.

4. Quan hệ giữa các công suất P, Q, S :

Từ : $P = UI \cos\varphi = S \cos\varphi$ và $Q = UI \sin\varphi = S \sin\varphi$ (2-55) ta được $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ $\varphi = \arctg(Q/P)$, chúng liên hệ với nhau trong một tam giác vuông gọi là tam giác công suất (h.2-15). Qua tam giác công suất có thể xác định được 2 trong 4 đại lượng P, Q, S, φ nếu biết hai đại lượng còn lại. Cũng thấy được P và Q là 2 quá trình khác nhau về bản chất nên không thể cộng thẳng chúng với nhau mà phải lấy theo tổng bình phương (tương tự như R và x cũng không thể cộng trực tiếp với nhau mà phải qua tổng bình phương như đã nêu).



h. 2-15

5. Công suất biểu kiến phức :

Từ biểu thức $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, $\varphi = \arctg \frac{Q}{P}$. Lấy $S \cos\varphi + j S \sin\varphi = P + jQ = S(\cos\varphi + j \sin\varphi) = S \cdot e^{j\varphi} = S \angle \varphi = \tilde{S}$ (2-56) gọi là công suất biểu kiến phức, $\tilde{S}$ liên hệ với $\vec{U}, \vec{I} \leftrightarrow \tilde{S} = S e^{j\varphi} = U \cdot I \cdot e^{j(\psi_u - \psi_i)} = U \cdot e^{j\psi_u} \cdot I e^{-j\psi_i} = \vec{U} \cdot \vec{I}$ (2-57)

$\tilde{S}$ liên hệ với phản ứng Z, Y: $\tilde{S} = U \cdot I e^{j\varphi} = z \cdot I \cdot I e^{j\varphi} = I^2 Z \angle \varphi = I^2 \cdot Z$ (2-58).

$$\tilde{S} = U \cdot I e^{j\varphi} = U \cdot \frac{U}{Z} e^{j\varphi} = U^2 \frac{1}{Z} \angle \varphi = U^2 \cdot \hat{Y} \quad (2-59)$$

6. Cân bằng công suất trong mạch điện :

Mạch điện xét phải thỏa mãn luật bảo toàn năng lượng nên phải có cân bằng công suất tác dụng phát và tiêu tán trong toàn mạch : $\sum P_{\text{fat}} = \sum P_{\text{thu}}$ (2-60)

- Theo định lý Langevin có sự cân bằng công suất phản kháng các nguồn phát với công suất phản kháng thu trên các phần tử : $\sum Q_{\text{fat}} = \sum Q_{\text{thu}}$ (2-61)

$$\sum S_{\text{fat}} \neq \sum S_{\text{thu}}, \text{ do } S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2-62)$$

- Nhưng $\tilde{S}$ nghiệm đúng định lý : " Tổng đại số công suất biểu kiến phát và thu của một hệ thống cân bằng nhau" $\sum P_{\text{fat}} + j \sum Q_{\text{fat}} = \sum P_{\text{thu}} + j \sum Q_{\text{thu}}$ (2-63)

§11. Hệ số công suất

1. Hệ số công suất $\cos\varphi$:

Với một nhánh có thông số R, L, C đã cho ở tần số nhất định sẽ có thông số (r, x) góc lệch pha xác định do đó hệ số công suất xác định :

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad (2-64)$$

Nó là sự phối hợp các vùng năng lượng P, Q khác nhau về bản chất. Nó là chỉ tiêu kinh tế, kỹ thuật quan trọng về mặt năng lượng. Có thể thấy điều đó qua phân tích sau :

$$I = \frac{P_t}{U \cos\varphi}$$

P_t, U xác định với một tải, từ đây thấy nếu $\cos\varphi$ càng nhỏ $\rightarrow$ dòng I càng lớn gây mất mát năng lượng Jun và tụt áp đường dây càng lớn. Ngoài ra I càng lớn thì đòi hỏi tiết diện dây phải lớn làm tăng khối lượng dây dẫn $\rightarrow$ kém kinh tế.

Mặt khác khi $\cos\varphi$ thấp máy phát phải cấp ra một dòng điện I lớn mà vẫn không phát ra được nhiều công suất tác dụng, đường dây phải truyền tải một dòng lớn mà công suất truyền tải không lớn.

Từ $P = S \cos\varphi$ thấy rằng $\cos\varphi$ càng lớn thì công suất tác dụng P càng gần S và ngược lại $\cos\varphi$ càng nhỏ thì P càng nhỏ so với S nên việc sử dụng thiết bị kém hiệu quả.

Như vậy $\cos\varphi$ thấp có hại về kinh tế, kỹ thuật nên khi tính toán, thiết kế, chọn lựa, lắp đặt thiết bị điện phải bảo đảm $\cos\varphi$ trong khoảng giá trị cho phép nếu không đạt thì phải tìm mọi biện pháp nâng cao hệ số $\cos\varphi$ của mỗi TBĐ, mỗi phân xưởng và mỗi nhà máy.

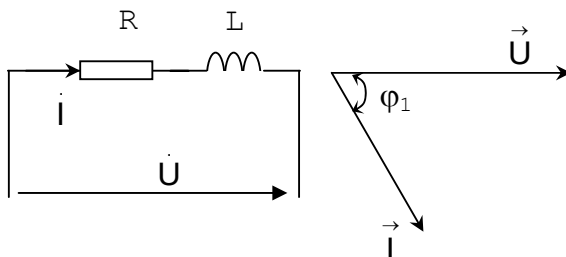
2. Nâng cao hệ số $\cos\varphi$:

Có nhiều biện pháp nâng cao $\cos\varphi$ như phát máy bù v.v.. ở đây ta xét phương pháp đơn giản nhất là ghép song song với tải cảm (thường sử dụng các tải cảm như động cơ điện, MBA, các cuộn cảm...) những tụ điện gọi là tụ bù.

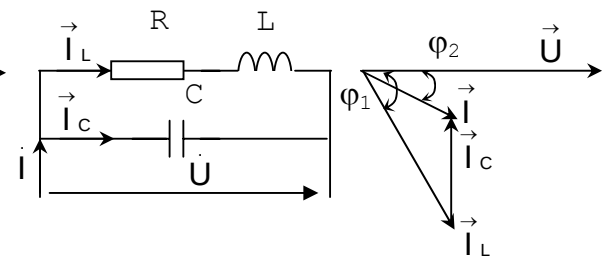
Ta biết : $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}$ là sự phối hợp giữa R và x nên để $\cos\varphi$ tăng tức là

làm cho φ giảm. Tùy vào tính chất của tải (có tính dung hay tính cảm) để tìm cách làm cho $\cos\varphi$ giảm.

Khi tải có tính cảm, áp vượt trước nên để φ giảm ta nối song song với tải một tụ điện có dòng qua nó vượt trước áp nên dòng tổng sẽ lệch pha so với áp chung một góc nhỏ hơn.



h.2-16 Đồ thị vectơ áp,



h.2-17 Đồ thị vectơ áp, dòng

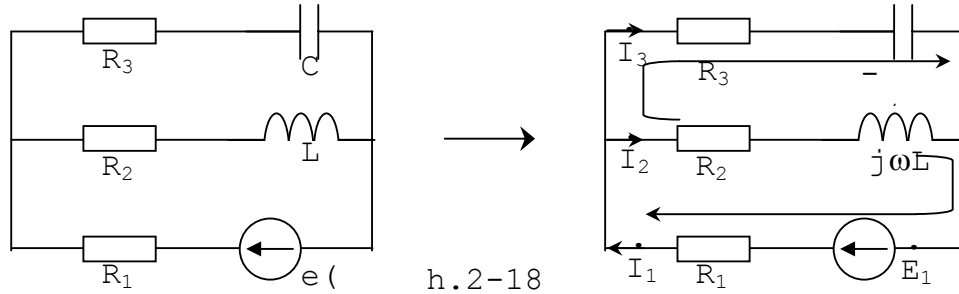
Rõ ràng $\varphi_2 < \varphi_1$ nên $\cos\varphi_2 > \cos\varphi_1$. Chứng minh được biểu thức liên hệ giữa giá trị C cần để nâng từ $\cos\varphi_1$ lên $\cos\varphi_2$ cho phụ tải có công suất P điện áp định mức U

$$C = \frac{P}{U^2 \omega} [\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2]$$

§12. Sơ đồ phức, hệ phương trình Kirhof dạng phức :

1. Sơ đồ phức : Người kỹ sư quen dùng sơ đồ mô tả quá trình và muốn qua sơ đồ viết hệ phương trình để giải chứ không muốn đại số hóa hệ phương trình. Người ta đại số hóa ngay trên sơ đồ mạch bằng cách thay R, L, C trong sơ đồ bằng các cặp đặc trưng qua số phức biểu diễn các phần tử đó như : $R, j\omega L, j/\omega C$ như đã nói ở phần phản ứng. Vì M cũng như L về mặt vật lý nên thay M bằng $j\omega M = jx_M$. Các nguồn kích thích cũng được biểu diễn phức.

Ví dụ : Lập sơ đồ phức cho mạch điện như hình (h.2-18)



h.2-18

2. Hệ phương trình KF dạng phức :

Sau khi có sơ đồ phức, với các chiều dương đã chọn ta viết phương trình KF dưới dạng đại số :

$$\begin{cases} \sum i_k = \sum j_k \\ \sum Z_k i_k = \sum \dot{E}_k \end{cases} \quad (2-67) \quad \text{với } Z_k = R_k + jx_k$$

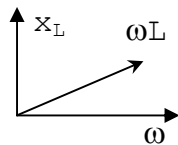
$$\begin{cases} \sum Y_k \dot{U}_k = \sum j_k \\ \sum \dot{U}_k = \sum \dot{E}_k \end{cases} \quad (2-68) \quad \text{với } Y_k = 1/Z_k$$

Hệ phương trình dạng phức cho mạch điện ví dụ trên là :

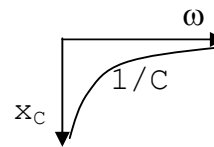
$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_3 = 0 \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 + j\omega L i_2 = i_1 R_1 + i_2 (R_2 + j\omega L) = \dot{E} \\ i_3 R_3 - j \frac{1}{\omega C} i_3 - i_2 (R_2 + j\omega L) = 0 \end{cases}$$

§13. Đặc tính tần số của nhánh R-L-C :

1. Đặc tính tần của các phần tử L, C :



h.2-19

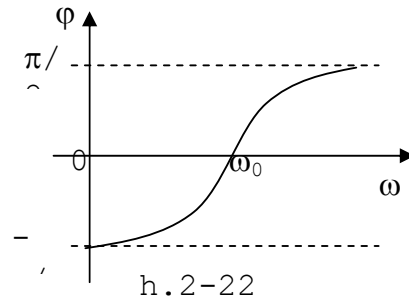
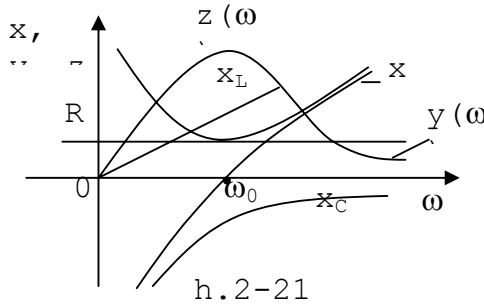


h.2-20

$x_L = \omega L$, $x(\omega)$ là đường $x_C = 1/\omega L$, x_C tỉ lệ nghịch với ω ,

2. Đặc tính tần của nhánh R-L-C : xem hình (h.2-21) và (h.2-22)

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{C\omega}, x(\omega) \text{ là đường cong cắt trục } \omega \text{ tại } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$



$$z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{C\omega}\right)^2}; y(\omega) = \frac{1}{z(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{x}{R} = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

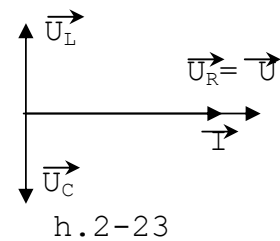
§14. Hiện tượng cộng hưởng trong mạch điện :

1. Cộng hưởng áp : Khi trong mạch nối tiếp R-L-C có tần số của nguồn ω bằng tần số dao động riêng của mạch $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ta nói trong mạch có cộng hưởng áp. Khi

đó $x_L = x_C$ (ở tần số ω_0) nên $x = x_L - x_C = 0$, $\varphi = 0$ nên $Z = R + jx = R = z \angle 0$ nghĩa là cộng hưởng áp tổng trở chỉ có phần thực $R = z$, còn $jx = 0$, góc lệch pha giữa áp, dòng $\varphi = 0 \rightarrow$ áp và dòng trùng pha $U/I = R = z = z_{\min}$. Lúc này dòng điện trong nhánh đạt giá trị cực đại $I = I_{\max} = U/R$. Toàn bộ điện áp của mạch đặt lên điện trở R , $U_R = U$. Trạng thái cộng hưởng áp xem như trạng thái mạch ở đó điện kháng đầu vào bằng 0. Đồ thị vector của áp, dòng khi cộng hưởng áp như hình (h.2-23).

Phương trình áp : $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$. Do $x_L = x_C$ nên $\vec{U}_L, \vec{U}_C$ ngược pha nhau $\vec{U}_L + \vec{U}_C = 0 \Leftrightarrow \vec{U}_L = -\vec{U}_C$ nên $U_R = I.R \ll U_L = U_C = I.x_L = I.x_C$ dẫn tới áp đặt vào thường có trị số khá nhỏ $U = U_R \ll U_L = U_C$ so với điện áp lấy ở cuộn dây U_L hoặc ở tụ điện U_C . Hiện tượng cộng hưởng áp có thể được sử dụng để khuếch đại áp khi cần, như mạch radio... Hiện tượng cộng hưởng xuất hiện khi hoặc thay đổi tần số nguồn hoặc thay đổi L hoặc C để đạt quan hệ :

$$x = x_L - x_C \quad (2-69)$$



Khi cộng hưởng thì $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$ không phụ thuộc tần số, ký hiệu ρ gọi là

tổng trở đặc tính của mạch vòng. Tỉ số : $\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho I}{RI} = \frac{\rho}{R} = Q$ (2-70) gọi là hệ số

phẩm chất của vòng dao động L - C.

Nếu như khi cộng hưởng có dòng $i = I_m \sin(\omega_0 t + \psi_1)$, $u_C = U_{Cm} \sin(\omega_0 t + \psi_1 - \pi/2)$

thì tổng năng lượng của từ trường và điện trường liên qua đến cảm và dung là $W_M +$

$$W_E = \frac{LI_m^2}{2} + \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_m^2 \sin^2(\omega_0 t + \psi_1)}{2} + \frac{CU_{Cm}^2 \cos^2(\omega_0 t + \psi_1)}{2}$$

$$\text{vì } \frac{LI_m^2}{2} = \frac{L(\omega_0 CU_{Cm})^2}{2} = \frac{CU_{Cm}^2}{2} \text{ nên } W_M + W_E = \frac{LI_m^2}{2} + \frac{CU_{Cm}^2}{2} = CU_{Cm}^2 = \text{const}$$

(2.72). Tức là tổng năng lượng không phụ thuộc vào thời gian, nên sự giảm (hay tăng) của áp trên dung và sự giảm năng lượng của điện trường sẽ làm tăng (hay giảm) dòng năng lượng của từ trường và ngược lại. Năng lượng mạch nhận từ nguồn sau một chu

kỳ T là : $W = PT = I^2 RT = \frac{RI_m^2 T}{2}$, $Q = I^2 X = 0 = I^2 X_L - I^2 X_C$ chứng tỏ hai kho không

trao đổi năng lượng với bên ngoài mà trao đổi nội tại với nhau vừa hết.

$$\text{Lập tỉ số : } \frac{W_M + W_E}{W} = \frac{LI_m^2 \cdot 2}{RI_m^2 T} = \frac{2L}{RT} = \frac{2L}{R \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}} = \frac{2L\omega_0}{2\pi R} = \frac{Q}{\pi} \quad (2.73)$$

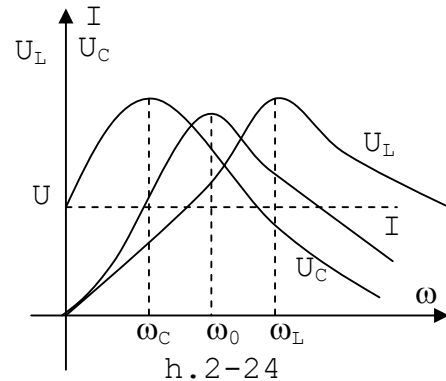
Từ đây thấy hệ số phẩm chất Q tỉ lệ với tỷ số giữa tổng năng lượng từ trường và điện trường khi cộng hưởng với năng lượng tiêu thụ trong mạch trong một chu kỳ. Quan hệ của dòng I, áp U_L , U_C với tần số gọi là đặc tính cộng hưởng. Ta có các quan hệ sau :

$$I(\omega) = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$U_L(\omega) = \omega LI = \frac{\omega LU}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$U_C(\omega) = \frac{I}{\omega C} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \cdot \frac{1}{\omega C}$$

(2.74)



Các đặc tính cộng hưởng $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ như hình vẽ (h.2-24).

Từ $\frac{dU_L}{d\omega} = 0$ xác định được tần số ω_L ở đó U_L đạt giá trị cực đại U_{Lmax}

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{\frac{2}{2 - \left(\frac{R}{\rho}\right)^2}} \quad (2.75)$$

Từ $\frac{dU_C}{d\omega} = 0$ xác định được tần số ω_C ở đó U_C đạt giá trị U_{Cmax} :

$$\omega_C = \omega_0 \sqrt{\frac{2 - \left(\frac{R}{\rho}\right)^2}{2}} = \omega_0 \sqrt{\frac{2Q^2 - 1}{2Q^2}} \quad (2.76)$$

Ta thấy $\omega_L > \omega_0$ và $\omega_C < \omega_0$ ngoài ra $\omega_L \omega_C = \omega_0^2$ (2.77)

Lập quan hệ I/I_0 ta có :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{U}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0 L}{R}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (2.78)$$

Với $I_0 = \frac{U}{R}$ là dòng điện khi cộng hưởng.

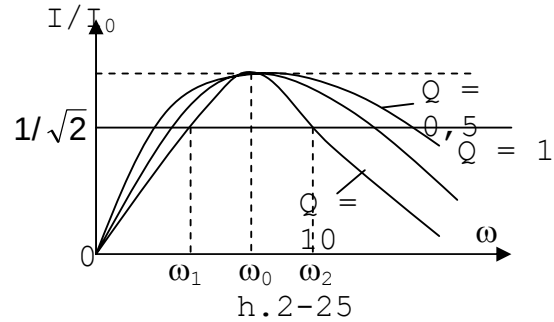
Ta thấy tỉ số $\frac{I}{I_0}$ phụ thuộc tần số và hệ số

phản chất Q . Về quan hệ $\frac{I}{I_0}$ theo ω , Q

như hình vẽ (h.2-25)

Trong phạm vi tần số $\omega_1 < \omega < \omega_2$ tỉ số

$$\frac{I}{I_0} \geq 1/\sqrt{2} \quad (2.79)$$



Vùng đó gọi là giải thông của mạch (nghĩa là trong phạm vi tần số đó tổng trở của mạch bằng không). Theo các đường cong ta thấy khi hệ số phản chất Q càng cao thì giải thông càng hẹp, nghĩa là tính chọn lọc của mạch càng cao đối với tần số ω gần bằng ω_0 .

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega \omega_0} \text{ kí hiệu } \omega - \omega_0 = \Delta\omega \text{ thì gần đúng :}$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \approx \frac{2\omega_0 \Delta\omega}{\omega_0^2} \quad (2.80) \text{ ở biên giải thông } \frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}} \text{ rút ra :}$$

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \pm \frac{1}{Q} \text{ do đó với mạch có hệ số phản chất cao thì } \omega_2 - \omega_1 \approx \frac{\omega_0}{Q} \quad (2.81)$$

Từ biểu thức xác định biên của giải thông :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow Q^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 \quad (2.82)$$

Thấy rằng các tần số biên ω_1, ω_2 phải thỏa mãn quan hệ $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$ (2.83).

Trong kỹ thuật VTĐ, kỹ thuật lọc, tách sóng ... thường dùng vòng L-C có tiêu tán nhỏ với Q cỡ 100, khi có yêu cầu cao thì $Q \geq 1000$. Với ω_0 và L, C đã cho muốn tăng Q thì phải giảm r của cuộn dây và tụ điện. Làm việc với vòng r-L-C ở lân cận ω_0 phải lưu ý hệ số phản chất Q và tính trước cho cuộn dây và tụ điện chịu nổi điện áp $Q.U$.

2. Công hưởng dòng :

Là trạng thái của mạch R//L//C khi tần số nguồn bằng tần số dao động bản thân của mạch $\omega_0 = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Vì $\omega = \omega_0$ nên điện dẫn phản kháng $b = b_L - b_C = 1/L\omega - C\omega = 0$ (2.84) nên đây là trạng thái mạch khi điện dẫn phản kháng đầu vào bằng 0.

Tổng dẫn của mạch lúc này : $Y = Y_R + Y_L + Y_C = g - jb = y \angle -\varphi$

Khi cộng hưởng dòng : $b = 0 \rightarrow$ phần ảo của tổng dẫn phức Y bằng 0, chỉ còn lại phần thực $g = y = 1/R$ và vì $b = 0$ nên $\varphi = 0$ nên áp và dòng cùng pha nhau.

Quan hệ dòng, áp :

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = Y_R \dot{U} + Y_L \dot{U} + Y_C \dot{U} = \dot{U} \left[\frac{1}{R} - j\frac{1}{L\omega} + j\omega C \right] = \dot{U} [g - j(b_L - b_C)] = \dot{U} \cdot Y$$

vì $b_L = b_C$ nên $b = 0$ vậy $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{I}_R$

Đồ thị vector dòng, áp lúc này như hình vẽ (h.2-26)

Nếu $b_L = b_C \gg g$ thì $I_L = I_C \gg I_R = I$

3. Cộng hưởng trong mạch phức tạp :

Mạch điện có chứa một số nhánh trên đó có điện cảm và điện dung nếu xác định tổng trở $Z = R + jx$ mà có phương trình $x = 0$ (2.85) hoặc tổng dẫn $Y = g - jb$ mà có phương trình $b = 0$ (2.86). Trong đó x là điện kháng đầu vào, b là điện dẫn phản kháng đầu vào. Nếu phương trình (2.85) và (2.86) có nghiệm thực thì trong mạch xuất hiện các loại cộng hưởng.

Ví dụ : Trong mạch điện như hình vẽ (h.2.27)

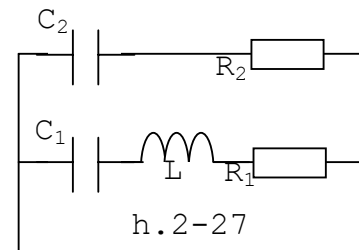
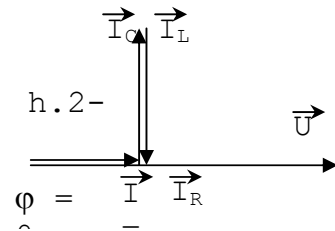
Khi ở tần số $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$ thì có cộng hưởng áp ở nhánh thứ nhất. Quả vậy vì tổng trở của nhánh thứ nhất là $Z_1 = R_1 + j(\omega L - \frac{1}{C_1\omega})$. Khi $\omega = \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$ thì

$$x_1 = \omega L - \frac{1}{\omega C_1} = 0. \quad \text{Tương tự như vậy khi}$$

$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ với $C = C_1 + C_2$ thì trong toàn mạch có cộng hưởng dòng điện vì :

$$Y = Y_1 + Y_2 = g_1 - jb_1 + g_2 - jb_2 = (g_1 + g_2) - j(b_1 + b_2).$$

$$b_1 + b_2 = 0 = b_L - b_C = 1/\omega L - \omega C_1 - \omega C_2 = 0.$$



CHƯƠNG 3

PHƯƠNG PHÁP TÍNH MẠCH TUYẾN TÍNH HỆ SỐ HẲNG Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

Ta đã biết khi mạch điện là mạch tuyến tính hệ số hằng ở chế độ xác lập với kích thích điều hòa thì mô hình của nó chính là hệ phương trình KF 1, 2 dạng đại số phức. Cần phải nêu những phương pháp để giải hệ đại số đó cho ra những đáp ứng của mạch điện. Vì mạch KF có đặc điểm là có thể đo trạng thái ở những yếu tố kết cấu khác nhau : ở nhánh, ở đỉnh, ở vòng... Vì vậy có hệ phương trình tương ứng với các biến nhánh, biến đỉnh, biến vòng nên có các phương pháp giải cho từng biến.

Chú ý vì các định luật KF dạng phức giống hệt cho trường hợp mạch thuần trở hoặc mạch có dòng không đổi. Chỉ có khác là khi đó các biến trạng thái và các toán tử đều là số thực U, I, E, R, g. Vì vậy những phương pháp sẽ nêu cũng dùng cho mạch có dòng không đổi hoặc thuần trở.

Biến nhánh - phương pháp dòng (áp) nhánh.

Mạch có m nhánh, d đỉnh nên nếu lấy biến là dòng (áp) nhánh thì số ẩn số dòng (áp) nhánh là m, vậy cần viết m phương trình theo biến là dòng (áp) nhánh theo các định luật KF1, KF2. Ta viết được (m-d+1) phương trình KF1 theo dòng (áp) nhánh dạng :

$$\sum \dot{I}_k = \sum \dot{j}_k \quad (3-1)$$

Viết được (m-d+1) phương trình KF2 theo dòng (áp) nhánh dạng :

$$\sum Z_L \dot{I}_L = \sum \dot{E}_L \quad (3-2)$$

$$\text{Hoặc : } \begin{cases} \sum Y_k \dot{U}_k = \sum \dot{j}_k \\ \sum \dot{U}_L = \sum \dot{E}_L \end{cases} \quad (3-3)$$

Tất nhiên để viết các phương trình đại số trên cần phải quy ước chiều dương các dòng điện và chiều dương các vòng.

Giải hệ phương trình đại số trên ta sẽ được giá trị phức dòng (áp) các nhánh. Có dòng (áp) nhánh qua định luật Ôm tính áp (dòng) của nhánh.

Hệ phương trình dạng ma trận theo biến dòng nhánh :

$$\begin{cases} \bar{A}_t \dot{I}_{nh} = 0 \\ \bar{C}_t Z_{nh} \dot{I}_{nh} = \bar{C}_t \dot{E}_{nh} \end{cases} \quad (3-4)$$

Ví dụ : Lập hệ phương trình biến nhánh để giải mạch điện hình (h.3-1). Mạch điện có d = 3, m = 5.

Hệ phương trình theo dạng biến nhánh :

$$\text{Nút a : } \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$$

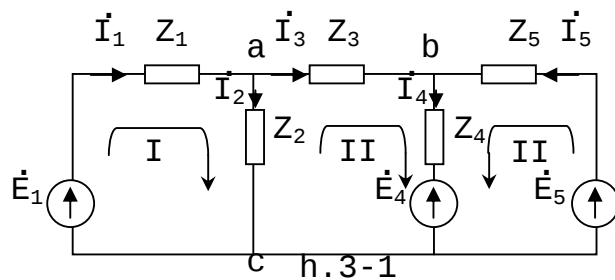
$$\text{Nút b : } \dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0$$

$$\text{Vòng I : } \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 = \dot{E}_1$$

$$\text{Vòng II : } \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_4 Z_4 - \dot{I}_2 Z_2 = -\dot{E}_4$$

$$\text{Vòng III : } \dot{I}_5 Z_5 + \dot{I}_4 Z_4 = \dot{E}_5 - \dot{E}_4$$

Hệ phương trình dạng ma trận :



$$\bar{A}_t \dot{I}_{nh} = 0 \rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \\ -\dot{I}_3 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \dot{E}_3 \\ -\dot{E}_4 \\ \dot{E}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix}, [C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_t Z_{nh} \dot{I}_{nh} = C_t \dot{E}_{nh} \leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{E}_4 \\ \dot{E}_5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Y_1 \dot{U}_1 - Y_2 \dot{U}_2 - Y_3 \dot{U}_3 = 0 \\ Y_3 \dot{U}_3 - Y_4 \dot{U}_4 + Y_5 \dot{U}_5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình theo áp nhánh : } \begin{cases} \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{E}_1 \\ \dot{U}_3 + \dot{U}_4 - \dot{U}_2 = -\dot{E}_4 \\ \dot{U}_3 + \dot{U}_4 = \dot{E}_5 - \dot{E}_4 \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình dạng ma trận viết theo biến áp nhánh : } \begin{cases} \bar{A}_t Y_{nh} \dot{U}_{nh} = 0 \\ C_t \dot{U}_{nh} = C_t \dot{E}_{nh} \end{cases} \quad (3-5)$$

Biến vòng - phương pháp dòng điện vòng :

Ta đã biết các dòng bù cây trên một graph làm thành một tập đủ dòng nhánh độc lập. Những dòng ấy chảy khép kín qua những vòng xác định trên cây đã chọn, làm thành một tập dòng vòng bù cạnh. Cũng có thể chọn các dòng chảy khép kín các mắt lưới một graph phẳng. Các dòng bù cạnh (dòng chảy trong các mắt lưới) gọi là dòng vòng. Sau khi biết dòng vòng có thể tính được dòng nhánh và áp nhánh. Vậy đặt biến là dòng

vòng ($\dot{I}_v$), nên số ẩn số là $\dot{I}_v$ chính bằng số vòng độc lập, chính bằng số bù cạnh = (m - d + 1). Tức là ta cần viết (m - d + 1) phương trình theo $\dot{I}_v$. Qua khái niệm định nghĩa

về dòng vòng ta thấy chúng đã chứa đựng sự thỏa mãn luật KF1 (tính liên tục) nên

phương trình liên hệ các biến $\dot{I}_v$ có ý nghĩa sẽ là phương trình KF2. Ta có trình tự giải mạch điện bằng phương pháp dòng vòng như sau :

Chọn và đánh số, quy ước chiều dương của các dòng vòng (dòng bù cạnh hoặc dòng mắt lưới) kể cả các nguồn dòng đỉnh đã cho khép kín qua những vòng độc lập.

Viết (m - d + 1) phương trình KF2 theo biến vòng. Lưu ý có cả những áp do hồ cảm, áp do các nguồn dòng gây trên vòng $\dot{E}_j$, $\dot{E}_{jk} = Z_{mk} \dot{J}_m$ (3-6)

Giải hệ phương trình được các dòng vòng sau đó suy ra các dòng nhánh là tổng đại số các dòng vòng qua nhánh đó.

Ví dụ : Lập hệ phương trình biến vòng để giải mạch điện hình (h.3-2)

Chọn 3 dòng vòng theo mắt lưới $\dot{I}_{v1}$, $\dot{I}_{v2}$, $\dot{I}_{v3}$.

Phương trình KF2 cho các vòng :

$$\text{Vòng I : } \dot{I}_{v1}(Z_1 + Z_2 + Z_3) + \dot{I}_{v2}Z_2 - \dot{I}_{v3}Z_3 = \dot{E}_1$$

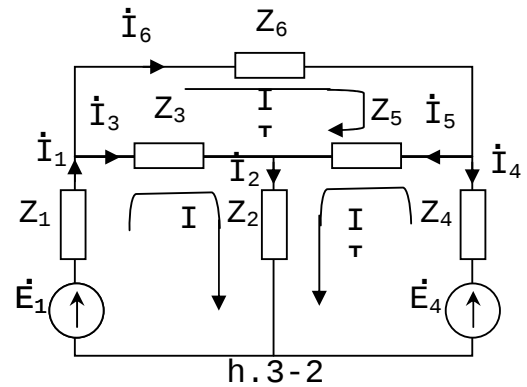
$$\text{Vòng II : } \dot{I}_{v2}(Z_4 + Z_2 + Z_5) + \dot{I}_{v1}Z_2 + \dot{I}_{v3}Z_5 = \dot{E}_4$$

$$\text{Vòng III : } \dot{I}_{v3}(Z_6 + Z_5 + Z_3) + \dot{I}_{v2}Z_5 - \dot{I}_{v1}Z_3 = 0$$

Giải hệ phương trình được các dòng vòng $\dot{I}_{v1}$,

$\dot{I}_{v2}$, $\dot{I}_{v3}$ sau đó suy ra dòng nhánh $\dot{I}_1 = \dot{I}_{v1}$,

$\dot{I}_3 = \dot{I}_{v1} - \dot{I}_{v3}$, $\dot{I}_6 = \dot{I}_{v3}$, $\dot{I}_2 = \dot{I}_{v1} + \dot{I}_{v2}$, $\dot{I}_4 = \dot{I}_{v2}$. Ta



thấy $(Z_1 + Z_2 + Z_3)$ là tổng trở tham gia vòng I là vòng đang viết có $\dot{I}_{v1}$ chạy qua ta kí hiệu là Z_{v1} , Z_2 là tổng trở nhánh chung giữa vòng I và vòng II kí hiệu là $Z_{12} = Z_2$, tương tự $Z_3 = Z_{13}$ là tổng trở nhánh chung giữa vòng I và vòng III, $Z_5 = Z_{23}$ là tổng trở nhánh chung giữa vòng II và vòng III. Lúc này phương trình vòng I được viết gọn là :

$$\dot{I}_{v1}Z_{v1} + \dot{I}_{v2}Z_{12} - \dot{I}_{v3}Z_{13} = \dot{E}_1.$$

Tương tự như vậy cho các vòng khác :

$$\dot{I}_{v2}Z_{v2} + \dot{I}_{v1}Z_{12} + \dot{I}_{v3}Z_{25} = \dot{E}_4$$

$$\dot{I}_{v3}Z_{v3} + \dot{I}_{v2}Z_{25} - \dot{I}_{v1}Z_{13} = 0$$

Trong đó : $Z_{v2} = Z_2 + Z_4 + Z_5$, $Z_{v3} = Z_3 + Z_5 + Z_6$.

$\dot{I}_{v1}Z_{v1}$: là sụt áp do dòng vòng gây ra trong bản thân vòng I, luôn có dấu dương.

$\dot{I}_{vm}Z_{lm}$: là sụt áp do dòng vòng m có nhánh chung với vòng l đang viết gây ra trong nhánh chung đó, dấu + hay - tùy chiều của dòng vòng m qua nhánh chung cùng chiều hay ngược chiều với dòng vòng l đang xét. Từ đây ta đưa ra dạng tổng quát :

$$\dot{I}_{vk}Z_{vk} \pm \sum_l \dot{I}_{vl}Z_{kl} = \sum \dot{E}_{vk}$$

$\sum \dot{E}_{vk}$ là tổng đại số Sđđ thuộc vòng k, Sđđ nào cùng chiều với vòng thì có dấu dương, ngược chiều thì dấu -. Nếu trong mạch điện có những nguồn dòng kích thích bơm vào cặp nút nào đó thì coi đó là dòng độc lập như đã biết J. Vì phương trình KF2 là viết cho áp nên phải cho dòng J chạy qua một nhánh nào đó giữa hai nút mà J bơm

vào tạo ra $\dot{U}_k = \dot{J}Z_k = \dot{E}_j$ để ở về phải phương trình giống như các $\dot{E}$. Lúc này có phương trình : $\dot{I}_{vk}Z_{vk} \pm \sum_l \dot{I}_{vl}Z_{kl} = \sum \dot{E}_{vk} \pm \dot{E}_j$ (3-8)

Lưu ý trong mạch r, L, M, C ta có xét tính tương hỗ nên $Z_{kl} = Z_{lk}$ nên hệ số Z_{kl} đối xứng qua trục chéo của $[Z_{nh}]$.

Phương trình dạng ma trận : $C_t Z_{nh} C_l \dot{I}_v = C_t \dot{E}_{nh}$ (3-9)

Khi có các nguồn dòng j thì về phải có thêm thành phần $C_t Z_{nh} j_{nh}$.

Ví dụ 2 : Lập hệ phương trình biến dòng vòng giải mạch điện hình (h.3-3).

Ta tùy ý giả thiết nguồn j khép mạch qua nhánh Z_3 tạo nên áp $\dot{U}_{3j} = j.Z_3$ đã biết .

Phương trình vòng I : $\dot{I}_{v1}(Z_1 + Z_2) - \dot{I}_{v2}Z_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$

Phương trình vòng II : $\dot{I}_{v2}(Z_2 + Z_3) - \dot{I}_{v1}Z_2 = \dot{E}_2 - jZ_3$

$\dot{U}_{3j} = j.Z_3$ là áp rơi trên Z_3 do nguồn dòng j gây ra nằm ở về trái phương trình, vì j cùng chiều vòng nên mang dấu +, chuyển sang về phải nên đổi thành dấu -. Về mặt toán học ta thấy phương pháp dòng vòng thực chất là tính các dòng phụ thuộc theo các dòng độc lập qua KF1 rồi thay vào phương trình KF2 để được phương trình KF2 theo biến vòng, tức là đưa phương trình KF1 vào phương trình KF2.

Biến đỉnh - phương pháp điện thế đỉnh :

Ta đã có mối liên hệ giữa điện thế đỉnh với áp nhánh nên nếu chọn biến là thế đỉnh lập hệ phương trình thế đỉnh giải ra các thế đỉnh thì suy ra được các áp nhánh rồi dòng nhánh. Mạch điện có d đỉnh thì có d thế đỉnh, song phải so với một thế mốc (thường chọn mốc là 0), nên số thế cần xác định là (d - 1), tức là số ẩn số thế đỉnh là (d - 1).

Vậy ta cần viết (d-1) phương trình theo ẩn số là thế đỉnh. Khái niệm thế từ tính chất thế nó đã chứa đựng sự thỏa mãn luật KF2 nên chỉ có phương trình KF1 liên hệ các thế mới có ý nghĩa. Vậy cần viết (d-1) phương trình KF1 theo biến là thế đỉnh. Nhưng ta mới chỉ có phương trình KF1 cho biến là các dòng nhánh, nên phải tìm biểu thức giữa các dòng nhánh với thế đỉnh để có phương trình KF1 theo biến là thế đỉnh. Ta đã có định luật Ôm liên hệ giữa áp với dòng nhánh mà áp nhánh lại liên hệ với thế nên ta lập được quan hệ giữa dòng nhánh với thế đỉnh.

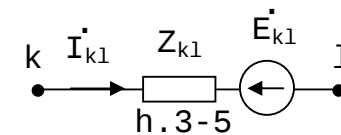
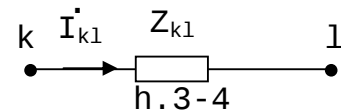
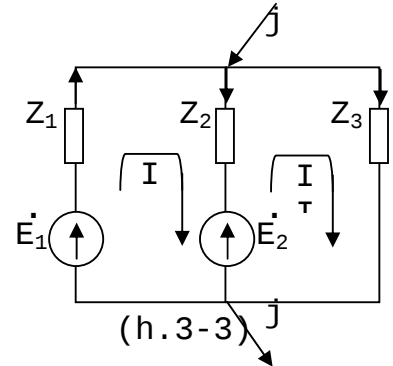
Đối với nhánh không nguồn hình (h.3-4) ta có :

$$\dot{U}_{kl} = \varphi_k - \varphi_l = \dot{I}_{kl}.Z_{kl} \Rightarrow \dot{I}_{kl} = \frac{\varphi_k - \varphi_l}{Z_{kl}} = (\varphi_k - \varphi_l).Y_{kl} \quad (3-10)$$

Đối với các nhánh có nguồn như hình (h.3-5) ta có :

$$\varphi_l = \varphi_k - \dot{I}_{kl}.Z_{kl} - \dot{E}_{kl} \Rightarrow \dot{I}_{kl} = (\varphi_k - \varphi_l).Y_{kl} - \dot{E}_{kl}.Y_{kl} \quad (3-11)$$

$$\text{Như vậy khi } \dot{E}_{kl} \text{ cùng chiều với } \dot{I}_{kl} \text{ thì } \dot{I}_{kl} = (\varphi_k - \varphi_l).Y_{kl} + \dot{E}_{kl}.Y_{kl} \quad (3-12)$$



Tức là Sdd $\dot{E}$ nào cùng chiều dòng thì $\dot{E}.Y$ có dấu +. Sau khi có biểu thức dòng theo thế ta viết được hệ phương trình KF1 theo thế.

Ví dụ : Lập hệ phương trình theo biến thế đỉnh để giải mạch điện như hình (h.3-6)

Chọn đỉnh d làm mốc, viết phương trình KF1 cho các đỉnh còn lại :

$$\text{Đỉnh a : } \dot{I}_1 - \dot{I}_3 - \dot{I}_6 = 0$$

$$\text{Đỉnh b : } -\dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_5 = 0$$

$$\text{Đỉnh c : } \dot{I}_4 - \dot{I}_5 + \dot{I}_6 = 0$$

Thay các dòng điện trong phương trình trên theo biến đỉnh :

Ví dụ thay vào đỉnh a :

$$\dot{I}_1 = (0 - \varphi_a) \cdot Y_1 + \dot{E}_1 \cdot Y_1, \quad \dot{I}_3 = (\varphi_a - \varphi_b) \cdot Y_3, \quad \dot{I}_6 = (\varphi_a - \varphi_c) \cdot Y_6$$

$$\text{Ta có : } (0 - \varphi_a) \cdot Y_1 + \dot{E}_1 \cdot Y_1 - (\varphi_a - \varphi_b) \cdot Y_3 - (\varphi_a - \varphi_c) \cdot Y_6 = 0$$

$$- \varphi_a Y_1 + \dot{E}_1 Y_1 - \varphi_a Y_3 + \varphi_b Y_3 - \varphi_a Y_6 + \varphi_c Y_6 = 0$$

$$\Rightarrow -\varphi_a (Y_1 + Y_3 + Y_6) + \varphi_b Y_3 + \varphi_c Y_6 + \dot{E}_1 Y_1 = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_a (Y_1 + Y_3 + Y_6) - \varphi_b Y_3 - \varphi_c Y_6 = \dot{E}_1 Y_1$$

Tương tự như vậy cho các đỉnh khác :

$$\text{Đỉnh b : } \varphi_b (Y_2 + Y_3 + Y_5) - \varphi_a Y_3 - \varphi_c Y_5 = 0$$

$$\text{Đỉnh c : } \varphi_c (Y_4 + Y_5 + Y_6) - \varphi_b Y_5 - \varphi_a Y_6 = \dot{E}_4 Y_4$$

Qua các phương trình viết theo thế các đỉnh, ví dụ đỉnh a ta có nhận xét : số hạng đầu tiên $\varphi_a (Y_1 + Y_3 + Y_6)$ là tích thế của đỉnh viết với tổng tổng dẫn các nhánh nối với đỉnh viết, $(Y_1 + Y_3 + Y_6) = Y_a$ là tổng tất cả tổng dẫn của các nhánh có nối đến nút a. Các số hạng sau của vế trái : $\varphi_b Y_3, \varphi_c Y_6$ là tích thế của đỉnh có nối với đỉnh đang viết qua một nhánh với tổng dẫn của nhánh đó. Kí hiệu $\varphi_k \cdot Y_{ka}$, trong đó Y_{ka} là tổng dẫn của nhánh nối giữa nút đang viết a với nút k, $\varphi_k Y_{ka}$ luôn mang dấu -. Còn vế bên phải

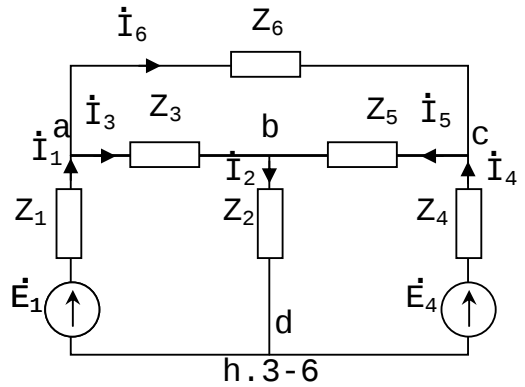
$\dot{E}_1 Y_1$: là tích của Sdd với tổng dẫn của nhánh chứa Sdd, nó có dấu "+" khi Sdd $\dot{E}$ hướng vào nút viết. Ngược lại sẽ có dấu "-". Nút nào có bao nhiêu nhánh có chứa Sdd nối vào thì có bấy nhiêu số hạng của vế phải.

$$\text{Tổng quát phương trình nút a là : } \varphi_a Y_a - \sum_1^n \varphi_k Y_{ka} = \sum_1^l \dot{E}_m Y_{ma}$$

$$\text{Nút b là : } \varphi_b Y_b - \sum_1^n \varphi_k Y_{kb} = \sum_1^l \dot{E}_i Y_{ib} \quad (3-13)$$

$$\text{Nút c là : } \varphi_c Y_c - \sum_1^n \varphi_k Y_{kc} = \sum_1^l \dot{E}_p Y_{pc}$$

Khi có những nguồn bơm vào đỉnh thì ta phải đưa dòng j vào vế phải của phương trình đỉnh đó.



$$\begin{aligned}\varphi_a Y_a - \sum_1^n \varphi_k Y_{ka} &= \sum_1^l \dot{E}_m Y_{ma} \pm \dot{J}_a \\ \varphi_b Y_b - \sum_1^n \varphi_k Y_{kb} &= \sum_1^l \dot{E}_i Y_{ib} \pm \dot{J}_b\end{aligned}\quad (3-14)$$

Ta c   trình t  y giải mạch b  ng ph  ng ph  p th     nh l   :

Ch  n m  t   nh l  m m  c v  i th   0.

Vi  t (d-1) ph  ng tr  nh dùng (3-14) cho c  c   nh c  n l  i.

Qui ước chiều d  ng của c  c d  ng nhánh     sau khi giải ra c  c th     nh từ h   (3-14) thì từ (3-11) tính được c  c d  ng nhánh.

C   th   biểu diễn h   ph  ng trình th     nh d  i d  ng ma tr  n :

$$Y[\varphi] = \begin{bmatrix} \dot{J} \end{bmatrix} + \overline{A}_t Y_{nh} \dot{E}_{nh} \quad (3-15)$$

$[Y]$: ma trận v  ng t  ng d  n   nh.

$[\varphi]$: ma trận c  t điện th     nh.

$[\dot{J}]$: ma trận c  t c  c nguồn d  ng   nh.

Trường hợp    c biệt khi mạch gồm nhiều nhánh nối // như hình (h.3-7). Mạch c   hai   nh n  n ch  i c   m  t ph  ng tr  nh th     nh.

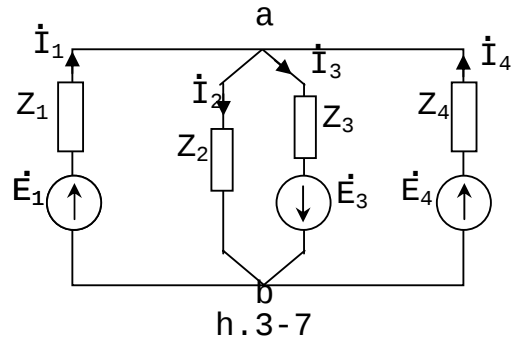
Phương trình   nh a : $\varphi_a (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) = \dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_3 Y_3 + \dot{E}_4 Y_4$

Xác   nh được ngay   p gi  ra hai   nh a,b là :

$$\dot{U}_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_a - 0 = \frac{\dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_3 Y_3 + \dot{E}_4 Y_4}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}$$

T       r  t ra c  ng th  c t  m   p cho mạch c   hai n  t r  t ti  n d  ng l   :

$$\dot{U}_a = \frac{\sum \dot{E} Y}{\sum Y_a} \quad (3-16)$$



So sánh 3 ph  ng ph  p giải mạch :

Ch  ng đều l   ph  ng ph  p cơ b  n v  i đều d  a trên c  c   nh luật KF.

Phương pháp bi  n nhánh c  n l  p v   giải h   m ph  ng trình n  n kh  i l  ng tính to  n l  n.

Phương pháp bi  n v  ng c   (m-d+1) ph  ng tr  nh.

Phương pháp th     nh c   (d-1) ph  ng tr  nh. Phương pháp này s   r  t thu  n ti  n cho mạch c   hai   nh.

Phương pháp tính mạch t  y  n tính c   h   c  m :

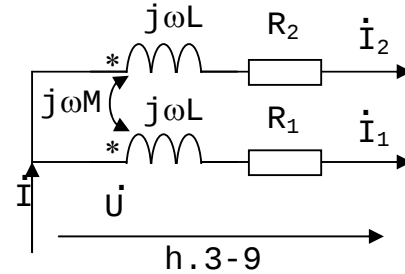
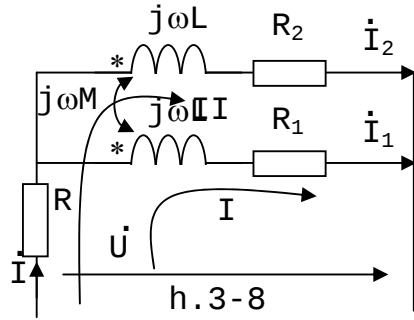
C  c ph  ng ph  p t  nh :

Ta     bi  t mạch c   h   c  m ch  i khác mạch kh  ng c   h   c  m l   c   thêm điện áp h   c  m tr  n c  c cuộn d  y c   quan h   h   c  m với nhau. V   m  t v  t l  y b  n ch  t t  y c  m v   h   c  m như nhau. Nên mạch c   h   c  m v  n nghiệm    ng c  c luật KF1, KF2. V  y c   th      ng c  c ph  ng ph  p tính mạch điện     n  u tr  n     tính mạch điện c   h   c  m. Tuy nhiên trong mạch c   h   c  m,   p    m  t nhánh (th      hai   u nhánh) không nh  ng ph  y th  u  c d  ng qua nhánh     m   c  n t  y th  u  c vào d  ng c  c nhánh khác, l  c n  y việc r  t ra quan h   th     nh theo d  ng s   r  t phức tạp n  n l  p ph  ng tr  nh mạch theo ph  ng ph  p th     nh r  t phức tạp. Với v  y, thường kh  ng    ng ph  ng ph  p th     nh     tính mạch điện c   h   c  m.

Khi dùng phương pháp dòng nhánh và dòng vòng để tính mạch có hồ cảm nhớ thêm áp hồ cảm vào phương trình KF2. Áp hồ cảm có thể dương hay âm tùy theo chiều dòng điện, cực cùng tính và chiều dương các vòng. Áp hồ cảm viết dưới dạng phức :

$$\dot{U}_{kl} = \pm j\omega M_{kl} \dot{I}_l, j\omega M = jx_M \quad (3-17)$$

Ví dụ : Lập phương trình để giải mạch điện hình (h.3-8)



Hệ phương trình theo biến dòng nhánh :

$$\begin{cases} \dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0 \\ \dot{I}R + \dot{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U} \\ \dot{I}R + \dot{I}_2(R_2 + j\omega L_2) + j\omega M \dot{I}_1 = \dot{U} \end{cases}$$

Hệ phương trình theo biến dòng vòng :

$$\begin{cases} \dot{I}_{v1}(R + R_1 + j\omega L_1) + j\omega M \dot{I}_{v2} + \dot{I}_{v2}R = \dot{U} \\ \dot{I}_{v2}(R + R_2 + j\omega L_2) + j\omega M \dot{I}_{v1} + \dot{I}_{v1}R = \dot{U} \end{cases}$$

Tổng trở của các cuộn dây mắc nối tiếp có hồ cảm :

Khi mắc nối tiếp thuận 2 cuộn dây thì điện cảm của mạch : $L = L_1 + L_2 + 2M$

Khi mắc nối tiếp ngược 2 cuộn dây thì điện cảm của mạch : $L = L_1 + L_2 - 2M$

Nên suy ra tổng trở phức của hai cuộn dây mắc nối tiếp : $Z = Z_1 + Z_2 \pm 2Z_M$ (3-18).

$Z_{th} = Z_1 + Z_2 + 2Z_M > Z_{ng} = Z_1 + Z_2 - 2Z_M$ nên nếu cùng áp đặt vào U thì $I_{ng} > I_{th}$.

Tổng trở hai cuộn dây có hồ cảm nối song song :

Khi nối song song thuận như hình (h.3-9).

$$\text{Từ : } \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \dot{U} = \dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_M, \dot{U} = \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_M$$

Xác định tổng trở tương đương của hai nhánh là :

$$Z_{//th} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M} \quad (3-19)$$

Tương tự khi hai cuộn nối song song ngược sẽ có tổng trở tương đương là :

$$Z_{//ng} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 + 2Z_M} \quad (3-20)$$

Như vậy : $Z_{//ng} < Z_{//th}$

Công hưởng trong mạch hồ cảm :

Trong kỹ thuật điện tử và thông tin thường dùng các mạch dao động có hồ cảm với hệ số phẩm chất cao như hình (h.3-10).

Ta xác định được tổng trở đầu vào của mạch là : $Z_{\text{av}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_1 - \frac{Z_M^2}{Z_2}$

Trong đó : $Z_1 = R_1 + j\omega L_1 - \frac{j}{\omega C_1}$, $Z_M = j\omega M$, $Z_2 = R_2 + j\omega L_2 - \frac{j}{\omega C_2}$

$$Z_{\text{av}} = R_1 + \frac{x_M^2 R_2}{R_2^2 + x_2^2} + j \left(x_1 - \frac{x_M^2 x_2}{R_2^2 + x_2^2} \right) \quad (3-21)$$

Qua biểu thức phần thực của Z_{dv} thấy trở tác dụng đầu vào nhìn từ hai cực cuộn 1 được tăng thêm lượng $\frac{x_M^2 R_2}{R_2^2 + x_2^2}$ so với R_1 . Sự tăng này là do sự tiêu tán năng lượng

trên trở tác dụng của mạch vòng 2. Trong phần ảo có thêm thành phần $\left(-\frac{x_M^2 x_2}{R_2^2 + x_2^2} \right)$

nó làm tăng hoặc giảm kháng đầu vào so với x_1 điều này tùy thuộc vào dấu của x_2 . Sự tăng hoặc giảm này tương ứng với sự tăng hoặc giảm của từ thông tổng so với từ thông tự cảm (do hồ cảm gây nên). Mạch có hồ cảm có thể có nhiều dạng cộng hưởng do sự thay đổi các thông số phản kháng hay tần số.

Nếu cho C_1 thay đổi để đạt $\left(x_1 - \frac{x_M^2 x_2}{R_2^2 + x_2^2} \right) = 0$ (các thông số vòng 2 không đổi)

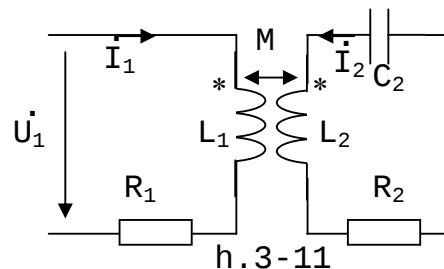
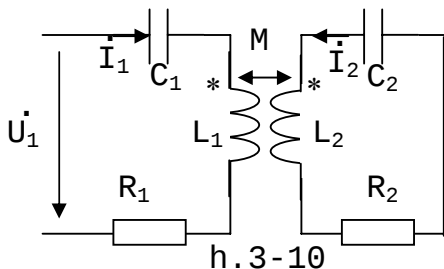
thì các dòng I_1 , I_2 sẽ đạt trị số cực đại : $I_{1\text{max}} = \frac{U_1}{R_1 + x_M^2 R_2 / (R_2^2 + x_2^2)}$

$$I_{2\text{max}} = \frac{x_M I_{1\text{max}}}{\sqrt{R_2^2 + x_2^2}}$$

Đây là trạng thái cộng hưởng đặc biệt thứ nhất.

Trạng thái cộng hưởng thứ hai có được khi thay đổi C_2 (các thông số của vòng 1 giữ không đổi) để tạo ra : $\left(x_1 - \frac{x_M^2 x_2}{R_2^2 + x_2^2} \right) = 0$. Khi đó :

$$I_{1\text{max}} = \frac{U_1}{2R_1}, I_{2\text{max}} = \frac{U_1}{2\sqrt{R_1 R_2}}$$



Khái niệm về truyền năng lượng điện từ giữa các cuộn dây hồ cảm :

Điện áp hồ cảm gây nên trên cuộn thứ k bởi dòng $\dot{I}_1$ chảy trong nhánh 1 bằng $\dot{U}_M = j\omega M \dot{I}_1$. Điện áp này ($\dot{U}_{kl}$) vuông pha với dòng $\dot{I}_1$, nhưng nói chung $\dot{I}_1$ và $\dot{I}_k$

kh  ng tr  ng pha nhau nên   p $\vec{U}_{kl}$ thường kh  ng vuông pha với d  ng $\vec{I}_k$. Điều   y c   nghĩa cuộn k nh  n m  t c  ng suất t  c d  ng c  a tr  ng điện t  r :

$$P_{KM} = U_{kl} I_k \cos(\vec{U}_{kl}, \vec{I}_k) \neq 0 \text{ (v   } \vec{U}_{kl}, \vec{I}_k \neq \pi/2)$$

V   tr  n điện c  m L_k kh  ng c   tiêu t  n n  n c  ng suất nh  n được     b  t buộc phải được tr  y  n t  i t  r cuộn k    n c  c ph  n t  r c   h   c  m với n  . Khi $P_{KM} > 0$ ta n  i cuộn k nh  n c  ng suất P_{KM}     tr  y  n    n c  c ph  n t  r khác b  ng h   c  m. Khi $P_{KM} < 0$ ta n  i cuộn k ph  t ra c  ng suất điện t  r cho mạch. T  t nhiên l  c n  y c  ng suất ph  i do c  c ph  n t  r khác c   h   c  m chuy  n    n n  .

V  i d   : Tính mạch điện    hình (h.3-11) t  r     nh  n x  t v   s   tr  y  n c  ng suất h   c  m.

$$\text{Phương trình cho hai v  ng : } \begin{cases} \vec{I}_1(R_1 + j\omega L_1) + j\omega M \vec{I}_2 = \vec{U} \\ j\omega M \vec{I}_1 + \vec{I}_2 \left[R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] = 0 \end{cases}$$

V  i : $U=10V$, $R_1=100\Omega$, $R_2=500\Omega$, $\omega L_1=500\Omega$, $\omega L_2=1500\Omega$, $\omega M = 700\Omega$, $1/\omega C=1800\Omega$.

$$\begin{aligned} \text{Thay s   ta   ược : } (100 + j500)\vec{I}_1 + j700\vec{I}_2 &= 10 \\ j700\vec{I}_1 + (500 - j300)\vec{I}_2 &= 0 \end{aligned}$$

Gi  i ra ta   ược : $\vec{I}_1 = 8.10^{-3} \angle -48,7^\circ A$, $\vec{I}_2 = -9,7.10^{-3} \angle 72^\circ = 9,7.10^{-3} \angle -107,7^\circ$.

Do c   h   c  m n  n    cu  n L_2 c   c  ng su  t   i  n t  r :

$$\begin{aligned} P_{2M} &= U_{2M} I_2 \cos(\vec{U}_{2M}, \vec{I}_2) \\ \vec{U}_{2M} &= j\omega M \vec{I}_1 = j700.8.10^{-3} \angle -48,7^\circ = 5,67 \angle 41^\circ V \\ P_{2M} &= 5,67.9,7.10^{-3} \cos[41^\circ - (-107,7^\circ)] = -4,7.10^{-3} W \end{aligned}$$

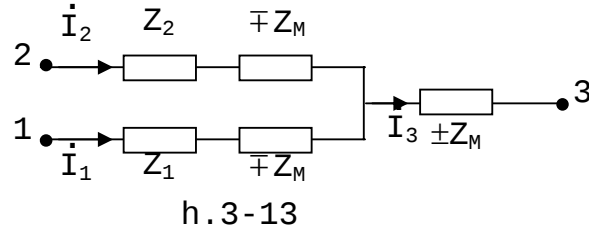
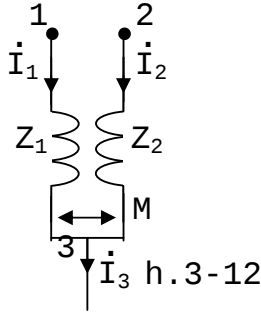
D  u tr   c   nghĩa L_2 ph  t ra m  t c  ng suất điện t  r 4,7mW cho mạch th  r c  p. C  ng suất này do ph  n t  r L_1 chuy  n qua b  ng h   c  m v      ng b  ng c  ng suất tiêu t  n    mạch th  r c  p $I_2^2 R_2 = (9,7.10^{-3})^2 .500 = 4,7.10^{-3} W$.

Ta c  ng thấy n   b  ng $P_{1M} = U_{1M} I_1 \cos(\vec{U}_{1M}, \vec{I}_1)$

Thay th      ng tr   nh  ng liên h   h   c  m :

Thay th   ph  n c  a gi  n     c   ch  a h   c  m b  ng m  t gi  n     kh  ng c   h   c  m, tr  ng m  t s   tr  ng h  p s   l  m cho s   ph  n t  ch v   tính t   n mạch điện t  r    n gi  n. Ph  ng ph  p     g  i là thay th      ng tr  .

V  i d   ta t  m m  t gi  n     kh  ng c   h   c  m    ng tr   v  i gi  n     của hai ph  n t  r c   h   c  m của mạch c  ng n  i chung vào m  t n  t nh   hình (h.3-12)



Ta có áp giữa các cực :

$$\dot{U}_{13} = \dot{I}_1 Z_1 \pm Z_M \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_2 Z_2 \pm Z_M \dot{I}_1$$

Các dấu phía trên khi các cùng tên nối vào nút, các dấu phía dưới khi các cực khác tên nối vào nút (thứ tự xếp đặt của các dấu này sẽ được giữ trong tất cả các biểu thức tiếp sau). Từ phương trình $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$ khử dòng $\dot{I}_2$ trong phương trình thứ nhất và khử dòng $\dot{I}_1$ trong phương trình thứ hai ta được :

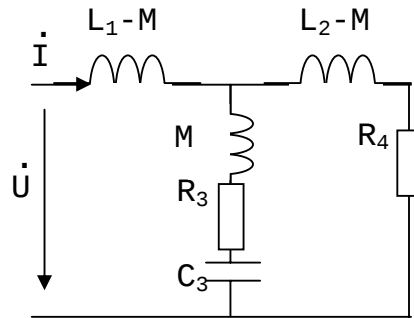
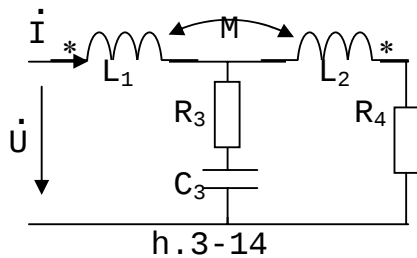
$$\begin{cases} \dot{U}_{13} = \dot{I}_1 (Z_1 \mp Z_M) \pm Z_M \dot{I}_3 \\ \dot{U}_{23} = \dot{I}_2 (Z_2 \mp Z_M) \pm Z_M \dot{I}_3 \\ \dot{U}_{12} = \dot{I}_1 (Z_1 \mp Z_M) - \dot{I}_2 (Z_2 \mp Z_M) \end{cases} \quad (3-22)$$

Ta dẫn ra được sơ đồ nghiệm đúng 3 phương trình thì nó là sơ đồ đẳng trị không có hồ cảm cần tìm. Vậy để loại trừ liên hệ hồ cảm phải thêm $\mp Z_M$ vào các tổng trở Z_1 và Z_2 , ngoài ra còn nối vào nút chung hai cuộn dây tổng trở $\pm Z_M$ nối vào cực 3.

Ví dụ : Xác định tổng trở đầu vào $Z_v = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$ của sơ đồ mạch hình (h.3-14).

Biết $x_1 = \omega L_1 = 20\Omega$, $x_2 = \omega L_2 = 10\Omega$, $x_M = \omega M = 10\Omega$, $x_3 = 1/\omega C_3 = 20\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $Z_4 = 10 + j10$.

Dẫn ra sơ đồ đẳng trị không hồ cảm như hình (h.3-15)



Ta có : $Z_1 = j(x_1 - x_M)$, $Z_2 = j(x_2 - x_M)$, $Z_3 = R_3 + j(x_M - x_C)$

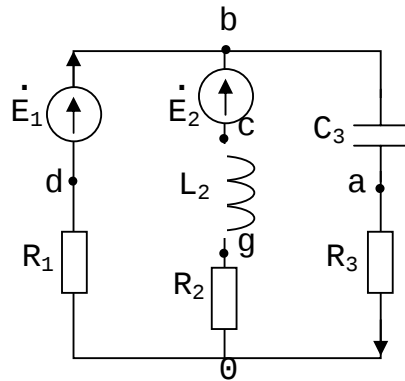
Nên tổng trở đầu vào : $Z_v = Z_1 + \frac{Z_3(Z_2 + Z_4)}{Z_2 + Z_3 + Z_4}$ thay số ta được $Z_v = 10 + j10 (\Omega)$

Đồ thị Tôpô của mạch điện có dòng điều hòa :

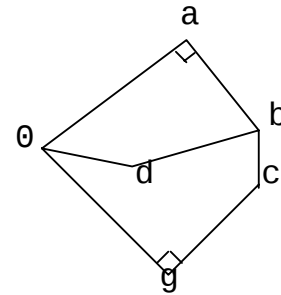
Ta đã biết cách biểu diễn bằng đồ thị vector, ảnh phức, qua đó thấy rõ sự phân bố biên độ, góc pha của dòng, áp. Rõ ràng các phương pháp này chỉ biểu diễn được trạng thái, không chỉ ra được cấu trúc. Đồ thị biểu diễn đồng thời trạng thái và cấu trúc của mạch gọi là đồ thị Tôpô. Nó là đồ thị vector các ảnh phức điện thế $\varphi_a, \varphi_b, \dots$ của các đỉnh trên sơ đồ mạch (điểm nút cũng như đỉnh nối giữa hai phần tử sơ đồ)

Cách vẽ đồ thị Tôpô như sau :

Chọn một đỉnh làm mốc, bằng những phương pháp đã biết, tính ra sự phân bố thế các đỉnh trên sơ đồ rồi vẽ từ đỉnh mốc. Ví dụ : Vẽ đồ thị Tôpô cho mạch điện hình (h.3-16).



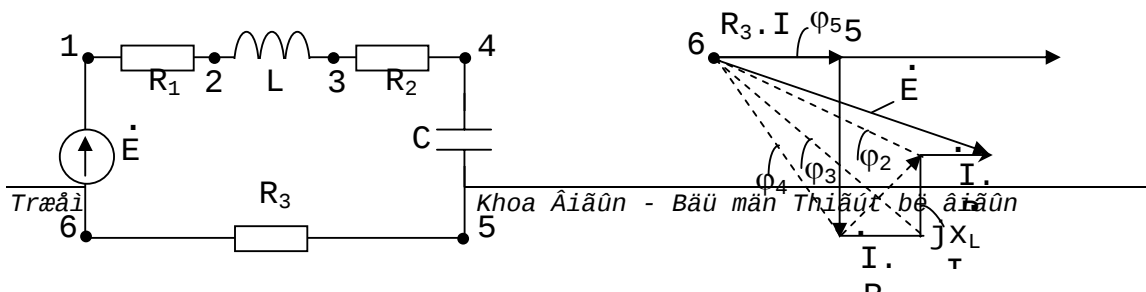
h.3-16



h.3-17

Chọn đỉnh 0 làm mốc. Qua một phần tử đánh dấu 1 đỉnh. Giả sử bằng phương pháp dòng nhánh tính được các dòng điện I_1, I_2, I_3 , vẽ được các vector dòng I_1, I_2, I_3 và $I_1 + I_2 = I_3$. Đồ thị Tôpô được vẽ như hình (h.3-17). $\varphi_0 = 0, U_a = \varphi_a - \varphi_0 = \varphi_a - 0, \varphi_a = R_3 I_3$ trùng phương với I_3 , có trị số $R_3 I_3$, lấy đoạn $R_3 I_3$ trên phương dòng I_3 ta được điểm a. Điểm b khác điểm a một lượng áp bằng áp trên tụ C là $-j I_3 X_C$ nên $\varphi_b = \varphi_a - j I_3 X_C$ áp trên tụ C có trị số $I_3 X_C$ và chậm sau I_3 góc $\pi/2$, ta xác định được điểm b. Tương tự ta xác thế điểm d, lấy trên phương I_1 đoạn $R_1 I_1$ ta được điểm d, từ d qua E_1 xác định b. Xác định điểm g lấy trên phương dòng I_2 đoạn $I_2 R_2$ được điểm g, từ g xác định điểm c nằm trên phương vuông góc với dòng I_2 với trị số $I_2 X_L$ được vị trí điểm c, từ điểm c qua nguồn E_2 xác định được điểm b phải trùng với các điểm b đã xác định qua các đường khác trên.

Vậy đồ thị Tôpô cho biết ngoài thông tin về trạng thái như biên độ, góc pha còn cho biết cấu trúc của mạch điện : có bao nhiêu nhánh, bao nhiêu đỉnh, bao nhiêu phần tử, bao nhiêu vòng. Ngoài ra từ thế phức của các điểm trên sơ đồ được biểu diễn bởi



một vectơ tr  n m  t ph  ng phức ta c   th   x  c   nh   p giữa hai điểm bất kỳ của mạch s   b  ng hi  u 2 vectơ th   phức.     t  m hi  u     ch  i c  n v   vectơ n  i hai   u của hai vectơ th   phức 2 điểm t  ng   ng, chi  u của vectơ hi  u h  ng v     u của vectơ b  i tr  .

V   d   : V       th   Tôpô c  a mạch điện nh   hình v   sau :

Ch  n th     nh 6 l  m m  c $\dot{\varphi}_6 = 0$, th  i :

$$\dot{\varphi}_5 = \dot{\varphi}_6 + R_3 \dot{I} = R_3 \dot{I}, \dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_5 - jX_C \dot{I} = R_3 \dot{I} - jX_C \dot{I}, \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4 + R_2 \dot{I}, \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 + jX_L \dot{I}$$

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + R_1 \dot{I} = E, \dot{U}_{24} = \dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_4$$

Tr  n     th   Tôpô chi  u vectơ   p t  r 4   n 2 ng  c chi  u với chi  u d  ng c  a   p tr  n s       (t  r điểm 2   n điểm 4) v  i     l   quy t  c tr   vectơ, vectơ hi  u của hai vectơ lu  n h  ng v   vectơ b  i tr  .

CHƯƠNG 4

TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA MẠCH TUYẾN TÍNH

Mạch điện xét là mạch tuyến tính hệ số hằng nên cần làm rõ tính chất cơ bản của nó là tính tuyến tính tức là quan hệ tuyến tính giữa các biến trạng thái. Đối với các biến điều hòa, quan hệ này đặc trưng bởi những hàm truyền đạt ảnh phức. Ngoài ra còn có tính đối xứng, tính tương hỗ, nên cần phải nắm thật vững để vận dụng trong phân tích, tính toán mạch tuyến tính.

Quan hệ tuyến tính giữa các biến

Định nghĩa :

Các biến trạng thái $x_1(t), \dots, x_k(t)$ gọi là các đáp ứng liên hệ với nhau và với kích thích $f_1(t), \dots, f_k(t)$ bởi một hệ phương trình vi tích phân tuyến tính, ta bảo các biến ấy quan hệ tuyến tính với nhau.

Ta xét trường hợp riêng rất phổ biến là khi có các hệ số hằng. Ví dụ dòng, áp trong mạch Kirhof tuyến tính liên hệ với nhau trong hệ phương trình tuyến tính dạng :

$$\begin{cases} \sum i = \sum j \\ \sum Z.i = \sum e \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} \sum Y.u = \sum j \\ \sum u = \sum e \end{cases} \quad (4-1)$$

$$\text{Trong đó có : } Z = R + L \frac{d}{dt} + \frac{1}{C} \int .dt = LD + R + \frac{D^{-1}}{C}$$

$$\text{hay : } Y = C.D + g + \frac{D^{-1}}{L}$$

Ý nghĩa các quan hệ tuyến tính :

Một quan hệ tuyến tính với những toán tử và hệ số đã cho là đặc trưng toàn bộ của mạch tuyến tính. Do đó dùng những quan hệ tuyến tính ấy có thể xây dựng những phương pháp khảo sát mạch. Từ quan hệ tuyến tính đó đưa ra hai tính chất cơ bản của mọi quan hệ tuyến tính :

Tính chất tuyến tính giữa đáp ứng và kích thích.

Tính chất xếp chồng đáp ứng đối với các kích thích.

Quan hệ tuyến tính giữa các biến điều hòa

Quan hệ tuyến tính giữa các ảnh phức :

Khi biến điều hòa dùng biểu diễn phức thì hệ vi tích phân tuyến tính thành hệ đại số với ảnh phức. Ta sẽ có quan hệ giữa các biến với nhau qua hệ số phức :

$$\begin{cases} \sum i = \sum j \\ \sum Z.i = \sum E \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} \sum Y.U = \sum j \\ \sum U = \sum E \end{cases} \quad (4-2)$$

$$\text{Trong đó : } Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), Y = \frac{1}{Z}, U = Z.i, i = Y.U$$

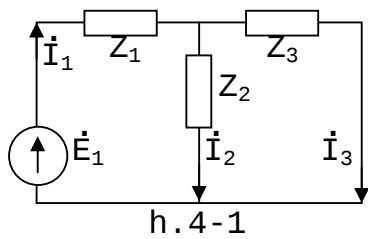
Một số định lý về quan hệ tuyến tính giữa các đáp ứng và kích thích :

Dựa vào quan hệ tuyến tính trên ta có các định lý :

Trong một mạch tuyến tính mô tả bởi hệ phương trình tuyến tính nếu chỉ có một kích thích $\vec{F}_m$ duy nhất (có thể $\vec{E}$ hay $\vec{J}$) thì mỗi đáp ứng $\vec{X}_k$ (có thể $\vec{U}_k$ hay $\vec{I}_k$)

sẽ liên hệ tuyến tính với kích thích dạng : $\dot{X}_k = T_{km} \dot{F}_m$ (4-3). Trong đó T_{km} phụ thuộc vào tần số ω . T_{km} là hàm truyền đạt riêng từ $\dot{F}_m$ ở nhánh m sang nhánh k tạo ra $\dot{X}_k$.

Ví dụ : Lập quan hệ tuyến tính dòng các nhánh với Sđđ $\dot{E}_1$ trong sơ đồ mạch hình (h.4-1). Từ đó xác định các hàm truyền đạt tương ứng. Giải ra các dòng điện theo $\dot{E}_1$:



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} = \frac{\dot{E}_1 (Z_2 + Z_3)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{\dot{E}_1 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{I}_1 Z_2}{Z_2 + Z_3} = \frac{\dot{E}_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

$$\dot{I}_1 = T_{11} \dot{E}_1 \rightarrow T_{11} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} = Y_{11} \text{ là hàm truyền đạt}$$

$$\dot{I}_2 = T_{21} \dot{E}_1 \rightarrow T_{21} = \frac{Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} = Y_{21}$$

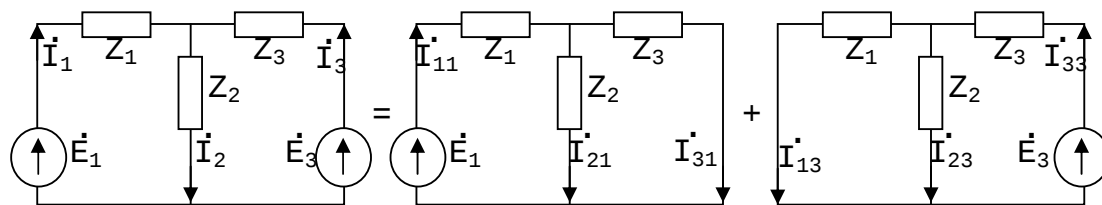
$$\dot{I}_3 = T_{31} \dot{E}_1 \rightarrow T_{31} = \frac{Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} = Y_{31}$$

Trong mạch tuyến tính nếu có n nguồn kích thích $\dot{F}_1, \dots, \dot{F}_n$ thì mỗi đáp ứng $\dot{X}_k$ sẽ quan hệ tuyến tính với ít nhất n kích thích dạng :

$$\dot{X}_k = T_{k1} \dot{F}_1 + \dots + T_{kk} \dot{F}_k + \dots + T_{kn} \dot{F}_n \quad (4-4)$$

Trong đó $T_{kn}(\omega)$ là những hàm truyền đạt riêng từ mỗi kích thích ở nhánh thứ n đến đáp ứng ở nhánh thứ k. Rõ ràng dạng (4-4) là sự xếp chồng những đáp ứng dạng (4-3). Vậy (4-4) là tính xếp chồng đáp ứng đối với các kích thích. Có thể phát biểu như sau : " Trong một mạch tuyến tính có nhiều nguồn tác dụng thì đáp ứng ở một nhánh do nhiều nguồn tác động đồng thời gây ra bằng tổng đại số các đáp ứng do từng nguồn riêng rẽ gây ra tại nhánh đó ".

Minh họa tính xếp chồng bằng hình (h.4-2) :



$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{13}, \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{21} + \dot{I}_{23}, \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{33}$$

Trong đó : $\dot{I}_{11}, \dot{I}_{21}, \dot{I}_{31}$ là dòng do một mình $\dot{E}_1$ gây ra, $\dot{I}_{13}, \dot{I}_{23}, \dot{I}_{33}$ là dòng do một mình $\dot{E}_3$ gây ra. Vậy nguyên lý xếp chồng giúp thêm một giải pháp tính mạch phức tạp.

Từ đó suy ra : trong mạch có nhiều kích thích cùng tần số, nếu chỉ có một kích thích $\dot{F}_1$ biến động thông số (thay đổi về trị hiệu dụng và góc pha) còn các kích thích khác xác định, thì có thể viết mỗi đáp ứng $\dot{X}_k$ liên hệ tuyến tính với riêng $\dot{F}_1$ dạng :

$$\dot{X}_k = T_{k1} \dot{F}_1 + \dot{X}_{k0} \quad (4-5).$$

Từ (4-4) ta thấy $\dot{X}_{k0}$ chính là tổng những số hạng $T_{kl} \dot{F}_l$ và $\dot{X}_{k0}$ là một số phức xác định vì các nguồn tương ứng gây nên chúng là không đổi.

Cũng suy tương tự nếu có hai nguồn biến thiên là $\dot{F}_1, \dot{F}_2$ thì :

$$\dot{X}_k = T_{k1} \dot{F}_1 + T_{k2} \dot{F}_2 + \dot{X}_{k0} \quad (4-6).$$

Nếu có l nguồn biến thiên $\dot{F}_1, \dot{F}_2, \dots, \dot{F}_l$:

$$\dot{X}_k = T_{k1} \dot{F}_1 + T_{k2} \dot{F}_2 + \dots + T_{kl} \dot{F}_l + \dot{X}_{k0} \quad (4-7)$$

Quan hệ tuyến tính giữa các đáp ứng :

Khi trong mạch tuyến tính có một thông số biến thiên (hoặc một nguồn kích thích thay đổi) thì đáp ứng ở nhánh k là $\dot{X}_k$ liên hệ tuyến tính với đáp ứng $\dot{X}_j$ ở nhánh j bất kỳ dưới dạng : $\dot{X}_k = A_{kj} \dot{X}_j + B \quad (4-8)$

Quan hệ này được suy ra từ (4-5)

$$\begin{cases} \dot{X}_k = T_{k1} \dot{F}_1 + \dot{X}_{k0} \\ \dot{X}_j = T_{j1} \dot{F}_1 + \dot{X}_{j0} \end{cases} \text{ coi là } \dot{F}_1 \text{ thay đổi}$$

Thực hiện việc biến đổi khử $\dot{F}_1$ lập quan hệ giữa $\dot{X}_k, \dot{X}_j$

$$\dot{X}_k T_{j1} = T_{k1} \dot{F}_1 T_{j1} + T_{j1} \dot{X}_{k0}$$

$$\dot{X}_j T_{k1} = T_{k1} \dot{F}_1 T_{j1} + T_{k1} \dot{X}_{j0}$$

$$\dot{X}_k T_{j1} - \dot{X}_j T_{k1} = T_{j1} \dot{X}_{k0} - T_{k1} \dot{X}_{j0} \rightarrow \dot{X}_k = \dot{X}_j \frac{T_{k1}}{T_{j1}} + (\dot{X}_{k0} - \dot{X}_{j0} \frac{T_{k1}}{T_{j1}}) = A_{kj} \dot{X}_j + B$$

Khi trong mạch tuyến tính có hai thông số (hoặc hai nguồn) biến thiên. Thì ba đáp ứng ở ba nhánh bất kỳ sẽ liên hệ nhau trong biểu thức tuyến tính dạng :

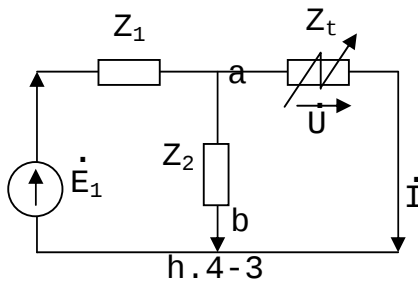
$$\dot{X}_k = A_{k1} \dot{X}_1 + A_{k2} \dot{X}_2 + \dot{X}_{k0} \quad (4-9).$$

Nếu có l thông số biến thiên thì các đáp ứng liên hệ nhau như sau :

$$\dot{X}_k = A_{k1} \dot{X}_1 + A_{k2} \dot{X}_2 + \dots + A_{kl} \dot{X}_l + \dot{X}_{k0} \quad (4-10).$$

Ví dụ : Lập quan hệ $\dot{U}$ với $\dot{I}$ trên tải Z_t biến động ở sơ đồ mạch như hình (h.4-3)

Vì mạch có một phần tử biến động nên $\dot{U}(\dot{I})$ là quan hệ bậc nhất dạng (4-8).



$$\dot{U} = A \cdot \dot{I} + B$$

Cần phải xác định các hệ số A, B. Ta thấy quan hệ trên phải đúng với mọi chế độ của mạch điện. Ta xét quan hệ trên ở hai chế độ hở mạch và ngắn mạch tải để rút ra A, B (tất nhiên có thể xét ở hai chế độ bất kỳ).

Khi hở mạch tải $Z_t = \infty$ suy ra $\dot{I} = 0$ lúc này

$$\text{hở mạch cực a, b nên : } \dot{U} = \dot{U}_{\text{hải}} = \frac{\dot{E}_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}, \text{ lúc}$$

này có dạng (4-8) là :

$$\dot{U}_{\text{hải}} = A \cdot 0 + B \rightarrow B = \dot{U}_{\text{hải}}, \text{ cần tiếp tục xác định A.}$$

Khi ngắn mạch tải : $Z_t = 0$ nên $\dot{U} = 0$, $\dot{I}_{\text{nguồn}} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1}$ nên :

$$\dot{U}_{\text{hải}} = 0 = A \cdot \dot{I}_{\text{nguồn}} + B = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} A + \dot{U}_{\text{hải}} = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} A + \frac{\dot{E}_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = 0 \rightarrow A = \frac{-\dot{E}_1 Z_2 Z_1}{(Z_1 + Z_2) \dot{E}_1} = \frac{Z_2 Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$\text{Vậy : } \dot{U} = \frac{-Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \dot{I} + \frac{\dot{E}_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Các hàm truyền đạt của mạch tuyến tính hệ số hằng

Ta xét hàm truyền đạt T_{km} trong những trường hợp cụ thể :

Hàm truyền đạt áp : Chỉ khả năng cấp áp cho nhánh l từ riêng một nguồn áp ở nhánh thứ k :

$$K_{\text{ulk}} = \frac{\partial \dot{U}_l}{\partial \dot{E}_k} \quad (4-11) \text{ rõ ràng } K_{\text{ulk}} = \dot{U}_l \text{ khi } \dot{E}_k = 1V$$

Hàm truyền đạt dòng : Đo khả năng cấp dòng vào nhánh l từ một mình nguồn dòng ở nhánh thứ k :

$$K_{\text{llk}} = \frac{\partial \dot{I}_l}{\partial \dot{J}_k} \quad (4-12) \text{ rõ ràng } K_{\text{llk}} = \dot{I}_l \text{ khi } \dot{J}_k = 1A$$

Hàm tổng dẫn : Đo khả năng truyền dòng đến nhánh thứ l từ một mình nguồn áp ở nhánh thứ k :

$$Y_{lk} = \frac{\partial \dot{I}_l}{\partial \dot{E}_k} \quad (4-13) \text{ gọi là tổng dẫn tương hỗ. Khi } Y_{kk} = \frac{\partial \dot{I}_k}{\partial \dot{E}_k} \quad (4-$$

14) gọi là tổng dẫn vào, chỉ rõ khả năng tạo dòng ở nhánh k do một mình nguồn áp ở chính nhánh đó.

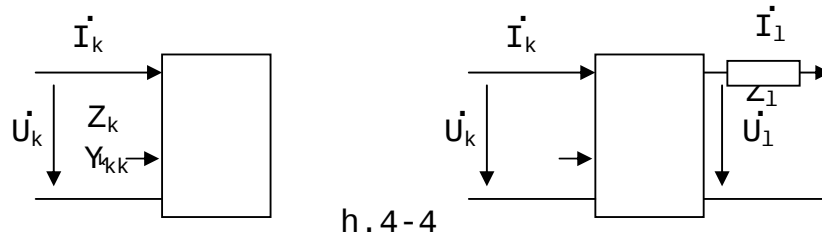
Hàm tổng trở :

$$\text{Tổng trở vào : } Z_{kk} = \frac{\partial \dot{U}_k}{\partial \dot{J}_k} \quad (4-15)$$

$$\text{Tổng trở tương hỗ : } Z_{lk} = \frac{\partial \dot{U}_l}{\partial \dot{J}_k} \quad (4-16)$$

Các hàm truyền đạt là những thông số đặc trưng của mạch có tính toàn cục, nó phụ thuộc cấu trúc, thông số, tần số, không phụ thuộc vào kích thích, nó biểu diễn theo tần số gọi là đặc tính tần. Có thể đo, tính bằng thực nghiệm.

Hình vẽ (h.4-4) cho mô tả quan hệ tạo tổng trở, tổng dẫn :



Tính đối xứng, tính tương hỗ của mạch :

Tính đối xứng : Truyền đạt giữa nhánh k và l của mạch gọi là đối xứng khi thỏa mãn : $T_{lk} = T_{kl}$ với tất cả 4 loại truyền đạt. Tức là bảo đảm :

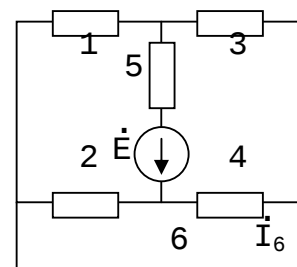
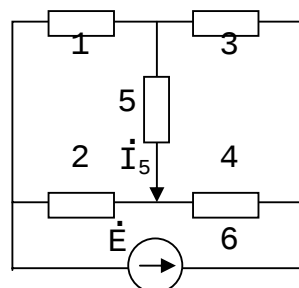
$$\begin{cases} K_{ulk} = K_{ukl} , K_{llk} = K_{klk} \\ Y_{lk} = Y_{kl} , Z_{lk} = Z_{kl} \end{cases} \quad (4-17)$$

Tính tương hỗ : Mạch có tính tương hỗ khi thỏa mãn quan hệ :

$$\begin{cases} Y_{lk} = Y_{kl} \\ Z_{lk} = Z_{kl} \end{cases} \quad (4-18)$$

Từ quan hệ (4-18) thấy khi đặt áp $\dot{U}_k$ vào nhánh k gây trong nhánh l dòng $\dot{I}_l = Y_{lk} \dot{U}_k$ thì khi chuyển áp đó đặt sang nhánh l sẽ gây trong nhánh k dòng điện $\dot{I}_k = Y_{kl} \dot{U}_l = Y_{lk} \dot{U}_k = \dot{I}_l$.

Tính tương hỗ đôi khi còn gọi là nguyên lý tương hỗ nhiều khi được vận dụng để giải ra đáp ứng của một nhánh theo đáp ứng của một nhánh khác ứng với sơ đồ để tính toán hơn. Điều đó được minh họa qua sơ đồ ở hình (h.4-5) :



Việc tính $\dot{I}_5$ ở nhánh 5 sơ đồ hình (h.4-5a) bằng việc tính toán $\dot{I}_6$ ở nhánh 6 của sơ đồ hình (h.4-5b). Tức $\dot{I}_5$ ở hình (h.4-5a) bằng $\dot{I}_6$ ở hình (h.4-5b).

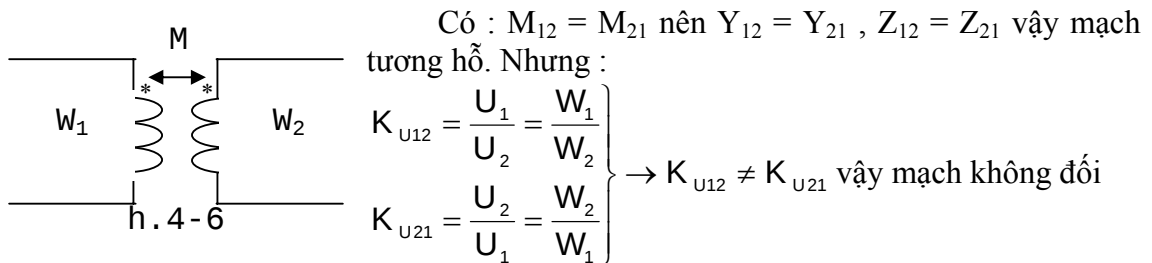
Lưu ý chiều của $\vec{E}$ đặt vào nhánh 6 ở hình (h.4-5b) cùng chiều với dòng I_5 ở hình (h.4-5a). Ta thấy mạch Kirhof chứa các phần tử thụ động R, L, C đều có tính tương hỗ. Còn mạch chứa các đèn điện tử, bán dẫn là mạch không tương hỗ. Mạch tương hỗ thì bảng Z_{nh} , Y_d sẽ đối xứng qua trục chéo chính.

$$[Z_{nh}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

Các phần tử trên đường chéo chính $Z_{11}, Z_{22}, \dots, Z_{nn}$ là tổng trở phức các nhánh. Các phần tử ngoài đường chéo chính $Z_{ji} = Z_{ij}$ (với $i \neq j$) là tổng trở phức hỗ cảm giữa các nhánh i và j suy ra $Z_{ij} = jX_{ij} = j\omega M_{ij}$.

Ma trận tổng dẫn nhánh của mạch hỗ cảm là nghịch đảo của ma trận Z_{nh} : $[Y_{nh}] = [Z_{nh}]^{-1}$ (4-20).

Từ (4-17), (4-18) ta thấy mạch có thể tương hỗ nhưng chưa chắc đã đối xứng. Nhưng mạch đã đối xứng thì đương nhiên là tương hỗ. Ví dụ như mạch ở hình (h.4-6):



xúng.

CH  NG 5

MẠCH TUYẾN TÍNH C   NGUỒN CHU K  Y KH  NG ĐIỀU H  A

Trong thực tế ngoài kích thích điều hòa ta thường gặp các kích thích chu kỳ không điều hòa như các nguồn chỉnh lưu, nguồn xung chu kỳ, các nguồn tín hiệu điều biên dùng trong VTĐ cũng như trong KTĐ, nên cần dẫn ra phương pháp tính mạch này ở chế độ xác lập, làm rõ tính lựa chọn của phản ứng mạch đối với tần số, từ đó đưa đến khái niệm về phổ là một cách biểu diễn tín hiệu.

Phân tích kích thích chu kỳ không điều hòa thành tổng các hàm điều hòa có các tần số khác nhau

Theo toán học : Bất kỳ một hàm chu kỳ nào thỏa mãn điều kiện Diricle đều có thể biểu diễn dưới dạng chuỗi vô hạn của các hàm lượng giác (điều hòa, chuỗi Fourier)

$$f(t) = f(t + T) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \cos(k\omega.t + \psi_k) \quad (5-1)$$

trong đó : A_0 thành phần hằng ($\omega = 0, f = 0, T = \infty$)

k : số thứ tự của các điều hòa, C_{km}, ψ_k : Biên độ và góc pha đầu của điều hòa thứ k .

Như vậy một hàm chu kỳ không hình sin chính là tổng của các đường hình sin có tần số bội $f_k = k.f_1$ và góc pha đầu ψ_k . Với $f_1 = 1/T$ là tần số cơ bản (tần số của sóng bậc nhất).

Vì mỗi điều hòa đều có biên độ và pha ban đầu của nó nên chuỗi nói trên (5-1) có thể dưới dạng tổng các đường sin và cos, mỗi đường đều có pha ban đầu bằng 0.

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos k\omega.t + \sum_{k=1}^{\infty} B_{km} \sin k\omega.t \quad (5-2)$$

$$\text{với } C_{km} = \sqrt{A_{km}^2 + B_{km}^2} \quad \psi_k = \arctg \frac{B_{km}}{A_{km}}$$

Thành phần hằng A_0 là trị số trung bình của hàm trong một chu kỳ tần số cơ bản :

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) .dt \quad (5-3) \quad A_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega.t .dt \quad (5-4)$$

$$B_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k\omega.t .dt \quad (5-5)$$

Trong các công thức trên, k có giá trị nguyên dương chạy từ 1 đến ∞ . Khi chuỗi hội tụ, những thành phần điều hòa cao phải nhỏ dần. Do đó một cách gần đúng chỉ lấy một vài số hạn đầu thường cũng đủ thỏa mãn độ chính xác yêu cầu. Nếu gọi mỗi đường hình sin ứng với mỗi điều hòa thứ k là một sóng thì tập hợp các sóng tạo nên hàm chu kỳ không điều hòa.

Sóng ứng với $k = 1$, tần số f_1 với $\omega_1 = 2\pi f_1$ gọi là sóng cơ bản.

Sóng ứng với $k = 2$, $f_2 = 2f_1$ với $\omega_2 = 2\omega_1$ gọi là sóng bội 2.

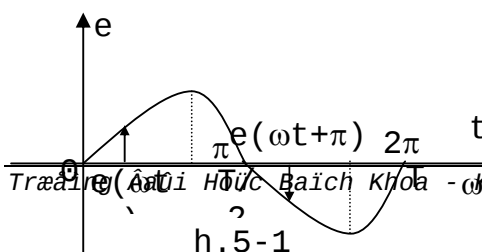
Sóng ứng với $k = 3$, $f_3 = 3f_1$ với $\omega_3 = 3\omega_1$ gọi là sóng bội 3.

Từ sóng bội 2 trở lên gọi là sóng bậc cao.

Trong thực tế thường gặp các tín hiệu chu kỳ đối xứng với trục thời gian như hình (h.5-1) tức là những tín hiệu có độ lớn tại thời điểm ωt bằng độ lớn tại thời điểm $\omega t + \pi$ nhưng trái dấu :

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi) \quad (5-6)$$

Lúc này chuỗi Fourier không có những thành phần điều hòa chẵn, tức sẽ triệt tiêu ở các



điểm $2k$. Vì nếu tồn tại những thành phần điều hòa chẵn $2k$ ta sẽ có :

$$f_{2k}(\omega t + \pi) = A_{2k} \cos[2k(\omega t + \pi) + \psi_{2k}] = A_{2k} \cos[2k\omega t + \psi_{2k}] = f_{2k}(\omega t)$$

điều này trái với (5-6)

Vì vậy đối với tín hiệu chu kỳ đối xứng qua trục thời gian ta phân tích Fourier ra các sóng cơ bản + sóng bậc 3 + sóng bậc 5 + ... (nói chung là sóng bậc lẻ). Trong đó ngoài sóng cơ bản rồi đến sóng bậc 3 có biên độ đáng kể. Thật vậy qua phân tích các điều hòa thấy nếu biên độ của điều hòa cơ bản của áp là 100% thì biên độ của điều hòa bậc 3 chỉ có 15%, còn biên độ của điều hòa bậc 5 chỉ còn có 10%. Còn các điều hòa khác vì biên độ quá nhỏ nên không chú ý đến.

Thông thường các chuỗi của những hàm chu kỳ được cho ở các cảm nang toán học. Cũng có thể phân tích từ (5-3), (5-4), (5-5).

Trị hiệu dụng và công suất dòng chu kỳ

Trị hiệu dụng : Ta đã biết để đo khả năng sinh công của dòng chu kỳ ta dùng trị

hiệu dụng I là giá trị trung bình bình phương của hàm chu kỳ : $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ (5-7).

Giả sử lượng chu kỳ không điều hòa i được phân tích thành tổng các điều hòa có tần số khác nhau i_0, i_1, i_2, i_k : $i = \sum_0^\infty i_k$ (5-8) ta được $I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (\sum_0^\infty i_k)^2 dt$ (5-9)

Tách bình phương của tổng các số hạng i_k thành 2 tổng, tổng thứ nhất gồm những số hạng i_k^2 và tổng thứ hai gồm những số hạng dạng $i_k i_l$ với $i_k \neq i_l$. Ta đưa tích phân về dạng :

$$I^2 = \sum_0^\infty \frac{1}{T} \int_0^T i_k^2 dt + \sum_{k,l=0, k \neq l}^\infty \frac{2}{T} \int_0^T i_k i_l dt, \text{ số hạng thứ hai bằng } 0, \text{ còn số hạng thứ nhất :}$$

$$I^2 = \sum_0^\infty \frac{1}{T} \int_0^T i_k^2 dt .$$

Trong đó i_k là những hàm điều hòa ứng với tần số khác nhau, nên : $I^2 = \sum_0^\infty I_k^2$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2} \quad (5-10)$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2} \quad (5-11)$$

$$\text{Tương tự có : } E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2} \quad (5-12)$$

Công suất dòng chu kỳ : Công suất tác dụng : $P = I^2 R$ thay $I^2 = \sum I_k^2$ ta có :

$$P = (I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2) R = P_0 + P_1 + P_2 + \dots + P_k = \sum_0^\infty P_k \quad (5-13)$$

$$\text{Và vì : } P_k = U_k I_k \cos \varphi_k \text{ nên } P = \sum_0^\infty U_k I_k \cos \varphi_k \quad (5-14)$$

Tính lựa chọn đối với tần số của các thông số tổng trở, tổng dẫn :

Ta biết $X_L = \omega L$, $X_C = 1/\omega C$, $X_{L1} = \omega L$ thì $X_{Lk} = k\omega L = kX_{L1}$ (5-15)

$$X_{C1} = 1/\omega C \text{ thì } X_{Ck} = 1/k\omega C = X_{C1}/k \quad (5-16)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_k &= R + j(kx_{L1} - x_{C1}/k) = Z_k < \varphi_k \\ \text{Nên tổng trở với sóng bậc } k : z_k &= \sqrt{R^2 + (k\omega L - \frac{1}{k\omega C})^2} \\ \varphi_k &= \arctg \frac{k\omega L - 1/k\omega C}{R} \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

Phương pháp xét mạch tuyến tính có nguồn chu kỳ không điều hòa

Vì kích thích chu kỳ không điều hòa theo Fourier được phân tích thành tổng các kích thích thành phần chu kỳ điều hòa khác nhau, nên có thể coi kích thích tác động vào mạch gồm các kích thích thành phần có tần số khác nhau. Theo nguyên tắc xếp chồng ta có thể tính đáp ứng ứng với từng kích thích thành phần, xong xếp chồng các đáp ứng thành phần ta sẽ được đáp ứng chung, ứng với kích thích chu kỳ không điều hòa. Việc tính đáp ứng thành phần ứng với kích thích thành phần (kích thích ứng với một tần số xác định) là chu kỳ điều hòa nên dùng phương pháp phức tính rất thuận lợi, chỉ cần lưu ý lúc tính với kích thích ở tần số nào thì tổng trở phải được tính theo tần số đó.

Sau khi tính được các đáp ứng thành phần dưới dạng phức ta chuyển sang dạng tức thời để xếp chồng được các đáp ứng chung (lưu ý không xếp chồng những ảnh phức của những điều hòa tần số khác nhau).

$$i(t) = \sum i_k(t), u(t) = \sum u_k(t), e(t) = \sum e_k(t) \quad (5-18)$$

Còn giá trị hiệu dụng thì ta có theo (5-10), (5-14). $I = \sqrt{\sum I_k^2}$, $U = \sqrt{\sum U_k^2}$, $P = \sum P_k$

Từ phân tích trên rút ra các bước giải mạch chu kỳ không điều hòa:

Phân tích kích thích chu kỳ không điều hòa thành tổng những kích thích chu kỳ điều hòa có tần số khác nhau (thông thường bước này không phải làm mà được cho trước)

Tính tổng trở phức các nhánh theo các tần số.

Dùng phương pháp phức tính các đáp ứng thành phần ứng với từng tần số.

Xếp chồng các đáp ứng thành phần để được các đáp ứng chung.

Ví dụ : Giải mạch điện như hình (h.5-2). Biết $u(t) = 100 + 141 \sin 100t$, $R = 10\Omega$, $X_{L1} = 20\Omega$, $X_{C1} = 1/\omega C = 10\Omega$. Xác định i , I , P trong mạch ?

Giải:

Đây là bài toán mạch chu kỳ không điều hòa. Kích thích gồm thành phần 1 chiều $U_0 = 100V$ thành phần điều hòa tần số ω là $u_1(t) = 141 \sin 100t$ (đã được phân tích Fourier).

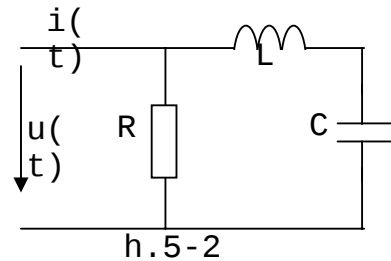
Ta tính với từng kích thích thành phần.

Khi chỉ có $U_0 = 100V$ tác dụng : $I_0 = U_0/R = 100/10 = 10$ A công suất tiêu thụ : $P_0 = I_0^2 R = 10^2 \cdot 10 = 1000$ W.

Khi chỉ có $\dot{U}_1 = 141 < 0^\circ$ tác dụng :

Tổng trở nhánh L - C là : $Z_{LC} = j(\omega L - 1/\omega C) = j(20 - 10) = j10\Omega$.

Dòng qua nhánh L - C là : $\dot{i}_{LC} = \frac{\dot{U}_1}{Z_{LC}} = 141/j10 = 14,1 < -\pi/2$.



Dòng qua trở R là : $I_{1R} = \frac{U_1}{R} = 141/10 = 14,1 < 0$.

Dòng trong nhánh chung : $I_1 = I_{1LC} + I_{1R} = -j14,1 + 14,1 = \sqrt{2} \cdot 14,1 \angle -45^\circ$

$\leftrightarrow i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 14,1 \sin(100t - 45^\circ)$

$$P_1 = I_{1R}^2 R = (14,1/\sqrt{2})^2 \cdot R = 14,1^2 \cdot 10/2 = 980 \text{ W}$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi = \left(\frac{141}{\sqrt{2}}\right) \cdot 14,1 \cdot \cos 45^\circ = 980 \text{ W}$$

Tổng hợp kết quả :

Giá trị tức thời của dòng điện trong mạch :

$$i(t) = i_0 + i_1(t) = 10 + \sqrt{2} \cdot 14,1 \sin(100t - 45^\circ)$$

Giá trị hiệu dụng dòng điện trong mạch : $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2} = \sqrt{10^2 + 14,1^2} \approx 17 \text{ A}$

Công suất tác dụng trong mạch : $P = P_0 + P_1 = 1000 + 980 = 1980 \text{ W}$.

Phổ tần của hàm chu kỳ không điều hòa

Phổ biên độ và phổ pha :

Ta biết có thể khai triển một hàm thời gian chu kỳ không điều hòa thành chuỗi Fourier

dạng : $f(\omega t) = \sum_0^\infty F_{km} \cos(k\omega t + \Psi_k)$.

trong đó biên độ và góc pha của các thành phần điều hòa phụ thuộc tần số theo những qui luật hoàn toàn tùy thuộc riêng dạng $f(\omega t)$: $F_{km} = F_{km}(\omega)$, $\Psi_k = \Psi_{km}(\omega)$

(5-19)

gọi $F_{km}(\omega)$: phổ biên độ

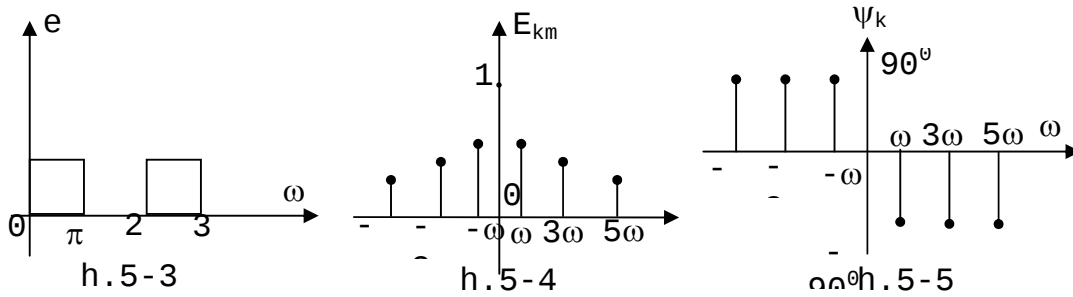
$\Psi_{km}(\omega)$: phổ pha của hàm chu kỳ - gọi chung là phổ tần số. Với cặp phổ tần biên, pha xác định tương ứng có hàm thời gian xác định .

Vì vậy ta có quan hệ đóng đôi giữa một cặp phổ tần với một hàm thời gian .

$$f(\omega t) \leftrightarrow [F_{km}(\omega), \Psi_{km}(\omega)] \quad (5-20)$$

Đối với các hàm chu kỳ $f(\omega t)$ thì $F_{km}(\omega)$ và $\Psi_{km}(\omega)$ không triệt tiêu ở các điểm rời rạc $k\omega$ (k nguyên dương 0, 1, 2, 3...) trên trục tần số .

Ví dụ : Tìm phổ tần của hàm thời gian hình (h.5-3) : $e(\omega t) = \begin{cases} 1 \rightarrow 0 < \omega t < \pi \\ 0 \rightarrow \pi < \omega t < 2\pi \end{cases}$



Vậy phổ của hàm chu kỳ là những hàm rời rạc và gián đoạn của tần số nên gọi là phổ gián đoạn hay phổ vạch.

Từ đó cũng thấy khi hàm không chu kỳ, tức là hàm có $T = \infty$ thì lúc đó các vạch phổ sẽ xít lại nhau, phổ sẽ liên tục theo tần số. Vậy một hàm không chu kỳ sẽ có các phổ tần liên tục, còn gọi là phổ đặc.

Dạng phức của phổ :

Ở mỗi tần số $k\omega$ phổ tần xác định một cặp số môđun - argumen (F_{km}, ψ_{km}) vì vậy có thể biểu diễn bằng số phức $\dot{F}_{km} = F_{km} e^{j\psi_{km}}$. Các số phức $\dot{F}_{km}(\omega)$ phân bố rời rạc theo tần số làm thành một phổ tần phức. Cần xác định quan hệ giữa hàm thời gian $f(\omega t)$ và phổ tần $\dot{F}_{km}(\omega)$. Từ :

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= f_0 + \sum_1^\infty F_{km} \cos(k\omega t + \psi_k) = f_0 + \frac{1}{2} \sum_1^\infty F_{km} e^{j\psi_k} e^{jk\omega t} + \frac{1}{2} \sum_1^\infty F_{km} e^{-j\psi_k} e^{-jk\omega t} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^\infty F_{km} e^{j\psi_k} e^{jk\omega t} = \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^\infty \dot{F}_{km} e^{jk\omega t}, \quad \frac{1}{2} \dot{F}_{0m} e^{j\psi_0} = f_0 \rightarrow \dot{F}_{0m} = 2f_0, \psi_0 = 0 \end{aligned} \quad (5-21)$$

$$\dot{F}_{km}(\omega) = F_{km}(\omega) e^{j\psi_k(\omega)}$$

Vậy dạng phức của phổ hay phổ phức là một hàm có giá trị phức rời rạc của tần số ω . Trị tuyệt đối của hàm đó là phổ biên độ còn argumen là phổ pha. Phổ phức là một cách biểu diễn rất gọn tín hiệu thời gian bằng một hàm giá trị phức của tần số rất tiện dụng trong tính toán phân tích quá trình.

Tính phổ phức theo tín hiệu đã cho :

Từ công thức (5-21) ta tìm được hàm thời gian theo phổ phức đã cho. Ngược lại ta tìm được phổ phức theo hàm thời gian đã cho.

Để tìm phổ phức $\dot{F}_{km}(\omega)$ cần tìm số phức $\dot{F}_{km}$ ứng với các tần số $k\omega$. Muốn vậy nhân hai vế của (5-21) với $\frac{1}{\pi} e^{-jk\omega t}$ và lấy tích phân theo ωt trong một chu kỳ ta được :

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) e^{-jk\omega t} d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{F}_{km} d(\omega t) + \sum_{l=-\infty, l \neq k}^\infty \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{F}_{lm} e^{j(l-k)\omega t} d(\omega t)$$

Theo Euler các số hạng dạng $\dot{F}_{lm} e^{j(l-k)\omega t}$ với $l \neq k$ là tổng của hai hàm điều hòa nên tích phân của chúng trong một chu kỳ bằng 0 và tích phân $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{F}_{km} d(\omega t) = \dot{F}_{km}$ nên ta được công thức :

$$\dot{F}_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot e^{-jk\omega t} d(\omega t) \quad (5-22)$$

Nếu k là một số đã cho thì công thức (5-22) cho $\dot{F}_{km}$ là một số phức ứng với tần số $k\omega$. Nếu coi k là thông số chạy thì (5-22) cho một hàm số phức của $k\omega$ hay của ω và đó chính là phổ phức cần tìm của hàm thời gian $f(\omega t)$.

CHƯƠNG 6

MẠNG MỘT CỬA TUYẾN TÍNH

Khái niệm :

Trên thực tế hay gặp những thiết bị trao đổi năng lượng, tín hiệu qua một cặp cực như máy phát điện, dụng cụ đo lường ... Những thiết bị, mạch có 2 cực đó gọi là mạng một cửa (hay mạng 2 cực)

Với mạng một cửa đã biết kết cấu, thông số, kích thích thì có thể tính đáp ứng cần thiết theo các phương pháp tính mạch đã nêu.

Người ta quan tâm chủ yếu đến quá trình trao đổi năng lượng, tín hiệu trên cửa nên nếu để mạng 1 cửa với cấu trúc, thông số cụ thể bên trong thì việc lập quan hệ trên các biến trên cửa sẽ rất phức tạp. Với mục tiêu đó cần dẫn ra một thông số có tính toàn cục để đặc trưng cho mạng 1 cửa, để từ đó mô tả quá trình trao đổi năng lượng, tín hiệu từ cửa ra ngoài qua các biến trạng thái trên cửa. Phương trình trạng thái đó chính là phương trình mô tả hành vi, phản ứng của mạng một cửa. Qua phản ứng đó có thể biết đại để về mạng 1 cửa mà không cần biết cấu trúc bên trong.

Trên thực tế có thể gặp những khối một cửa chỉ có chứa ra 2 cực còn không biết gì về bên trong (như là hộp đen). Lúc này nếu định nghĩa được một thông số đặc trưng cho mạng 1 cửa thì có thể bằng đo lường để xác định thông số này cho hộp đen. Khi đã biết thông số đặc trưng của nó thì ta có thể tìm một mạch có cấu trúc và thông số cụ thể để thực hiện quan hệ truyền đạt của hộp đen. Việc làm như vậy tức là tổng hợp mạng một cửa.

Vậy việc đưa ra lý thuyết mạng 1 cửa là đưa ra thông số đặc trưng cho nó để từ đó nếu chỉ quan tâm đến sự truyền đạt năng lượng trên cửa thì ta thay thế mạng 1 cửa bằng thông số đặc trưng làm cho mạch điện đơn giản, tiện lợi cho tính toán, ngoài ra trên cơ sở đã biết thông số đặc trưng ta thực hiện bài toán tổng hợp mạch điện, tức là thiết kế ra những mạch điện với một quan hệ truyền đạt biết trước.

Có thể phân mạng 1 cửa ra các loại sau đây :

Mạng 1 cửa tuyến tính.

Mạng 1 cửa phi tuyến.

Mạng 1 cửa không nguồn (còn gọi là mạng 1 cửa thụ động).

Mạng 1 cửa có nguồn (còn gọi là mạng 1 cửa tích cực).

Trong chương trình chủ yếu xét mạng 1 cửa tuyến tính có và không có nguồn.

Mạng một cửa tuyến tính không nguồn ở chế độ xác lập điều hòa.

Phương trình trạng thái :

Mạng 1 cửa tuyến tính không nguồn được biểu diễn như hình vẽ (h.6-1). Nó là mạng 1 cửa bên trong không có nguồn, tức là khi ngắn mạch cửa thì dòng $I_{ng} = 0$, hay hở mạch thì $U_{hở} = 0$.

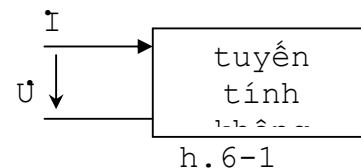
Vì mạch không nguồn, tuyến tính điều hòa nên áp và dòng trên cửa liên hệ nhau trong biểu thức luật Ôm của nhánh không nguồn tức là :

$$\dot{U} = Z_V \cdot \dot{I} \text{ hay } \dot{I} = Y_V \cdot \dot{U} \quad (6-1).$$

Trong đó, Z_V , Y_V là thông số đặc trưng cho hành vi, phản ứng của mạng 1 cửa. Z_V , Y_V là thông số có tính toàn cục của mạng 1 cửa.

$$Z_V = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z_V \cdot e^{j\varphi} = Z_V \angle \varphi \text{ là tổng trở vào của mạng 1 cửa}$$

$$Z_V = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}; \varphi = \psi_u - \psi_i$$



Vậy mạng 1 của tuyến tính không nguồn được đặc trưng bởi Z_V hay cặp (z_V, φ) hoặc bởi Y_V hay cặp $(y_V, -\varphi)$.

Sơ đồ thay thế mạng một cửa tuyến tính không nguồn :

Từ các đặc trưng của mạng 1 cửa không nguồn :

$$Z_V = z_V \angle \varphi = R + jX = z_V \cdot \cos \varphi + jz_V \sin \varphi$$

Thấy rằng có thể dẫn ra sơ đồ thay thế tương đương cho mạng 1 cửa không nguồn là một nhánh có tổng trở Z_V gồm điện trở R nối tiếp với điện kháng jX như hình vẽ (h.6-2).

Khi đặc trưng mạng một cửa không nguồn bằng tổng dẫn phức :

$$Y_V = y_V \angle -\varphi = y_V \cdot \cos \varphi - jy_V \sin \varphi = g - jb$$

Thì sơ đồ thay thế tương đương lúc này là Y_V gồm điện dẫn g nối song song với $-jb$ như hình vẽ (h.6-3)

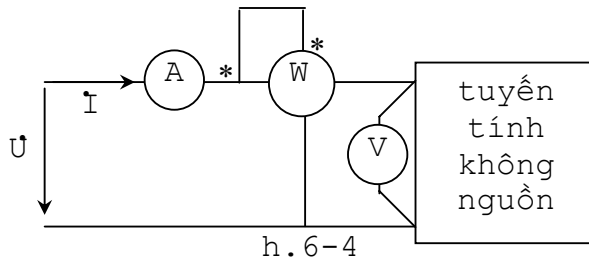
Ví dụ : Thí nghiệm phản ứng của mạng 1 cửa không nguồn ở một tần số được $U = 220V$, $I = 5A$, $P = 550W$, $\varphi > 0$ như hình (h.6-4). Hãy xác định sơ đồ thay thế mạng 1 cửa đó.

Từ áp, dòng, công suất đo được ta xác định : tổng trở đầu vào $Z_V = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44\Omega$; Góc lệch pha $\varphi =$

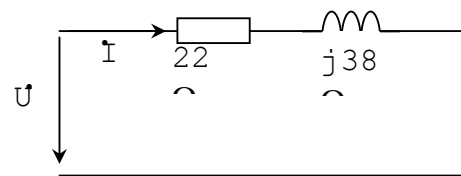
$$\arccos \frac{P}{U \cdot I} = \arccos \frac{550}{220 \cdot 5} = 60^\circ$$

Tổng trở vào phức : $Z_V = z_V \angle \varphi = 44 \angle 60^\circ = 44 \cos 60^\circ + j44 \sin 60^\circ = 22 + j38(\Omega)$

Vậy sơ đồ thay thế như hình (h.6-5)



h. 6-4



h. 6-5

$$\text{Biểu diễn tổng dẫn phức : } Y_V = \frac{1}{Z_V} = \frac{1}{44 \angle 60^\circ} = 0,0227 \angle -60^\circ$$

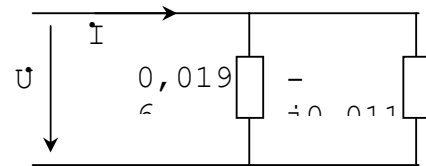
$$Y_V = 0,0196 - j0,0114$$

Sơ đồ thay thế như hình vẽ (h.6-6) :

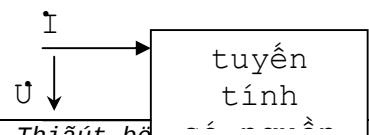
Mạng một cửa tuyến tính có nguồn ở chế độ xác lập điều hòa.

Phương trình trạng thái :

Mạng 1 cửa có nguồn được biểu diễn trên hình (h.6-7). Nó là mạng 1 cửa gồm những phần tử tuyến tính bên trong có nguồn, tức là khi ngắn mạch cửa thì $I_{ng} \neq 0$ và khi hở mạch cửa thì $U_{hở} \neq 0$.



h. 6-6



h. 6-7

V   c   nguồn n  n    p ứng    c  a phụ thuộc nguồn, v  i kích thích   i  u h  a ta c   quan h   (4-5) n  n quan h   gi  ra $\dot{U}$ v   $\dot{I}$ tr  n c  a l   quan h   bậc nhất :

$$\dot{U} = A.\dot{I} + B \text{ (6-2) hay } \dot{I} = C.\dot{U} + D \text{ (6-3)}$$

C  n x  c     n c  c h   s      c trung A, B, C, D.

Vậy    c trung cho mạng 1 c  a c   nguồn l   cặp h   s   A, B hoặc cặp h   s   C, D.

Ta thấy quan h   tr  n ph  i    ng cho mọi ch       độ của mạch điện n  n x  t    hai ch          c bi  t        n ra c  c h   s   x  c    n A, B :

Trường hợp khi h  r mạch c  a :

$$\dot{I} = 0, \dot{U} = \dot{U}_{\text{h  i}} \text{ thay vào (6-2) ta c  o :}$$

$$\dot{U}_{\text{h  i}} = A.0 + B \Rightarrow B = \dot{U}_{\text{h  i}}$$

C  c nguồn b  n trong mạng 1 c  a l   x  c     n th  i $\dot{U}_{\text{h  i}}$ l   x  c     n n  n B l   x  c     n v  i m  t mạng 1 của.

Trường hợp ngắn mạch c  a :

$$\dot{U} = 0, \dot{I} = -\dot{I}_{\text{ng  o}} \text{ thay vào (6-2) ta c  o :}$$

$$0 = A.\left(-\dot{I}_{\text{ng  o}}\right) + B \Rightarrow A = \frac{B}{-\dot{I}_{\text{ng  o}}} = \frac{\dot{U}_{\text{h  i}}}{-\dot{I}_{\text{ng  o}}} = Z_V$$

Nên ta     c dạng phương trình trạng thái th  r nhất : $\dot{U} = Z_V.\dot{I} + \dot{U}_{\text{h  i}}$ (6-4)

X  c     n C, D :

Trường hợp khi ngắn mạch c  a :

$$\dot{U} = 0, \dot{I} = \dot{I}_{\text{ng  o}} \text{ thay vào (6-3) ta c  o :}$$

$\dot{I}_{\text{ng  o}} = C.0 + D \Rightarrow D = \dot{I}_{\text{ng  o}}$; D ho  n to  n     c x  c     n với mạng 1 c  a c   nguồn x  c     n.

Trường hợp khi h  r mạch c  a :

$$\dot{I} = 0, \dot{U} = -\dot{U}_{\text{h  i}} \text{ thay vào (6-3) ta c  o :}$$

$$0 = C.\left(-\dot{U}_{\text{h  i}}\right) + D \Rightarrow C = \frac{D}{-\dot{U}_{\text{h  i}}} = \frac{\dot{I}_{\text{ng  o}}}{-\dot{U}_{\text{h  i}}} = Y_V = \frac{1}{Z_V}$$

Ta     c dạng phương trình trạng thái th  r hai : $\dot{I} = Y_V.\dot{U} + \dot{I}_{\text{ng  o}}$ (6-5)

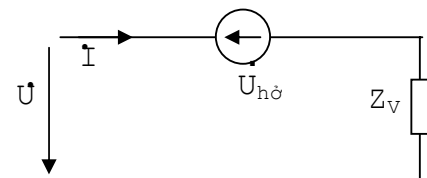
Sơ         ng    c     n l  y v  e mạng m  t c  a t   n t  ch t  c   c :

C  c phương trình trạng thái (6-4), (6-5) ch  i r   c   th  c mô tả mạng 1 c  a t   n t  ch t  c c   nguồn b  ng hai sơ     mạng 1 c  a     ng     ng d  i    y :

Sơ     Thevenin -     n l  y Thevenin : (Thevenin (1857-1926) K  y s   vi  n th  ng Ph  p) :

Phương trình trạng th  i dạng (6-4) c   dạng luật Kirhof 2, n     ng v  i sơ     n  i tiếp mạng 1 c  a kh  ng nguồn c   t  ng tr   vào Z_V với nguồn áp $\dot{U}_{\text{h  i}}$, $\dot{U} = Z_V.\dot{I} + \dot{U}_{\text{h  i}}$ n  h hình v   (h.6-8)

Trong     Z_V l   t  ng tr   vào của mạng 1 c  a kh  ng nguồn     ng t  c l   b   nguồn áp b  ng cách n  i t  t, b   nguồn   ng b  ng cách c  t    t mạch   ng trong sơ     mạng 1 c  a c   nguồn s  



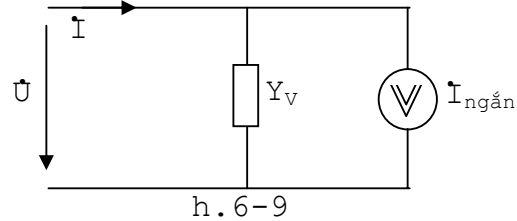
được sơ đồ mạng 1 của không nguồn tương ứng. Từ đó có định lý T  v  n " C   thể thay tương đương một mạng 1 của tuyến tính c   nguồn bằng một nguồn điện c   S  đ bằng điện   p trên hai cực khi hở mạch, nối nối tiếp với một tổng trở trong bằng tổng trở vào của mạng 1 của không nguồn tương ứng".

Sơ đồ Norton - Định lý Norton :

Từ dạng phương trình trạng thái (6-5) $\dot{I} = Y_V \cdot \dot{U} + \dot{I}_{ng  \ddot{o}}$, có dạng định luật Kirhof 1 cho 3 dòng điện $\dot{I}$, $Y_V \cdot \dot{U}$, $\dot{I}_{ng  \ddot{o}}$, n   ứng với sơ đồ nguồn dòng gồm nguồn dòng nối song song với tổng dẫn vào Y_V như hình vẽ (h.6-9).

Trong đó, $\dot{I}_{ng  \ddot{o}}$ chính là dòng ngắn mạch trên cửa, Y_V là tổng dẫn vào của mạng 1 của không nguồn tương ứng

$$Y_V = \frac{1}{Z_V}$$



Từ đó có định lý Norton (Norton 1898 Kỹ sư điện, Công ty điện thoại Bell - Mỹ) :

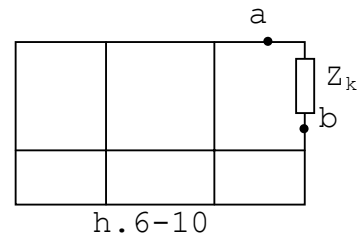
" C   thể thay thế mạng 1 của tuyến tính c   nguồn bằng nguồn điện tương đương ghép bởi nguồn dòng bằng dòng điện ngắn mạch trên cửa nối song song với tổng dẫn vào Y_V của mạng 1 của không nguồn tương ứng.

Ta thấy hai sơ đồ trên là tương đương nhau, c   thể biến đổi qua lại cho nhau, chọn dùng sơ đồ nào là tùy sự tiện lợi. Tất nhiên khi không nguồn : $\dot{I}_{ng  \ddot{o}} = 0$, $\dot{U}_{h  i} = 0$ thì ta trở lại sơ đồ và phương trình mạng một của tuyến tính không nguồn đã xét.

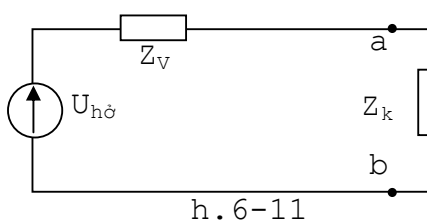
  ng dụng các phương trình trạng thái và sơ đồ tương đương của mạng một của tuyến tính c   nguồn.

Khi gặp một mạch điện phức tạp có nhiều nhánh nhiều nút nhưng chỉ cần tìm   p hoặc dòng ở một nhánh nào đó thì vận dụng phương trình và sơ đồ T  v  n - Norton để tính toán sẽ được thuận lợi. Thật vậy ví dụ như ta cần tính dòng điện ở nhánh c   tổng trở Z_k trong mạch như hình vẽ (h.6-10)

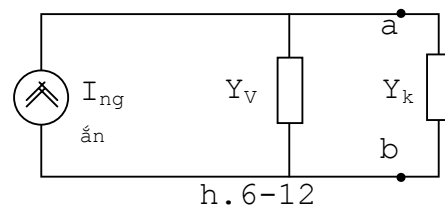
Nếu như theo các phương pháp đã học ta cần phải giải hệ 13 phương trình mới xác định được dòng $\dot{I}_k$ qua Z_k .   ng dụng T  v  n (Norton) ta cắt nhánh cần quan tâm ra, phần c  n lại của mạch sẽ là mạng một của với hai cực a, b để nối vào nhánh Z_k cần xét. Ta sẽ c   được mạch điện đơn giản và tính được dòng :



$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_{h  i}}{Z_V + Z_k} \quad (6-6)$$



Hoặc c   thể dùng sơ đồ Norton như hình vẽ (h.6-12):



$$\text{Từ sơ đồ ta tính được dòng qua } Z_k \text{ là : } \dot{I}_k = \dot{I}_{ng  \ddot{o}} \frac{Z_V}{Z_V + Z_k} \quad (6-7)$$

Từ đó có các bước tính dòng một nhánh theo phương pháp máy phát điện đẳng trị như sau :

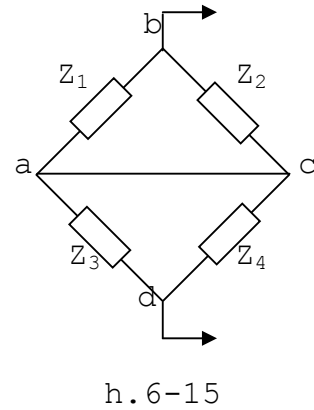
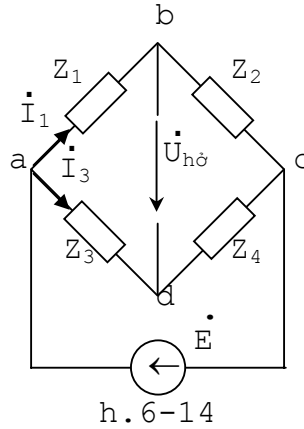
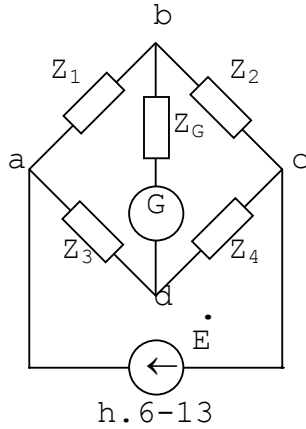
Tính nguồn áp $\dot{U}_{\text{hải}}$ hoặc nguồn dòng $\dot{I}_{\text{nguồn}}$ của mạng một cửa đã tách ra khỏi nhánh cần xét.

Tính tổng trở Z_V hoặc tổng dẫn Y_V của mạng một cửa không nguồn tương ứng (Từ mạng 1 cửa sau khi cắt nhánh cần xét ta ngắn mạch các nguồn áp và cắt mạch các nguồn dòng để có mạng 1 cửa không nguồn) nếu mạng một cửa đã biết cấu trúc, thông số thì dùng các cách biến đổi tương đương để xác định Z_V , Y_V nếu là hộp đen thì dùng

các phương pháp đo lường để xác định $Z_V = Z_V \angle \varphi$; $Y_V = \frac{1}{Z_V} = Y_V \angle -\varphi$

Cuối cùng tính dòng nhánh xét bằng công thức (6-6), (6-7).

Ví dụ : Cho sơ đồ cầu như hình (h.6-13). Hãy tính dòng điện qua điện kế bằng phương pháp Têvenin



Ta quan tâm đến dòng qua điện kế $\dot{I}_G$ nên cắt nhánh Z_G ra tại hai cực b và d sẽ được mạng một cửa có nguồn như hình (h.6-14). Từ đó tính được : $\dot{U}_{\text{hải}} = \dot{U}_{bd}$

$$\dot{U}_{\text{hải}} = \dot{U}_{bd} = \dot{U}_{ad} - \dot{U}_{ab} = \dot{I}_3 Z_3 - \dot{I}_1 Z_1$$

$$\text{mà } \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}}{Z_3 + Z_4}; \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_2}$$

$$\text{nên: } \dot{U}_{\text{hải}} = \frac{\dot{E} Z_3}{Z_3 + Z_4} - \frac{\dot{E} Z_1}{Z_1 + Z_2} = \dot{E} \left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \right]$$

Nối tắt nguồn áp E trong sơ đồ (h.6-14) ta được sơ đồ (h.6-15) dùng để tính tổng trở vào. Từ hai cực b, d nhìn vào mạch ta xác định được tổng trở tương đương:

$$Z_V = (Z_1 // Z_2) \text{ nt } (Z_3 // Z_4)$$

$$Z_V = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4} = \frac{Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}$$

Theo (6-6) ta tính được dòng điện qua điện kế :

$$\begin{aligned} \dot{I}_G &= \frac{\dot{U}_{\text{hải}}}{Z_V + Z_G} = \dot{E} \left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \right] \frac{1}{Z_G + \frac{Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}} \\ \dot{I}_G &= \dot{E} \left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \right] \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}{Z_G (Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)} \\ \dot{I}_G &= \dot{E} \left[\frac{Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4)}{Z_G (Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) + Z_1 Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4 (Z_1 + Z_2)} \right] \end{aligned}$$

Qua biểu thức $\dot{I}_G$ ta thấy cầu sẽ cân bằng (tức $\dot{I}_G = 0$) khi $\dot{U}_{\text{hải}} = 0$ tức là khi :

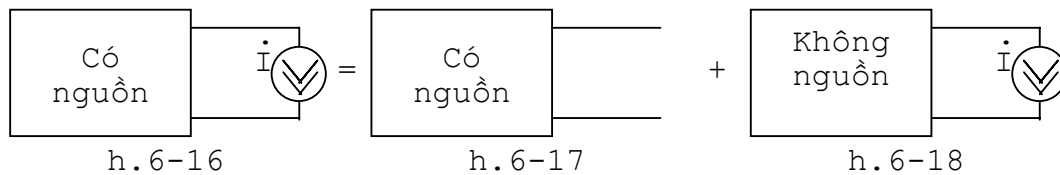
$$Z_3(Z_1 + Z_2) - Z_1(Z_3 + Z_4) = 0 \rightarrow Z_3 Z_2 - Z_1 Z_4 = 0 \text{ hoặc } \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4} \quad (6-8)$$

Vậy để cầu cân bằng thì phải thỏa mãn (6-8).

Có thể vận dụng định lý Têvenin - Norton để tính dòng trong tất cả các nhánh

Để chứng minh điều đó theo định lý bù ta thay một nhánh bất kỳ bằng một nguồn dòng

$\dot{I}$ như hình (h.6-16). Theo tính chất xếp chồng, dòng trong mỗi nhánh bất kỳ của mạch điện trong (h.6-16) sẽ là tổng hai thành phần do các nguồn trong mạng một cửa (h.6 - 17) gây ra cộng với do nguồn dòng $\dot{I}$ (h.6-18) gây ra.



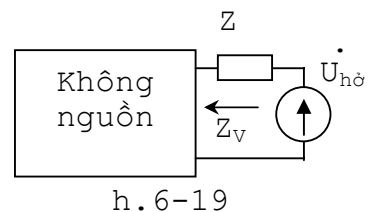
Chú ý khi tính các dòng gây ra bởi các nguồn bên trong mạng một cửa (h.6-17)

cần ngắt mạch nguồn dòng $\dot{I}$.

Khi xét riêng nguồn dòng $\dot{I}$ (h.6-18) ta có nguồn dòng $\dot{I} = \frac{\dot{U}_{\text{hải}}}{Z_V + Z}$ ở đây $\dot{U}_{\text{hải}}$ là

áp hờ mạch ở (h.6-17), Z_V tính từ sơ đồ hình (h.6-17) nhưng loại bỏ các nguồn bên trong, Z là tổng trở nhánh ta cắt để thay thế bằng nguồn dòng. Vì $\dot{U}_{\text{hải}} = \dot{I}(Z_V + Z)$ nên

ta có thể thay nguồn dòng $\dot{I}$ bằng nguồn áp $\dot{U}_{\text{hải}}$ như hình (h.6-19) để tính.



Các bước tính toán như sau :

Cắt hờ mạch một nhánh bất kỳ, tìm các dòng gây bởi các nguồn trong mạch, đồng thời tính $\dot{U}_{\text{hải}}$.

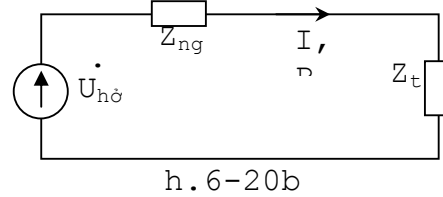
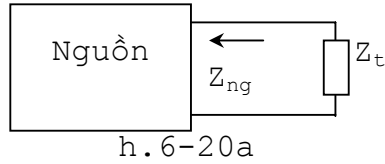
Triệt tiêu các nguồn trong mạch, đặt vào nhánh đã cắt Sđđ $\dot{U}_{\text{hải}}$ sau đó tính dòng do nó gây ra trong các nhánh của mạch.

Cộng đại số các dòng thành phần trong mỗi nhánh ứng với hai trường hợp ta được các dòng điện.

Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa

Cho mạng một cửa có nguồn cung cấp cho một tải có thể biến động Z_t . Xác định điều kiện tải Z_t cần thỏa mãn để mạng một cửa đưa được đến tải công suất cực đại.

Hệ thống được mô tả như hình (h.6-20a)



Theo định lý Thevenin ta thay mạng một cửa bằng một nguồn tương đương $\dot{U}_{hở}$, Z_{ng} , ở đây Z_{ng} là tổng trở vào mạng một cửa. Nói chung : $Z_{ng} = r_{ng} + jx_{ng}$ ta được sơ đồ hình (h.6-20b) với $Z_t = r_t + jx_t$.

$$\text{Công suất đưa đến tải bằng : } P = r_t \cdot I_t^2 = r_t \frac{U_{hở}^2}{Z^2} = U_{hở}^2 \frac{r_t}{(r_t + r_{ng})^2 + (x_t + x_{ng})^2}$$

Từ biểu thức của P thấy rằng muốn đưa đến tải công suất lớn nhất cần có hai điều kiện :

$$\text{Thỏa mãn : } x_{ng} + x_t = 0 \rightarrow x_{ng} = -x_t$$

$$\text{Thỏa mãn : } \frac{r_t}{(r_{ng} + r_t)^2} \text{ lớn nhất.}$$

$$\text{Vì } r_{ng} = \text{const nên điều kiện (b) được thỏa mãn khi : } \frac{d}{dr_t} \left[\frac{r_t}{(r_{ng} + r_t)^2} \right] = 0 \rightarrow \text{giải}$$

ra ta được $r_{ng} = r_t$.

$$\text{Viết gộp hai điều kiện dưới dạng phức : } r_{ng} + jx_{ng} = r_t - jx_t \text{ hay } Z_{ng} = \hat{Z}_t \text{ (6-9)}$$

Khi điều kiện này thỏa mãn thì công suất đưa ra đến tải sẽ cực đại và bằng :

$$P = \frac{U_{hở}^2 r_t}{(r_{ng} + r_t)^2} = \frac{U_{hở}^2 r_t}{(2r_t)^2} = \frac{U_{hở}^2}{4}$$

Lúc này hiệu suất truyền tải năng lượng từ nguồn điện tương đương đến tải bằng :

$$\eta = \frac{P}{P_{ng}} = \frac{r_t I^2}{(r_{ng} + r_t) I^2} = \frac{r_t}{2r_t} = 0,5$$

Từ công thức cho thấy sẽ có hiệu suất cao hơn khi $r_t > r_{ng}$. Khi công suất truyền đến tải đạt lớn nhất thì hiệu suất đạt được rất nhỏ. Cần nắm rõ đặc điểm này để tùy trường hợp yêu cầu cụ thể mà cân đối lựa chọn giữa hai mặt. Ví dụ như khi truyền tín hiệu thông tin, khi thiết kế các bộ khuếch đại công suất nhỏ, khi phát tín hiệu có công suất nhỏ, ta quan tâm sao cho công suất phát ra là cực đại còn không lưu tâm đến hiệu suất.

Trên thực tế Z_t và Z_{ng} thường không tự thỏa mãn quan hệ (6-9), vì vậy để thỏa mãn điều kiện đó ta phải nối thêm giữa nguồn và tải một bộ phận trung gian có thông số thích hợp để tạo quan hệ trên. Việc làm như vậy gọi là hòa hợp nguồn với tải.

Đặc tính tần mạng một cửa thuần kháng gồm L-C nối song song nhau (Foster song song)

Nhánh L-C nối song song nhau được Foster đưa ra gọi là sơ đồ Foster.

Đặc tính tần nhánh $L_k - C_k$:

Biểu thức : Vì L_k nối tiếp với C_k nên tổng trở của nhánh $L_k - C_k$ bằng :

$$Z_k(\omega) = j\omega L_k + \frac{1}{j\omega C_k} \text{ (6-10) chia cả tử và mẫu cho } L_k C_k \text{ ta được :}$$

$$Z_k(\omega) = L_k \frac{(j\omega)^2 + \frac{1}{L_k C_k}}{j\omega}. \text{ Trong đó : } \frac{1}{L_k C_k} \text{ là bình phương tần số cộng hưởng}$$

áp của nhánh L_k - C_k , ở tần số này tổng trở $Z_k(\omega) = 0 \rightarrow$ ta gọi đó là điểm không của tổng trở và đương nhiên đó là điểm cực của tổng dẫn (điểm có tần số làm cho tổng dẫn $Y_k(\omega) = \infty$). Qui ước đánh số những điểm zêro của hàm tổng dẫn $Y_k(\omega)$ bằng chỉ số lẻ từ thấp đến cao $\omega_1, \omega_3, \dots, \omega_{2n-1}$ và các điểm cực của nó bằng các chỉ số chẵn : $\omega_2, \omega_4, \dots, \omega_{2n}$. Với nhánh thứ k có điểm cực của tổng dẫn $\omega_{2k}^2 = \frac{1}{L_k C_k}$

Vậy nó được đặc trưng bởi điểm cực ω_{2k} và một trong hai hệ số L_k, C_k .

$$\text{Ta kí hiệu : } \frac{1}{L_k} = N_k, \dots, \frac{1}{L_1} = N_1, \dots \quad j\omega \text{ kí hiệu là } S$$

$$Z_k(j\omega) = Z_k(S) = L_k \frac{S^2 + \omega_{2k}^2}{S} \quad (6-10)$$

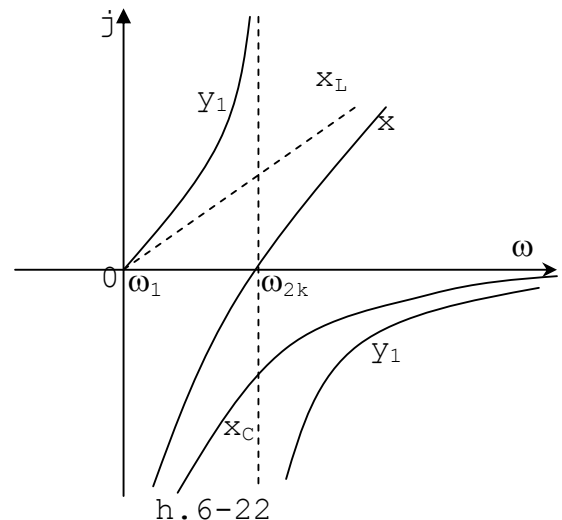
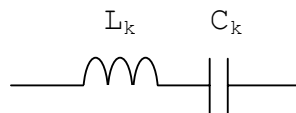
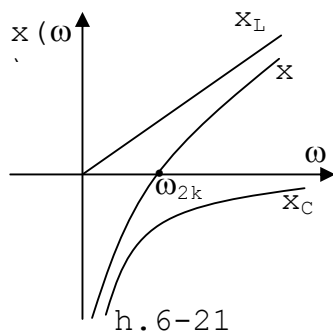
$$Y_k(S) = \frac{1}{Z_k(S)} = \frac{1}{L_k} \frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} = N_k \frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} \quad (6-11)$$

$$Y_k(\omega) = jN_k \frac{\omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \quad (6-12)$$

Vẽ đặc tính của $Z(\omega), Y(\omega)$:

$$\text{Vì thuần kháng nên } Z(\omega) = jX(\omega) = j[X_L(\omega) - X_C(\omega)]$$

Đường $x(\omega)$ như hình (h.6-21) từ đó dựa vào công thức $Y(\omega) = y(\omega) = \frac{1}{x(\omega)}$ vẽ đường $y(\omega)$ như hình (h.6-22)



Ta thấy :

Tổng dẫn $Y(\omega)$ thuần kháng là một hàm giá trị ảo của biến ω

Hàm $Y(\omega)$ mọi nhánh đều triệt tiêu ở $\omega_1 = 0$ và $\omega = \infty$, mỗi nhánh đều có riêng một

điểm cực $\omega_{2k} = \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}}$ ở tần số thấp $\omega < \omega_{2k}$ nhánh có tính dung với $Y_k(\omega) > 0$, ở tần

số cao $\omega > \omega_{2k}$ nhánh có tính cảm với $Y_k(\omega) < 0$.

$Z_k = jx_k \rightarrow z = x_k \rightarrow z(\omega)$ là nghịch đảo của $y(\omega)$ nên mọi nhánh đều có tổng trở vô cùng lớn ở ω_1 và ω_∞ và mỗi nhánh đều có điểm zêro riêng của tổng trở là ω_{2k}

$Z(\omega)$ của nhánh thuần kháng là hàm giá trị ảo của tần số

$Z(\omega)$ luôn tăng theo tần số như hình (h.6-22).

Đặc tính tần của sơ đồ L-C nối song song : (gọi là Foster song song)

Biểu thức : Nếu sơ đồ gồm n nhánh L-C song song thì hàm tổng dẫn có dạng :

$$Y(S) = \sum_1^n Y_k$$

$$Y(S) = N_1 \frac{S}{S^2 + \omega_2^2} + N_2 \frac{S}{S^2 + \omega_4^2} + \dots = \sum_1^n N_k \frac{S}{S^2 + \omega_{2k}^2} \quad (6-13)$$

$$\text{hoàn ức } Y(S) = j\omega \sum_1^n N_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \quad (6-14)$$

Qui đồng mẫu số cho (6-13) rồi cộng lại ta được một phân thức đối với biến S. Mẫu thức là một đa thức bậc n đối với biến S^2 . Sắp xếp lại tử thức nó sẽ có dạng tích của S với một đa thức có bậc (n-1) đối với S^2 . Hệ số của S^2 trong mẫu thức và tử thức đều dương và thực.

Với nhận xét đó, có thể viết hàm $Y(S)$ Foster song song dưới dạng phân thức hữu tỉ đối với S^2 (bậc chẵn đối với S).

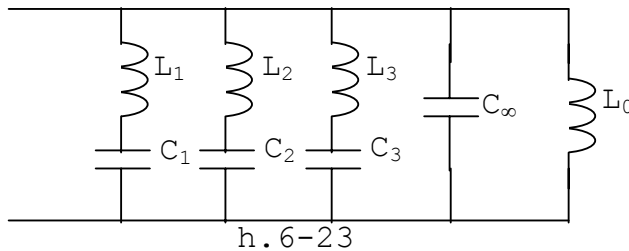
$$Y(s) = s \frac{a_{2n-2} s^{2n-2} + a_{2n-4} s^{2n-4} + \dots + a_0}{(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_{2n}^2)} \quad (6-15)$$

$$\text{hoặc } Y(s) = s \frac{a_{2n-2} s^{2n-2} + a_{2n-4} s^{2n-4} + \dots + a_0}{s^{2n} + b_{2n-2} s^{2n-2} + \dots + b_2 s^2 + b_0} \quad (6-16)$$

Trong đó các hệ số a, b có quan hệ với N_k :

$$a_{2n-2} = \sum_1^n N_k; \quad a_0 = \sum_1^n N_k \frac{\omega_2^2 \omega_4^2 \dots \omega_{2k}^2}{\omega_{2k}^2}; \quad b_0 = \omega_2^2 \omega_4^2 \dots \omega_{2n}^2$$

Ngoài những nhánh đủ $L_k - C_k$ sơ đồ còn có thể thêm một nhánh thuần cảm kí hiệu L_0 (lấy chỉ số 0 vì điện dẫn nhánh này $Y_0 = \frac{1}{j\omega L_0}$ có cực ở $\omega_0 = 0$, và thêm một



nhánh thuần dung kí hiệu C_∞ (vì cực của điện dẫn $Y_\infty = j\omega C_\infty$ ở $\omega_\infty = \infty$). Đó là những nhánh thiếu và ngoại lệ như hình vẽ (6-23)

Lúc đó đặc tính tần có dạng :

$$Y(s) = s \sum_1^n N_k \frac{1}{S^2 + \omega_{2k}^2} + \frac{N_0}{s} + s C_\infty$$

(6-17)

$$\text{Trong đó : } N_0 = \frac{1}{L_0}$$

$$Y(\omega) = j\omega \sum_1^n \frac{N_k}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} - j \frac{N_0}{\omega} + j\omega C_\infty \quad (6-18)$$

Phân tích các đặc tính tần trên ta thấy hàm tổng dẫn Foster thuần kháng song song có những tính chất sau :

Với sơ đồ Foster song song gồm những nhánh đủ hoặc có thêm nhánh thuần cảm thì tử thức kém mẫu thức một bậc đối với biến s . Riêng khi có thêm nhánh thuần dung thì tử thức cao hơn mẫu thức một bậc. Nói chung bậc tử thức và mẫu thức luôn sai khác nhau không quá một bậc đối với biến s .

Tử thức và mẫu thức là những đa thức hệ số dương, thực đối với biến s ($s = j\omega$). Trường hợp ấy nghiệm mẫu thức là những số thực âm $s^2 = -\omega_2^2; s^2 = -\omega_4^2 \dots$ (hoặc $s = \pm j\omega_2, \pm j\omega_4, \dots$). Đó là những điểm cực của hàm tổng dẫn.

Suy ra nghiệm của tử thức đối với s cũng là những số thực âm : $-\omega_1^2, -\omega_3^2, \dots$. Đó là những điểm zêro của hàm tổng dẫn $Y(s)$.

$$Y(s) = s a_{2n-2} \frac{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_{2n-1}^2)}{(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_{2n}^2)} \quad (6-19)$$

Nên chú ý :

$s^2 = (j\omega)^2 = -\omega^2, s^6 = -\omega^6, s^{10} = -\omega^{10} \dots$ và $s^4 = \omega^4, s^8 = \omega^8, \dots, s^{2n} = \omega^{2n}$ khi chuyển sang với biến ω thì đặc tính tần $Y(\omega)$ là một hàm giá trị ảo của tần số ω với mẫu và tử thức là những đa thức đan dấu.

$$Y(\omega) = j\omega \frac{-a_{2n-2}\omega^{2n-2} + a_{2n-4}\omega^{2n-4} - \dots + a_0}{\omega^{2n} - b_{2n-2}\omega^{2n-2} + \dots + b_0} \quad (6-20)$$

$$Y(\omega) = j\omega a_{2n-2} \frac{(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_3^2 - \omega^2) \dots (\omega_{2n-1}^2 - \omega^2)}{(\omega_2^2 - \omega^2)(\omega_4^2 - \omega^2) \dots (\omega_{2n}^2 - \omega^2)} \quad (6-21)$$

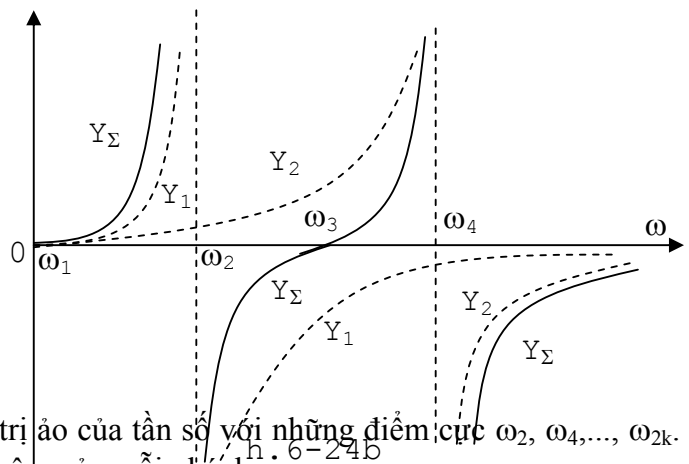
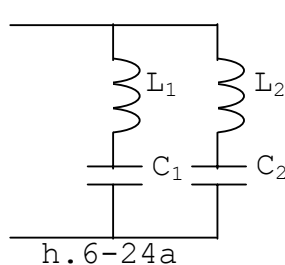
Đặc tính tần sơ đồ Foster song song với các nhánh đủ.

Theo (6-14) có $Y(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n N_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$ có bao nhiêu nhánh đủ có bấy nhiêu

số hạng : $Y(\omega) = j\omega N_1 \frac{1}{\omega_2^2 - \omega^2} + j\omega N_2 \frac{1}{\omega_4^2 - \omega^2} + \dots + j\omega N_k \frac{1}{\omega_{2n}^2 - \omega^2}$

Các đường đặc tính $Y_1(\omega), Y_2(\omega), \dots, Y_k(\omega)$ đã biết trên đồ thị nên bằng cách cộng tung độ các đặc tính tần $Y_k(\omega)$ ta được đặc tính tần của nhiều nhánh đủ song song.

Ví dụ : Vẽ đặc tính tần của sơ đồ 2 nhánh đủ song song như hình (h.6-24)



Ta rút ra nhận xét :

$Y(\omega)$ thuần kháng là một hàm giá trị ảo của tần số với những điểm cực $\omega_2, \omega_4, \dots, \omega_{2k}$. Điểm $\omega_1 = 0$ và $\omega_\infty = \infty$ là hai điểm zêro của mỗi nhánh.

Tổng dẫn $Y(\omega)$ luôn tăng theo tần số vì nó là tổng các hàm $Y_k(\omega)$ tăng theo tần số. Vì vậy suy ra các điểm zêro và các điểm cực của tổng dẫn $Y(\omega)$ xen kẽ nhau trên trục tần

số. Vì $Y(\omega)$ luôn tăng nên khi tăng từ $-\infty$ đến $+\infty$ giữa hai điểm cực nó phải cắt trục ω ở một điểm zêro nào đó.

Với sơ đồ m nhánh song song có m điểm cực nên đường $Y(\omega)$ có m+1 điểm zêro là $\omega_1 = 0, \omega_3, \omega_5, \dots, \omega_\infty = \infty$

Đặc tính tần của sơ đồ Foster song song có thêm nhánh L_0, C_0 :

Khi có thêm nhánh L_0 với $Y_L(\omega) = \frac{1}{\omega L_0}$ đường

hyperbol $Y(\omega)$ sẽ tạo được bằng cách cộng tung độ của các $Y_k(\omega)$ với $Y_L(\omega)$ như hình vẽ (h.6-25)

Nhánh L_0 làm thay đổi điểm

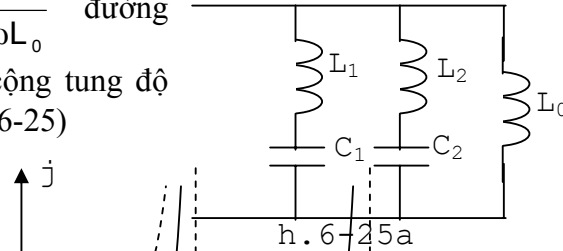
zêro $\omega = 0$ vì $Y_L(\omega) = \frac{1}{\omega L_0}$ nên tại

$\omega = 0$ nó biến thành điểm cực, do đó điểm zêro đầu tiên sẽ nằm giữa 2 điểm cực $\omega_0 = 0$ và ω_2 .

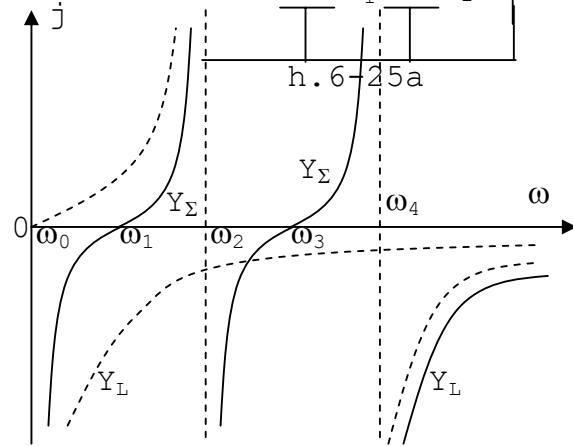
Khi có thêm nhánh $C_\infty \rightarrow$ có $Y_C(\omega) = \omega C \rightarrow$ dạng đường thẳng.

Ta tổng hợp được $Y(\omega)$ như hình vẽ (h.6-26).

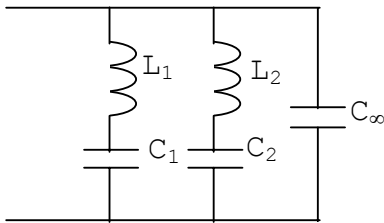
Nhánh C_∞ làm thay đổi tính chất điểm zêro $\omega_\infty = \infty$ biến nó thành một điểm cực, do đó điểm zêro cuối cùng sẽ nằm giữa hai cực ω_{2n} và $\omega_\infty = \infty$.



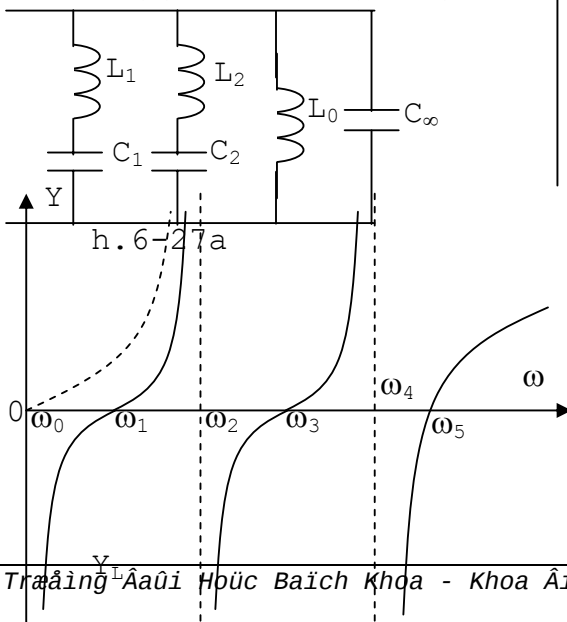
h. 6-25a



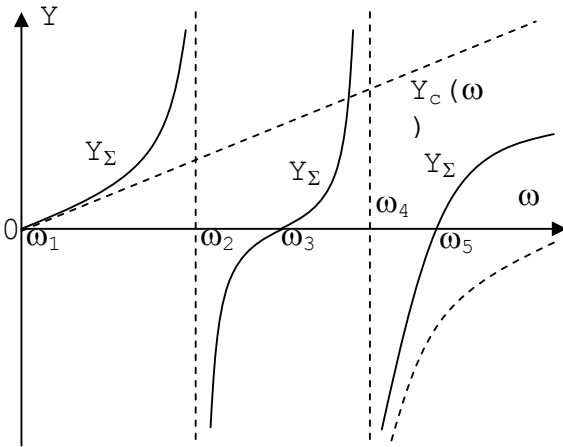
h. 6-25b



Khi có thêm cả L_0, C_∞ ta sẽ được đặc tính tần $Y(\omega)$ như hình vẽ (h.6-27)

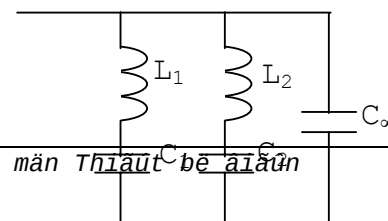


h. 6-27b



h. 6-26b

Ví dụ : Xác định đặc tính tần $Y(\omega)$ của mạng một cửa hình (h.6-28). Cho $C_\infty = C_1 = C_2 = 0,1\mu F$, $L_1 = 25mH$, $L_2 = 4mH$.



h. 6-28

$$Y(\omega) = j\omega C_{\infty} + j \frac{N_1 \omega}{\omega_2^2 - \omega^2} + j \frac{N_2 \omega}{\omega_4^2 - \omega^2}$$

$$C_{\infty} = 10^{-7} \text{F},$$

$$N_1 = \frac{1}{L_1} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3}} = 40 \text{s}/\Omega$$

$$N_2 = \frac{1}{L_2} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{s}/\Omega, \omega_2^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^8 \text{Rad/s}$$

$$\omega_4^2 = \frac{1}{L_2 C_2} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-7}} = 25 \cdot 10^8 \text{Rad/s}$$

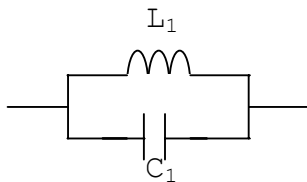
$$\text{Vậy: } Y(\omega) = j \cdot 10^{-7} \omega + j \frac{40 \omega}{4 \cdot 10^8 - \omega^2} + j \frac{250 \omega}{25 \cdot 10^8 - \omega^2}$$

Đặc tính tần của mạng một cửa thuần kháng $L_k // C_k$ nối tiếp nhau (Foster nối tiếp)

Đặc tính tần nhánh $L_k // C_k$:

Hình (h.6-29) vẽ sơ đồ $L_k // C_k$ là nguyên tố cơ bản của sơ đồ Foster nối tiếp. Biểu thức đặc tính tần: $Y_k(\omega) = j\omega C_k + \frac{1}{j\omega L_k} = sC_k + \frac{1}{sL_k}$ (6-22)

Công thức (6-22) hoàn toàn giống đặc tính $Z_k(\omega)$ của nhánh L_k-C_k trong (6-10) trong đó lượng C_k, L_k đổi chỗ cho nhau. Ta gọi hai mạng một cửa có hàm $Y(\omega)$ của cái nọ bằng hàm $Z(\omega)$ của cái kia như vậy là đối ngẫu nhau.



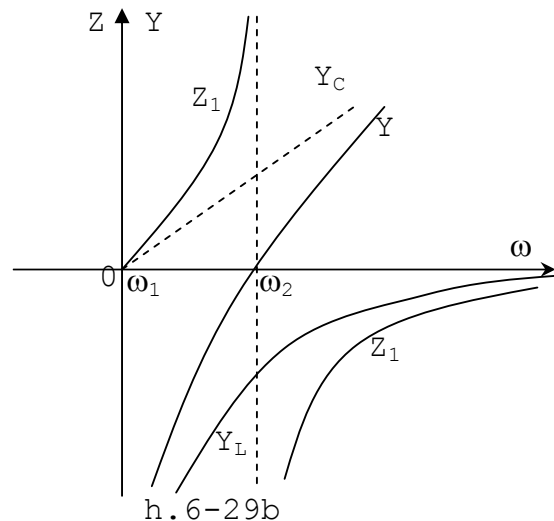
h. 6-29a

Ta thấy đặc tính tần $Z(\omega)$ ở hình (h.6-29b) giống hệt dạng $Y(\omega)$ ở hình (h.6-22). Vậy đặc tính tần tổng dẫn của L_k-C_k giống hệt đặc tính tần tổng trở của $L_k // C_k$.

Suy ra đặc tính tần tổng trở $Z_k(\omega)$ của $L_k // C_k$ là:

$$\begin{cases} Z_k(s) = S_k \frac{s}{\omega_{2k}^2 + s^2} \\ Z_k(\omega) = jS_k \frac{\omega}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \end{cases} \quad (6-23)$$

$$\text{Trong đó: } s_k = \frac{1}{C_k}; \omega_{2k}^2 = \frac{1}{L_k C_k} \quad (6-24)$$



h. 6-29b

Từ biểu thức thấy đặc tính tần $Z_k(\omega)$ của nhánh $L_k // C_k$ có 3 điểm bất thường : ở $\omega_0 = 0 \rightarrow Z(\omega_0) = 0$ ở $\omega_{2k} = \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}} \rightarrow Z(\omega_{2k}) = \infty$ và ở $\omega_\infty = \infty \rightarrow Z(\omega_\infty) = 0$, ω_{2k} là

điểm zêro của tổng dẫn $Y_k(\omega_{2k}) = 0$ nhưng là điểm cực của tổng trở $Z_k(\omega_{2k}) = \pm j\infty$. Lúc đó ở $L_k // C_k$ có cộng hưởng dòng. $P_k(\omega_{2k}) = 0$, $Q_k(\omega_{2k}) = 0$. Không có sự trao đổi năng lượng giữa nhánh với bên ngoài mà chỉ có dao động nội bộ giữa hai kho L_k, C_k .

Đặc tính tần mạng một cửa thuần kháng gồm $L_k // C_k$ nối tiếp nhau :

Mạng một cửa $L_k // C_k$ nối tiếp nhau là sơ đồ Foster nối tiếp. Có thể có các trường hợp sau đây :

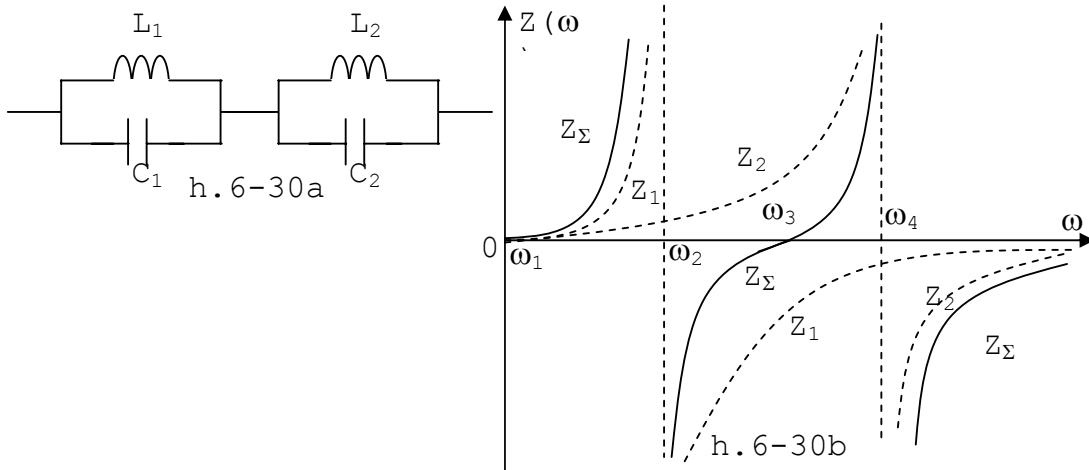
Khi Foster nối tiếp gồm các nhánh đầy đủ :

Ta có biểu thức đặc tính tần và đường cong đồ thị như hình vẽ (h.6-30) :

$$\begin{cases} Z(s) = \sum_1^n Z_k(s) = s \sum_1^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 + s^2} \\ Z(\omega) = j\omega \sum_1^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \end{cases} \quad (6-25)$$

So sánh $Z(\omega)$ ở (6-25) với $Y(\omega)$ ở (6-14) ta thấy chúng đối ngẫu nhau, do đó có thể vận dụng tất cả kết quả xét tổng dẫn của sơ đồ Foster song song cho việc xét tổng trở của sơ đồ Foster nối tiếp. Từ đó ta viết được $Z(s^2)$ dưới dạng phân thức hữu tỉ đối với s^2 :

$$\begin{cases} Z(s) = s \frac{a_{2n-2}s^{2n-2} + a_{2n-4}s^{2n-4} + \dots + a_0}{s^{2n} + b_{2n-2}s^{2n-2} + \dots + b_2s^2 + b_0} \\ Z(s) = s \frac{a_{2n-2}s^{2n-2} + a_{2n-4}s^{2n-4} + \dots + a_0}{(s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2)\dots(s^2 + \omega_{2n}^2)} \end{cases} \quad (6-26)$$



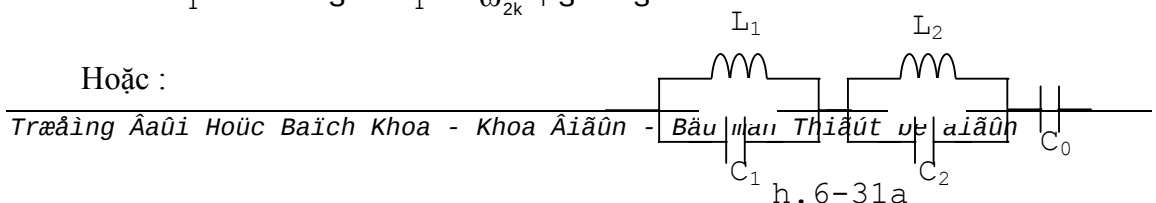
Khi sơ đồ Foster nối tiếp còn thêm nhánh đơn thuần dung C_0 :

Lấy chỉ số 0 vì tổng trở $Z_0 = \frac{1}{j\omega C_0}$ có cực ở $\omega_0 = 0$.

Lúc này ta có đặc tính tần là :

$$Z(s) = \sum_1^n Z_k(s) + \frac{S_0}{s} = s \sum_1^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 + s^2} + \frac{S_0}{s}$$

Hoặc :



$Z(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} - j \frac{S_0}{\omega}$ (6-27) ở đây $S_0 = \frac{1}{C_0}$. Đường đặc tính $Z(\omega)$ như hình

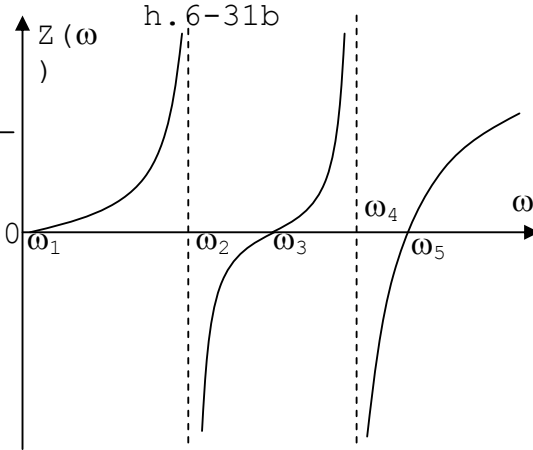
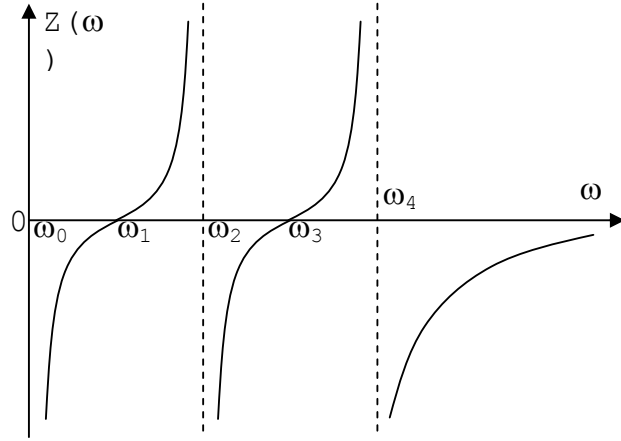
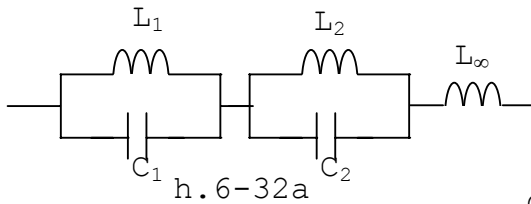
vẽ (h.6-31)

Khi sơ đồ Foster nối tiếp còn thêm nhánh đơn thuần cảm L_∞ :

Lấy L_∞ vì $Y_{L_\infty} = j\omega L_\infty$ có cực tại $\omega_\infty = \infty$. Từ đó ta có biểu thức đặc tính tần là:

$$\begin{cases} Z(s) = s \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{s^2 + \omega_{2k}^2} + sL_\infty \\ Z(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} + j\omega L_\infty \end{cases} \quad (6-28)$$

Đặc tính như hình vẽ (h.6-32)



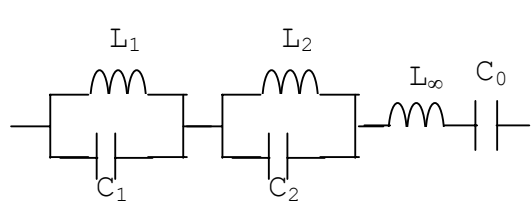
h. 6-32b

Khi sơ đồ Foster nối tiếp còn thêm cả L_∞ , C_0 nối tiếp:

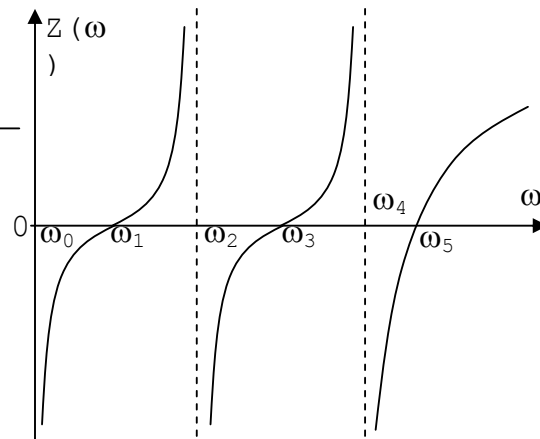
Biểu thức đặc tính tần là:

$$\begin{cases} Z(s) = s \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{s^2 + \omega_{2k}^2} + sL_\infty + \frac{S_0}{s} \\ Z(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} + j\omega L_\infty - j \frac{S_0}{\omega} \end{cases} \quad (6-29)$$

Đồ thị đặc tính tần như hình (h.6-33)



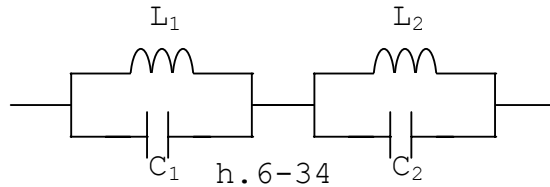
h. 6-33



Do tính đối ngẫu giữa hai sơ đồ Foster song song và Foster nối tiếp nên có thể chuyển các đặc tính tần $Y(\omega)$ của sơ đồ song song làm đường đặc tính $Z(\omega)$ của các sơ đồ nối tiếp.

Khi chuyển cần lưu ý tráo đổi những thông số L_k, C_k với nhau trong 2 sơ đồ và tráo đổi cách ghép nối tiếp cặp L_k, C_k thành cách ghép song song.

Ví dụ : Lập biểu thức đặc tính tần của mạng một cửa hình (h.6-34). Xác định những điểm bất thường cả chúng.



Biết $L_1 = L_2 = 1\text{mH}$, $C_1 = 25 \cdot 10^{-7}\text{F}$, $C_2 = 4 \cdot 10^{-7}\text{F}$.

Theo công thức (6-25) ta có :

$$Z(\omega) = j\omega \frac{S_1}{\omega_2^2 - \omega^2} + j\omega \frac{S_3}{\omega_4^2 - \omega^2}$$

$$S_1 = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^5 \Omega/\text{s}; S_3 = \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-7}} = 2.5 \cdot 10^5 \Omega/\text{s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \cdot 25 \cdot 10^{-7}}} = 2 \cdot 10^4 \text{ Rad/s}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}} = 5 \cdot 10^4 \text{ Rad/s}$$

$$Z(\omega) = j\omega \frac{4 \cdot 10^5}{(2 \cdot 10^4)^2 - \omega^2} + j\omega \frac{25 \cdot 10^5}{(5 \cdot 10^4)^2 - \omega^2}$$

Qui đồng mẫu số đưa về dạng (6-26) ta được :

$$Z(\omega) = j \frac{-29 \cdot 10^5 \omega [\omega^2 - (2.61 \cdot 10^4)^2]}{[\omega^2 - (2 \cdot 10^4)^2][\omega^2 - (5 \cdot 10^4)^2]}$$

Từ đây thấy tổng trở $Z(\omega)$ có các điểm zêrô ở tần số $\omega_1 = 0, \omega_3 = 2.61 \cdot 10^4, \omega_5 \rightarrow \infty$ $Z(\omega)$ có các điểm cực ở $\omega_2 = 2 \cdot 10^4, \omega_4 = 5 \cdot 10^4$.

Tổng hợp mạng một cửa

Bài toán tổng hợp mạch điện theo nghĩa đơn giản nhất là xác định kết cấu, thông số các phần tử của mạng một cửa để thực hiện một quan hệ truyền đạt đã cho như $Z(\omega)$ hay $Y(\omega)$, $K_u(\omega)$, $K_i(\omega)$... Như vậy rõ ràng muốn thực hiện bài toán tổng hợp cần nắm chắc các đặc tính tần mạng một cửa như đã xét trên. Bài toán tổng hợp thường có nhiều lời giải, tức là có nhiều sơ đồ cùng thực hiện một hàm $Z(\omega)$ hay $K(\omega)$. Vì vậy thường đặt thêm yêu cầu tìm lời giải tối ưu theo một nghĩa nào đó để chọn sơ đồ thích hợp. Ví dụ chọn sơ đồ dễ thực hiện nhất, sơ đồ ít phần tử nhất hay có độ tin cậy cao...

Ta xét sơ lược về tổng hợp mạng một cửa tuyến tính.

Tổng hợp mạng một cửa thuần kháng theo sơ đồ Foster :

Ta chứng tỏ mạng một cửa thuần kháng L_k và C_k nối song song nhau có đặc tính tần tổng dẫn $Y_\Sigma(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n N_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$. Và mạng một cửa thuần kháng $L_k // C_k$ nối tiếp nhau thì đặc tính tần tổng trở :

$$Z(\omega) = j\omega \sum_{k=1}^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2} \text{ cho nên ngược lại khi biết các hàm truyền đạt } Y(\omega),$$

$Z(\omega)$ nếu ta phân tích ra dạng chuẩn như trên thì ta được sơ đồ Foster với cấu trúc và thông số xác định thỏa mãn quan hệ truyền đạt đó.

Thực hiện sơ đồ Foster song song:

Ta phân tích đặc tính tần tổng dẫn đã biết $Y(s)$ ra dạng chuẩn $Y(s) = s \frac{F_1(s)}{F_2(s)}$

thành những phân thức tối giản : $Y(s) = s \sum_1^n N_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 + s^2}$

Trong đó N_k là những hệ số khai triển các phân thức. Từ N_k xác định $L_k = \frac{1}{N_k}$, ω_{2k}^2 là nghiệm của phương trình $F_2(s) = 0$. Biết $\omega_{2k}^2 = \frac{1}{L_k C_k}$ và $N_k = \frac{1}{L_k}$

xác định L_k, C_k ; ngoài ra nếu có số hạng $j\omega B$ và $\frac{N_0}{j\omega}$ thì tương ứng có thêm nhánh

không đủ $C_\infty = B$ và $L_0 = \frac{1}{N_0}$.

Có thể khai triển $Y(s)$ thành phân thức tối giản bằng phương pháp cân bằng hai vế với hệ số N_k bất định hoặc những phương pháp đại số khác.

Thực hiện sơ đồ Foster nối tiếp

Cũng tương tự như trên từ truyền đạt $Z(s)$ đã biết : $Z(s) = s \frac{F_2(s)}{F_1(s)}$ ta khai triển nó

thành những phân thức tối giản dạng $Z(s) = s \sum_1^n S_k \frac{1}{\omega_{2k}^2 - \omega^2}$. Trong đó ω_{2k}^2 là nghiệm của phương trình $F_1(s) = 0$.

Từ S_k có được $C_k = \frac{1}{S_k}$ cùng với $\omega_{2k}^2 = \frac{1}{L_k C_k}$ giải được L_k ta sẽ được các nhánh

$L_k // C_k$ nối tiếp nhau. Khi trong biểu thức khai triển có thêm số hạng $\frac{S_0}{j\omega}$ ta suy ra có

thêm nhánh $C_0 = \frac{1}{S_0}$ nối tiếp thêm vào, khi trong biểu thức có thêm số hạng $j\omega A$ ta

suy ra $L_\infty = A$ là cuộn cảm nối thêm vào.

Ví dụ : Tìm các sơ đồ Foster thỏa mãn đặc tính tần :

$$Z(\omega) = \frac{-j\omega(2 \cdot 10^6 \omega^2 - 5 \cdot 10^{14})}{(\omega^2 - 10^8)(\omega^2 - 4 \cdot 10^8)}$$

Sơ đồ Foster nối tiếp :

Phân tích $Z(\omega)$:

$$Z(\omega) = -j\omega \frac{2 \cdot 10^6 \omega^2 - 5 \cdot 10^{14}}{(\omega^2 - 10^8)(\omega^2 - 4 \cdot 10^8)} = -j \frac{S_1 \omega}{\omega^2 - 10^8} - j \frac{S_3 \omega}{\omega^2 - 4 \cdot 10^8}$$

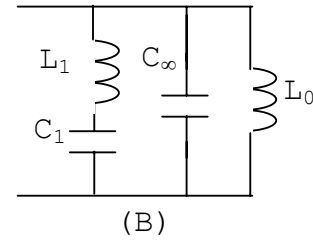
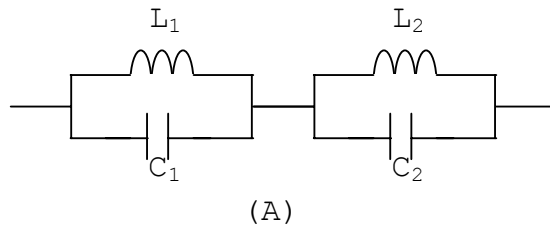
Cân bằng các số hạng cùng bậc đối với ω^2 ta được hai phương trình cho S_1, S_3 :

$$\begin{cases} S_1 + S_3 = 2 \cdot 10^6 \\ 4 \cdot 10^8 S_1 + 10^8 S_3 = 5 \cdot 10^{14} \end{cases} \text{ Giải hệ này ta được } S_1 = S_3 = 10^6 \Omega/s$$

Nên công thức : $Z(\omega) = -j \frac{10^6 \omega}{\omega^2 - (10^4)^2} - j \frac{10^6 \omega}{\omega^2 - (2 \cdot 10^4)^2}$ từ đây xác định theo

công thức ta được : $C_1 = \frac{1}{S_1} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6} F$; $C_2 = \frac{1}{S_3} = 10^{-6} F$

$$L_1 = \frac{1}{\omega_2^2 C_1} = \frac{1}{10^8 10^{-6}} = 0,01H; L_2 = \frac{1}{\omega_4^2 C_2} = \frac{1}{(2.10^4)^2 10^{-6}} = 0,0025H$$



Sơ đồ Foster song song :

Từ $Z(\omega)$ rút $Y(\omega)$ công thức : $Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = j \frac{(\omega^2 - 10^8)(\omega^2 - 4.10^8)}{\omega(2.10^6 \omega^2 - 5.10^4)}$

Vì bậc tử cao hơn bậc mẫu nên chia tử thức cho mẫu thức ta được :

$$Y(\omega) = j5.10^{-7} \omega - j \frac{125\omega^2 - 2.10^{10}}{\omega(\omega^2 - 2,5.10^8)}$$

Khai triển thành phân thức tối giản :

$$Y(\omega) = j5.10^{-7} \omega - j \frac{125\omega^2 - 2.10^{10}}{\omega(\omega^2 - 2,5.10^8)} = j5.10^{-7} \omega - j \frac{N_1 \omega}{\omega^2 - 2,5.10^8} - j \frac{N_0}{\omega}$$

Cân bằng các số hạng cùng bậc đối với ω^2 ta được hai phương trình cho N_1, N_0

$$\begin{cases} N_1 + N_0 = 125 \\ 2,5.10^8 N_0 = 2.10^{10} \end{cases} \text{ Giải ra ta được : } N_0 = 80 \text{ 1/}\Omega\text{s ; } N_1 = 45 \text{ 1/}\Omega\text{s}$$

$$C_\infty = 5.10^{-7}; L_0 = \frac{1}{N_0} = \frac{1}{80} = 0,0125H$$

Từ đó suy ra : $C_1 = \frac{1}{\omega_{2k}^2 L_1} = \frac{1}{2,5.10^8 . 0,022} = 18.10^{-8} F = 0,18\mu F$ ứng với sơ đồ (B).

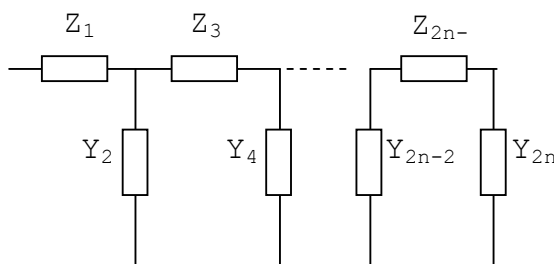
$$L_1 = \frac{1}{N_1} = \frac{1}{45} = 0,022H$$

Tổng hợp mạng một cửa theo sơ đồ Cauer :

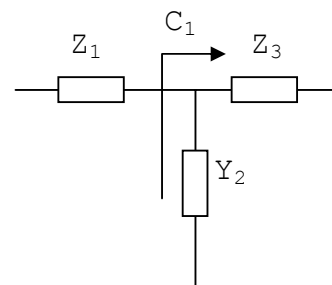
Công thức trở, dẫn sơ đồ Cauer :

Khoảng năm 1927 Cauer đã đưa ra sơ đồ mắc xích (như hình cái thang) trong đó các tổng trở dọc mang chỉ số là : $Z_1, Z_3, Z_5, \dots$ các tổng dẫn ngang mang chỉ số chẵn : $Y_2, Y_4, Y_6, \dots$ như hình vẽ (h.6-35). Xét sơ đồ đơn giản hình (h.6-36) ta có tổng dẫn là $Z = Z_1 + Z_{C1}$

Trong đó : Z là tổng trở tương đương cả mạch, Z_{C1} là tổng trở tương đương phần mạch sau nhất cắt C_1 .



h. 6-35



h. 6-36

$$Z_{C1} = \frac{1}{Y_2 + Y_3} = \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_3}}; Z = Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_3}}$$

Tổng trở tương của mạch là :

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_3}}}$$

Cũng như vậy với dây chuyền gồm n phần tử (giả sử n chẵn) ta có công thức (6-30) :

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_3 + \frac{1}{Y_4 + \frac{1}{Z_5 + \frac{1}{\dots Y_{n-2} + \frac{1}{Z_{n-1} + \frac{1}{Y_n}}}}}}}$$

Với $Y = \frac{1}{Z}$ cũng có dạng phân thức dây chuyền như vậy.

Vậy với quy ước đánh số và kí hiệu các phần tử dọc, ngang sơ đồ móc xích Cauer có dạng phân thức dây chuyền. Đây là cơ sở để phiên dịch một phân thức dây chuyền sang dạng sơ đồ móc xích, tức là thực hiện bài toán tổng hợp mạch.

Tổng hợp theo sơ đồ Cauer :

Từ phân tích trên cho thấy việc tổng hợp mạch để thực hiện quan hệ truyền đạt Z, Y đã cho theo sơ đồ Cauer là tìm cách viết chúng dưới dạng phân thức dây chuyền, sau đó phiên dịch sang sơ đồ gồm các tổng trở, tổng dẫn nối móc xích (còn gọi là nối sâu chuỗi).

Lưu ý rằng phân thức dây chuyền (6-30) đúng cho cả trường hợp có tiêu tán.

Với Z(ω), Y(ω) đã biết ta thực hiện phép chia hết phân thức hữu tỉ theo thuật toán chia Öclid để có phân thức dây chuyền.

Khi Z(ω) hay Y(ω) có bậc của tử số và mẫu số luôn sai khác nhau 1 bậc (với Z, Y thuần kháng), giả sử bậc của tử thức là n + 1, bậc của mẫu thức là n thì :

$$Z(\omega) = \frac{F_{n+1}(\omega)}{F_n(\omega)} \quad (6-31) \text{ từ đây ta thực hiện phép chia Öclid như sau :}$$

Lấy số hạng bậc cao nhất của F_{n+1} chia cho mẫu thức F_n ta được một số hạng bậc nhất đối với ω.

$$\frac{F_{n+1}(\omega)}{F_n(\omega)} = a_1\omega + R_{d1} \text{ dễ thấy } R_{d1} = \frac{F_{n-1}}{F_n} \text{ nên } \frac{F_{n+1}(\omega)}{F_n(\omega)} = a_1\omega + \frac{F_{n-1}(\omega)}{F_n(\omega)}$$

Có thể viết dưới dạng sau và thực hiện phép chia thứ 2 :

$$\frac{F_{n+1}(\omega)}{F_n(\omega)} = a_1\omega + \frac{1}{\frac{F_n(\omega)}{F_{n-1}(\omega)}} = a_1\omega + \frac{1}{a_2\omega + R_{d2}} \text{ với : } R_{d2} = \frac{F_{n-2}(\omega)}{F_{n-1}(\omega)} = \frac{1}{\frac{F_{n-1}(\omega)}{F_{n-2}(\omega)}}$$

$$Z_1 = \frac{8}{3j\omega} \rightarrow Z_1 \text{ phải là của tụ điện có } C_1 = \frac{3}{8} \text{ F}$$

$$Y_2 = \frac{9}{19j\omega} = \frac{1}{j\omega \frac{19}{9}} \rightarrow Y_2 \text{ phải là cuộn dây } L_2 = \frac{19}{9} \text{ H}$$

$$Z_3 = \frac{1}{j\omega \frac{30}{361}} \rightarrow Z_3 \text{ phải là của tụ điện có } C_3 = \frac{30}{361} \text{ F}$$

$$Y_4 = \frac{1}{j\omega \frac{19}{10}} \rightarrow Y_4 \text{ phải là cuộn dây } L_4 = \frac{19}{10} \text{ H}$$

Từ đó có dạng sơ đồ Cauer như hình vẽ (h.6-37b).

CHƯƠNG 7

MẠNG HAI CỬA KIRHOF TUYẾN TÍNH

Khái niệm về mạng hai cửa :

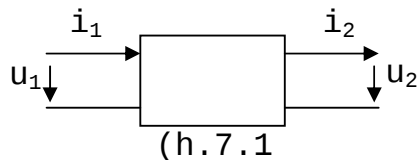
Mô hình mạng hai cửa :

Trong thực tế hay gặp những thiết bị điện có bốn cực làm nhiệm vụ nhận năng lượng, tín hiệu từ 2 cực này để truyền đạt ra 2 cực kia đưa đến cho một bộ phận khác, ví dụ như một đường dây tải điện năng hoặc tín hiệu từ máy phát đến tải (máy thu), một máy biến áp, một bộ khuếch đại nhằm tăng cường độ tín hiệu từ đầu vào nhỏ đến đầu ra lớn để đáp ứng cho yêu cầu sử dụng. Một cầu Wheatstone có một cực (2cửa) nối với bộ nguồn cung cấp và cửa ra (2 cực thứ 2) nối vào điện kế đo lường ... Nhiều thiết bị đo lường - điều khiển - tính toán gồm những khối ghép lại, mỗi khối thường có hai cửa (4cực) thực hiện một phép tác động nào đó lên tín hiệu ở cửa vào để cho một tín hiệu khác ở cửa ra. Những mạch như vậy gọi là mạng hai cửa.

Nếu biết cấu trúc, thông số của mạng hai cửa ta có thể vận dụng các phương pháp đã học để xác định đáp ứng cần thiết. Song điều mà ta quan tâm là quá trình năng lượng, tín hiệu trên hai cửa và mối liên hệ giữa các biến trên 2 cửa. Nên cần thiết phải định nghĩa phần tử mạng hai cửa - Là phần tử cơ bản có tính toàn cực để mô tả qua hệ truyền đạt giữa hai cửa. Lúc này xét quan hệ truyền đạt ta tránh được việc sa vào bài toán phức tạp với cấu trúc nội tại rất phức tạp bên trong mạng.

Việc xác định các đặc trưng cho mạng hai cửa không cần biết cấu trúc, thông số nội tại bên trong chẳng những giúp việc tính truyền đạt giữa hai cửa dễ dàng mà chính là cơ sở để thực hiện bài toán tổng hợp mạng hai cửa. Tức là với một mạng hai cửa không biết cấu trúc, thông số bên trong (gọi là hộp đen) có thể làm thí nghiệm để xác định được thông số đặc trưng. Với bộ thông số đặc trưng đó có thể xây dựng một mạng hai cửa với cấu trúc và thông số nào đó thực hiện quan hệ truyền đạt đã biết.

Trong KTD quá trình năng lượng trên các cửa thường được đo bởi hai cặp biến trạng thái $u_1(t)$, $i_1(t)$ và $u_2(t)$, $i_2(t)$. Đó là mạng hai cửa Kirhof như hình (h.7.1)



Vì mạng hai cửa thường làm nhiệm vụ truyền đạt từ cửa vào 1 sang cửa 2 nên chọn chiều dương như hình vẽ (h.7.1). Lưu ý vì là những cửa ngõ trao, nhận năng lượng, tín hiệu nên " dòng chảy vào một cực trên cửa phải bằng dòng chảy ra cực kia". Đây chính là điều kiện của mạng hai

cửa là mạng 4 cực (cũng như gọi mạng một cửa là mạng hai cực). Cách gọi này không được rõ vì trên thực tế có những mạng hai cửa mà chỉ có ba cực ví dụ như bộ khuếch đại điện tử hoặc bán dẫn.

Với mạng hai cửa Kirhof các qui luật về truyền đạt được mô tả bởi hệ phương trình liên hệ 4 biến u_1 , i_1 , u_2 , i_2 . Tức là hành vi của mạng được mô tả bởi cặp phương trình vi tích phân liên hệ 2 biến này với 2 biến khác dạng tổng quát :

$$\begin{cases} f_1(u_1, u_1', \dots, i_1, i_1', \dots, u_2, u_2', \dots, i_2, i_2', t) = 0 \\ f_2(u_1, u_1', \dots, i_1, i_1', \dots, u_2, u_2', \dots, i_2, i_2', t) = 0 \end{cases} \quad (7-1)$$

Hệ phương trình trạng thái (7-1) là mô hình toán học của mạng hai cửa, nó là cơ sở xây dựng lý thuyết mạng hai cửa.

Phân loại các mạng hai cửa :

Về mặt năng động lượng ta chia ra :

Mạng hai cửa không nguồn (còn gọi là mạng hai cửa thụ động).

Mạng hai cửa có nguồn (mạng hai cửa tích cực).

Muốn xác định mạng hai cửa có nguồn hay không thì cần làm thí nghiệm không tải hoặc ngắn mạch trên cửa.

Ví dụ : Hở mạch cửa (tức là cho $i_1 = i_2 = 0$) đo áp trên cửa 1 $u_{10}(t)$, trên cửa 2 $u_{20}(t)$ nếu $u_{10}(t) \neq 0$ hoặc $u_{20}(t) \neq 0$ ta có mạng hai cửa có nguồn, nếu $u_{10}(t) = u_{20}(t) = 0$ ta có mạng hai cửa không nguồn. Hoặc ngắn mạch cửa (cho $u_1 = u_2 = 0$) đo các dòng ngắn mạch i_{1ng} , i_{2ng} trên cửa. Nếu $i_{1ng} \neq 0$ hoặc $i_{2ng} \neq 0$ ta có mạng hai cửa có nguồn, nếu $i_{1ng} = i_{2ng} = 0$ ta có mạng hai cửa không nguồn.

Về mặt tính chất ta chia ra :

- Mạng hai cửa tuyến tính : khi hệ phương trình trạng thái tuyến tính.
- Mạng hai cửa phi tuyến : khi hệ phương trình trạng thái phi tuyến.

Trong chương này sẽ xét một số vấn đề mô tả và phân tích những mạng hai cửa không nguồn tuyến tính hệ số hằng xác lập điều hòa. Lúc này ta dùng phương pháp ảnh phức để mô tả và khảo sát mạng hai cửa.

Mạng hai cửa Kirhof tuyến tính xác lập điều hòa :

Hệ phương trình trạng thái dạng [A] của mạng hai cửa Kirhof tuyến tính :

Vì mạng hai cửa tuyến tính xác lập điều hòa nên phương trình trạng thái là phương trình liên hệ giữa 4 biến $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$. Do đầu vào và đầu ra nối vào hai phần tử tùy ý nên nói chung mạng hai cửa lúc này như một mạch có hai phần tử biến thiên nên ta có quan hệ giữa hai biến này theo hai biến kia dạng (4-9). Với những cặp biến chọn khác nhau sẽ có những dạng phương trình trạng thái khác nhau. Vì có 4 biến $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ nên ta có thể tổ hợp được 6 cặp quan hệ khác nhau ứng với 6 dạng phương trình trạng thái của mạng hai cửa. Tùy bài toán cụ thể sẽ chọn dùng dạng nào thuận tiện.

Hệ phương trình trạng thái dạng [A] :

Hệ phương trình quan hệ giữa các biến $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ theo $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ gọi là hệ phương trình trạng thái dạng A.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 + A_{13} \\ \dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 + A_{23} \end{cases} \quad (7-2)$$

Như đã biết ở chương 4 ở (4-9) các hệ số A_{ik} chỉ phụ thuộc kết cấu, thông số các phần bên trong mạng hai cửa. Vậy A_{ik} là thông số đặc trưng mạng hai cửa. Với mạng hai cửa không nguồn tuyến tính dễ thấy $A_{13} = A_{23} = 0$. Cho nên hệ phương trình trạng thái dạng A của mạng hai cửa không nguồn tuyến tính là :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (7-3)$$

Ý nghĩa các thông số đặc trưng A_{ik} :

1. Ta khẳng định A_{ik} là thông số đặc trưng của mạng 2 cửa từ (4-9). Cũng có thể làm rõ ý nghĩa định lượng của chúng từ các thí nghiệm ngắn mạch, không tải ở hai cửa để có các biểu thức sau :

$$A_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \text{ và } A_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0}$$

$$A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{U}_2=0} \text{ và } A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \Big|_{\dot{U}_2=0} \quad (7-4)$$

Lưu ý khi hở mạch ($\dot{I}_2 = 0$), ngắn mạch ($\dot{U}_2 = 0$) là khi không truyền năng lượng đến phần tử nào cả, nên không tùy thuộc phản ứng của phần tử ở ngoài khối hai cửa. Vậy từ (7-4) khẳng định A_{ik} thực sự là đặc trưng riêng của mạng hai cửa.

2. Các thông số A_{ik} phụ thuộc kết cấu, thông số của mạng hai cửa, do đó nó phụ thuộc vào tần số. Chúng là hàm giá trị phức của tần số. Tức sự truyền đạt của mạng hai cửa có tính chọn lọc đối với tần số. Để nắm vững hành vi của mạng đối với cả phổ tần các biến trạng thái, cần tính hoặc đo xác định đặc tính tần $A_{ik}(\omega)$.

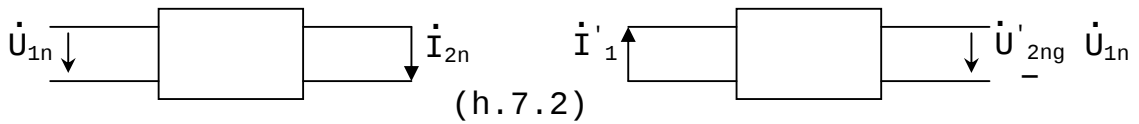
3. Có A_{ik} của một mạng hai cửa thì tìm được 2 trong 4 lượng $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ theo 2 lượng kia.

4. Khi 2 mạng hai cửa với kết cấu nội tại khác nhau nhưng có A_{ik} thứ tự bằng nhau thì chúng tương đương về mặt truyền đạt năng lượng và tín hiệu.

5. Hệ phương trình dạng A tiện dụng để xét các mạng hai cửa nối xâu chuỗi. Tính được áp, dòng cửa vào theo áp dòng cửa ra.

Tính chất các thông số A_{ik} :

Với các mạng hai cửa ghép bởi các phần tử tuyến tính, tương hỗ (thường là các phần tử thụ động R, L, C) ta thấy trong bộ A_{ik} chỉ có 3 thông số độc lập vì giữa chúng có quan hệ nội tại $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = |A| = 1$ (7-5). Chứng minh hằng đẳng thức trên bằng cách sử dụng tính tương hỗ của mạch xét ở hai trạng thái đặc biệt: ngắn mạch cửa 2-2' và ngắn mạch cửa 1-1' như hình (h.7.2).



Khi ngắn mạch cửa hai (h.7.2a) $\dot{U}_2 = 0$, áp đặt vào cửa một $\dot{U}_{1ng}$ theo (7-3) ta có :

$$\dot{U}_{1ng} = A_{12} \dot{I}_{2ng} \rightarrow \dot{I}_{2ng} = \frac{\dot{U}_{1ng}}{A_{12}}$$

Khi ngắn mạch cửa 1 (h.7.2b) $\dot{U}_1' = 0$, đặt vào cửa 2 áp $\dot{U}_{2ng}' = \dot{U}_{1ng}$ theo (7-3) ta

có :

$$\begin{cases} 0 = A_{11} \dot{U}_{1ng}' + A_{12} \dot{I}_{2ng}' \\ \dot{I}_{1ng}' = A_{21} \dot{U}_{1ng}' + A_{22} \dot{I}_{2ng}' \end{cases}$$

Rút $\dot{I}_{2ng}' = -\frac{A_{11}}{A_{12}} \dot{U}_{1ng}'$ thay vào p/t dưới ta được :

$$\dot{I}_{1ng}' = A_{21} \dot{U}_{1ng}' + A_{22} \left(-\frac{A_{11}}{A_{12}} \right) \dot{U}_{1ng}' = \dot{U}_{1ng}' \left(A_{21} - \frac{A_{11}A_{22}}{A_{12}} \right)$$

Theo tính chất tương hỗ $\dot{I}_{2ng}' = -\dot{I}_{1ng}'$ nên có : $\frac{\dot{U}_{1ng}}{A_{12}} = -\left(A_{21} - \frac{A_{11}A_{22}}{A_{12}} \right) \dot{U}_{1ng}'$

$$\text{Rút ra : } A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$$

Cách xác định các thông số A_{ik} :

Có thể dùng hai phương pháp để xác định A_{ik} :

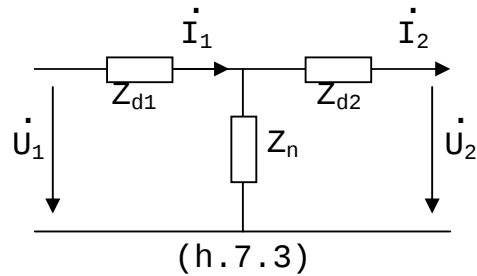
Phương pháp thứ nhất : Dựa vào mạch cụ thể viết quan hệ giữa các biến $(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$ theo $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$ rút gọn về dạng chuẩn (7-3) các hệ số của $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ chính là các thông số A_{ik} cần tìm.

Phương pháp thứ hai : Theo công thức (7-4) làm các thí nghiệm không tải, ngắn mạch cửa, đo các số liệu cần thiết đưa vào biểu thức tính A_{ik} . Phương pháp này dùng được cho cả trường hợp mạng hai cửa chưa biết cấu trúc, thông số.

Ví dụ : Xác định A_{ik} của mạng hai cửa hình T ở hình (h.7.3). Biết $Z_{d1} = j20\Omega$, $Z_{d2} = j5\Omega, Z_n = -j10\Omega$

Xác định A_{ik} theo phương pháp viết ghép dạng chuẩn :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \left(\frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2}}{Z_n} \right) = \frac{\dot{U}_2}{Z_n} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n} \right)$$



$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2} + \dot{I}_1 Z_{d1} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2} + Z_{d1} \left[\frac{\dot{U}_2}{Z_n} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n} \right) \right]$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2} + \frac{Z_{d1}}{Z_n} \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d1} + \dot{I}_2 \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n} = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} \right) + \dot{I}_2 \left(Z_{d2} + Z_{d1} + \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n} \right)$$

So sánh với dạng chuẩn rút ra :

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}; \quad A_{12} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n}$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_n}; \quad A_{22} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

Thay số vào ta được :

$$A_{11} = 1 + \frac{j20}{-j10} = 1 - 2 = -1; \quad A_{12} = j20 + j5 + \frac{j20 \cdot j5}{-j10} = 25j - j10 = j15$$

$$A_{21} = \frac{1}{-j10} = j0,1; \quad A_{22} = 1 + \frac{j5}{-j10} = 1 - 0,5 = 0,5$$

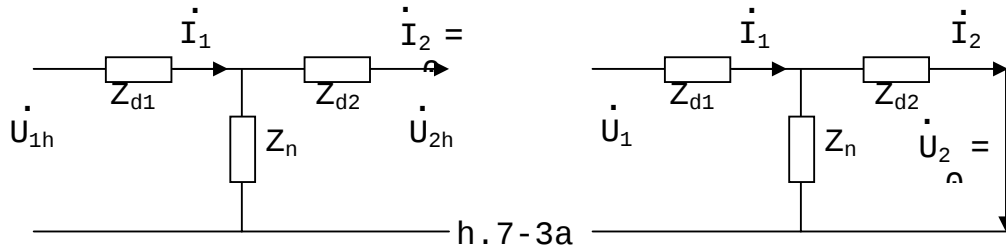
$$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = -1 \cdot 0,5 - (j15 \cdot j0,1) = -0,5 + 1,5 = 1$$

Xác định A_{ik} qua thí nghiệm không tải, ngắn mạch cửa 2 như hình (h.7-3a):

Khi hở mạch cửa 2 ($\dot{I}_2 = 0$) :

$$A_{11} = \frac{\dot{U}_{1h}}{\dot{U}_{2h}} = \frac{\dot{I}_1(Z_{d1} + Z_n)}{\dot{I}_1 Z_n} = \frac{Z_{d1} + Z_n}{Z_n} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}$$

$$A_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_{2h}} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 Z_n} = \frac{1}{Z_n}$$



Khi ngắn mạch cửa 2 ($\dot{U}_2 = 0$) :

$$A_{21} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1 Z_{d1} + \dot{I}_2 Z_{d2}}{\dot{I}_2} = \frac{\left(\dot{I}_2 + \frac{\dot{I}_2 Z_{d2}}{Z_n} \right) Z_{d1} + \dot{I}_2 Z_{d2}}{\dot{I}_2} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n}$$

$$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_2 + \frac{\dot{I}_2 Z_{d2}}{Z_n}}{\dot{I}_2} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

Các hệ phương trình trạng thái khác của mạng hai cửa :

Hệ phương trình trạng thái dạng B :

Quan hệ giữa $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ theo $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ là hệ phương trình dạng B của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn :

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11} \dot{U}_1 + B_{12} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21} \dot{U}_1 + B_{22} \dot{I}_1 \end{cases} \quad (7-6)$$

Trong đó B_{ik} là những thông số đặc trưng của mạng hai cửa. Có thể được (7-6) từ (4-9) viết ngay được phương trình trạng thái dạng B. Song cũng có thể được dạng B bằng cách từ hệ phương trình dạng A giải $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ theo $\dot{U}_1, \dot{I}_1$. Ta thấy giữa A_{ik} và B_{ik} có quan hệ với nhau như sau :

$$\begin{aligned} B_{11} &= A_{22} & B_{12} &= -A_{12} \\ B_{22} &= A_{11} & B_{21} &= -A_{21} \end{aligned} \quad (7-7)$$

Bộ thông số B_{ik} cũng có ý nghĩa, tính chất và cách xác định tương tự bộ số A_{ik} . Hệ phương trình dạng B tiện dụng tính trạng thái cửa 2 ($\dot{U}_2, \dot{I}_2$) theo cửa 1 ($\dot{U}_1, \dot{I}_1$).

Hệ phương trình trạng thái dạng Z :

Quan hệ giữa các áp ($\dot{U}_1, \dot{U}_2$) theo các dòng ($\dot{I}_1, \dot{I}_2$) sẽ là hệ phương trình trạng thái dạng Z.

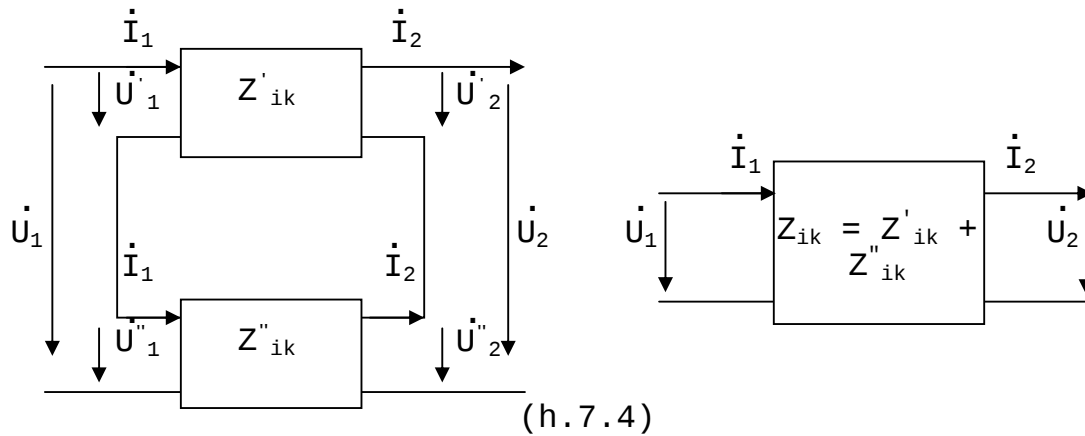
Ta có hệ phương trình trạng thái dạng Z mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn là :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (7-8)$$

$$\text{Để dàng thấy rằng : } Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \text{ và } Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \text{ và } Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

Z_{11} , Z_{22} chính là các tổng trở vào, Z_{12} , Z_{21} là tổng trở tương hỗ của mạng hai cửa. Chúng là những hàm đặc tính tần của mạng hai cửa. Việc sử dụng dạng Z sẽ đặc biệt tiện dụng cho trường hợp 2 mạng hai cửa nối tiếp nhau. Đó là những mạng hai cửa có cửa vào và cửa ra tương ứng nối tiếp nhau như hình (h.7.4).



Điều kiện thể hiện mạng hai cửa là nối tiếp là dòng chảy vào mạng hai cửa này cũng chính là dòng chảy vào mạng hai cửa kia, dòng chảy ra mạng hai cửa này cũng chính là dòng chảy ra mạng hai cửa kia.

$$\text{Tức là : } \dot{I}'_1 = \dot{I}''_1 = \dot{I}_1 \quad \text{và} \quad \dot{U}'_1 + \dot{U}''_1 = \dot{U}_1 ; \quad \dot{I}'_2 = \dot{I}''_2 = \dot{I}_2 \quad \text{và} \quad \dot{U}'_2 + \dot{U}''_2 = \dot{U}_2$$

Trong đó $\dot{I}'_1, \dot{U}'_1, \dot{I}''_1, \dot{U}''_1$ là 4 biến của 1 mạng hai cửa ghép nối tiếp thứ nhất và $\dot{I}'_2, \dot{U}'_2, \dot{I}''_2, \dot{U}''_2$ là 4 biến của mạng hai cửa ghép nối tiếp thứ hai. $\dot{I}_1, \dot{U}_1, \dot{I}_2, \dot{U}_2$ là 4 biến của mạng hai cửa tương đương với hai mạng hai cửa ghép nối tiếp.

$$\text{Đối với riêng mạng hai cửa thứ nhất với các hệ số } Z'_{ik} \text{ ta có : } \begin{cases} \dot{U}'_1 = Z'_{11} \dot{I}'_1 + Z'_{12} \dot{I}'_2 \\ \dot{U}'_2 = Z'_{21} \dot{I}'_1 + Z'_{22} \dot{I}'_2 \end{cases}$$

$$\text{Đối với riêng mạng hai cửa thứ hai với các hệ số } Z''_{ik} \text{ ta có : } \begin{cases} \dot{U}''_1 = Z''_{11} \dot{I}''_1 + Z''_{12} \dot{I}''_2 \\ \dot{U}''_2 = Z''_{21} \dot{I}''_1 + Z''_{22} \dot{I}''_2 \end{cases}$$

Từ đó suy ra :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_1' + \dot{U}_1'' = \dot{I}_1(Z_{11}' + Z_{11}'') + \dot{I}_2(Z_{12}' + Z_{12}'') \\ \dot{U}_2 = \dot{U}_2' + \dot{U}_2'' = \dot{I}_1(Z_{21}' + Z_{21}'') + \dot{I}_2(Z_{22}' + Z_{22}'') \end{cases}$$

$$Z_{11}' + Z_{11}'' = Z_{11}; Z_{12}' + Z_{12}'' = Z_{12}; Z_{21}' + Z_{21}'' = Z_{21}; Z_{22}' + Z_{22}'' = Z_{22};$$

Nên có :
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 \end{cases}$$

Suy ra hai mạng hai cửa nối tiếp Z_{ik}' , Z_{ik}'' thì tương đương với một mạng hai cửa có các thông số bằng : $Z_{ik} = Z_{ik}' + Z_{ik}''$ (7-9).

Lưu ý cộng đây là cộng tương ứng.

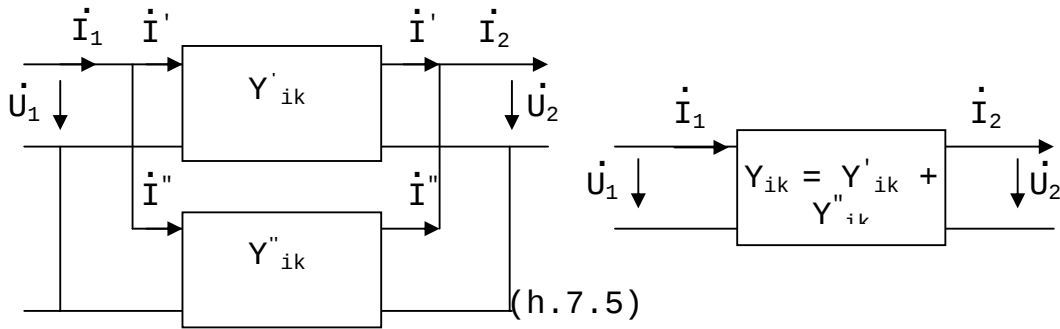
Hệ phương trình trạng thái dạng Z :

Ngược với hệ phương trình trạng thái dạng Z, khi viết quan hệ giữa $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ theo $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ ta được hệ phương trình trạng thái dạng Y của mạng hai cửa không nguồn :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \quad (7-10)$$

Y_{ik} chính là tổng dẫn vào và tổng dẫn tương hỗ giữa các cửa. Nó là thông số đặc trưng cho mạng hai cửa.

Hệ phương trình dạng Y dùng rất tiện lợi cho trường hợp các mạng hai cửa nối song song như hình (h.7.5)



Mạng hai cửa nối song song khi thỏa mãn quan hệ : $\dot{U}_1' = \dot{U}_1'' = \dot{U}_1, \dot{U}_2' = \dot{U}_2'' = \dot{U}_2$
 $\dot{I}_1' + \dot{I}_1'' = \dot{I}_1, \dot{I}_2' + \dot{I}_2'' = \dot{I}_2$

Mạng hai cửa tương đương về mặt truyền đạt với 2 mạng hai cửa nối song có thông số $Y_{ik} = Y_{ik}' + Y_{ik}''$ (7-11).

Lưu ý cộng tương ứng :

$$Y_{11} = Y_{11}' + Y_{11}''; Y_{12} = Y_{12}' + Y_{12}''; Y_{21} = Y_{21}' + Y_{21}''; Y_{22} = Y_{22}' + Y_{22}''$$

Hệ phương trình trạng thái dạng H :

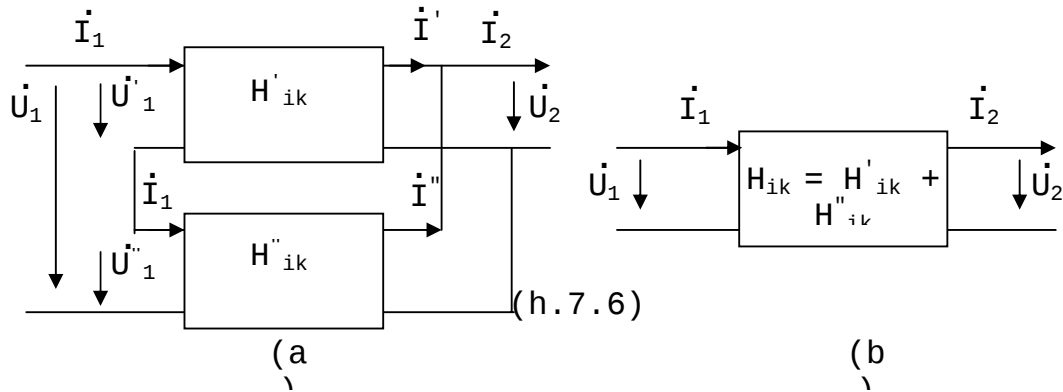
Lập quan hệ giữa cặp $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$ theo cặp $(\dot{I}_1, \dot{U}_2)$ ta có hệ phương trình trạng thái dạng H

của mạng hai cửa không nguồn :

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \quad (7-12)$$

Trong đó H_{ik} là thông số đặc trưng cho mạng hai cửa. Nó phụ thuộc kết cấu, thông số của mạng hai cửa, phụ thuộc vào tần số.

Hệ phương trình trạng thái dạng H tiện dụng cho các mạng hai cửa nối tiếp - song song như hình (h.7.6)



Nối tiếp đầu vào nên có : $\dot{U}_1 + \dot{U}_1 = \dot{U}_1, \dot{I}_1 = \dot{I}_1 = \dot{I}_1$

Song song đầu ra nên có : $\dot{I}_2 + \dot{I}_2 = \dot{I}_2, \dot{U}_2 = \dot{U}_2 = \dot{U}_2$

Chứng minh được có thể thay 2 mạng 2 cửa nối tiếp - song song (h.7.6a) bằng mạng 2 cửa tương đương (h.7.6b) trong đó : $H_{ik} = H'_{ik} + H''_{ik}$ (7-13)

Từ hình (h.7.6a) viết phương trình :
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H'_{11} \dot{I}_1 + H'_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H'_{21} \dot{I}_1 + H'_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} \dot{U}_1 = H''_{11} \dot{I}_1 + H''_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H''_{21} \dot{I}_1 + H''_{22} \dot{U}_2 \end{cases}$$

Từ hình (h.7.6b) viết phương trình :
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \text{ thay } \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{U}_1 + \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_2 + \dot{I}_2 \end{cases}$$

Ta có :
$$\begin{cases} (\dot{U}_1 + \dot{U}_1) = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ (\dot{I}_2 + \dot{I}_2) = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{cases} \text{ từ đó rút ra : } \begin{cases} H_{11} = H'_{11} + H''_{11}; H_{12} = H'_{12} + H''_{12} \\ H_{21} = H'_{21} + H''_{21}; H_{22} = H'_{22} + H''_{22} \end{cases}$$

Nên : $H_{ik} = H'_{ik} + H''_{ik}$

Trên thực tế ta hay gặp mạch phản hồi điện áp - nó chính là hai mạng 2 cửa nối tiếp song song.

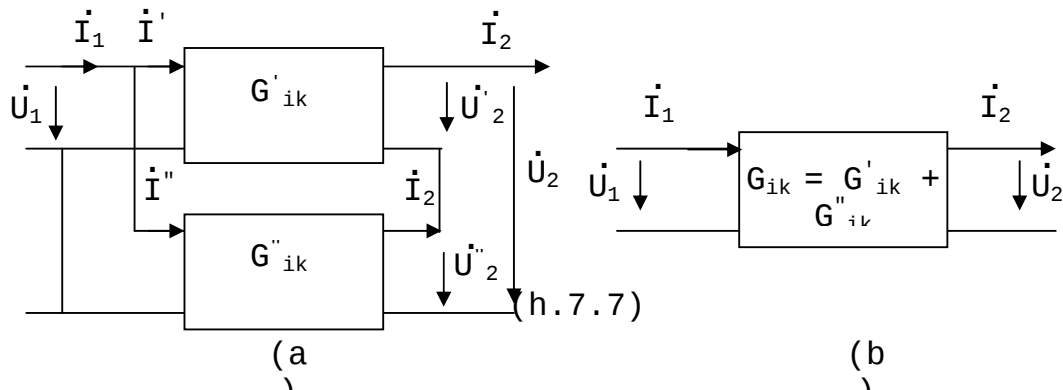
Hệ phương trình trạng thái dạng G :

Ngược lại với dạng H, khi viết quan hệ $(\dot{I}_1, \dot{U}_2)$ theo $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$ ta sẽ được hệ phương trình trạng thái dạng G của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = G_{11} \dot{U}_1 + G_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = G_{21} \dot{U}_1 + G_{22} \dot{I}_2 \end{cases} \quad (7-14)$$

Trong đó G_{ik} là thông số đặc trưng của mạng 2 cửa, nó phụ thuộc cấu trúc, thông số của mạng 2 cửa, phụ thuộc vào tần số.

Phương trình dạng G tiện dụng cho các mạng 2 cửa nối song song - nối tiếp như hình (h.7.7)



Đầu ra nối tiếp nên có : $I_2' = I_2'' = I_2, U_2' + U_2'' = U_2$

Đầu vào nối song song nên có : $U_1' = U_1'' = U_1, I_1' + I_1'' = I_1$

Chứng minh rằng có thể tìm được mạng 2 cửa (h.7.7b) tương đương với 2 mạng 2 cửa nối song song, nối tiếp như hình (h.7.7a) về mặt truyền đạt năng lượng, tín hiệu. Mạng 2 cửa tương đương có thông số đặc trưng : $G_{ik} = G'_{ik} + G''_{ik}$ (7-15)

Tức là :

$$G_{11} = G'_{11} + G''_{11}; G_{12} = G'_{12} + G''_{12}$$

$$G_{21} = G'_{21} + G''_{21}; G_{22} = G'_{22} + G''_{22}$$

Một kết cấu hai cửa nối song song - nối tiếp thường gặp là mạch phản hồi dòng điện. Được sử dụng trong tự động điều khiển và đo lường.

Quan hệ các thông số đặc trưng giữa các dạng :

Một mạng 2 cửa được đặc trưng bởi những bộ 3 thông số độc lập A, B, Z, Y, H, G. Chúng đều phụ thuộc cấu trúc, thông số của mạng nên những thông số độc lập thuộc dạng này đều liên quan và có thể tính theo các thông số thuộc dạng khác. Mỗi quan hệ giữa các thông số của các dạng cho ở bảng (7-1) sau :

Bảng 7-1

	Z	Y	H	A
Z	$Z_{11} \quad Z_{12}$ $Z_{21} \quad Z_{22}$	$\frac{Y_{22}}{ Y } \quad \frac{-Y_{12}}{ Y }$ $\frac{-Y_{21}}{ Y } \quad \frac{Y_{11}}{ Y }$	$\frac{ H }{H_{22}} \quad \frac{H_{12}}{H_{22}}$ $\frac{-H_{21}}{H_{22}} \quad \frac{1}{H_{22}}$	$\frac{A_{11}}{A_{21}} \quad \frac{ A }{A_{21}}$ $\frac{1}{A_{21}} \quad \frac{A_{22}}{A_{21}}$
Y	$\frac{Z_{22}}{ Z } \quad \frac{-Z_{12}}{ Z }$ $\frac{-Z_{21}}{ Z } \quad \frac{Z_{11}}{ Z }$	$Y_{11} \quad Y_{12}$ $Y_{21} \quad Y_{22}$	$\frac{1}{H_{11}} \quad \frac{-H_{12}}{H_{11}}$ $\frac{H_{21}}{H_{11}} \quad \frac{ H }{H_{11}}$	$\frac{A_{22}}{A_{12}} \quad \frac{- A }{A_{12}}$ $\frac{A_{12}}{A_{12}} \quad \frac{A_{11}}{A_{12}}$
H	$\frac{ Z }{Z_{22}} \quad \frac{Z_{12}}{Z_{22}}$ $\frac{-Z_{21}}{Z_{22}} \quad \frac{1}{Z_{22}}$	$\frac{1}{Y_{11}} \quad \frac{-Y_{12}}{Y_{11}}$ $\frac{Y_{21}}{Y_{11}} \quad \frac{ Y }{Y_{11}}$	$H_{11} \quad H_{12}$ $H_{21} \quad H_{22}$	$\frac{A_{12}}{A_{22}} \quad \frac{ A }{A_{22}}$ $\frac{A_{22}}{A_{22}} \quad \frac{A_{21}}{A_{22}}$

A	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{ H }{H_{21}}$	$\frac{-H_{11}}{H_{21}}$	$A_{11} \quad A_{12}$ $A_{21} \quad A_{22}$
	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{-H_{22}}{H_{21}}$	$\frac{-1}{H_{21}}$	
	$\frac{Z_{11}}{Z_{21}}$	$\frac{ Z }{Z_{21}}$	$\frac{-Y_{22}}{Y_{21}}$	$\frac{-1}{Y_{21}}$	$\frac{ H }{H_{21}}$	$\frac{-H_{11}}{H_{21}}$	
	$\frac{1}{Z_{21}}$	$\frac{Z_{22}}{Z_{21}}$	$\frac{- Y }{Y_{21}}$	$\frac{-Y_{11}}{Y_{21}}$	$\frac{-H_{22}}{H_{21}}$	$\frac{-1}{H_{21}}$	

Trong đó : $|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$; $|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}$
 $|H| = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}$; $|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$

Mô tả mạng 2 cửa bằng ma trận :

Các ma trận đặc trưng quá trình 2 cửa tuyến tính :

Nếu coi bảng số các hệ số đặc trưng của mạng 2 cửa là những ma trận đặc trưng như :

$$[A_{ik}] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}; [B_{ik}] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}; [Z_{ik}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$[Y_{ik}] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}; [H_{ik}] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}; [G_{ik}] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$$

và thêm những ma trận cột các biến trạng thái như :

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ i_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} i_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

Thì có thể viết hệ phương trình trạng thái mạng 2 cửa các dạng dưới dạng ma trận rất tiện và gọn gàng, hơn nữa nó còn mô tả việc ghép các mạng 2 cửa Kirhof nối khâu chuỗi, song song, nối tiếp ...

Hệ phương trình trạng thái dạng A : $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = [A_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$

Hệ phương trình trạng thái dạng B : $\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = [B_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$

Hệ phương trình trạng thái dạng Z : $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = [Z_{ik}] \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$

Hệ phương trình trạng thái dạng Y : $\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [Y_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$

Hệ phương trình trạng thái dạng H : $\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = [H_{ik}] \begin{bmatrix} i_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$

Hệ phương trình trạng thái dạng G : $\begin{bmatrix} i_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = [G_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$

Dễ thấy rằng ma trận A, Z, H là nghịch đảo các ma trận B, Y, G.

Ma trận hệ số đặc trưng một hệ mạng 2 cửa nối khâu chuỗi :

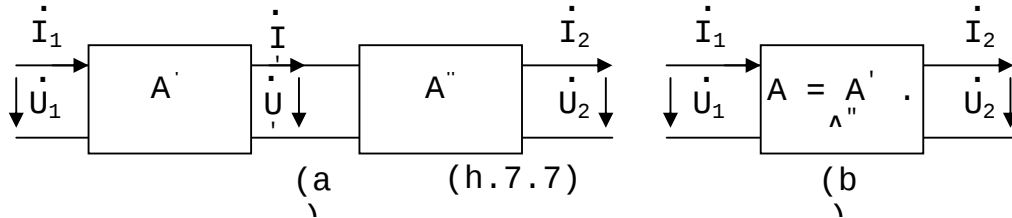
Hai mạng 2 cửa là nối khâu chuỗi (hay nối tầng - nối móc xích) khi đầu ra của mạng này là đầu vào của mạng 2 cửa kia, ví dụ như hình vẽ (h.7.7)

Đối với các mạng 2 cửa nối nhau chuỗi dùng hệ số dạng A là tiện dụng nhất. Ta chứng minh có thể thay thế 2 mạng 2 cửa nối nhau chuỗi bằng 1 mạng 2 cửa tương đương có :

$$[A_{ik}] = [A'_{ik}] [A''_{ik}] \quad (7-16)$$

Thật vậy từ (h.7.7a) ta có :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A'_{11} \dot{I}_1 + A'_{12} \dot{U}' \\ \dot{I}_1 &= A'_{21} \dot{I}_1 + A'_{22} \dot{U}' \end{aligned} \right\} \text{vì} \left. \begin{aligned} \dot{U}' &= A''_{11} \dot{I}_2 + A''_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}' &= A''_{21} \dot{I}_2 + A''_{22} \dot{U}_2 \end{aligned} \right\}$$



$$\text{Dạng ma trận : } \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [A'_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}' \\ \dot{I}' \end{bmatrix} \text{ và } \begin{bmatrix} \dot{U}' \\ \dot{I}' \end{bmatrix} = [A''_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

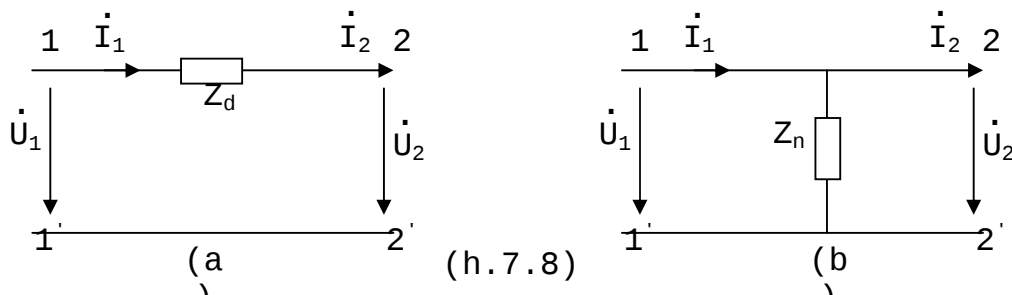
$$\text{Nên có : } \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [A'_{ik}] [A''_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = [A_{ik}] \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

Rút ra : $A_{ik} = A'_{ik} \cdot A''_{ik}$ (nhân ma trận)

Từ công thức (7-16) dẫn ra phương pháp xác định A_{ik} của một mạng 2 cửa bất kỳ được coi là chấp nối chuỗi của những mạng 2 cửa đơn giản nhất là mạng 2 cửa có một phần tử dọc hình (h.7.8a) và mạng 2 cửa có một phần tử ngang hình (h.7.8b)

Với hình (h.7.8a) có đặc điểm $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ nên có phương trình dạng A :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_d \\ \dot{I}_1 &= 0 + \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \text{nên có } [A_d] = \begin{bmatrix} 1 & Z_d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

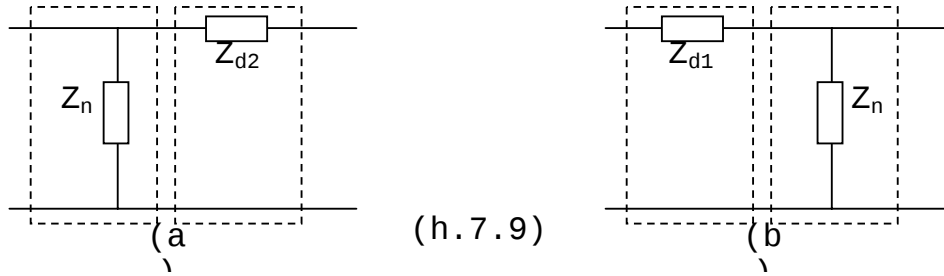


Với hình (h.7.8b) có đặc điểm $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ nên phương trình dạng A là :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + 0 \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_2}{Z_n} + \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \text{nên có } [A_n] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_n} & 1 \end{bmatrix}$$

Như vậy ma trận $[A_d]$, $[A_n]$ được xác định dễ dàng.

Từ đó nếu coi mạng 2 cửa Γ thuận là sự nối xâu chuỗi 1 mạng 2 cửa 1 phần tử ngang với 1 mạng 2 cửa 1 phần tử dọc thì vận dụng (7-16) ta có $A_\Gamma = A_n \cdot A_d$ biểu diễn ở hình (h.7.9a).



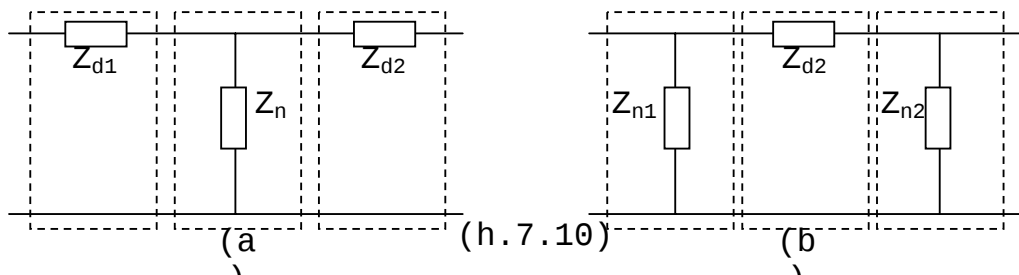
$$A_\Gamma = A_n \cdot A_{d2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_n} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z_{d2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{d2} \\ \frac{1}{Z_n} & \frac{Z_{d2}}{Z_n} + 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{\Gamma'} = A_{d1} \cdot A_n = \begin{bmatrix} 1 & Z_{d1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_n} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1} \\ \frac{1}{Z_n} & 1 \end{bmatrix}$$

Tương tự coi mạng 2 cửa hình T là sự nối xâu chuỗi của 3 mạng 2 cửa 1 phần tử A_{d1} , A_n , A_{d2} , mạng 2 cửa hình π là sự nối xâu chuỗi của 3 mạng 2 cửa 1 phần tử thứ tự là A_{n1} , A_d , A_{n2} biểu diễn trên hình vẽ (h.7.10)

$$A_T = A_{d1} \cdot A_n \cdot A_{d2} = A_{\Gamma'} \cdot A_{d2} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1} \\ \frac{1}{Z_n} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z_{d2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n} \\ \frac{1}{Z_n} & \frac{Z_{d2}}{Z_n} + 1 \end{bmatrix}$$

$$A_\Pi = A_{n1} \cdot A_d \cdot A_{n2} = A_\Gamma \cdot A_{d2}$$



Trên thực tế ta gặp các hệ thống nối xâu chuỗi như : hệ thống MBA, đường dây truyền tải cung cấp điện, hệ thống khuếch đại - đường dây truyền tin, đo lường, bộ khuếch đại nhiều tần - bộ lọc nhiều mắt lọc.

Ma trận các hệ mạng 2 cửa ghép song song, nối tiếp :

Các mạng 2 cửa nối tiếp tương đương với 1 mạng 2 cửa có : $Z = Z_1 + Z_2 + \dots$

Các mạng 2 cửa nối song song nhau sẽ tương đương với 1 mạng 2 cửa có : $Y = Y_1 + Y_2 + \dots$

Các mạng 2 cửa nối tiếp - song song nhau sẽ tương đương với 1 mạng 2 cửa có : $H = H_1 + H_2 + \dots$

Các mạng 2 cửa nối song song - nối tiếp sẽ tương đương với 1 mạng 2 cửa có : $G = G_1 + G_2 + \dots$

Sơ đồ thay thế hình T của mạng 2 cửa :

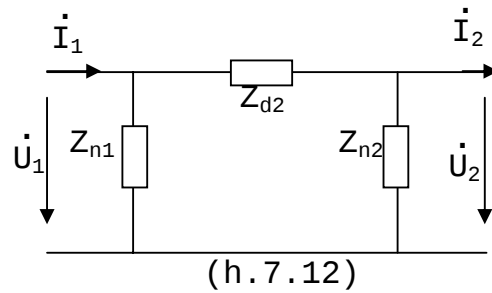
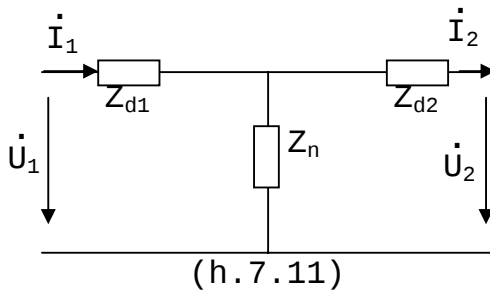
Một mạng 2 cửa Kirhof được đặc trưng bởi 3 thông số độc lập là những đặc tính tần ở các dạng A, B, Z, Y, H, G. Các mạng 2 cửa có những bộ thông số tương ứng bằng nhau là tương đương nhau về mặt truyền đạt năng lượng và tín hiệu. Thường 3 thông số độc lập của mạng 2 cửa có thể biết được nhờ tính toán hay làm thí nghiệm đo đặc xác định mà không cần biết cấu trúc và thông số bên trong. Yêu cầu là lập một mạng 2 cửa với cấu trúc và thông số cụ thể thực hiện quan hệ truyền đạt đã biết. Mạng 2 cửa đó chính là sơ đồ thay thế tương đương.

Vì mạng 2 cửa đặc trưng bởi một bộ 3 thông số độc lập nên có thể lập một sơ đồ 2 cửa gồm 3 thông số nối với nhau. Kết cấu đơn giản nhất là sơ đồ gồm 3 tổng trở nối hình T (còn gọi là nối hình sao - Y) hoặc sơ đồ gồm 3 tổng trở nối hình Π (còn gọi là nối hình tam giác).

Ví dụ : Biết A_{ik} của 1 mạng 2 cửa. Hãy xác định giá trị các tổng trở trong sơ đồ đẳng trị hình T như hình vẽ (h.7.11).

Từ sơ đồ hình T ta viết hệ phương trình dạng A :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2}}{Z_n}, \dot{I}_1 = \dot{U}_2 \frac{1}{Z_n} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}\right)$$



$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2} + \dot{I}_1 Z_{d1} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_{d2} + \dot{U}_2 \frac{Z_{d1}}{Z_n} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}\right) Z_{d1}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \left(1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}\right) + \dot{I}_2 \left(Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n}\right) \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 \frac{1}{Z_n} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}\right) \end{aligned} \right\}$$

Từ hệ phương trình chuẩn dạng A ta rút ra quan hệ giữa A_{ik} với các tổng trở hình T.

$$A_{11} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}; A_{12} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} Z_{d2}}{Z_n}; A_{21} = \frac{1}{Z_n}; A_{22} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

Từ đây tính ra các tổng trở của mạng hình T tương đương :

$$Z_n = \frac{1}{A_{21}}; Z_{d1} = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}}; Z_{d2} = \frac{A_{22} - 1}{A_{21}} \quad (7-17)$$

Tương tự như vậy xác định tổng trở mạng hình Π tương đương như hình (h.7.12)

Viết hệ phương trình dạng A cho mạng 2 cửa hình (h.7.12) :

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + \left(i_2 + \frac{\dot{U}_2}{Z_{n2}}\right)Z_d & \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{n1}} + \left(i_2 + \frac{\dot{U}_2}{Z_{n2}}\right) \\ \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 + \dot{U}_2 \frac{Z_d}{Z_{n2}} + i_2 Z_d & \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 \frac{1}{Z_{n1}} \left(1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}}\right) + i_2 \frac{Z_d}{Z_{n1}} + i_2 + \frac{\dot{U}_2}{Z_{n2}} \\ \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \left(1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}}\right) + i_2 Z_d & \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \left[\frac{1}{Z_{n1}} + \frac{Z_d}{Z_{n1}Z_{n2}} + \frac{1}{Z_{n2}} \right] + i_2 \left(1 + \frac{Z_d}{Z_{n1}}\right)\end{aligned}$$

Rút ra :

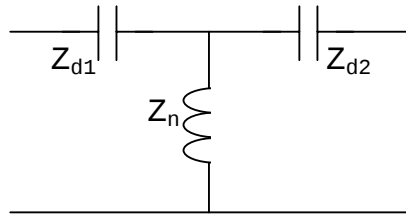
$$A_{11} = 1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}}; A_{12} = Z_d; A_{21} = \frac{1}{Z_{n1}} + \frac{1}{Z_{n2}} + \frac{Z_d}{Z_{n1}Z_{n2}} = \frac{Z_{n1} + Z_{n2} + Z_d}{Z_{n1}Z_{n2}}; A_{22} = 1 + \frac{Z_d}{Z_{n1}}$$

$$\text{Từ hệ trên giải ra : } Z_d = A_{12}; Z_{n2} = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1}; Z_{n1} = \frac{A_{12}}{A_{22} - 1} \quad (7-18)$$

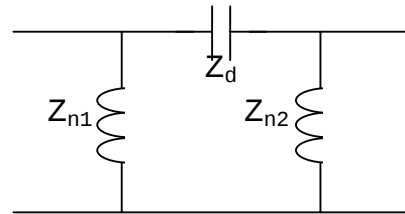
Có thể dùng biến đổi $Y \leftrightarrow \Delta$ tính qua lại các tổng trở Z_d, Z_{n1}, Z_{n2} và Z_n, Z_{d1}, Z_{d2} .

- Việc thay thế mạng 2 cửa bằng một sơ đồ tương đương hình T hoặc hình Π sẽ tiện lợi cho việc khảo sát mạng 2 cửa xét.
- Thực chất việc tìm một sơ đồ tương đương thực hiện một bộ thông số truyền đạt đã cho chính là thực hiện bài toán tổng hợp mạng 2 cửa.

Ví dụ : Cho một mạng 2 cửa biết các thông số $A_{11} = A_{22} = 0,5, A_{12} = -j75$. Hãy xác định các thông số sơ đồ hình T, hình Π tương đương ?



(h. 7.13)



(h. 7.14)

Từ quan hệ nội tại tại $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$ xác định :

$$A_{21} = \frac{1}{A_{12}} (A_{11}A_{22} - 1) = \frac{1}{-j75} (0,5 \cdot 0,5 - 1) = -j0,01S$$

Từ (7-17) tính các thông số sơ đồ hình T tương đương :

$$Z_n = \frac{1}{A_{21}} = \frac{1}{-j0,01} = j100\Omega; Z_{d1} = \frac{A_{11} - 1}{A_{21}} = \frac{0,5 - 1}{-j0,01} = -j50\Omega$$

$$Z_{d2} = \frac{A_{22} - 1}{A_{21}} = \frac{0,5 - 1}{-j0,01} = -j50\Omega$$

Sơ đồ thay thế hình T như hình (h.7.13)

Từ (7-18) tính các thông số sơ đồ hình Π tương đương :

$$Z_d = A_{12} = -j75\Omega; Z_{n2} = \frac{A_{12}}{A_{11} - 1} = \frac{-j75}{0,5 - 1} = j50\Omega; Z_{n1} = \frac{A_{12}}{A_{22} - 1} = \frac{-j75}{0,5 - 1} = j50\Omega$$

Sơ đồ thay thế như hình (h.7.14)

Các hàm truyền đạt áp, dòng của mạng 2 cửa :

Khi chỉ quan tâm đến sự truyền đạt tín hiệu dòng hoặc áp giữa hai cửa mà dùng cả hệ phương trình với 4 biến theo các dạng A, B, Z, Y, H, G thì không tiện, nên ta cần lập quan hệ giữa hai biến qua một hàm truyền đạt để việc xét được dễ dàng.

Khi chỉ xét sự truyền đạt áp trên 2 cửa ta cần lập quan hệ : $\dot{U}_2 = K_U \dot{U}_1$ với K_U là hàm truyền đạt áp.

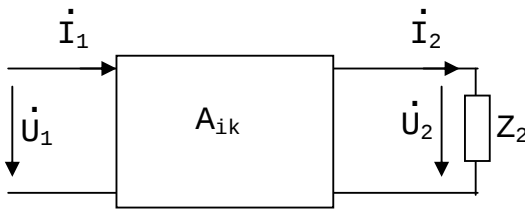
Khi chỉ xét sự truyền đạt dòng trên 2 cửa ta cần lập quan hệ : $\dot{I}_2 = K_I \dot{I}_1$ với K_I là hàm truyền đạt dòng.

Với mạch năng lượng có thể có thêm quan hệ giữa công suất giữa hai cửa : $\tilde{S}_2 = K_S \tilde{S}_1$ với K_S là hàm truyền đạt công suất.

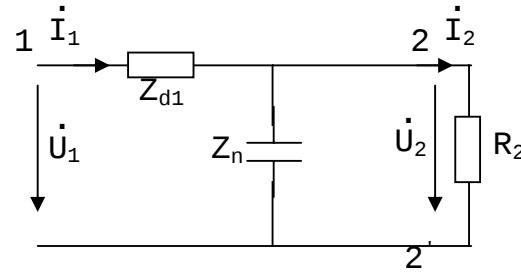
Sự truyền đạt từ một cửa đến cửa kia với một phụ tải Z_2 nào đó để thực hiện một mục đích nào đó thì mới có ý nghĩa, nên ta cần xét các hàm truyền đạt trong hệ thống mạng 2 cửa có tải Z_2 nào đó như hình (h.8.15)

Lúc này có hàm truyền đạt dòng :

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21} \dot{I}_2 Z_2 + A_{22} \dot{I}_2} = \frac{1}{A_{21} Z_2 + A_{22}} = f_i(A_{ik}, Z_2, \omega) \quad (7-19)$$



(h.7.15)



(h.7.16)

Hàm truyền đạt dòng phụ thuộc thông số A_{ik} (tức phụ thuộc cấu trúc, thông số mạch), phụ thuộc phụ tải, phụ thuộc vào tần số.

6. Có hàm truyền đạt áp :

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_2 Z_2}{A_{11} \dot{I}_2 Z_2 + A_{12} \dot{I}_2} = \frac{Z_2}{A_{11} Z_2 + A_{12}} = f_u(A_{ik}, Z_2, \omega) \quad (7-20)$$

Hàm truyền đạt áp phụ thuộc thông số A_{ik} , phụ thuộc tải, phụ thuộc vào tần số.

7. Hàm truyền đạt công suất :

$$K_S = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1} = \frac{\dot{U}_2 \hat{I}_2}{\dot{U}_1 \hat{I}_1} = K_U K_I = f_s(A_{ik}, Z_2, \omega) \quad (7-21)$$

Hàm truyền đạt công suất phụ thuộc thông số A_{ik} , phụ tải và tần số.

Ví dụ : Xác định hàm truyền đạt của mạng 2 cửa hình (h.7.16).

Cho biết : $Z_{d1} = r_{d1} = 10^6 \Omega$, $Z_n = -j10^3 \Omega$, tải $Z_2 = r_2 = 10^5 \Omega$.

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_1 \frac{Z_n}{Z_n + r_2}}{\dot{I}_1} = \frac{Z_n}{Z_n + r_2} = \frac{-j10^3}{10^5 - j10^3} = \frac{-jX_c}{r_2 - jX_c} = \frac{-j}{r_2 \omega C - j}$$

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_2 + \dot{I}_1 Z_{d1}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_2 + \frac{\dot{I}_2}{K_1} Z_{d1}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_2 + \frac{\dot{U}_2}{r_2 K_1} Z_{d1}} = \frac{1}{1 + \frac{Z_{d1}}{r_2 K_1}}$$

$$K_u = \frac{r_2 K_1}{r_2 K_1 + Z_{d1}} = \frac{r_2}{r_2 + \frac{Z_{d1}}{K_1}} = \frac{r_2}{r_2 + \frac{r_{d1}(r_2 \omega C - j)}{-j}}$$

$$K_u = \frac{r_2}{r_2 + \frac{r_{d1} r_2 \omega C}{-j} + r_{d1}} = \frac{1}{1 + j\omega C r_{d1} + \frac{r_{d1}}{r_2}}$$

$$\text{Khi } \omega C r_{d1} \gg \frac{r_{d1}}{r_2} + 1 \text{ hay } \omega C \gg \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_{d1}} \text{ Thợ } K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \approx \frac{1}{j\omega C r_{d1}} = -j \frac{X_c}{r_{d1}}$$

Từ biểu thức thấy áp ra $\dot{U}_2$ chậm pha 90° so với áp vào $\dot{U}_1$ và có biên độ lớn lên $\frac{1}{\omega C r_{d1}} = \frac{X_c}{r_{d1}}$ lần.

Khi đó sơ đồ xét thành một mạch tích phân đơn giản nhất vì $r_2 \gg X_c$ và $r_{d1} \gg$

X_c nên dòng qua tụ $\dot{I}_c \approx \frac{\dot{U}_1}{r_{d1}} = \frac{u_1}{r_{d1}} = i_c$. Biết áp trên tụ : $u_c = \frac{1}{C} \int i_c dt$, thay $i_c = \frac{u_1}{r_{d1}}$

vào ta có : $u_c = \frac{1}{C r_{d1}} \int u_1 dt$, rõ ràng điện áp trên tụ tỉ lệ với tích phân điện áp vào u_1 theo t .

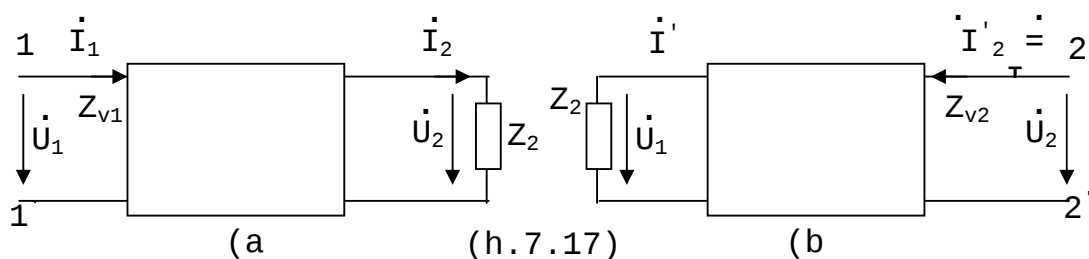
Khi kích thích điều hòa dùng ảnh phức chuyển được quan hệ $u_c = \frac{1}{C r_{d1}} \int u_1 dt \leftrightarrow$

$$\dot{U}_c = \frac{\dot{U}_1}{j\omega C r_{d1}} \text{ và } K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{j\omega C r_{d1}} \text{ như đã xét ở trên.}$$

Tổng trở vào của mạng 2 cửa :

Tổng trở vào : Khi chỉ xét quá trình năng lượng, tín hiệu từ cửa 1 đến cửa kia cấp cho một tải thì hệ thống gồm mạng 2 cửa với tải như 1 mạng 1 cửa.

Lúc này phản ứng, hành vi của hệ thống thể hiện ở phương trình trạng thái liên hệ giữa 2 biến áp, dòng trên cửa. Thông số liên hệ giữa 2 biến áp, dòng trên cửa là tổng trở vào (hoặc tổng dẫn vào). Ta xác định biểu thức tổng trở vào từ cửa 1 như hình vẽ (h.7.17a).



$$Z_{v1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{A_{11}\dot{I}_2 Z_2 + A_{12}\dot{I}_2}{A_{21}\dot{I}_2 Z_2 + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{A_{11}Z_2 + A_{12}}{A_{21}Z_2 + A_{22}} = f_1(A_{ik}, Z_2, \omega) \quad (7-22)$$

Ngược lại nếu truyền từ cửa 2 sang cửa 1 ta xác định tổng trở vào từ cửa 2 như hình (h.7.17b)

$$Z_{v2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = -\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = -\frac{B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1}{B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1} = -\frac{A_{22}\dot{U}_1 - A_{12}\dot{I}_1}{-A_{21}\dot{U}_1 + A_{11}\dot{I}_1} = -\frac{A_{22}(-Z_1\dot{I}_1) - A_{12}\dot{I}_1}{-A_{21}(-Z_1\dot{I}_1) + A_{11}\dot{I}_1}$$

$$\text{với: } \dot{U}_1 = \dot{I}_2 Z_1 = -\dot{I}_1 Z_1 \rightarrow Z_{v2} = \frac{A_{22}Z_1\dot{I}_1 + A_{12}\dot{I}_1}{A_{21}Z_1\dot{I}_1 + A_{11}\dot{I}_1} = \frac{A_{22}Z_1 + A_{12}}{A_{21}Z_1 + A_{11}} = f_2(A_{ik}, Z_1, \omega) \quad (7-23)$$

Tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch: Ngắn mạch và hở mạch cửa là 2 trạng thái đặc biệt của tải, tổng trở vào phụ thuộc tải nên ở 2 trạng thái đặc biệt cũng sẽ có tổng trở vào đặc biệt.

$$1. \text{ Khi ngắn mạch tải ở cửa 2: } Z_2 = 0 \rightarrow \dot{U}_2 = 0 \text{thc} Z_{v1} = Z_{v1ng} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (7-24)$$

$$2. \text{ Khi hở mạch tải cửa 2: } Z_2 = \infty, \dot{I}_2 = 0 \text{thc} Z_{v1} = Z_{v1h\ddot{a}i} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad (7-25)$$

$$3. \text{ Khi ngắn mạch tải ở cửa 1: } Z_1 = 0 \rightarrow \dot{U}_1 = 0 \text{thc} Z_{v2} = Z_{v2ng} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (7-26)$$

$$4. \text{ Khi hở mạch tải cửa 1: } Z_1 = \infty, \dot{I}_1 = 0 \text{thc} Z_{v2} = Z_{v2h\ddot{a}i} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \quad (7-27)$$

Ta thấy Z_{1ng} , $Z_{1h\ddot{a}i}$, Z_{2ng} , $Z_{2h\ddot{a}i}$ chỉ phụ thuộc A_{ik} , không phụ thuộc tải nên chúng là những thông số đặc trưng riêng của mạng 2 cửa, nên qua chúng có thể viết hệ phương trình trạng thái mạng 2 cửa, hoặc qua chúng tính ra bộ thông số đặc trưng A , B , X , Y , H , G .

Ví dụ: Xác định A_{ik} theo tổng trở vào ngắn mạch, hở mạch. Theo các quan hệ (7-24), (7-25), (7-26) ta có:

$$Z_{1ng}Z_{1h\ddot{a}i} = \frac{A_{12} \cdot A_{11}}{A_{22} \cdot A_{21}}; Z_{1h\ddot{a}i} - Z_{1ng} = \frac{A_{11}}{A_{21}} - \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}}{A_{21} \cdot A_{22}} = \frac{1}{A_{21} \cdot A_{22}}$$

$$Z_{2ng} = \frac{A_{12}}{A_{11}}; \frac{Z_{1ng}Z_{1h\ddot{a}i}}{Z_{2ng}(Z_{1h\ddot{a}i} - Z_{1ng})} = \frac{A_{12} \cdot A_{11}}{A_{22} \cdot A_{21} \cdot \frac{1}{A_{11} \cdot A_{21} \cdot A_{22}}} = A_{11}^2$$

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1ng}Z_{1h\ddot{a}i}}{Z_{2ng}(Z_{1h\ddot{a}i} - Z_{1ng})}}; A_{12} = A_{11}Z_{2ng}; A_{21} = \frac{A_{11}}{Z_{1h\ddot{a}i}}; A_{22} = \frac{A_{12}}{Z_{1ng}} \quad (8-28)$$

Trên thực tế hay sử dụng công thức để tiện xác định A_{ik} cho mạng 2 cửa chưa biết kết cấu (hộp đen). Bằng các thử nghiệm không tải và ngắn mạch ở cửa đo được các tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch rồi đưa vào công thức tính A_{ik} .

Ví dụ: Xác định bộ thông số A_{ik} bằng công thức tổng trở vào ngắn mạch, hở mạch cho mạng 2 cửa hình (h.7.18).

Từ sơ đồ xác định các tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch.

$$Z_{1\text{hỏi}} = Z_{d1} + Z_n$$

$$Z_{1\text{ng}} = Z_{d1}$$

$$Z_{2\text{hỏi}} = Z_n$$

$$Z_{2\text{ng}} = Z_{d1} // Z_n = \frac{Z_{d1} \cdot Z_n}{Z_{d1} + Z_n}$$

Dùng công thức (7-28) tính được :

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{d1}(Z_{d1} + Z_n)}{\frac{Z_{d1} \cdot Z_n}{Z_{d1} + Z_n} \cdot (Z_{d1} + Z_n - Z_{d1})}} = \frac{Z_{d1} + Z_n}{Z_n} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}$$

$$A_{21} = \frac{A_{11}}{Z_{1\text{hỏi}}} = \frac{Z_{d1} + Z_n}{(Z_{d1} + Z_n)Z_n} = \frac{1}{Z_n}; A_{12} = A_{11} \cdot Z_{2\text{ng}} = \frac{Z_{d1} + Z_n}{Z_n} \cdot \frac{Z_{d1} \cdot Z_n}{Z_{d1} + Z_n} = Z_{d1}$$

$$A_{22} = \frac{A_{12}}{Z_{1\text{ng}}} = \frac{Z_{d1}}{Z_{d1}} = 1 \quad \text{Cũng nên nhận thấy } A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1\text{hỏi}}}{Z_{2\text{hỏi}} - Z_{2\text{ng}}}} \quad (8-29)$$

Theo công thức này và công thức (7-28) sẽ có 2 giá trị của A_{11} do đó các hệ số còn lại cũng có 2 giá trị, sở dĩ các hệ số có tính đa trị vì chúng chẳng những phụ thuộc vào các thông số của mạng mà còn phụ thuộc vào việc chọn chiều dương của dòng, áp đối với các cực của mạng.

$$\text{Ta cũng thấy có hệ thức sau đây : } \frac{Z_{1\text{ng}}}{Z_{2\text{ng}}} = \frac{Z_{1\text{hỏi}}}{Z_{2\text{hỏi}}} = \frac{A_{11}}{A_{22}} \quad (7-30)$$

Mạng 2 cửa đối xứng :

Mạng 2 cửa đối xứng là mạng 2 cửa khi thay đổi chiều truyền đạt trên các cửa thì tính chất và phương trình truyền đạt vẫn không thay đổi.

Từ các sơ đồ mạng 2 cửa hình T và Π tương đương thấy ngay đặc điểm của mạng 2 cửa đối xứng là có $A_{11} = A_{22}$.

Vậy mạng 2 cửa đối xứng chỉ đặc trưng bởi 2 thông số độc lập. Ta tìm cách xác định 2 thông số đặc trưng riêng cho mạng 2 cửa đối xứng và qua chúng viết hệ phương trình trạng thái để mô tả mạng 2 cửa đối xứng.

Dĩ nhiên vì mạng 2 cửa đối xứng cũng là mạng 2 cửa nên có thể dùng các dạng A, B, Z, Y, H, G để khảo sát.

Tổng trở đặc tính Z_c :

$$\text{Từ biểu thức tổng trở vào : } Z_{v1} = \frac{A_{11}Z_2 + A_{12}}{A_{21}Z_2 + A_{22}}$$

$$\text{Ta thấy nói chung } Z_{v1} \neq Z_2, \text{ ở đây } Z_2 \text{ có thể thay đổi, nên có thể tìm một giá trị tải } Z_2 = Z_c \text{ nào đó để } Z_{v1} = Z_c \text{ tức là : } Z_{v1} = Z_c = \frac{A_{11}Z_c + A_{12}}{A_{21}Z_c + A_{22}} \rightarrow \text{ta rút ra } Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (7-31).$$

Ta thấy Z_c chỉ phụ thuộc A_{ik} , không phụ thuộc tải. Vậy với một mạng 2 cửa đối xứng xác định thì có Z_c hoàn toàn xác định. Vậy Z_c là thông số đặc trưng riêng cho mạng 2 cửa đối xứng, Z_c được gọi là tổng trở đặc tính hay tổng trở lặp lại (theo nghĩa nếu lấy tải $Z_2 = Z_c$ thì tổng trở đầu vào sẽ có giá trị đúng ngay Z_c đó).

Mạng 2 cửa đối xứng có tải hòa hợp :

Ta xét một chế độ đặc biệt của mạng 2 cửa đối xứng là nó truyền đạt đến một tải có tổng trở đúng bằng tổng trở đặc tính Z_c của mạng. Gọi đó là chế độ mạng hai cửa truyền đạt đến tải hòa hợp.

Với $Z_2 = Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}$ ta có phương trình dạng A là :

$$\dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \frac{\dot{U}_2}{Z_c} = \dot{U}_2 \left(A_{11} + \frac{A_{12}}{Z_c} \right)$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(A_{11} + \frac{A_{12}}{\sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}} \right) = \dot{U}_2 \left(A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} \right) \quad (8-32)$$

$$\dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2 = A_{21} Z_c \dot{I}_2 + A_{22} \dot{I}_2 = \dot{I}_2 (A_{21} Z_c + A_{22})$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(A_{21} + A_{22} \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \right) = \dot{I}_2 (A_{21} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}) \quad (8-33)$$

Ở đây ta thấy phương trình dạng A lại cho quan hệ tuyến tính riêng giữa 2 biến cùng loại áp $\dot{U}_1$ với $\dot{U}_2$ và giữa dòng $\dot{I}_1$ với $\dot{I}_2$.

Từ đó rút ra các hàm truyền đạt áp, dòng và thấy chúng bằng nhau :

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}} \quad (7-34)$$

Rõ ràng $K_u = K_I$ chỉ phụ thuộc mạng 2 cửa. Nên nó là đặc trưng riêng của mạng 2 cửa đối xứng. Ở chế độ này hàm truyền đạt công suất cũng rất đặc biệt.

$$K_s = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1} = \frac{\dot{U}_2 \cdot \hat{I}_2}{\dot{U}_1 \cdot \hat{I}_1} = K_u \cdot \hat{K}_I = |K_u|^2 = |K_I|^2 > 0 \quad (7-35)$$

K_s thực dương. Điều này chỉ thỏa mãn khi góc lệch pha :

$$\left(\vec{U}_1, \vec{I}_1 \right) = \varphi_1 = \left(\vec{U}_2, \vec{I}_2 \right) = \varphi_2$$

$$\text{Lúc này ta có : } K_s = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1} = \frac{S_2 \angle \varphi_2}{S_1 \angle \varphi_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{Q_2}{Q_1} > 0 \quad (7-36)$$

Từ đó suy ra nếu mạng có tiêu tán $P_2 < P_1$ nên :

$$0 < \frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{Q_2}{Q_1} = K_s = |K_u|^2 = |K_I|^2 < 1 \quad (7-37)$$

Vậy kết luận mạng 2 cửa đối xứng có tiêu tán tải hòa hợp thì :

Công suất phản kháng đưa ra cùng dấu và có giá trị nhỏ hơn ở cửa vào.

Hệ số truyền đạt $g = a + jb$:

Ta cũng thấy khi mạng 2 cửa đối xứng tải hòa hợp thì $K_U = K_I = \frac{1}{A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}}$ là một đặc trưng riêng. Và vì vậy có thể dùng nó cùng với Z_c để viết các phương trình mô tả mạng 2 cửa đối xứng.

Để có dạng cho thuận tiện ta lấy : $\frac{1}{K_U} = \frac{1}{K_I} = A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}$ nói chung là một số phức nên có thể viết dưới dạng mũ : $A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} = e^g = e^a \cdot e^{jb}$ (7-38)
 $g = a + jb$: gọi là hệ số truyền đạt (gọi là hệ số chứ không gọi là hàm vì g không phụ thuộc tải mà chỉ phụ thuộc mạng 2 cửa đối xứng).

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} = e^g = e^a \cdot e^{jb}$$

$$e^g = e^a \cdot e^{jb} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{U_1 \langle \psi_{u1} \rangle}{U_2 \langle \psi_{u2} \rangle} = \frac{U_1}{U_2} \langle \psi_{u1} - \psi_{u2} \rangle$$

$$e^g = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{I_1 \langle \psi_{i1} \rangle}{I_2 \langle \psi_{i2} \rangle} = \frac{I_1}{I_2} \langle \psi_{i1} - \psi_{i2} \rangle$$

$$\left. \begin{aligned} e^g &= \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} \\ a_{nepe} &= \ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} \end{aligned} \right\} \quad (7-39)$$

Từ đó rút ra :

Vậy a là số đo mức độ tắt tín hiệu truyền đạt qua mạng 2 cửa đối xứng ở chế độ hòa hợp tải. Gọi a là hệ số tắt, a được đo theo đơn vị nepe hoặc bel, decibel = 0,1 bel.

$$\left. \begin{aligned} a_{bel} &= \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \frac{U_1^2}{U_2^2} = 2 \lg \frac{U_1}{U_2} \\ a_{db} &= 10a_{bel} = 20 \lg \frac{U_1}{U_2} \end{aligned} \right\} \quad (7-40)$$

Chứng minh được (7-40) từ :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{K_S} = \left(\frac{1}{K_U} \right)^2 = (A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}})^2 = 10^a = \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2$$

$$a_{bel} = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = 2 \lg \frac{U_1}{U_2}$$

$$\text{Từ } e^a e^{jb} = \frac{U_1}{U_2} \langle \psi_{u1} - \psi_{u2} \rangle = \frac{I_1}{I_2} \langle \psi_{i1} - \psi_{i2} \rangle \text{ còn rút ra được :}$$

$$b = \arg \dot{U}_1 - \arg \dot{U}_2 = \arg i_1 - \arg i_2 \quad (7-41)$$

$$b = \psi_{u1} - \psi_{u2} = \psi_{i1} - \psi_{i2}$$

b gọi là hệ số pha, b được đo theo đơn vị Radian hay độ góc.

Vậy hàm phức $g = a + jb$ biểu diễn sự truyền đạt về biên, pha của tín hiệu qua mạng 2 cửa đối xứng tải hòa hợp. Tất nhiên g phụ thuộc vào tần số $g(\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$

Hệ phương trình trạng thái dạng hàm hyperbol :

Ta đã làm rõ Z_c và g là cặp thông số đặc trưng cho mạng 2 cửa đối xứng nên có thể lập hệ phương trình trạng thái liên hệ các biến qua cặp thông số đó mô tả mạng 2 cửa.

Viết phương trình trạng thái dạng A của mạng 2 cửa đối xứng với hệ số Z_c và g .

$$\text{Từ : } \dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2; \dot{I}_1 = A_{12} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2$$

Tìm cách chuyển A_{ik} theo Z_c, g .

$$\text{Ta có : } e^g = Chg + Shg = A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}$$

$$\left. \begin{aligned} A_{11}^2 - A_{12} A_{21} &= 1 \\ Ch^2 g - Sh^2 g &= 1 \end{aligned} \right\} \text{ruitra} \begin{cases} A_{11} = Chg \\ Shg = \sqrt{A_{12} A_{21}} \end{cases}$$

$$Shg Z_c = \sqrt{A_{12} A_{21}} \cdot Z_c = \sqrt{A_{12} A_{21}} \cdot \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = A_{12}; \frac{Shg}{Z_c} = \frac{\sqrt{A_{12} A_{21}}}{\sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}} = A_{21}$$

Thay $A_{11} = Chg, A_{12} = Z_c \cdot Shg, A_{21} = \frac{Shg}{Z_c}$ vào hệ phương trình dạng A ta có :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= Chg \dot{U}_2 + Z_c \cdot Shg \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{Shg}{Z_c} \dot{U}_2 + Chg \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-42)$$

Từ (7-42) thấy Z_c và g có thể xác định trực tiếp từ các thí nghiệm hở mạch và ngắn mạch cửa.

$$\text{Khi hở mạch cửa 2} \rightarrow \dot{I}_2 = 0 \rightarrow \dot{U}_{1\text{hải}} = Chg \dot{U}_{2\text{hải}}; \dot{I}_{1\text{hải}} = \frac{Shg}{Z_c} \dot{U}_{2\text{hải}}$$

$$\text{Tổng trở vào lúc này : } Z_{v1\text{hải}} = \frac{\dot{U}_{1\text{hải}}}{\dot{I}_{1\text{hải}}} = \frac{Chg Z_c}{Shg} = \frac{Z_c}{Thg}$$

Khi ngắn mạch cửa 2 thì :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_2 &= 0, \dot{U}_{1\text{ng}} = Z_c \cdot \dot{I}_{2\text{ng}} \cdot Shg \\ \dot{I}_{1\text{ng}} &= \dot{I}_{2\text{ng}} \cdot Chg \end{aligned} \right\} \rightarrow Z_{1\text{ng}} = \frac{\dot{U}_{1\text{ng}}}{\dot{I}_{1\text{ng}}} = Z_c \frac{Shg}{Chg} = Z_c \cdot Thg$$

Từ $Z_{1\text{hở}}, Z_{1\text{ng}}$ đo được xác định Z_c, g .

$$Z_{1\text{ng}} \cdot Z_{1\text{hải}} = Z_c \cdot Thg \cdot \frac{Z_c}{Thg} = Z_c^2 \rightarrow Z_c = \sqrt{Z_{1\text{ng}} \cdot Z_{1\text{hải}}} \quad (8-43)$$

$$\frac{Z_{1\text{ng}}}{Z_{1\text{hải}}} = \frac{Z_c \cdot Thg}{\frac{Z_c}{Thg}} = Th^2 g \rightarrow Thg = \sqrt{\frac{Z_{1\text{ng}}}{Z_{1\text{hải}}}} \quad (8-44)$$

$$\text{Vậy ta có bảng } [A] = \begin{bmatrix} \text{Chg} & Z_c \cdot \text{Shg} \\ \frac{\text{Shg}}{Z_c} & \text{Chg} \end{bmatrix} \quad (7-45)$$

Hệ phương trình dạng hàm hyperbol dùng rộng rãi mô tả và xét quá trình truyền đạt năng lượng, tín hiệu qua các mạng đường dây truyền tải, hệ thống lọc điện đối xứng...

Ví dụ : Xác định Z_c , g của mạng 2 cửa đối xứng có $A_{11} = 0,5$, $A_{21} = j0,02 \text{ Sm}$.

$$\text{Trước hết xác định : } A_{12} = \frac{A_{11}^2 - 1}{A_{21}} = \frac{0,5^2 - 1}{j0,02} = j37,5\Omega$$

$$\text{Tổng trở đặc tính : } Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{j37,5}{j0,02}} = 43,25\Omega$$

$$g = a + jb = \text{Ln}(A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}) = \text{Ln}(0,5 + j0,865)$$

Hệ số truyền đạt :

$$g = \text{Ln}(e^{j\pi/3}) \rightarrow a = 0, b = \frac{\pi}{3}$$

Ví dụ : Xác định Z_c , g của mạng 2 cửa đối xứng hình T trong hình vẽ (7-19).
Biết $L = 0,01\text{H}$, $C = 4\mu\text{F}$ ở tần số $\omega = 10^5 \text{ rad/s}$.

Với mạng 2 cửa hình T có :

$$Z_{d1} = Z_{d2} = j\omega \frac{L}{2}; Z_n = Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

Xác định được A_{ik} từ các tổng trở :

$$A_{11} = A_{22} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2}$$

$$A_{12} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1}Z_{d2}}{Z_n} = j\omega L + \left(\frac{j\omega L}{2}\right)^2 j\omega C$$

$$A_{12} = j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right); A_{21} = \frac{1}{Z_n} = j\omega C$$

$$\text{Từ đó tính } Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{\frac{j\omega L \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right)}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C} \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right)}$$

$$g = a + jb = \text{Ln}(A_{11} + \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}}) = \text{Ln} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right) + \sqrt{j\omega^2 LC \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right)} \right]$$

$$g = \text{Ln} \left[\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right) + \omega \sqrt{LC \left(\frac{\omega^2 LC}{4} - 1\right)} \right]$$

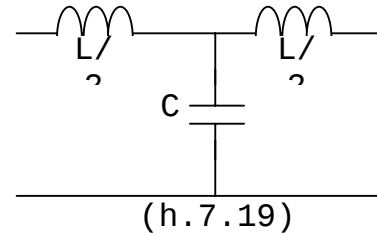
Thay số vào ta có :

$$\frac{L}{C} = \frac{0,01}{4 \cdot 10^{-6}} = 2500 \text{ LC} = 0,01 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-8}; Z_c = 50 \sqrt{1 - 10^{-8} \omega^2}$$

$$g = a + jb = \text{Ln}(Ae^{j\psi}) = \text{Ln}A + j\psi$$

$$g = \text{Ln}(1 - 2 \cdot 10^{-8} \omega^2 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \omega \sqrt{10^{-8} \omega^2 - 1})$$

Ở tần số $\omega = 10^3 \text{ Rad/s}$:



$$\text{Thì } Z_c = 50\sqrt{1 - 10^{-8} \cdot (10^3)^2} = 49\Omega$$

$$e^g = Ae^{j\psi} = \left[1 - 2 \cdot 10^{-8} (10^3)^2 + 2 \cdot 10^{-4} 10^3 \sqrt{10^{-8} (10^3)^2 - 1} \right]$$

$$e^g = Ae^{j\psi} = (1 - 0,02 + 0,2\sqrt{-0,09}) = 0,98 + j0,2 = 1e^{j0,2}$$

$$\text{Từ đây rút ra : } a = \text{Ln}A = \text{Ln}1 = 0; b = \psi = 0,2\text{Rad}$$

Ở tần số $\omega = 10^4 \text{Rad/s}$:

$$Z_c = 50\sqrt{1 - 10^{-8} \cdot (10^4)^2} = 0$$

$$e^g = \left[1 - 2 \cdot 10^{-8} (10^4)^2 + 2 \cdot 10^{-4} 10^4 \sqrt{10^{-8} (10^4)^2 - 1} \right]$$

$$e^g = (1 - 2 + 0) = -1 = 1e^{j\pi}$$

$$\Rightarrow a = \text{Ln}A = \text{Ln}1 = 0; b = \psi = \pi \text{Rad}$$

Ở tần số $\omega = 10^5 \text{Rad/s}$:

$$Z_c = 50\sqrt{1 - 10^{-8} \cdot (10^5)^2} = j498\Omega$$

$$e^g = \left[1 - 2 \cdot 10^{-8} (10^5)^2 + 2 \cdot 10^{-4} 10^5 \sqrt{10^{-8} (10^5)^2 - 1} \right]$$

$$e^g = -399 = 399e^{j\pi}$$

$$\Rightarrow a = \text{Ln}A = \text{Ln}399 = 6,03 \text{nepe}; b = \psi = \pi \text{Rad}$$

CHƯƠNG 8

BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG MẠCH TUYẾN TÍNH

Phép biến đổi tương đương :

Ta đã biết việc xét, tính toán mạch điện là lập và giải hệ phương trình Kirhof 1, 2 mà số phương trình này tùy thuộc vào số nút, nhánh của mạch điện. Số phương trình càng ít thì việc giải càng nhanh, gọn, đơn giản.

Vì số phương trình tùy thuộc số nút, nhánh của sơ đồ mạch nên ta đặt vấn đề tìm cách dẫn ra một sơ đồ khác ít nhánh, ít nút hơn nhưng tương đương với sơ đồ đã có, nên có thể giải mạch điện tương đương đó rồi suy ra đáp ứng ở mạch điện đã có. Việc làm như vậy gọi là biến đổi tương đương mạch điện. Chỉ có thể dẫn ra được sơ đồ tương đương khi việc biến đổi thỏa mãn điều kiện nhất định gọi là điều kiện biến đổi tương đương. Thường giữ nguyên không đụng chạm một số nhánh hoặc nút cần xét dòng, áp, chỉ tìm cách biến đổi những nhánh, nút khác sao cho việc xét dòng, áp ở nhánh xét được tiện, gọn nhất. Từ đó thấy rõ điều kiện biến đổi tương đương là : " Những trạng thái dòng, áp trên những nhánh, nút không bị biến đổi phải giữ nguyên giá trị vốn có của nó".

Thỏa mãn điều kiện trên thì :

Công suất đưa vào mỗi bộ phận cũng như đưa vào tất cả những bộ phận không bị biến đổi, giữ nguyên giá trị vốn có.

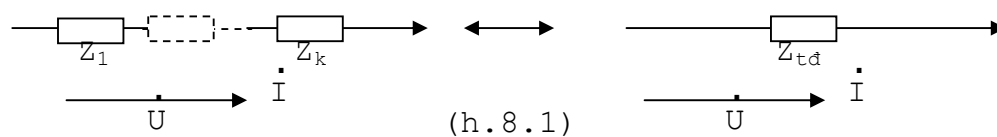
Do toàn mạch thỏa mãn điều kiện $\sum P_k = 0$, nên công suất tổng đưa vào những bộ phận bị biến đổi cũng giữ nguyên không đổi.

Phép biến đổi thỏa mãn điều kiện đó gọi là phép biến đổi tương đương.

Các biến đổi tương đương thường gặp :

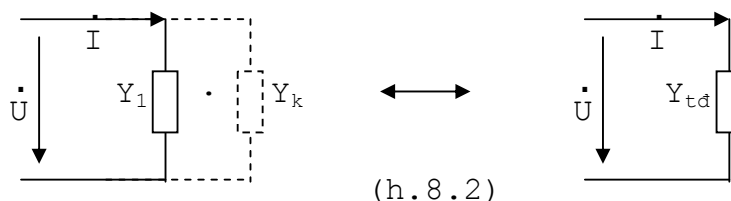
Vận dụng nguyên tắc biến đổi tương đương ta có được các sơ đồ tương đương thường gặp như sau :

Mạch điện gồm các tổng trở nối tiếp Z_k tương đương với tổng trở $Z_{td} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_k = \sum Z_k$ (8-1).



$$\dot{U} = (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_k) \dot{I} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{U} = Z_{td} \dot{I}$$

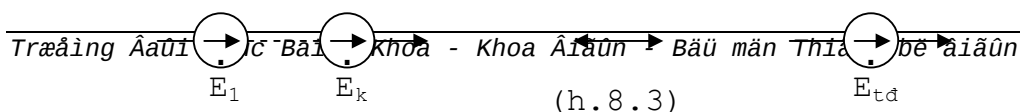
Mạch điện gồm các nhánh có tổng dẫn nối song song nhau tương đương với tổng dẫn $\sum Y_k$ (8-2).



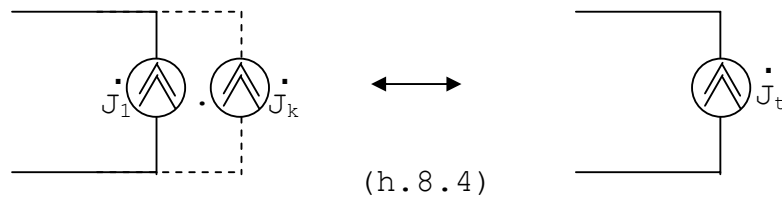
$$\dot{I} = (Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k) \dot{U} \quad \Leftrightarrow \quad \dot{I} = Y_{td} \dot{U}$$

Một nhánh gồm các Sdd $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_k$ nối tiếp tương đương với 1 nhánh có Sdd

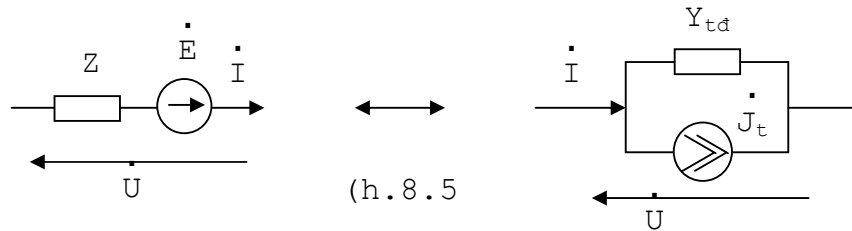
$$\dot{E}_{td} = \sum \dot{E}_k \quad (8-3).$$



Những nguồn dòng $\dot{J}_1, \dot{J}_2, \dots, \dot{J}_k$ bơm vào một nút tương đương với một nguồn dòng $\dot{J}_{t\grave{a}} = \sum \dot{J}_k$ (8-4).

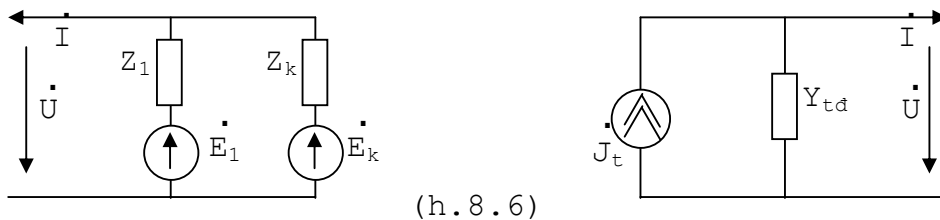


Một nhánh gồm $\dot{E}$ nối tiếp Z (nguồn Sdd - Sơ đồ Têvenin) tương đương một sơ đồ nguồn dòng $\dot{J}$ nối song song với Y (nguồn dòng điện - Sơ đồ Norton) và ngược lại.



$$\begin{cases} Z_{t\grave{a}} = 1/Y \\ \dot{E}_{t\grave{a}} = \dot{J}Y = Z \cdot \dot{J} \end{cases}, \begin{cases} Y_{t\grave{a}} = 1/Z \\ \dot{J}_{t\grave{a}} = \dot{E}/Z = \dot{E} \cdot Y \end{cases} \quad (8-5)$$

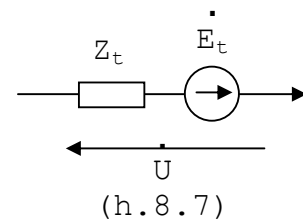
Các nguồn áp gồm $\dot{E}_1, Z_1$ nối song song $\dot{E}_2, Z_2 \dots$ với $\dot{E}_k, Z_k$ tương đương với sơ đồ nguồn dòng $\dot{J}_{t\grave{a}}$ nối song song tổng dẫn $Y_{t\grave{d}}$:

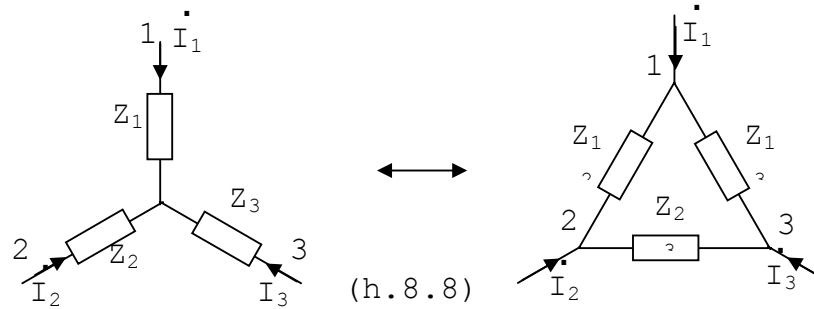
$$\begin{cases} Y_{t\grave{a}} = \sum Y_k = \sum 1/Z_k \\ \dot{J}_{t\grave{a}} = \sum \dot{J}_k = \sum \dot{E}_k Y_k \end{cases} \quad (8-6).$$


Từ hình (h.8.6) thấy có thể tìm một sơ đồ tương đương nguồn Sdd $\dot{E}_{t\grave{a}}$ nối tiếp $Z_{t\grave{d}}$ như hình (h.8.7) với quan hệ :

$$\begin{cases} Z_{t\grave{a}} = 1/Y_{t\grave{a}} \\ \dot{E}_{t\grave{a}} = \dot{J}_{t\grave{a}}/Y_{t\grave{a}} = \sum \dot{E}_k Y_k / \sum Y_k \end{cases} \quad (8-7).$$

Biến đổi tương đương $Y - \Delta$:





Biến đổi từ Y sang Δ theo công thức :

$$\begin{cases} Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_3} \\ Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_1} \\ Z_{31} = Z_3 + Z_1 + \frac{Z_3 Z_1}{Z_2} \end{cases} \quad (8-8)$$

Biến đổi từ Δ sang Y theo công thức :

$$\begin{cases} Z_1 = \frac{Z_{12} Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \\ Z_2 = \frac{Z_{12} Z_{23}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \\ Z_3 = \frac{Z_{23} Z_{13}}{Z_{12} + Z_{23} + Z_{31}} \end{cases} \quad (8-9)$$

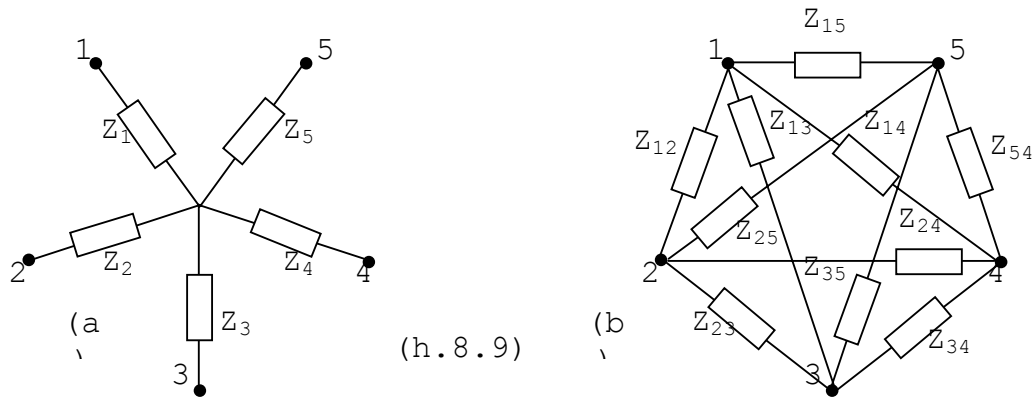
Thay tương đương một sơ đồ hình sao không nguồn n cánh bằng một sơ đồ đa giác toàn chỉnh n đỉnh.

Đa giác toàn chỉnh là một graph có n đỉnh và mỗi đỉnh đều có những nhánh nối đủ (n-1) đỉnh khác. Suy ra đa giác có $n(n-1)/2$ nhánh.

Ví dụ : Sơ đồ hình sao 5 cánh có thể đổi thành một sơ đồ ngũ giác toàn chỉnh như hình (h.8.9).

Trong đó $Y_1, \dots, Y_k$ là tổng dẫn các nhánh hình sao, $Z_1, \dots, Z_k$ là tổng trở các nhánh hình sao, $Y_{12}, \dots, Y_{1k}$ là tổng dẫn các nhánh đa giác nối các đỉnh ghi ở chỉ số, $Z_{12}, \dots, Z_{1k}$ là tổng trở các nhánh đa giác tương ứng.

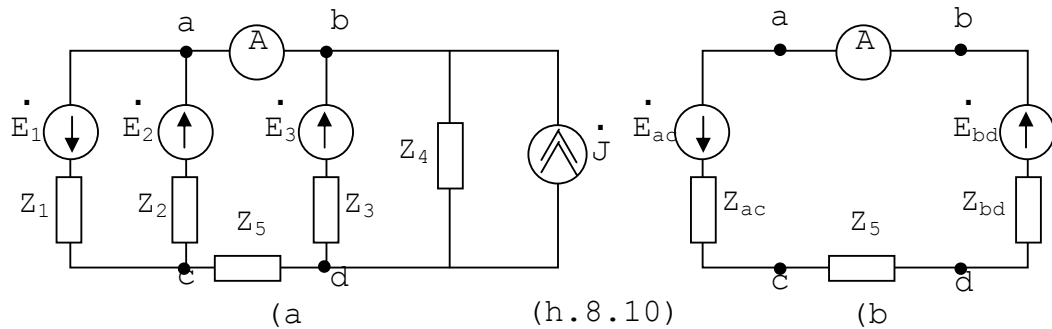
Có thể chứng minh ra công thức biến đổi : $Y_{kl} = \frac{Y_k Y_l}{\sum_{1}^n Y_k} \quad (8-10).$



(h. 8. 9)

Trong trường hợp tổng quát bài toán ngược lại : biến đổi hình đa giác thành hình sao n cánh đẳng trị. Khi $n > 3$ là không được vì số tổng trở (hoặc tổng dẫn) cần tìm của các nhánh hình sao bé hơn số điều kiện $n(n-1)/2$ mà chúng phải thỏa mãn. Nhưng khi $n=3$ thì số điều kiện bằng $n(n-1)/2 = 3$ do đó luôn luôn có thể biến đổi $Y - \Delta$.

Ví dụ : Xác định chỉ số của ampemét trong mạch hình (h.8.10). Biết :



(h. 8. 10)

$$Z_1 = Z_5 = j10\Omega, Z_2 = Z_4 = 20\Omega, Z_3 = -j10\Omega, \dot{E}_1 = \dot{E}_2 = \dot{E}_3 = 120V, J = 10A$$

Biến đổi các nhánh nối song song giữa hai nút a, c và b, d đưa về sơ đồ tương đương dễ dàng tính dòng điện qua ampemét :

$$Y_{ac} = Y_1 + Y_2 = 1/Z_1 + 1/Z_2 = 1/j10 + 1/20 = 0,05 - j0,1 = 0,112\angle -63^\circ \text{ S.}$$

$$\text{nên } Z_{ac} = 1/Y_{ac} = 1/0,112\angle -63^\circ = 8,95\angle 63^\circ = 4 + j8\Omega.$$

$$\dot{E}_{ac} = \frac{\dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_2 Y_2}{Y_{ac}} = \frac{-j0,1 - 0,05}{0,112\angle -63^\circ} 120 = \frac{0,112\angle -116,6^\circ}{0,112\angle -63^\circ} 120 = 120\angle -53,6^\circ = 72 - j96(V)$$

$$Y_{bd} = Y_3 + Y_4 = 1/Z_3 + 1/Z_4 = 1/-j10 + 1/20 = 0,05 + j0,1 = 0,112\angle 63^\circ$$

$$\text{nên } Z_{bd} = 1/Y_{bd} = 1/0,112\angle 63^\circ = 8,95\angle -63^\circ = 4 - j8\Omega$$

$$\dot{E}_{bd} = \frac{\dot{E}_3 Y_3 + J}{Y_{bd}} = \frac{120j0,1 + 10}{0,112\angle 63^\circ} = \frac{15,6\angle 50^\circ}{0,112\angle 63^\circ} = 139\angle -13^\circ = 136 - j32(V)$$

Từ sơ đồ hình (h.8.10b) tính được dòng qua ampemét :

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_{ac} + \dot{E}_{bd}}{Z_{ac} + Z_5 + Z_{bd}} = \frac{(72 + j96) + (136 - j32)}{(4 + j8) + j10 + (4 - j8)} = \frac{208 - j128}{8 + j10} = \frac{244\angle -31,6^\circ}{12,8\angle 51,3^\circ} = 19,1\angle -83^\circ (A)$$

CHƯƠNG 9

LỘC ĐIỆN

Các khái niệm cơ bản và định nghĩa :

Ta đã xét mạng 2 cửa, thấy rõ thông số đặc trưng của chúng $A(\omega)$, $Z(\omega)$, $K_u(\omega)$, $K_i(\omega)$ tùy thuộc kết cấu, thông số của mạng và có tính chọn lựa tần số. Những mạng 2 cửa mà truyền đạt $K_u(\omega)$, $K_i(\omega)$ có tính lựa chọn với tần số theo một luật đặc biệt : Cho truyền đạt qua một cách dễ dàng phổ tín hiệu dòng (áp) thuộc một dải tần nào đó gọi là dải thông và làm tắt những tín hiệu thuộc những dải tần khác gọi là dải chắn. Mạng 2 cửa đặc biệt ấy gọi là mạch lọc điện.

Trong lĩnh vực KTD như thông tin tải ba, kỹ thuật dao động, kỹ thuật tạo xung, chỉnh lưu... cần nghiên cứu sử dụng và thiết kế lọc điện.

Phân loại các bộ lọc điện theo nhiều cách :

Tùy theo phổ tần được chia ra 4 loại mạch lọc :

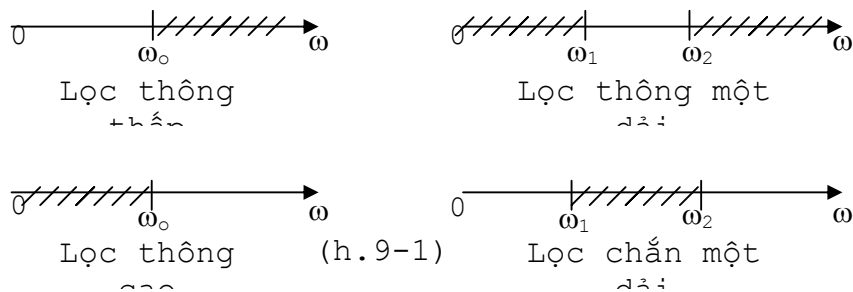
Bộ lọc tần số thấp (lọc thông thấp) : Cho thông qua tần số từ 0 đến $\omega_0 \rightarrow 0 < \omega < \omega_0$ và chắn dải tần số cao hơn.

Bộ lọc thông cao : Cho thông qua một dải tần cao $\omega \geq \omega_0$ và chắn những dải tần thấp hơn ω_0 .

Bộ lọc một dải thông : Cho thông qua một dải tần $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ và chắn những dải tần thấp $\omega < \omega_1$ cũng như cao hơn $\omega > \omega_2$.

Bộ lọc một dải chắn : Chắn một dải tần $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$ và cho thông dải tần thấp $0 \leq \omega < \omega_1$ cũng như dải tần cao hơn $\omega_2 < \omega < \infty$.

Hình vẽ (h.9-1) vẽ dải thông và chắn của các loại lọc điện đó :



Tùy theo các phần tử dùng để cấu trúc bộ lọc chia ra các loại :

Bộ lọc thuần kháng : Gồm các phần tử L, C.

Bộ lọc áp điện : Cấu trúc chủ yếu từ các phiến thạch anh.

Bộ lọc không cảm ứng, thụ động : Gồm các phần tử r, C.

Bộ lọc tích cực rC

Cũng phân loại theo cách thức liên kết các phần tử : Nên có lọc dạng Γ , T, Π , hình cầu.

Theo dạng đặc tính tần thì có các bộ lọc loại K, loại m.

Sở dĩ mạng 2 cửa có được tính chất đặc biệt trên vì chúng được ghép bởi các phần tử L và C nên X_L , X_C có tính lựa chọn với tần số. Điện cảm dễ dàng cho thông qua tần số thấp vì $X_L = \omega L$, ngược lại điện dung cho thông qua dễ dàng tần số cao vì $X_C = 1/\omega C$.

Nhánh L-C dễ dàng cho thông qua một dải tần quanh tần số cộng hưởng $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$,

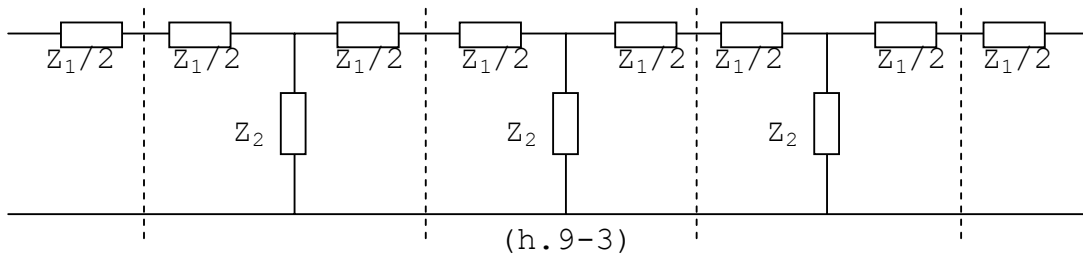
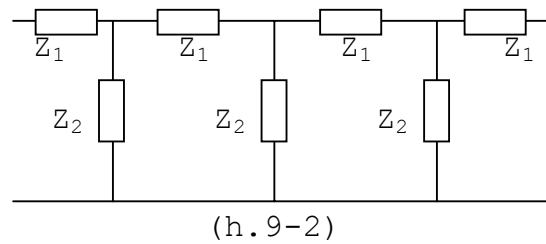
nhánh L // C chắn các dòng thuộc dải quanh dải tần số cộng hưởng.

Ta dễ dàng khảo sát bộ lọc thuần kháng là loại lọc gồm hợp thành bởi các phần tử L và C. Từ loại lọc này có thể xem xét các bộ lọc có chất lượng cao thường có tiêu tán rất bé có thể bỏ qua. Việc xét bộ lọc thuần kháng cho ta phán đoán được những nét chủ

yếu của quá trình lọc coi là có tiêu tán. Trên thực tế loại trừ lọc thông thấp r - C ra còn việc khảo sát lọc có tiêu tán khá phức tạp. Khi tính toán thiết kế bộ lọc có tiêu tán phải sử dụng các bảng số, đường cong đặc biệt.

Thường các bộ lọc được nối theo dạng dây chuyền (móc xích) để nâng cao chất lượng lọc như hình (h.9-2)

Trong đó các tổng trở nối dọc kí hiệu Z_1 , nối ngang Z_2 . Để nghiên cứu bộ lọc ta cắt chúng thành những cái lọc thành phần để nối xâu chuỗi lại thì thành cái lọc chung, có hai cách chia như sau :
Cách thứ nhất là cắt qua các tổng trở dọc Z_1 ta sẽ được các bộ lọc thành phần hình



T nối với nhau như hình (h.9-3)

Cách chia thứ hai là cắt qua các tổng trở ngang Z_2 ta sẽ được các bộ lọc thành phần hình II như hình (h.9-4)

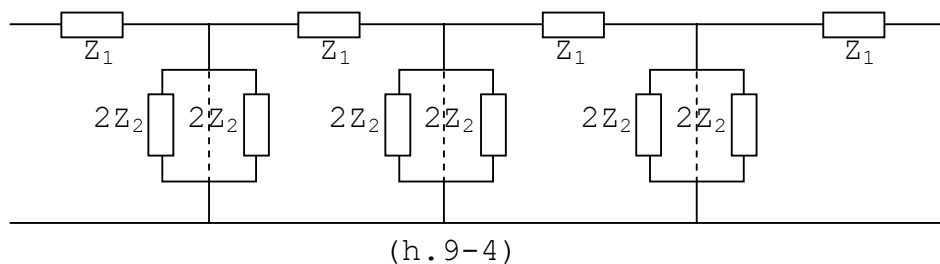
Vậy rõ ràng việc xét bộ lọc hình T, II đối xứng là rất cơ bản trong toàn bộ việc nghiên cứu bộ lọc vì nó là cơ sở cho việc xét cái lọc hình Γ và những chuỗi lọc.

Điều kiện để mạng 2 cửa đối xứng thành bộ lọc tần số :

Ta cần xác định những điều kiện để một mạng 2 cửa đối xứng có những dải thông tức là có tác dụng lọc tần số.

Quan hệ giữa áp, dòng ở cửa vào, cửa ra của mạng 2 cửa đối xứng tải hòa hợp :

Trong mạng 2 cửa đối xứng tải hòa hợp ta có biểu thức liên hệ :



$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = e^g = e^a e^{jb} \quad (9-1)$$

$$\text{Tỉ số môđun : } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = e^a \quad (9-2)$$

Từ đây thấy khi tải hòa hợp có thể có những điều kiện nào đó để trong một dải tần nhất định được $a(\omega) = 0$ tức $e^{a(\omega)} = 1$ thì có : $U_2(\omega) = U_1(\omega)$ và $I_2(\omega) = I_1(\omega)$.

Khi đó tín hiệu dòng, áp thuộc dải tần đó sẽ từ cửa vào đến cửa ra mà không bị tắt, lúc này mạng 2 cửa là một mạch lọc tần. Mạch cho thông qua tín hiệu thuộc dải tần đó, còn sẽ không cho qua (chắn) những tín hiệu thuộc dải tần khác.

Vậy hệ số tắt trên một dải tần của một mạng 2 cửa đối xứng tải hòa hợp triệt tiêu ($a(\omega) = 0$) chính là điều kiện để mạng 2 cửa đó thành bộ lọc điện.

Điều kiện để $a(\omega) = 0$ trên một dải tần :

Với mạng 2 cửa có tiêu tán thì : $P_2 < P_1$ nên $U_2 < U_1$, $I_2 < I_1$ nên $a(\omega) > 0$, thấy ngay không thể dùng mạng 2 cửa có tiêu tán làm lọc điện lý tưởng với $a(\omega) = 0$.

Vậy chỉ còn mạng 2 cửa thuần kháng đối xứng tải hòa hợp là có thể làm cái lọc.

Với mạng 2 cửa thuần kháng đối xứng tải hòa hợp ta có tổng trở đặc tính là

$Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}}$, trong đó A_{12} , A_{21} là những số ảo (vì thuần kháng) nên Z_c chỉ có thể có

hai loại giá trị :

Ở dải tần mà $A_{12}(\omega)$, $A_{21}(\omega)$ là ảo cùng dấu thì $\frac{A_{12}(\omega)}{A_{21}(\omega)} > 0$ nên $Z_c(\omega)$ có giá trị thực.

Ở dải tần mà $A_{12}(\omega)$, $A_{21}(\omega)$ là ảo trái dấu nhau thì $\frac{A_{12}(\omega)}{A_{21}(\omega)} < 0$ nên $Z_c(\omega)$ có giá trị ảo.

Xét mạng 2 cửa thuần kháng tải hòa hợp với Z_c ảo :

Lúc này $A_{12}(\omega)$ và $A_{21}(\omega)$ là trái dấu nhau nên $A_{12}.A_{21} > 0$ nên từ $A_{11}^2 - A_{12}.A_{21} = 1$ mà $A_{11} = \text{Chg}$ rút ra $\text{Chg} = \sqrt{1 + A_{12}.A_{21}} > 1$, $\text{Chg}(a + jb) > 1$ nên $a(\omega) = \text{Reg}(\omega) > 0 \rightarrow$ tín hiệu bị tắt không làm cái lọc được.

Xét mạng 2 cửa thuần kháng tải hòa hợp với Z_c thực :

Tức A_{12} và A_{21} là ảo cùng dấu nhau nên $A_{12}.A_{21} < 0$. Do mạng 2 cửa không tiêu tán nên $P_1 = P_2$ có :

$$\left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2 = \frac{P_1}{P_2} = 1 \rightarrow U_2(\omega) = U_1(\omega), I_2(\omega) = I_1(\omega) \text{ và } a(\omega) = 0, \text{ ta có}$$

mạch lọc tần số.

Từ đó phát biểu điều kiện thông của mạch lọc đối xứng là :

Mạng hai cửa là thuần kháng.

Và trong những dải tần ấy tải hòa hợp $Z_c(\omega)$ là thuần trở.

Tất nhiên ở những dải tần mà $Z_c(\omega)$ thuần ảo sẽ có $a(\omega) > 0$, tín hiệu sẽ tắt, không cho qua.

Tiêu chuẩn đoán nhận dải thông và dải chắn :

Dải thông là dải tần số để $a(\omega) = 0$.

Dải chắn là dải tần số để $a(\omega) > 0$.

Ta gọi những tần số phân giới các dải thông và dải chắn là những tần số cắt ω_{c1} , $\omega_{c2} \dots$

Từ những phát biểu trên ta đưa ra những tiêu chuẩn để đoán nhận dải thông và dải chắn của lọc đối xứng thuần kháng :

Dải thông là dải tần trong đó $Z_c(\omega)$ của bộ lọc là thuần trở, tức có giá trị thực :

$$Z_c(\omega) = r_c(\omega) \quad (9-3).$$

Dải chắn là dải tần trong đó $Z_c(\omega)$ là thuần kháng, tức có giá trị ảo :

$$Z_c(\omega) = jX_c(\omega) \quad (9-4)$$

Hiện tượng cộng hưởng toàn phần trong toàn dải thông :

Qua phân tích trên ta thấy trong dải thông có $Z_{u1}(\omega) = Z_{u2}(\omega) = r_c(\omega)$ chứng tỏ trên mỗi cửa không có sự trao đổi năng lượng, dao động qua lại (mà trên cửa chỉ có tiêu thụ).

Trong khi đó vì là 2 cửa thuần kháng nên có các kho L, C trong mạch đều có dao động tích phóng năng lượng. Vậy các kho chỉ trao đổi năng lượng với nhau và phải trao đổi vừa hết với bất kể mạng 2 cửa có kết cấu đơn giản hay phức tạp. Ta nói mạng 2 cửa cộng hưởng nội bộ toàn phần với nhau trên cả một dải thông của tần số hay cộng hưởng toàn mạng trên cả một dải tần (có thể hiểu rằng cộng hưởng xảy ra khi $Z = R + jX$ có $X = 0$ để $Z = R = \text{thực}$).

Khác với cộng hưởng thông thường mà chúng ta đã xét trước đây là chỉ cộng hưởng trên một số hữu hạn tần số, còn cộng hưởng nội bộ toàn phần là cộng hưởng xảy ra trên cả một dải tần ứng với dải thông. Cộng hưởng toàn phần là hiện tượng đặc sắc của những mạng 2 cửa thuần kháng và cũng là một hiện tượng đặc trưng dải thông của mạch lọc thuần kháng, đồng nhất với tiêu chuẩn đoán nhận dải thông $Z_c(\omega) = r_c(\omega)$.

Dải thông và tần số cắt của lọc đối xứng hình T và Π :

Ta xét dải thông, tần số cắt cho lọc đối xứng hình T và Π chuẩn như hình (h.9-3) và (h.9-4).

Dải thông, dải chặn, tần số cắt :

Từ sơ đồ lọc đối xứng hình T và Π ta có được tổng trở đặc tính :

$$\left. \begin{aligned} Z_{cT} &= \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)} \\ Z_{c\Pi} &= \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)}} \end{aligned} \right\} \quad (9-5)$$

vì là thuần kháng : $Z_1 = jx_1$, $Z_2 = jx_2$ nên có :

$$\left. \begin{aligned} Z_{cT} &= \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2} \right)} \\ Z_{c\Pi} &= \sqrt{\frac{-x_1 x_2}{\left(1 + \frac{x_1}{4x_2} \right)}} \end{aligned} \right\} \quad (9-6)$$

Điều kiện tồn tại dải thông :

Từ các công thức trên ta thấy nếu ở mọi dải tần có $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$ luôn cùng dấu, tức nhánh dọc và nhánh ngang có kết cấu giống nhau với thông số tỉ lệ nhau thì sẽ luôn có $x_1(\omega).x_2(\omega) \geq 0$, $\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} \geq 0$ nên $Z_c(\omega)$ luôn có giá trị ảo, vì vậy

không tồn tại dải thông.

Từ đó rút ra với mạng 2 cửa mà nhánh dọc và nhánh ngang cùng loại (cùng L hoặc cùng C hoặc cùng L-C...) thì không thể làm lọc điện được.

Để Z_{cT} và $Z_{c\Pi}$ thực thì buộc phải có quan hệ : $x_1(\omega).x_2(\omega) < 0$, $\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} < 0$ (9-7).

Tức là $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$ phải trái dấu nhau, mà x_1 , x_2 đều là kháng nên chúng trái dấu nhau khi khác tính chất nhau, tức chúng phải tương nghịch nhau (ví dụ : nhánh dọc L thì nhánh ngang là C...).

Vậy để tồn tại dải thông $Z_c(\omega) = r_c(\omega)$ thì phải sử dụng mạng 2 cửa thuần kháng đối xứng hình T hoặc Π có các nhánh dọc và ngang tương nghịch nhau.

Bất phương trình dải thông và dải chặn :

Từ điều kiện dải thông thấy để $Z_c(\omega)$ thực thuộc $x_1(\omega)$, $x_2(\omega)$ khác dấu và $\left(1 + \frac{x_1}{4x_2}\right) \geq 0$ tức là : $\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} \leq 0$ và $\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} \geq -4$

Ta được bất phương trình dải thông : $-4 < \frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} < 0$ (9-8)

Ngược lại có hệ bất phương trình dải chặn :
$$\left. \begin{array}{l} \frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} > 0 \\ \text{hoặc} \frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} < -4 \end{array} \right\} \quad (9-9)$$

Phương trình của tần số cắt (tần số biên) :

Từ (9-8) ta được hệ phương trình tần số cắt :
$$\left. \begin{array}{l} x_1(\omega_{c1}) = -4x_2(\omega_{c1}) \\ \frac{x_1(\omega_c)}{x_2(\omega_c)} = 0 \end{array} \right\} \quad (9-10)$$

Trong đó $\frac{x_1(\omega_c)}{x_2(\omega_c)} = 0$ có nghiệm ω_c trong hai trường hợp : $x_1(\omega_c) = 0$ hoặc

$x_2(\omega_c) = \infty$ với $x_1(\omega_c)$ hữu hạn.

Ví dụ : Xác định dải thông và chặn của cái lọc hình (h.9-5). Biết $L_1 = 10\text{mH}$, $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 0,5\mu\text{F}$.

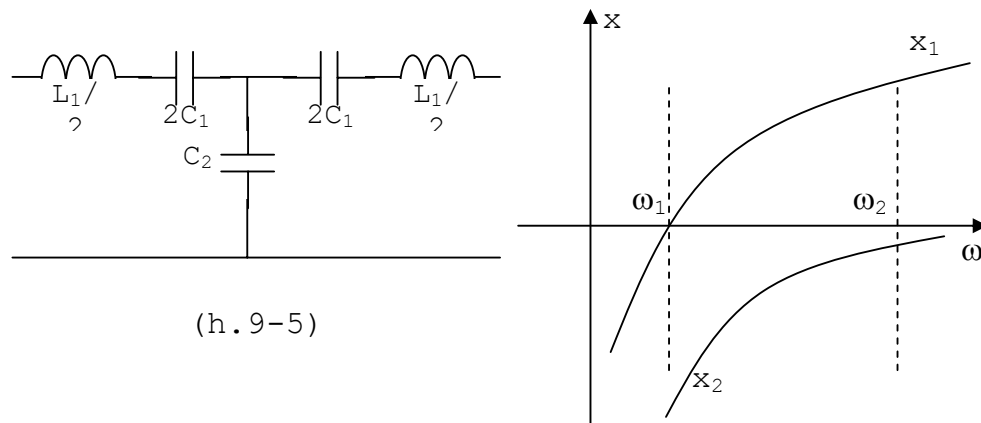
Điện kháng dọc $x_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$, điện kháng ngang $x_2 = -\frac{1}{\omega C_2}$.

Tần số cắt ω_1 , ω_2 là nghiệm của các phương trình :

Từ $x_1(\omega_1) = 0$ có $\omega_1 L_1 - \frac{1}{\omega_1 C_1} = 0$ nên $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$

Và từ $x_1(\omega_2) = -4x_2(\omega_2)$ có $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{4}{C_2} \right)}$

Thay số ta được $\omega_1 = 10^4 \text{ Rad/s}$, $\omega_2 = 3.10^4 \text{ Rad/s}$.



(h. 9-5)

Dải thông là dải tần $[\omega_1, \omega_2]$

Các đặc tính tần của lọc điện :

Để khảo sát và sử dụng các bộ lọc cần nắm các đặc tính tần của chúng, tức sự phụ thuộc vào tần số của các đặc trưng của bộ lọc như $Z_c(\omega)$, $g(\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$.

Mục đích xét các đặc tính tần :

Trong dải thông cần biết $Z_c(\omega) = r_c(\omega)$ để phối hợp bộ lọc với tải Z_2 sao cho thỏa mãn $Z_2(\omega) = Z_c(\omega) = r_c(\omega)$ trên toàn bộ dải thông.

Vì trong dải thông $a(\omega) = 0$ nên cần quan tâm hệ số pha $b(\omega) = \psi_{u1} - \psi_{u2} = \psi_{i1} - \psi_{i2}$ chỉ góc lệch pha giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào.

Do có sự lệch pha này dẫn đến làm méo tín hiệu không điều hòa (thường tín hiệu đầu vào của lọc là chu kỳ không điều hòa)

Tuy nhiên từng thành phần điều hòa trong dải thông đều không suy giảm (vì $a(\omega) = 0$). Để khỏi méo tín hiệu thì $b(\omega)$ tỉ lệ với tần số ω .

Có thể thấy một thành phần điều hòa tần số ω khi vào bộ lọc có góc pha ωt thì khi ra có góc pha $\omega t - b = \omega \left(t - \frac{b}{\omega} \right)$; $\frac{b}{\omega} = \Delta t(\omega)$ là thời gian trễ. Nếu b tỉ lệ với ω thì thời gian trễ đó sẽ như nhau với mọi thành phần điều hòa khiến cho cả tín hiệu sẽ chỉ bị trễ một quãng thời gian mà không bị méo.

Trong dải chặn độ tắt $q(\omega)$ càng lớn nhanh ở tần số cắt thì tác dụng chặn của lọc càng tốt, ta nói cái lọc càng sắc.

Vậy độ lớn $q(\omega)$ và tốc độ tăng của nó là thông số quan trọng đo độ sắc và phẩm chất của bộ lọc.

Đặc tính tần của tổng trở đặc tính $Z_c(\omega)$:

$$\text{Từ biểu thức : } Z_{cT} = \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2} \right)} \text{ và } Z_{c\Pi} = \sqrt{\frac{-x_1 x_2}{\left(1 + \frac{x_1}{4x_2} \right)}}$$

Ta thấy đặc tính tần số $Z_c(\omega)$ có các tính chất sau :

Trong dải thông $Z_c(\omega)$ có giá trị thực, còn trong dải chặn nó có giá trị ảo.

Trong dải chặn $Z_c(\omega) = jx(\omega)$ luôn tăng theo tần số.

Ở tần số cắt $1 + \frac{x_1}{4x_2} = 0$ nên $Z_{cT} = 0$, $Z_{c\Pi} = \infty$.

Đặc tính tần truyền đạt $g(\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$:

Với mạng 2 cửa thuần kháng đối xứng tải hòa hợp có dạng chuẩn T, Π như đã xét ta có $\text{Chg} = A_{11}$ mà A_{11} của hình T và Π đều là : $A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} = 1 + \frac{x_1}{2x_2}$ nên :

$$\text{Chg} = 1 + \frac{x_1}{2x_2} = \text{ch}(a + jb), \text{ nãncõ } \text{cha} \cos b + j \text{sh} \sin b = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \quad \text{rút ra các}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{cha} \cos b = 1 + \frac{x_1}{2x_2} \\ \text{sh} \sin b = 0 \end{array} \right\} \quad (9-11)$$

Từ quan hệ (9-11) ta xét đặc tính tần $a(\omega)$, $b(\omega)$.

Trong dải thông :

Trong dải thông $a(\omega) = 0$ nên $\text{cha}(\omega) = 1$, $\text{sha}(\omega) = 0$ nên có $\cos b = 1 + \frac{x_1}{2x_2}$ rút

$$\text{ra : } b(\omega) = \arccos \left[1 + \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} \right] \quad (9-12)$$

$b(\omega)$ cùng dấu điện kháng dọc $x_1(\omega)$ và luôn tăng theo tần số.
Trong dải chặn :

Trong dải chặn $a(\omega) \neq 0$ nên $\text{sha}(\omega) \neq 0$, nên để thỏa mãn (9-11) suy ra trong dải chặn luôn có $\sin b(\omega) = 0$.

$$\text{Từ đó thấy } b(\omega) \text{ có một trong hai giá trị : } \left. \begin{array}{l} b(\omega) = 0 \\ b(\omega) = \pm\pi \end{array} \right\} \quad (9-13)$$

Khi $b(\omega) = 0$ nên $\cos b(\omega) = 1$ theo (9-11) suy ra $\text{cha}(\omega) = 1 + \frac{x_1}{2x_2}$ rút ra được :

$$a(\omega) = \text{arch} \left(1 + \frac{x_1}{2x_2} \right) \quad (9-14)$$

Vì ở dải chặn xét có $a(\omega) > 0$ nên $\text{cha}(\omega) > 1$ mà $\text{cha}(\omega) = 1 + \frac{x_1}{2x_2}$ nên $\frac{x_1}{2x_2} > 0$ tức là $x_1(\omega)$ phải cùng dấu với $x_2(\omega)$ và dải chặn này ở lân cận tần số cắt ω_{c1} ứng với $x_1(\omega_{c1}) = 0$.

Khi $b(\omega) = \pm\pi$ nên $\cos b(\omega) = -1$ nên suy ra : $\text{cha}(\omega) = -\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right)$ rút ra được

$$a(\omega) = \text{arch} \left[-\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right) \right] \quad (9-15)$$

Vì $\text{cha}(\omega) > 1$ nên trong dải chặn này có : $1 + \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)} < -1$ rút ra $\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} < -4$

Tức là trong dải chặn này $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$ trái dấu nhau và ở lân cận tần số cắt ω_{c2} ứng với phương trình tần số cắt $x_1(\omega_{c2}) = -4x_2(\omega_{c2})$.

Bộ lọc loại K :

Đó là bộ lọc thuần kháng mà tích điện kháng dọc $x_1(\omega)$ với điện kháng $x_2(\omega)$ luôn là một hằng số thực, dương K^2 nào đó : $Z_1(\omega).Z_2(\omega) = jx_1(\omega).jx_2(\omega) = -x_1(\omega).x_2(\omega) = K^2 > 0$ (9-16).

Để bảo đảm (9-16) thì $x_1(\omega)$ và $x_2(\omega)$ luôn ngược dấu nhau trong cả dải tần $0 \rightarrow \infty$ và chúng có môđun là nghịch đảo của nhau với phương trình K. Đó là nhánh tương nghịch nhau với tích điện kháng bằng K^2 .

Ví dụ : nhánh dọc là L_1 thì nhánh ngang là C_2 với $\omega L_1 \cdot \frac{1}{\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2} = K^2 = \text{const}$

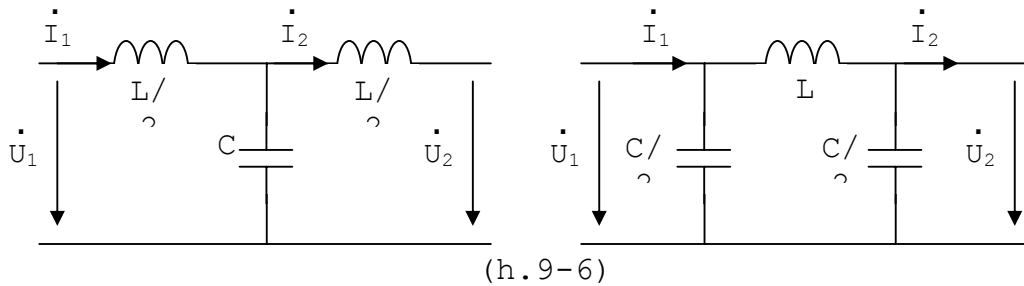
Vậy một bộ lọc loại K hoàn toàn xác định bởi $x_1(\omega)$ (hoặc $x_2(\omega)$) với phương trình K^2 , vì đặc điểm lọc loại K có $x_1(\omega)$, $x_2(\omega)$ trái dấu nhau trong cả dải tần từ $0 \rightarrow \infty$

nên trong dải chặn hệ số pha b chỉ có giá trị $b(\omega) = \pm\pi$, ta có $\text{pha}(\omega) = -\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right)$ và

$$\text{có } a(\omega) = \text{arch}\left[-\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right)\right] = \text{arch}\left(-1 - \frac{x_1(\omega)}{2x_2(\omega)}\right).$$

Lọc thông thấp loại K :

Sơ đồ : như hình (h.9-6) :



Để lọc thông thấp ta kết cấu bộ lọc như hình vẽ. Trong đó các tổng trở dọc là điện cảm để dễ dàng cho thông qua tần số thấp ($x_L = \omega L$ nhỏ khi ω nhỏ). Còn nhánh ngang dùng tụ điện kháng $x_c = \frac{1}{\omega C}$, tần số càng lớn thì x_c càng nhỏ nên tụ dễ dàng cho thông qua các tần số cao. Ở trong mạch lọc thông thấp này nó có vai trò cho khép mạch các sóng cao tần để chỉ cho các sóng tần thấp chạy đến cửa ra.

$$\text{Từ } x_1 = \omega L, x_2 = -\frac{1}{\omega C} \text{ có } -x_1(\omega)x_2(\omega) = \frac{L}{C} = K^2 \text{ nên } K = \sqrt{\frac{L}{C}} = \text{const}$$

Có thể nói với mọi cặp L, C bất kỳ sơ đồ xét đều là lọc loại K.

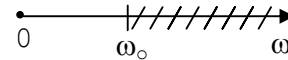
Dải thông :

Tính tần số cắt :

$$\text{Cho } x_1(\omega_{c1}) = \omega_{c1} L = 0 \text{ có } \omega_{c1} = 0$$

Cho

$$x_1(\omega_{c2}) = -4x_2(\omega_{c2}) \text{ có } \omega_{c2} L = \frac{4}{\omega_{c2} C} \Rightarrow \omega_{c2} = \frac{2}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$



Vậy dải thông là đoạn tần số $0 \rightarrow \omega_0$ còn từ $\omega_0 \rightarrow \infty$ là dải chặn.

Các đặc tính tần :

$$Z_{CT} = \sqrt{-x_1 x_2 \left(1 + \frac{x_1}{4x_2}\right)}$$

Trong đó $-x_1(\omega).x_2(\omega) = K^2$

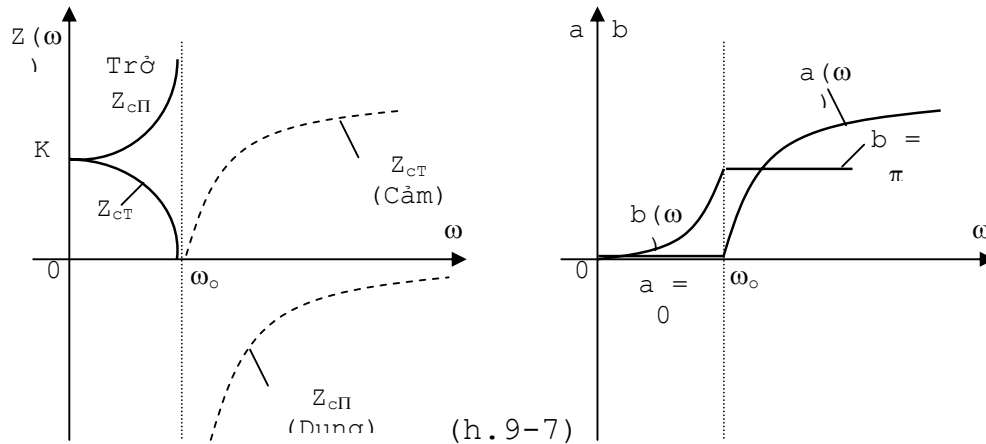
$$\frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} = \frac{\omega L}{-\frac{1}{\omega C}} = -\omega^2 LC = -\omega^2 \frac{4}{\omega_0^2} \text{ đã có : } \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} \text{ nên } LC = \frac{4}{\omega_0^2}$$

$$\text{Được } Z_{CT}(\omega) = K \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ và } Z_{CT}(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$$\text{ở dải thông có : } a(\omega) = 0, b(\omega) = \arccos\left(1 + \frac{x_1}{2x_2}\right) = \arccos\left(1 - 2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

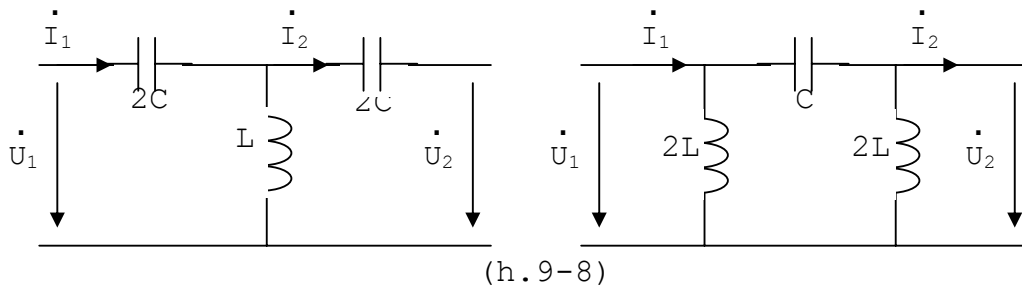
$$\text{ở dải chặn có : } b(\omega) = \pm\pi, a(\omega) = \text{arch}\left(-1 - \frac{x_1}{2x_2}\right) = \text{arch}\left(-1 + 2\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)$$

Các đặc tính tần như hình vẽ (h.9-7) :



Lọc thông cao loại K :

Sơ đồ : Để cho thông qua các tần số cao thì sơ đồ gồm các phần tử dọc, ngang phải tương nghịch với các phần tử tương ứng ở lọc thông thấp như hình (h.9-8)

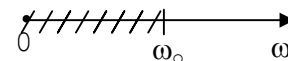


Tổng trở dọc là tụ để thông qua dễ dàng tần số cao, chặn tần số thấp, tổng trở ngang là cảm để khép mạch dải tần số thấp về nguồn.

$$\text{Từ } x_1 = -\frac{1}{\omega C}, x_2 = \omega L \text{ có } x_1(\omega)x_2(\omega) = \frac{L}{C} = K^2 \text{ nên } K = \sqrt{\frac{L}{C}} = \text{const}$$

Dải thông :

$$\text{Cho } x_1(\omega_{c2}) = \frac{1}{\omega_{c2} C} = 0 \text{ và } x_2(\omega_{c2}) = \infty$$



$$\text{Cho } x_1(\omega_{c1}) = -4x_2(\omega_{c1}) \text{ có } \omega_{c1} L = -\frac{1}{\omega_{c1} C} \text{ và } \omega_{c1} = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \omega_0$$

Vậy dải thông của bộ lọc là $[\omega_0 \rightarrow \infty]$

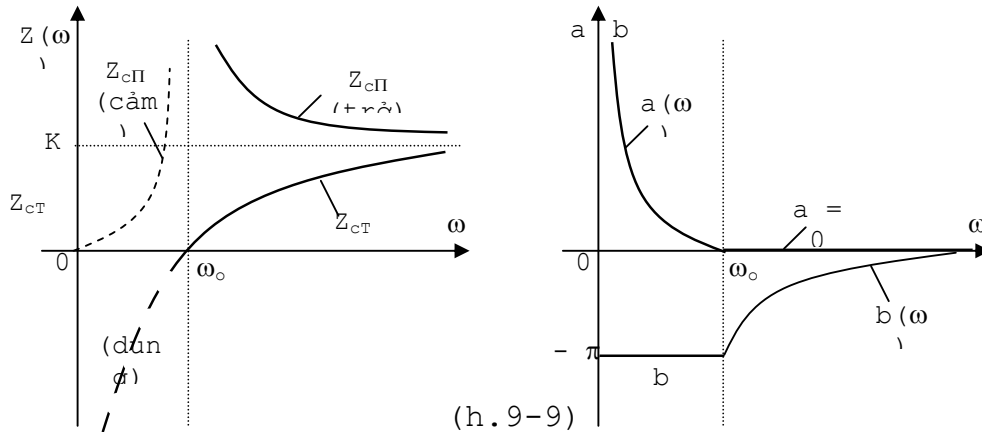
Các đặc tính tần :

$$\frac{x_1}{4x_2} = \frac{-1}{\omega C} = \frac{-1}{4\omega^2 LC} = \frac{-\omega_0^2}{\omega^2} \text{ nên } Z_{CT}(\omega) = K \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}, Z_{CI}(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$$\text{ở dải thông } a(\omega) = 0, b(\omega) = \arccos\left(1 - 2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)$$

$$\text{ở dải chặn } b(\omega) = -\pi, a(\omega) = \arccos\left(-1 + 2\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)$$

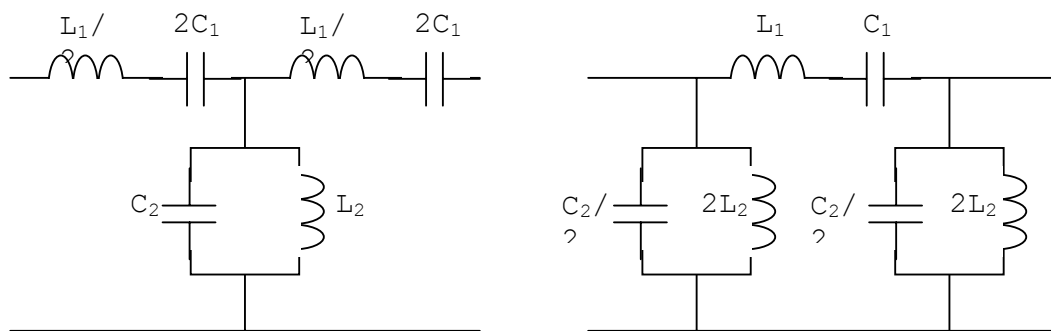
Đặc tính tần như hình (h.9-9)



Lọc thông một dải loại K :

Sơ đồ : Nối chuỗi bộ lọc thông thấp có tần số cắt ω_2 với bộ lọc thông cao có tần số cắt ω_1 với $\omega_2 > \omega_1$ thì ta được bộ lọc thông một dải với dải thông từ ω_1 đến ω_2 .

Sơ đồ bộ lọc thông một dải như hình (h.9-10).



(h. 9-10)

Vì các tổng trở dọc và ngang tương nghịch nhau nên tại điểm zêrô của tổng trở dọc $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ phải là điểm cực của tổng trở ngang $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ từ đó ta có :

$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$ rút ra $L_1 C_1 = L_2 C_2$ vậy các thông số của sơ đồ phải thỏa mãn điều

kiện trên. Ta có $Z_1(\omega).Z_2(\omega) = \frac{L_2}{L_1}$, $K = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$, $x_1 = \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1}$, $x_2 = \frac{-\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}$.

Dải thông :

Tính tần số cắt từ : $x_1(\omega) = -4x_2(\omega) \Leftrightarrow \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{\omega C_1} = \frac{4\omega L_2}{\omega^2 L_2 C_2 - 1}$ suy ra $L_1 C_1 = L_2 C_2$

Biến đổi ta được : $(\omega^2 L_1 C_1 - 1)^2 = 4\omega^2 L_2 C_1 \rightarrow \omega^2 L_1 C_1 - 1 = \pm 2\omega \sqrt{L_2 C_1}$

Chia hai vế cho $L_1 C_1$ có : $\omega^2 - \frac{1}{L_1 C_1} = \pm \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}$

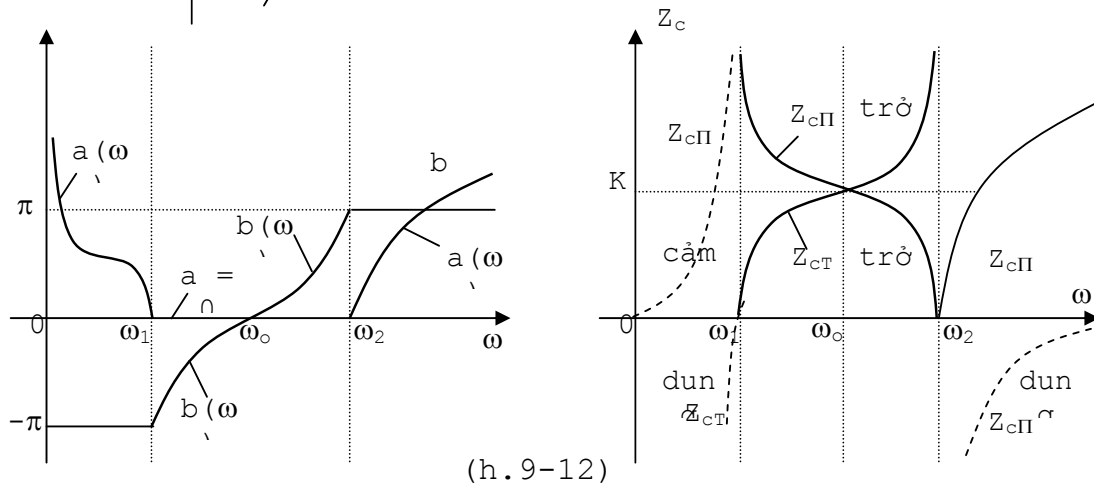
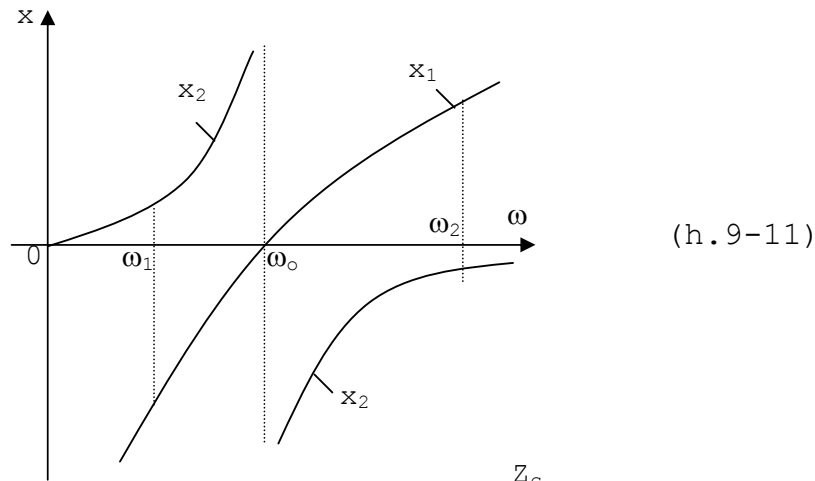
Giải ra chọn nghiệm dương ta được tần số cắt : $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{L_1 C_2} + \frac{1}{L_2 C_1}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_1 C_2}}$ qua

các đường cong $x_1(\omega)$, $x_2(\omega)$ thấy được dải thông là $[\omega_1, \omega_2]$. Hoặc lấy một tần số trong quãng $[\omega_1, \omega_2]$ để phương trình dải thông : $-4 \leq \frac{x_1(\omega)}{x_2(\omega)} \leq 0$ nếu nghiệm đúng thì kết luận dải thông là $[\omega_1, \omega_2]$.

Với lọc loại K có x_1, x_2 luôn trái dấu, tương nghịch nhau, vì vậy nói chung điểm không ω_0 của $x_1(\omega)$ hay điểm cực của $x_2(\omega)$ thường thuộc dải thông, ω_0 có được từ $x_1(\omega) = 0$, $\omega^2 L_1 C_1 - 1 = 0 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ do đó nếu $\omega_1 < \omega_0 < \omega_2$ thì $[\omega_1, \omega_2]$ là dải

thông, từ biểu thức $\omega_1, \omega_2, \omega_0$ thấy $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$, ω_0 là trung bình nhân của ω_1, ω_2 .

Đặc tẻn tẻn : được vẻ ở hẻnh (h.9-11)

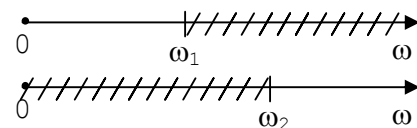


$$Z_{cT} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}, Z_{c\Pi} = \frac{\sqrt{\frac{L_2}{C_1}}}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

$$a(\omega) = \arccos \left[1 - \frac{C_2}{2C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right], b(\omega) = \arcsin \left[1 - \frac{C_2}{2C_1} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right], K = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$$

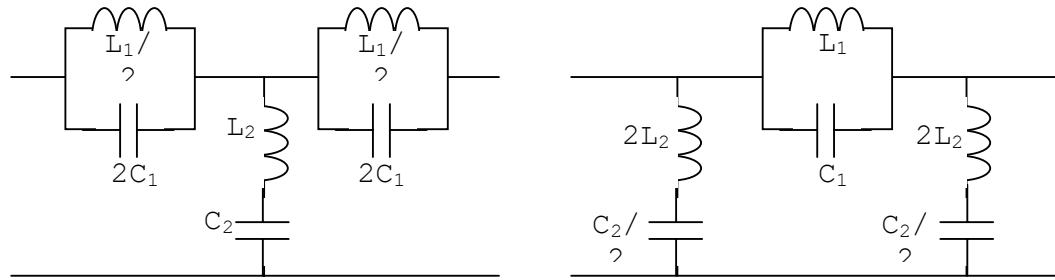
Lọc chẵn một dải :

Sơ đồ : Nếu nối song song lọc thông cao có tần số cắt ω_2 với lọc thông thấp có tần số cắt ω_1 mà $\omega_1 < \omega_2$ thì ta sẽ có bộ lọc chẵn một dải với dải chẵn là (ω_1, ω_2) . Sơ đồ lọc chẵn một dải như hình (h.9-13) có tổng trở dọc, ngang tương nghịch với sơ đồ thông một dải.



$$x_1 = \frac{-\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1}, x_2 = \frac{\omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega C_2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{-\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1} \cdot \frac{\omega^2 L_2 C_2 - 1}{\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2}$$

$$\text{vì } L_2 C_2 = L_1 C_1, K = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$



(h.9-13)

Dải thông : Từ $x_1(\omega) = -4x_2(\omega) \cos \frac{\omega L_1}{\omega^2 L_1 C_1 - 1} = \frac{4(\omega^2 L_2 C_2 - 1)}{\omega C_2}$

$$\text{Được } \omega_{1,2} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{1}{L_2 C_1} + \frac{16}{L_2 C_2}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_2 C_1}} \right), \omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2} = \omega_1 \omega_2$$

Thấy dải thông là $[0, \omega_1]$ và $[\omega_2, \infty]$, dải chặn là $[\omega_1, \omega_2]$, ta được lọc chặn một dải.

Các đặc tính tần :

$$Z_{cT} = K \sqrt{1 + \frac{x_1}{4x_2}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

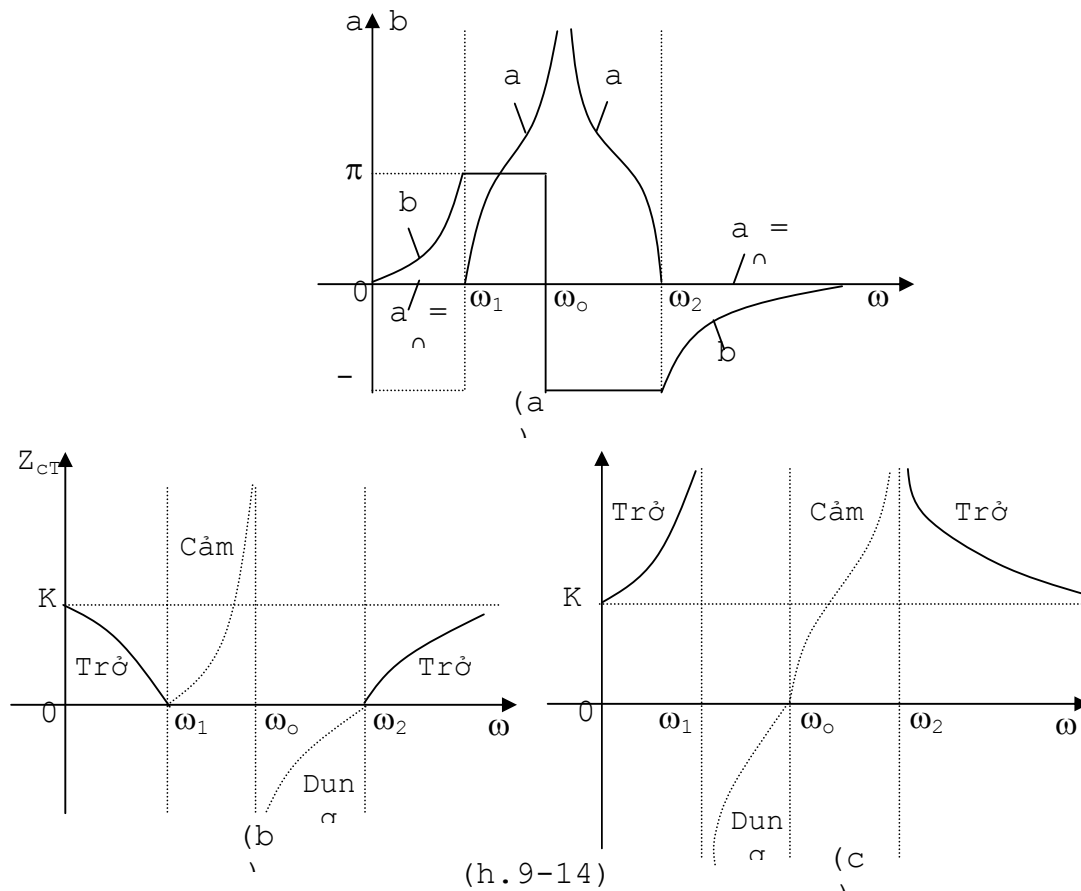
$$Z_{cII} = K \sqrt{1 + \frac{x_1}{4x_2}} = \frac{\sqrt{\frac{L_1}{C_2}}}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}}$$

$$\text{Trong dải thông : } a(\omega) = 0, b(\omega) = \arccos \left[1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \right]$$

$$\text{Trong dải chặn : } b = \pm \pi, a(\omega) = \text{arch} \left[1 - \frac{C_2}{2C_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \right]$$

Các đặc tính tần như hình vẽ (h.9-14)

Ta thấy trong dải tần $\omega > \omega_0$ các đặc tính tần giống lọc thông cao, trong dải tần $\omega < \omega_0$ thì lại giống lọc thông thấp.



(h. 9-14)

Nhận xét về các bộ lọc :

Nhận xét về lọc loại K :

Qua việc phân tích lọc loại K đối xứng có ưu điểm là đơn giản, dễ chế tạo, thiết kế, trong vùng chắn càng xa tần số cắt $a(\omega)$ tăng đến ∞ . Tuy nhiên chúng có một số nhược điểm sau :

Trong dải chắn vì $a(\omega)$ tăng theo hàm arch nên lân cận tần số cắt tốc độ tăng chậm, đôi khi không đủ thỏa mãn yêu cầu về độ sắc của lọc.

Trong dải thông tổng trở đặc tính $Z_c(\omega)$ biến thiên nhiều, chỉ có thể coi gần đúng $Z_c(\omega) = r_c(\omega) = K$ trong đoạn chừng $< 0,4$ dải thông. Trong khi đó nguồn và tải thường có trở thuần tiêu tán r_1, r_2 coi như là không đổi suốt dải thông, nên trong phần khá lớn dải thông có $r_{c1}(\omega) \neq r_2, r_{c1} \neq r_1$ tức là lọc không hòa hợp giữa tải và nguồn khiến cho thực tế $a(\omega) > 0$, lọc kém chất lượng.

Các cuộn dây, tụ điện làm lọc thường có tiêu tán nên hệ số phẩm chất Q bé (cỡ 100 trở lại) khó thỏa mãn yêu cầu cao về lọc thuần kháng. Do Q nhỏ nên khó thực hiện chính xác các tần số cắt ω_{c1}, ω_{c2} trong lọc thông hoặc chắn một dải ở vùng thông cao và chúng sát nhau.

Với những cách chế tạo L, C thông thường, khi lọc ở tần số cao cần L, C rất nhỏ (cỡ mH, pF) nên khó chế tạo chính xác, khi lọc tần số thấp cần L, C lớn (cỡ 1-10 mH, μF) thì phải ghép công kênh, tổn kém.

Về các bộ lọc khác :

Nâng cao chất lượng lọc bằng cách thực hiện các phần tử L, C với chất lượng cao hơn :

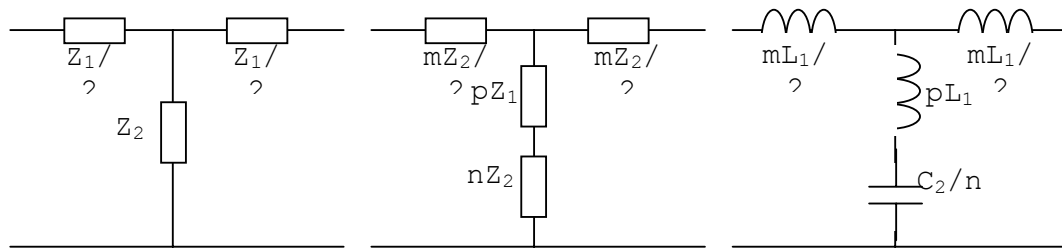
Dùng những lõi đặc biệt như alsifer, oxyfer... để chế tạo các cuộn cảm cao tần.
Dùng những lát áp điện, áp từ, gốm... chế tạo những mạch dao động cao tần với thông số chính xác, độ ổn định cao, hệ số phẩm chất Q cao (tới 10^6).
Dùng những đoạn cáp đồng trục, ống dẫn sóng kim loại chế tạo những mạch dao động hoặc những phần tử $x(\omega)$ ở siêu cao tần.

Dùng mạng 2 cửa không đối xứng hình Γ :

Lọc hình Γ sao cho vừa làm nhiệm vụ lọc như mạng đối xứng vừa bảo đảm hòa hợp phụ tải.

Có thể nâng cao chất lượng lọc bằng cách dùng các bộ lọc nhiều mắc lọc song sẽ dẫn đến sơ đồ phức tạp.

Dùng bộ lọc loại m, nó được biến tương từ lọc loại K như hình (h.9-15) với hình T.



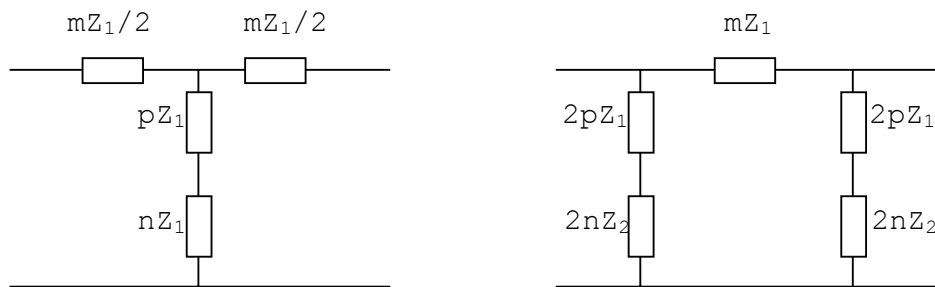
(h. 9-15)

Với lọc hình T ta nối tiếp thêm pZ_1 vào nhánh ngang, đổi giá trị Z_1 cũ thành mZ_1 và Z_2 cũ thành nZ_2 . Hệ số m lấy trong khoảng $0 \leq m \leq 1$: $n = \frac{1}{m}$, $p = \frac{1-m^2}{4m}$.

Với lọc loại m này làm nâng cao tốc độ tăng hệ số tắt a (ở vùng gần tần số cắt làm tăng độ sắc lọc đồng thời làm $Z_c(\omega)$ bớt biến động trong dải thông).

Ta thấy m càng bé hơn 1 thì $Z_c(\omega)$ càng gần ω_∞ thì trong dải chặn a(ω) càng dốc. Khi $m = 0,6$ thì đặc tính tần $Z_c(\omega)$ tương đối ít thay đổi trên phần lớn dải thông.

Từ lọc m hình T chuyển sang lọc m hình Π như hình (h.9-16)



(h. 9-16)

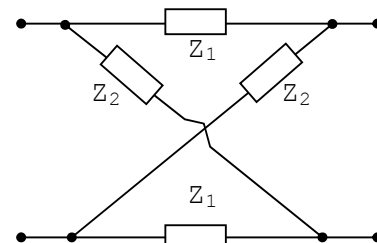
Dùng lọc thuần kháng sơ đồ cầu: Như hình (h.9-17)

Ta có: $Z_c = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$. Hệ số truyền đạt:

$$K_u = e^{-a} \cdot e^{-jb} = \frac{Z_c - Z_1}{Z_c + Z_1}$$

Tồn tại dải thông với: $|K_u| = 1 \rightarrow a(\omega) = 0$.

Là dải tần có $Z_c(\omega)$ thực, $Z_c = \sqrt{Z_1 \cdot Z_2}$ với $Z_1 = jX_1$, $Z_2 = jX_2$ nên X_1 , X_2 thuần kháng và trái dấu nhau, có thể chọn $X_1(\omega)$ và $X_2(\omega)$ thích hợp để tăng độ dốc

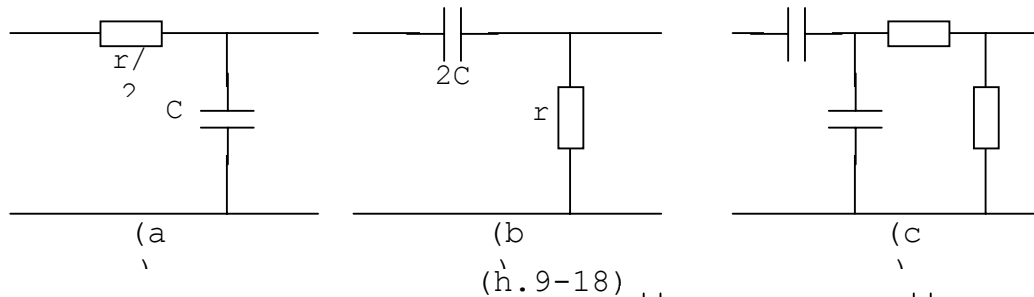


h. 9-17

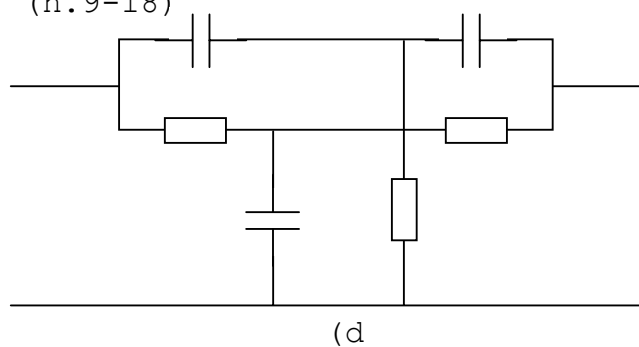
$a(\omega)$ trong dải chặn. Có thể tạo quan hệ $b(\omega)$ tuyến tính theo ω để làm giảm méo về pha.

Dùng lọc R - C tần số thấp (bộ lọc không cảm ứng) :

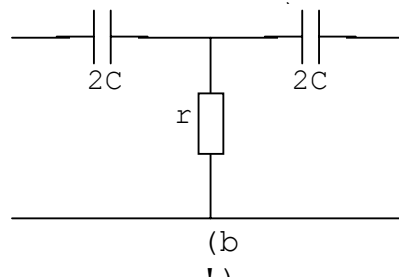
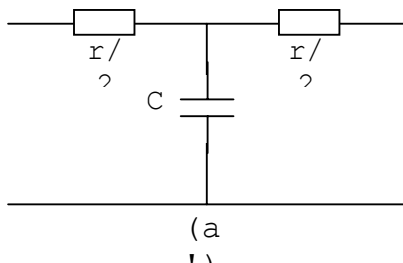
Khi cần lọc (thông thấp, cao, thông một dải, chặn một dải) ở tần số thấp chừng vài Hz đến vài chục KHz dùng lọc thuần kháng công kênh vì L quá lớn, nếu yêu cầu chính xác các đặc tính không cao, có thể dùng mạch lọc r - C gọn nhẹ như hình (h.9-18)



- (a) lọc thông thấp.
(b) lọc thông cao.
(d) lọc chặn một dải.
(c) lọc thông một dải.



Sơ đồ (a), (b) có thể là (a'), (b')



Trên đây chỉ nêu lên những nét cơ bản nhất về nguyên tắc lọc tần số. Còn trên thực tế còn có thể kết hợp những sơ đồ nguyên tắc đó với các mạch điện tử, bán dẫn. Có thể nghiên cứu kỹ vấn đề lọc qua các tài liệu chuyên về lọc.

C

CHƯƠNG 10

MẠCH BA PHA Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

Khái niệm về mạch điện 3 pha :

Để truyền tải năng lượng từ nguồn đến tải cần phải có hai dây dẫn : một dây “đi” và một dây “về” . Trong thực tế vì nguồn và tải thường rất xa nhau nên dây nối có thể rất dài.

Nếu liên kết một số mạch hoàn toàn giống nhau, trong mỗi mạch đều có nguồn và phụ tải và dòng điện biến thiên cùng tần số nhưng lần lượt lệch pha nhau thì tổng các dòng trên dây “về” bằng không. Nếu như vậy có thể bỏ đường dây “về” mà vẫn đảm bảo cung cấp điện. Và rõ ràng hệ thống này rất kinh tế. Đó là hệ thống nhiều pha - Mạch nhiều pha.

Vậy tập hợp các mạch điện trong đó có sự tác dụng của Sđđ hình sin cùng tần số và lần lượt lệch pha đối với nhau gọi là hệ thống nhiều pha. Mỗi một mạch điện đó (gọi là mạch một pha) tham gia hệ nhiều pha gọi là một pha của hệ nhiều pha.

Máy phát điện nhiều pha cơ bản được cấu tạo như máy phát điện một pha, trong đó Stato có một số cuộn dây đặt lệch nhau trong không gian một góc nào đó, khi máy phát làm việc (Roto quay) thì trong mỗi cuộn dây cảm ứng nên Sđđ hình sin lệch pha nhau một góc phụ thuộc vào số đôi cực và góc trong không gian giữa trục của các cuộn dây. Hệ nhiều pha dùng rất lợi khi biến dòng xoay chiều thành dòng một chiều qua bộ chỉnh lưu có thể có số lượng pha là 6, 12, 24, 48.

Trên thực tế ta gặp phổ biến là hệ thống ba pha - mạch ba pha. Mạch ba pha là mạch điện mà phần tử tác động là nguồn điện ba pha.

Nguồn điện ba pha thường là máy phát điện xoay chiều đồng bộ 3 pha đối xứng. Nó gồm Roto là một nam châm điện được từ hóa bằng dòng lấy từ nguồn kích thích bên ngoài. Roto được quay bởi động cơ sơ cấp (động cơ diesel, Tuabin hơi, Tuabin nước ...) và stato có 3 cuộn dây : AX, BY, CZ giống hệt nhau nhưng đặt lệch nhau trong không gian góc 120^0 . Roto quay thì trong mỗi dây quấn stato sẽ phát sinh một Sđđ cảm ứng xoay chiều hình sin. Các Sđđ này hoàn toàn giống nhau nhưng lệch pha nhau góc 120^0 ứng với thời gian $1/3$ chu kỳ ($T/3$) ta có biểu thức các Sđđ của máy phát điện 3 pha đối xứng:

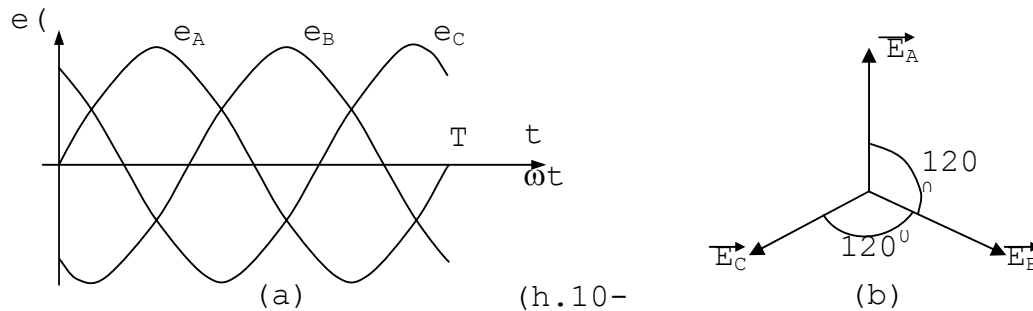
$$\begin{aligned}e_{A(t)} &= \sqrt{2} E \sin \omega t \\e_{B(t)} &= \sqrt{2} E \sin(\omega t - 120^0) \\e_{C(t)} &= \sqrt{2} E \sin(\omega t - 240^0)\end{aligned}\quad (10-1)$$

Biểu diễn đồ thị thời gian và đồ thị vector như hình (h.10-1a,b)

Từ (10-1) và từ các đồ thị thấy ở mọi thời điểm tổng các Sđđ 3 pha đều triệt tiêu.

$$\begin{aligned}e_A + e_B + e_C &= 0 \\ \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= 0 \\ \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C &= 0\end{aligned}\quad (10-2)$$

Nếu mỗi dây quấn (mỗi pha) của nguồn đều nối ra tải ta sẽ được mạch ba pha không liên hệ nhau. Nó như 3 máy một pha ghép lại. Như ta đã phân tích ở trên mạch này không dùng vì không kinh tế.



Vậy phải nối dây quấn stato lại với nhau sau đó mới nối đến tải thì ta mới được mạch ba pha (hệ thống ba pha).

Có hai cách nối cuộn dây stato (nối nguồn). Lưu ý 3 cuộn dây stato nằm trong không gian gần nhau nên có vấn đề hồ cảm nên phải chú ý đến cực cùng tính khi nối chúng với nhau. Ta quy ước 3 đầu dây của 3 cuộn dây cùng tính với nhau là đầu đầu thường ký hiệu A, B, C, thì các đầu còn lại cũng cùng tính với nhau gọi là đầu cuối ký hiệu X, Y, Z.

+ Cách nối hình (Y) là đem 3 cực cuối X, Y, Z chụm với nhau lại tại một điểm O gọi là điểm trung tính (tất nhiên có thể ngược lại lấy các đầu A, B, C chụm nhau cũng được).

+ Cách nối hình (Δ) là lấy đầu cuối của pha này (ví dụ X) nối với đầu đầu của pha kế tiếp (ví dụ B) rồi Y nối vào C và Z nối vào A thành vòng kín AX - BY - CZ - A.

Sở dĩ nối nguồn hình Δ mà không tạo sự ngắn mạch vì trong vòng kín này có $e_A + e_B + e_C = 0$.

Ba tải của 3 pha cũng có thể nối Y hoặc Δ sau đó nối vào dây dẫn của nguồn ra.

Cách nối dây của tải và của nguồn không phụ thuộc nhau và có thể khác nhau, cách nối dây của tải sao cho đảm bảo áp trên một pha của tải bằng áp định mức của một pha là được.

Ta gọi mỗi bộ phận (nguồn, đường dây, tải) hợp thành hệ thống ba pha là một pha của mạch điện ba pha. Ví dụ : một pha của nguồn, một pha của tải...

Mạng điện 3 pha 3 dây thường dùng cung cấp điện để sản xuất, có tải phần lớn là động cơ điện 3 pha để kéo các máy công cụ.

Mạng điện 3 pha 4 dây (mạch này với nguồn và tải đều nối Y, có thêm một dây trung tính) thường dùng để cung cấp cho nhu cầu sinh hoạt, thắp sáng. Lưới điện này có áp 380/220V hoặc 220/127V.

Trong mạch 3 pha cần phân biệt hai loại đại lượng là các lượng dây và các lượng pha.

Các dòng, áp trên các pha của tải hoặc nguồn gọi là các dòng pha, áp pha I_f, U_f .

Các lượng dây thông dụng hơn các lượng pha vì mạch 3 pha coi là một hệ thống nhất và các lượng dây đặc trưng quá trình năng lượng của toàn hệ, không cần biết kết cấu pha như thế nào.

Mạch 3 pha có nguồn đối xứng, tải đối xứng, tổng trở các pha của đường dây bằng nhau gọi là mạch ba pha đối xứng. Ngược lại mạch không đáp ứng đủ 3 điều kiện trên gọi là mạch 3 pha không đối xứng.

Đặc điểm của mạch ba pha đối xứng :

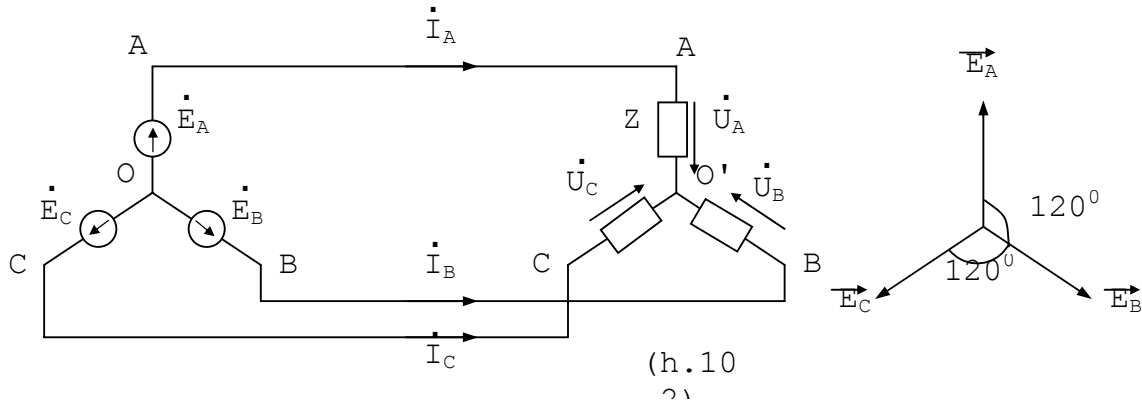
Mạch ba pha thường làm việc ở trạng thái đối xứng : tức là đảm bảo nguồn đối xứng như dạng (10-1a,b) Sđđ bằng nhau về modul nhưng góc pha lần lượt lệch nhau 120° . Tổng trở dây dẫn ba pha như nhau và tải ba pha đối xứng tức là :

$$Z_A = Z_A \angle \varphi_A = Z_B = Z_B \angle \varphi_B = Z_C = Z_C \angle \varphi_C$$

$$Z_A = Z_B = Z_C \text{ và } \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C \quad (10-3)$$

Với mạch ba pha đối xứng thì các hệ thống dòng, áp ở mọi bộ phận của mạch đều đối xứng, tất cả các điểm trung tính của nguồn và tải đều đẳng thế.

Sơ đồ nối Y - Y : như hình (h.10-2)



Nguồn 3 pha đối xứng có các Sdd trên các pha A, B, C liên hệ nhau qua (10-1) có thể biểu diễn dưới dạng biểu thức :

$$\dot{E}_A = E_m e^{j\psi_a}; \dot{E}_B = E_m e^{j\psi_b}; \dot{E}_C = E_m e^{j\psi_c};$$

$$= \psi_a - \psi_b = \psi_b - \psi_c = \psi_c - \psi_a = \frac{2\pi}{3} \quad (\text{nếu quan hệ n pha thì } \varphi = \frac{2\pi}{n})$$

Nếu góc pha đầu bằng 0 thì : $\dot{E}_A = E_m < 0$; $\dot{E}_B = E_m < -120^\circ$;

$$\dot{E}_C = E_m < 120^\circ = E_m < -240^\circ; \quad \text{và } \varphi = 120^\circ$$

Để viết biểu thức đơn giản ta sử dụng toán tử quay :

$$e^{j\frac{2\pi}{3}} = 1 < 120^\circ = a = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Là số phức có modul = 1, argumen bằng 120° , nên một số phức bất kỳ nhân với a sẽ có modul không đổi nhưng sẽ quay đi một góc 120° (tức argumen thay đổi 120°)

Ta có thể viết : $\dot{E}_A = a \dot{E}_B$; $\dot{E}_B = a \dot{E}_C$; $\dot{E}_C = a \dot{E}_A$; hay $\dot{E}_A = a \dot{E}_B = a^2 \dot{E}_C$;

Hệ thống nguồn ba pha theo thứ tự A, B, C như xét trên đây là hệ thống thứ tự thuận. Vậy nguồn đối xứng thường gặp là nguồn đối xứng thứ tự thuận.

Điện áp giữa hai điểm trung tính của nguồn và tải (vận dụng phương pháp 2 nút)

$$\dot{U}_{OO'} = \frac{\sum \dot{E}Y}{\sum Y} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C}{3} = 0$$

Vì $Y_A = Y_B = Y_C$, hai điểm trung tính nguồn O và trung tải O' đẳng thế nhau, nên nếu nối các điểm trung tính bằng một dây dẫn gọi là dây trung tính thì dòng trong dây trung tính bằng 0.

Xác định điện áp trên các pha của tải : Viết phương trình luật Kirhof 2 cho vòng OAO'A ta có :

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_{O'O} = \dot{U}_A \quad \dot{E}_B = \dot{U}_B + \dot{U}_{O'O} = \dot{U}_B \quad \dot{E}_C = \dot{U}_C + \dot{U}_{O'O} = \dot{U}_C$$

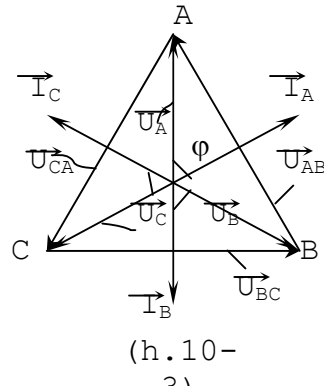
Vậy hệ thống trên tải cũng đối xứng như hình (h.10-3)

$$\dot{U}_A = U_f < 0; \quad \dot{U}_B = U_f < -120^\circ; \quad \dot{U}_C = U_f < 120^\circ;$$

Từ đồ thị tập đồ của mạch (h.10-3) thấy hệ thống điện áp dây $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ cũng đối xứng. Rút ra được quan hệ giữa điện áp dây và điện áp pha, qua tam giác vuông OHA có :

$$U_{AB} = 2U_A \cos 30^\circ = \sqrt{3}U_A \rightarrow U_d = \sqrt{3}U_f$$

về trị số hiệu dụng áp dây lớn hơn áp pha $\sqrt{3}$ lần. Về góc pha ta thấy U_{AB} vượt trước U_A góc 30° . Nên có quan hệ chung giữa áp dây và áp pha là :



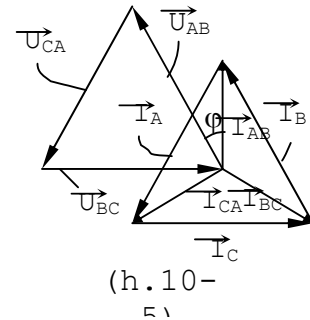
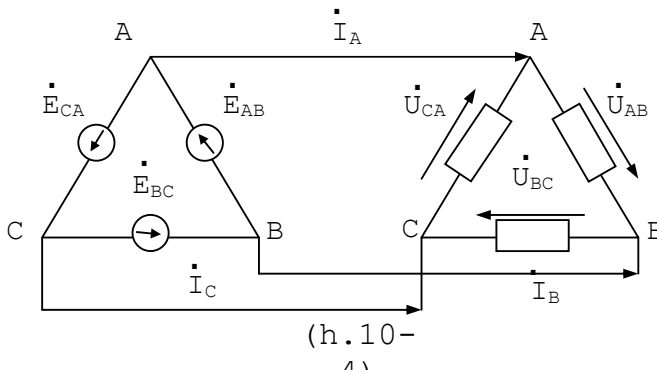
$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3}\dot{U}_A e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C e^{j30^\circ} \quad (10-4)$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3}\dot{U}_B e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{CA} = \sqrt{3}\dot{U}_C e^{j30^\circ}$$

Hệ thống dòng điện trong mạch cũng đối xứng : $\dot{I}_A = Y \dot{U}_A; \dot{I}_B = Y \dot{U}_B; \dot{I}_C = Y \dot{U}_C;$

Trên hình (h.10-3) vẽ hệ thống dòng pha đối xứng với tải cảm. Trong mạch nối Y dòng điện pha bằng dòng điện dây $I_f = I_d$.

Sơ đồ nối tam giác - tam giác ($\Delta-\Delta$) : hình (h.10-4)



Hệ thống điện áp trên tải cũng đối xứng : $\dot{U}_{AB} = \dot{E}_{AB}, \dot{U}_{BC} = \dot{E}_{BC}, \dot{U}_{CA} = \dot{E}_{CA};$

Hệ thống dòng điện pha trên tải cũng đối xứng như hình (h.10-5) :

$$I_{AB} = Y U_{BA}; \quad I_{BC} = Y U_{BC}; \quad I_{CA} = Y U_{CA}$$

Dựa vào luật Kirchof 1 tính được dòng điện dây theo các dòng điện pha

$$\text{Ở nút A có : } \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

$$\text{Ở nút B có : } \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\text{Ở nút C có : } \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$

Từ đồ thị vector thấy quan hệ giữa các dòng điện :

$$\dot{I}_A = \sqrt{3}\dot{I}_{AB} e^{-j30^\circ}$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3}\dot{I}_{BC} e^{-j30^\circ}$$

$$\dot{I}_C = \sqrt{3}\dot{I}_{CA} e^{-j30^\circ}$$

Trị số dòng dây lớn hơn dòng pha $\sqrt{3}$ lần. Dòng dây chậm sau dòng pha tương ứng góc 30° .

Do quan hệ đơn giản giữa các lượng dây và lượng pha nên có thể đo quá trình mạch 3 pha đối xứng bằng các biến trạng thái trên một pha là đủ. Và chỉ cần biết dòng áp trên một pha là đủ. Còn các pha kia được suy ra cũng có trị số giống pha đã biết nhưng lệch về pha 120° .

Vậy 3 pha đối xứng nối Δ thì : $U_d = U_f$; $I_d = \sqrt{3}I_f$

Công suất tức thời của mạch đối xứng bằng : $P_A = u_A i_A$; $P_B = u_B i_B$; $P_C = u_C i_C$;

$$u_A = U_m \sin(\omega t + \psi) , i_A = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

$$u_B = U_m \sin(\omega t + \psi - 120^\circ) , i_B = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi - 120^\circ)$$

$$u_C = U_m \sin(\omega t + \psi - 240^\circ) , i_C = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi - 240^\circ)$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 3UI \cos \varphi - UI [\cos \{2(\omega t + \psi) - \varphi\} + \cos \{2(\omega t + \psi - 120^\circ) - \varphi\} + \cos \{2(\omega t + \psi - 240^\circ) - \varphi\}]$$

Vì tổng của 3 hàm cos cùng biên độ và lệch pha nhau 120° bằng 0 nên :

$$P = P_A + P_B + P_C = 3UI \cos \varphi = \text{const} \quad (10-6)$$

Hệ ba pha thỏa mãn điều kiện trên gọi là hệ ba pha cân bằng.

Tính mạch ba pha đối xứng :

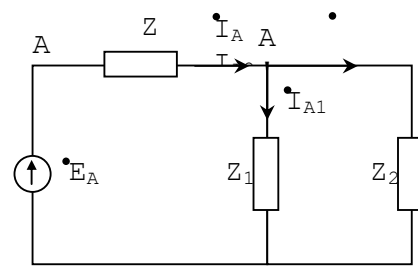
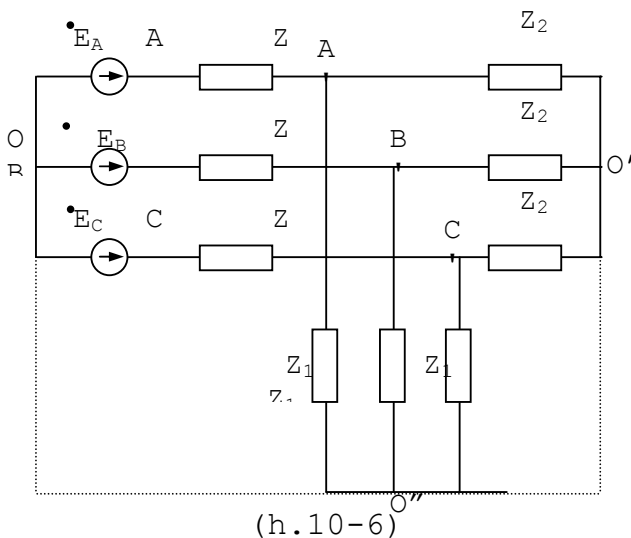
Do đặc điểm của mạch ba pha đối xứng nên ta không cần phân tích mạch điện trên cả ba pha mà tìm cách đưa về bài toán cho một pha giản tiện hơn.

Với mạch nối $Y - Y$:

Với mạch này các điểm trung tính nguồn và tải đẳng thế nhau, nên nếu nối chúng lại bằng một dây dẫn có tổng trở bằng không thì trạng thái mạch không đổi. Từ đây thấy có thể tách một pha ra thì không ảnh hưởng gì đến mạch. Và rõ ràng có thể tính toán cho một pha rồi suy ra dòng, áp, công suất ở hai pha còn lại qua quan hệ đối xứng trong hệ thống.

Ví dụ : Một mạch 3 pha đối xứng như hình (h.10-6) có Sđđ $E = 125V$; tải $Z_1 = 20\Omega$

Tải $Z_2 = 25 \angle 36^\circ 50' \Omega$, đường dây có tổng trở $Z = 3,5 \angle 53^\circ$. Xác định dòng, áp trên các nhánh ?



Vì mạch đối xứng ta nối các điểm trung tính lại rồi tách ra sơ đồ pha A để giải như hình (h.10-7)

Đặt $\dot{E}_A = E \angle 0 = 125 \angle 0$. Từ (h.10-7) tính được dòng điện dây pha A :

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_A}{Z + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}} = \frac{125 \angle 0}{3,5 \angle 53^\circ + \frac{20 \cdot 25 \angle 36^\circ 50'}{20 + 25 \angle 36^\circ 50'}} = 8,56 \angle -26^\circ \text{ A}$$

Sụt áp trên tổng trở đường dây : $\Delta \dot{U}_{dA} = \dot{I}_A Z = 8,56 \angle -26^\circ \cdot 3,5 \angle 53^\circ = 30 \angle 27^\circ$
(V)

Điện áp trên tải : $\dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A2} = \dot{E}_A - \Delta \dot{U}_{dA} = 125 - 30 \angle 27^\circ = 100 \angle -7^\circ 50' \text{ (V)}$

Dòng điện qua tải Z_1 : $\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{Z_1} = \frac{100 \angle -7^\circ 50'}{20} = 5 \angle -7^\circ 50' \text{ (A)}$

Dòng điện qua tải Z_2 : $\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{Z_2} = \frac{100 \angle -7^\circ 50'}{25 \angle 36^\circ 50'} = 4 \angle -44^\circ \text{ (A)}$

Suy ra dòng trên các dây pha B, C :

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A e^{-j120^\circ} = 8,56 e^{-j26^\circ} \cdot e^{-j120^\circ} = 8,56 \angle -146^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A e^{j120^\circ} = 8,56 e^{-j26^\circ} \cdot e^{j120^\circ} = 8,56 \angle 94^\circ \text{ A}$$

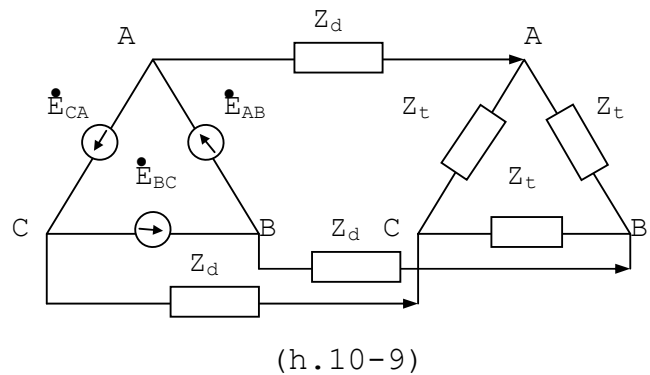
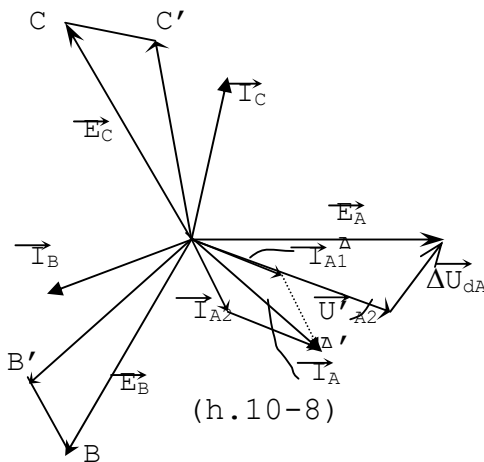
Đồ thị tôpô và đồ thị vector như hình (h.10-8)

Với mạch nối Δ - Y vì nguồn nối Δ nên E_f chính bằng áp dây cấp cho tải - và vì tải nối Y nên áp trên một pha của tải $= U_d / \sqrt{3}$. Từ đây ta tính được dòng pha. Sau khi có áp, dòng cho một pha ta suy ra các dòng pha còn lại.

Với mạch nối Δ - Δ : Như hình (h.10-9)

Để giải mạch này ta cần biến đổi tải nối $\Delta \rightarrow Y$, sau đó nhập tổng trở Z_d vào tổng trở từng pha được mạch 3 pha nối Δ - Y óo có $U_d = E_f$ đã biết cấp cho tải nối Y nên áp pha của tải là $U_d / \sqrt{3}$ từ đây ta tính dòng pha sau đó suy ra các pha khác.

Với mạch nối Y - Δ : vì nguồn nối Y nên $U_d = \sqrt{3} E_f$, áp dây này dùng cung cấp cho tải nối Δ cho nên nếu không có tổng trở các dây pha thì áp trên pha của tải



chính bằng áp dây nguồn nếu kể cả tổng trở các dây pha thì ta phải biến đổi tải Δ -Y rồi gộp tổng trở dây với tổng trở một pha tải và lúc này áp trên một pha của tải chính bằng áp pha nguồn E_f . từ đó giải bài toán tiếp tục.

Tính mạch ba pha không đối xứng :

Mạch điện không thỏa mãn một trong những điều kiện đối xứng sẽ là mạch điện ba pha không đối xứng. Mạch ba pha thường gặp cung cấp điện cho thắp sáng, sinh hoạt, động cơ điện một pha, biến áp hàn, lò hồ quang điện... là những mạch làm việc thường không đối xứng.

Trong mục này ta xét mạch ba pha không đối xứng mà hồ cảm giữa các pha không thay đổi theo trạng thái dòng, áp pha. Ta gọi là không đối xứng tải tĩnh.

Với mạch ba pha không đối xứng tải tĩnh - nó không có tí đặc điểm nào của hệ thống đối xứng nên nó như một mạch có nhiều nguồn phức tạp. Vậy tính toán nó bằng các phương pháp của mạch đã học như phương pháp dòng nhánh, dòng vòng, thế đỉnh, xếp chồng, máy phát điện đẳng trị... Rõ ràng phải tính mạch ba pha không đối xứng theo một thể thống nhất ; không thể tách ra một pha để tính như mạch ba pha đối xứng. Ta dẫn ra công thức tính mạch ba pha không đối xứng cho các trường hợp hay gặp.

Tính mạch ba pha bốn dây : $Y_0 - Y_0$ như hình (h.10-10)

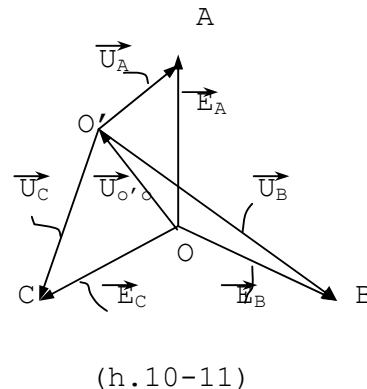
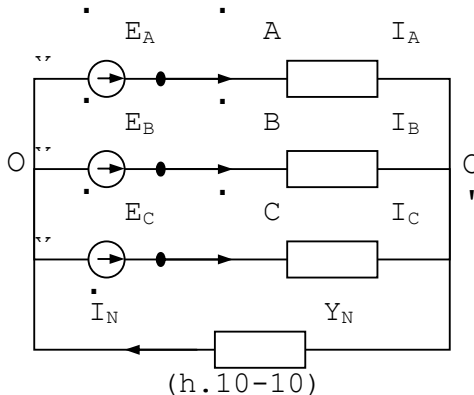
Lúc này ta có mạch hai nút, nên áp dụng phương pháp điện thế đỉnh được biểu thức áp giữa trung tính nguồn O và trung tính tải O' là :

$$\dot{U}_{O'O} = \frac{\sum \dot{E} Y}{\sum Y} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}$$

Từ đó xác định áp trên từng pha của tải theo luật Kirchof 2 là :

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_{O'O}, \dot{U}_B = \dot{E}_B - \dot{U}_{O'O}, \dot{U}_C = \dot{E}_C - \dot{U}_{O'O},$$

Đồ thị tô pô như hình (h.10-11)



Sau khi có áp pha ta tính được dòng điện pha :

$$\dot{I}_A = Y_A \dot{U}_A, \dot{I}_B = Y_B \dot{U}_B, \dot{I}_C = Y_C \dot{U}_C, \dot{I}_N = Y_N \dot{U}_{O'O}$$

Từ đồ thị tô pô thấy khi mạch ba pha không đối xứng điểm trung tính nguồn và tải không trùng nhau, đoạn $O'O$ chính là áp giữa hai điểm trung tính (với mạch ba pha đối xứng thì O, O' trùng nhau).

Từ công thức tính $\dot{U}_{O'O}$ ở (10-7) thấy nếu tổng trở dây trung tính rất nhỏ $Z_N \approx 0$ thì tổng dẫn của nó $Y_N = \frac{1}{Z_N} = \infty$ lúc này $\dot{U}_{O'O} = 0$ mặc dù mạch ba pha không đối xứng.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{E}_A - 0 \\ \text{Thi áp trên các pha tải : } \dot{U}_B &= \dot{E}_B - 0 \\ \dot{U}_C &= \dot{E}_C - 0 \end{aligned} \right\} (10-8)$$

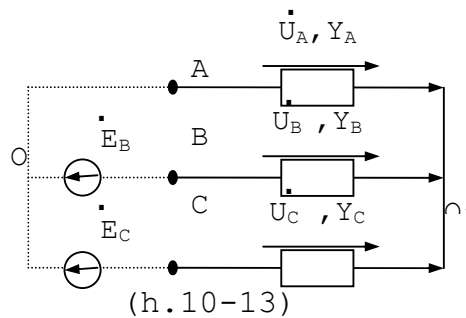
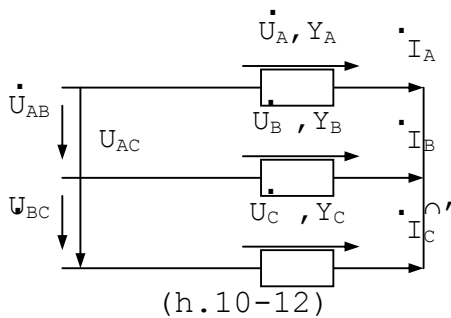
Thường các nguồn cung cấp điện ba pha đối xứng còn tải các pha không đối xứng : nên $Z_N \approx 0$ thì các áp pha của tải tương ứng áp pha nguồn đối xứng. Vậy trường hợp này mặc dù tải không đối xứng nhưng áp trên chúng vẫn đối xứng bằng tương ứng nguồn Sdd đối xứng. Từ đây thấy rõ vai trò của dây trung tính, nó giúp giữ cho áp trên các pha tải không đối xứng ở giá trị tương ứng áp pha nguồn không tùy thuộc vào giá trị của tải. Nên nếu một pha có sự cố thì các pha khác không bị ảnh hưởng. Vì vậy mạch ba pha bốn dây dùng phổ biến cho sinh hoạt .

Tính mạch ba pha ba dây :

Trong thực tế thường dễ biết điện áp dây không biết áp từng pha của nguồn, đó là mạch ba pha ba dây. Ta cần dẫn ra công thức để tính toán trong trường hợp này như hình (h.10-12) :

Biết các áp dây nguồn $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$, biết Y_A, Y_B, Y_C cần xác định $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C, \dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$

Hệ thống điện áp dây $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ có thể coi là do một hệ thống ba nguồn hoặc hệ thống hai nguồn tạo ra (chọn các nguồn sao cho đảm bảo điện áp dây đã cho là được). Tức là ta đưa hệ thống nguồn nối Y để tạo ra các điện áp dây đã cho.



Để tính điện áp pha A trên tải ta thay hệ thống điện áp dây không đối xứng bằng 2 Sdd tương đương như hình (h.10-13). Lấy $\dot{E}_B = \dot{U}_{AB}, \dot{E}_C = \dot{U}_{AC}$ thì đảm bảo hai nguồn tương đương này cấp ra hệ thống áp dây đã cho như hình (h.10-14). Từ sơ đồ 2 nút hình (h.10-13) ta xác định được điện áp :

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{O'O} = \frac{\dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B + \dot{U}_{AC} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (10-9a)$$

- Tương tự như vậy để tính áp pha B thay $\dot{E}_A = \dot{U}_{BA}, \dot{E}_C = \dot{U}_{BC}$

$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BA} Y_A + \dot{U}_{BC} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (10-9b)$$

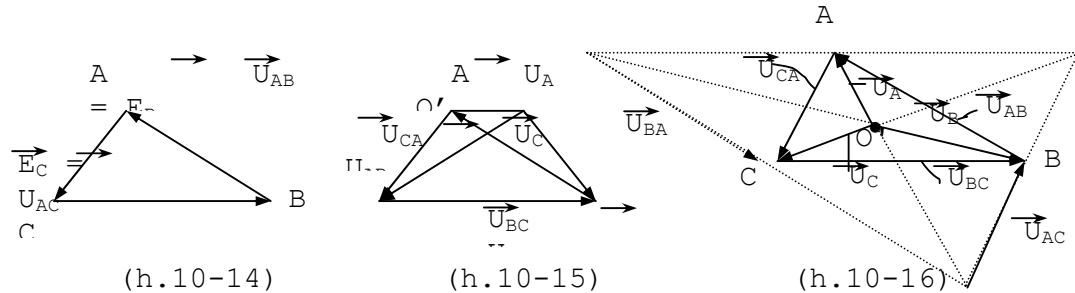
Tương tự cho pha C thay $\dot{E}_A = \dot{U}_{CA}$, $\dot{E}_B = \dot{U}_{CB}$ ta có biểu thức :

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{CA} Y_A + \dot{U}_{CB} Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (10-9c)$$

Sau khi có các áp pha ta xác định các dòng qua tải :

$$\dot{I}_A = Y_A \dot{U}_A, \dot{I}_B = Y_B \dot{U}_B, \dot{I}_C = Y_C \dot{U}_C$$

Đồ thị tô pô hình (h.10-15)



Khi tải đối xứng $Y_A = Y_B = Y_C = Y$ thì có :

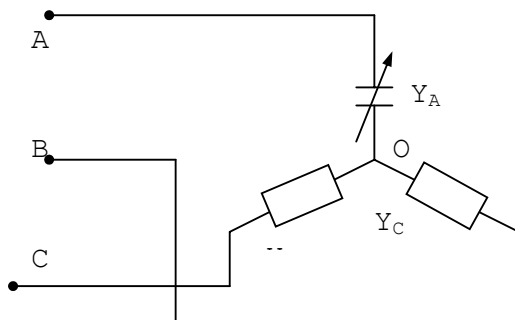
$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{AC}}{3}; \quad \dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BA} + \dot{U}_{BC}}{3}; \quad \dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{CA} + \dot{U}_{CB}}{3};$$

Từ đó có thể xác định các áp pha của tải bằng hình học như hình (h.10-16). Điểm trung tính O' của tải nằm ở giao điểm 3 đường trung tuyến tam giác điện áp dây. Vậy khi vẽ được tam giác này thì ta xác định được điện áp pha của tải.

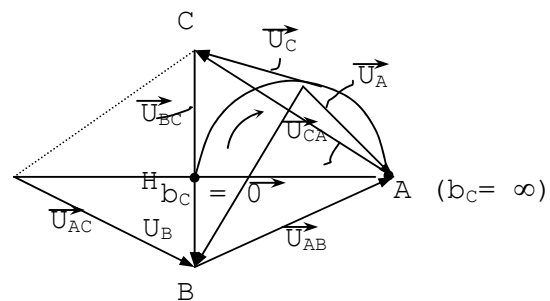
Lưu ý khi tải không đối xứng thì điểm trung tính nằm chỗ khác (h.10-15)

Ví dụ : một mạch điện 3 pha gồm nguồn đối xứng, tải không đối xứng nối hình Y có $Y_a = jb_c$; $Y_b = Y_c = g$ Hãy xác định quỹ tích điểm trung tính O của tải khi b_c biến thiên từ 0 đến ∞ .

Mạch điện như hình (h.10-17) :



(h.10-17)



(h.10-18)

Khi b_c biến thiên thì điện áp $\dot{U}_{OA}$ biểu diễn bằng véc tơ với gốc A, nút O - cũng biến thiên đầu nút O sẽ vẽ nên quỹ tích điểm trung tính của tải. Biểu thức điện áp pha

$$\text{của tải : } \dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B + \dot{U}_{AC} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$\dot{U}_{OA} = \dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB}g + \dot{U}_{AC}g}{2g + j\omega C} = \frac{\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{AC}}{2 + j\omega C/g} = \frac{\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{AC}}{1 + j\omega C/g} ; \dot{U}_{OA} = \frac{\dot{U}_{HA}}{1 + j\omega C/g} ; \dot{U}_{OA} = \frac{\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{AC}}{2}$$

bằng nửa tổng hình học hai vector $\vec{U}_{AB}$ và $\vec{U}_{AC}$. Nó chính là vector nối từ đỉnh A đến điểm H nằm giữa đoạn BC. Ta thấy khi $b_C = 0$ thì $\vec{U}_{OA} = \vec{U}_{HA}$. Khi $b_C = \infty$ thì $\vec{U}_{OA} = 0$.

Vậy khi b_C thay đổi từ $0 \rightarrow \infty$ thì $\vec{U}_{OA}$ chạy từ H đến A (tức điểm trung tính O chạy từ H đến A trên một nửa đường tròn đường kính U_{HA} như hình (h.10-18).

Trên hình vẽ lấy vị trí trung tính O tương ứng với một giá trị b_C nào đó mà ở đó $U_B > U_C$; nếu thay các điện dẫn g bằng hai bóng đèn sợi đốt như nhau, thì lúc này đèn pha B có áp lớn sẽ sáng hơn đèn pha C.

Từ đó thấy rằng nếu chế tạo một thiết bị gồm một pha là tụ, còn hai pha kia là đèn sợi đốt như nhau nối sao thì có thể qua đó chỉ được thứ tự các pha A là pha có tụ, pha B là pha có đèn sáng, pha C là pha có đèn tối. Đó là thiết bị chỉ thứ tự pha.

Tính và đo công suất mạch ba pha :

Công suất của mạch ba pha bằng tổng công suất từng pha :

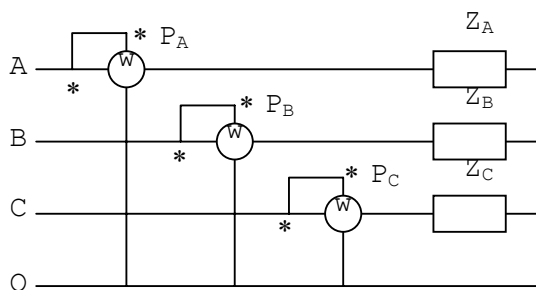
$$\tilde{S} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \dot{U}_A \hat{I}_A + \dot{U}_B \hat{I}_B + \dot{U}_C \hat{I}_C = P + jQ$$

Trong đó : $P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C$

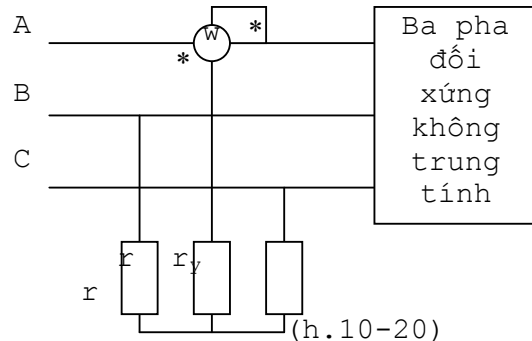
$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C$$

Muốn đo công suất mạch ba pha ta đo công suất của từng pha rồi cộng lại. Dùng watmet để đo công suất từng pha, thì nối cuộn dây áp của watmet vào áp pha của tải, cuộn dây dòng của watmet lấy dòng của tải. Phương pháp nối watmet đo như vậy gọi là phương pháp một watmet. Như hình (h.10-19)

Khi mạch ba pha đối xứng không có trung tính ta dùng điểm trung tính giả như



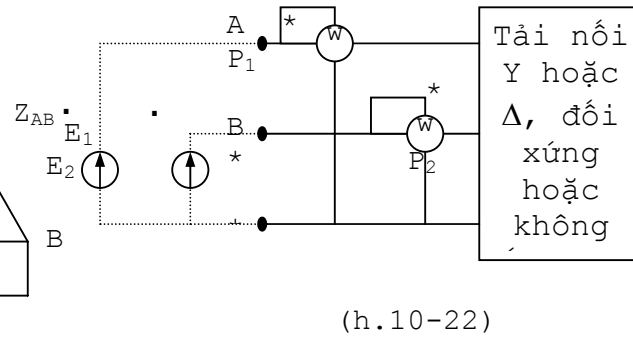
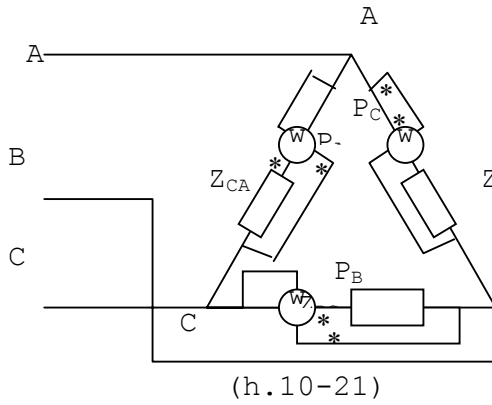
(h.10-19)



(h.10-20)

hình (h.10-20) đo công suất một pha.

Khi tải nối Δ thì dùng phương pháp một watmet đo công suất từng pha như hình (h.10-21)



Khi mạch ba pha đối xứng : công suất các pha bằng nhau nên chỉ cần tính và đo công suất trên một pha rồi nhân ba lần được công suất toàn mạch.

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = 3\tilde{S}_A = 3\dot{U}_A \hat{I}_A = P + jQ \\ P &= 3P_A = 3U_f I_f \cos\varphi_f \\ Q &= 3Q_A = 3U_f I_f \sin\varphi_f\end{aligned}$$

Với φ_f là argumen của tổng trở pha hay góc lệch pha giữa điện áp pha và dòng điện pha.

Từ đó thấy với mạch ba pha đối xứng chỉ cần dùng một watmet đo công suất một pha như hình (h.10-19) nếu có trung tính, như hình (h.10-20) nếu không có trung tính; sau đó nhân 3 đưa ra công suất cả mạch ba pha.

Trong thực tế thường đo trạng thái mạch ba pha đối xứng bằng các lượng dây, nên ta dẫn ra công thức tính công suất theo các lượng dây U_d, I_d :

$$\begin{aligned}&+ \text{Với mạch nối Y có } U_d = \sqrt{3}U_f; I_d = I_f \\&+ \text{Với mạch nối } \Delta \text{ có } U_d = U_f; I_d = \sqrt{3}I_f\end{aligned}$$

Như vậy cả hai cách nối đều có $U_d I_d = \sqrt{3}U_f I_f$ nên

$$\begin{aligned}P &= 3U_f I_f \cos\varphi_f = \sqrt{3}U_d I_d \cos\varphi_f \\ Q &= 3U_f I_f \sin\varphi_f = \sqrt{3}U_d I_d \sin\varphi_f\end{aligned} \quad (10-11)$$

Đối với mạch ba pha ba dây đối xứng hoặc không đối xứng : ta có thể sử dụng công thức tính toán và đo công suất tiện lợi sau đây như hình (h.10-22) :

Ta thấy thế hệ thống điện áp dây bằng hai nguồn Sđđ tương đương

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_{AC}; \quad \dot{E}_2 = \dot{U}_{BC}$$

Các nguồn tương đương sẽ phát ra công suất bằng công suất tiêu thụ trên tải :

$$P_{\text{tải}} = P_{E1} + P_{E2} = R \left\{ \dot{U}_{AC}, \hat{I}_A \right\} + R_C \left\{ \dot{U}_{BC}, \hat{I}_B \right\} \quad (11-12)$$

từ đây thấy có một cách đo công suất nữa là nối watmet như hình (h.10-22), dòng điện qua watmet là dòng điện dây, điện áp trên watmet là áp dây thì tổng chỉ số của 2 watmet sẽ là công suất của cả mạch ba pha. Phương pháp đo công suất như vậy thường gọi là phương pháp 2 watmet. Công suất của cả mạch ba pha bằng : $P = P_1 + P_2$

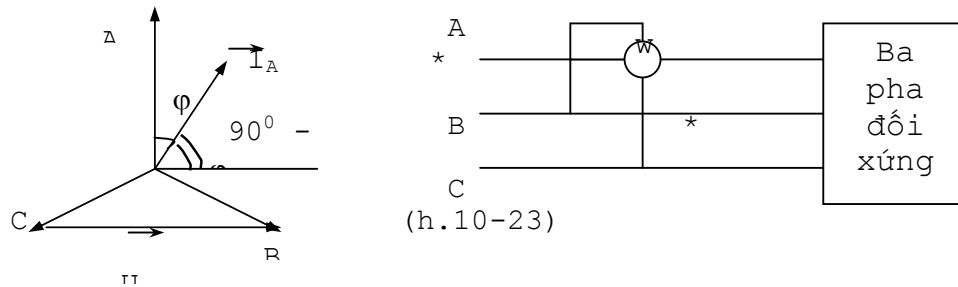
Ta có thể chứng minh điều đó từ : $\tilde{S} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = P + jQ$

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \hat{I}_A + \dot{U}_B \hat{I}_B + \dot{U}_C (-\hat{I}_A - \hat{I}_B) = P + jQ$$

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \hat{I}_A + \dot{U}_B \hat{I}_B - \dot{U}_C \hat{I}_A - \dot{U}_C \hat{I}_B = (\dot{U}_A - \dot{U}_C) \hat{I}_A + (\dot{U}_B - \dot{U}_C) \hat{I}_B$$

$$\tilde{S} = \dot{U}_{AC} \hat{I}_A + \dot{U}_{BC} \hat{I}_B = P + jQ \quad \text{năn } P = R_E \left\{ \dot{U}_{AC} \hat{I}_A \right\} + R_E \left\{ \dot{U}_{BC} \hat{I}_B \right\}$$

Từ đây thấy rằng dùng phương pháp này khi thỏa mãn quan hệ : $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$
Đo công suất phản kháng mạch ba pha đối xứng bằng 1 watmet : như hình (h.10-23)

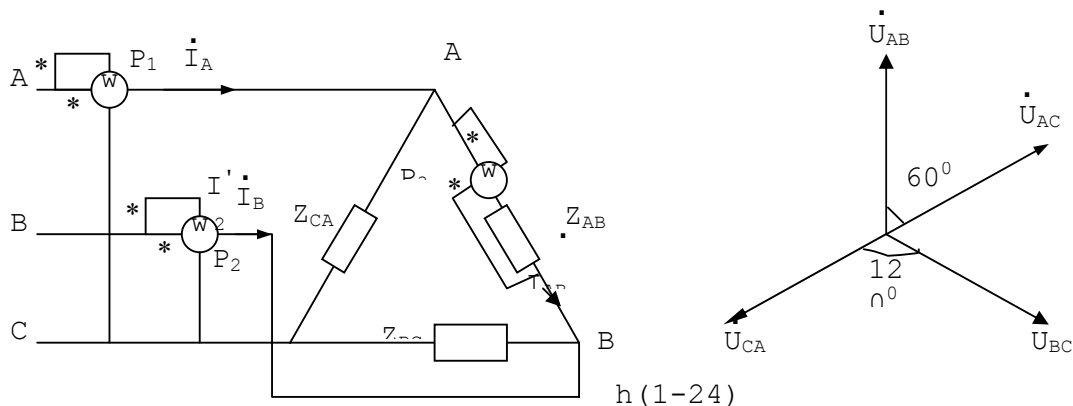


$$\text{Chỉ số đo} = U_{BC} I_A \cos(\vec{U}_{BC}, \vec{I}_A) = U_{BC} I_A \cos(90^\circ - \varphi) = U_d I_d \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Vậy Q : công suất phản kháng của mạch ba pha đối xứng bằng chỉ số dụng cụ đo nhân với $\sqrt{3}$.

Ví dụ : cho mạch điện ba pha đối xứng như hình (h.10-24) có áp dây nguồn 220V, tổng trở tải $50 \angle 70^\circ \Omega$.

Xác định số chỉ các watmet, tính công suất tiêu thụ trong mạch.



Giả thiết $\dot{U}_{AB} = 220 \angle 0^\circ$, $\dot{U}_{BC} = 220 \angle -120^\circ$ V, $\dot{U}_{CA} = 220 \angle 120^\circ$ V, $\dot{U}_{AC} = 220 \angle 60^\circ$ V

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \frac{220 \angle 0^\circ}{50 \angle 70^\circ} = 4,4 \angle -70^\circ \rightarrow \text{là dòng pha}$$

suy ra dòng dây từ quan hệ đối xứng :

$$\dot{I}_A = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} \cdot e^{-j30^\circ} = \sqrt{3} e^{-j70^\circ} e^{-j30^\circ} \cdot 4,4 = 7,62 \angle -100^\circ$$

$$\dot{I}_B = \sqrt{3} e^{-j70^\circ} e^{-j30^\circ} e^{-j120^\circ} \cdot 4,4 = 7,62 \angle -220^\circ = 7,62 \angle 140^\circ$$

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos(\vec{U}_{AC}, \vec{I}_A) = \text{Re}\{\vec{U}_{AC}, \vec{I}_A\}$$

$$P_1 = 220,7,62 \cos[60^\circ - (-100^\circ)] = 1288(W)$$

Chỉ số watmet :

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos(\vec{U}_{BC}, \vec{I}_B) = 220,7,62 \cos[-120^\circ - 140^\circ] = -292(W)$$

$$P_3 = U_{AB} I_{AB} \cos(\vec{U}_{AB}, \vec{I}_{AB}) = 220,4,4 \cos 70^\circ = 332(W)$$

P_2 có trị số âm vì mắc ngược cực cuộn áp, dòng watmet nên watmet sẽ quay ngược; muốn đọc được chỉ số cần hoán vị 2 cực của cuộn áp hoặc cuộn dòng.

Ta được công suất tiêu thụ theo phương pháp 2 watmet :

$$P = P_1 + P_2 = 1288 - 292 = 996(W)$$

Công suất tính theo 1 watmet : $P = 3P_3 = 3.332 = 996(W)$

Từ trường quay trong máy điện :

Ta đã biết mỗi cuộn dây có dòng điện hình sin chạy qua đều tạo ra trong nó một từ trường đập mạch. Bằng giải tích chứng minh được nếu cung cấp một hệ thống dòng điện ba pha đối xứng lệch nhau trong thời gian $1/3$ chu kỳ vào ba cuộn dây của máy điện đặt lệch nhau trong không gian góc 120° thì sẽ hình thành một từ trường quay trong máy điện như là tổ hợp các từ trường đập mạch.

Ta mô tả sự hình thành từ trường quay bằng việc xét một máy điện ở Stato có 3 dây quấn AX, BY, CZ giống hệt nhau đặt lệch nhau trong không gian góc 120° , các dây quấn này được cung cấp bởi hệ thống dòng điện ba pha đối xứng (tức các dòng lệch nhau về thời gian $1/3T$). Trong từng cuộn dây sẽ tạo ra các từ trường các pha B_A, B_B, B_C (là các từ trường đập mạch)

Tổng hợp từ trường các pha sẽ được từ trường chung của máy. Biểu diễn quan hệ giữa các từ trường như hình vẽ (h.10-26)

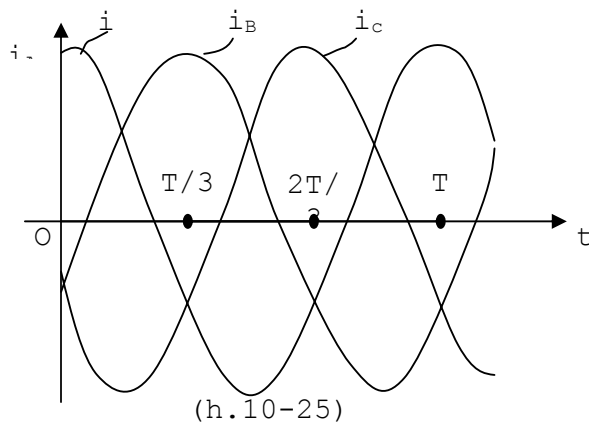
Để tiện ta coi mỗi cuộn dây gồm hai thanh dẫn - máy gồm 3 cuộn dây 6 thanh dẫn :

Cung cấp vào 3 cuộn dây AX, BY, CZ hệ thống các dòng điện đối xứng theo thứ tự i_A, i_B, i_C như hình (h.10-25). Ta xét từ trường máy ở các thời điểm :

+ Thời điểm $t = 0$, dòng qua các pha là :

$i_A = I_m$ srl dòng qua pha A đạt giá trị $I_m \rightarrow$ tạo trong cuộn dây pha A từ cảm pha đạt $B_A = B_m$ có chiều vuông góc với trục dây quấn pha A.

còn $i_B = i_C = -\frac{I_m}{2} \rightarrow$ dòng qua pha B và C đạt giá trị $\frac{I_m}{2} \rightarrow$ tạo trong pha B, pha C từ cảm $B_A = B_C = \frac{B_m}{2}$ có phương vuông góc với trục dây quấn từng pha B,C.



(h.10-25)

Từ trường tổng trong máy lúc này là $\vec{B}_\Sigma = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C$: ta có thể cộng ba vector $\vec{B}_A, \vec{B}_B, \vec{B}_C$ để được $\vec{B}_\Sigma$ như hình (h.10-26a)

Lưu ý dòng pha A là $i_A = I_m$ quy ước chiều đi từ X đến A

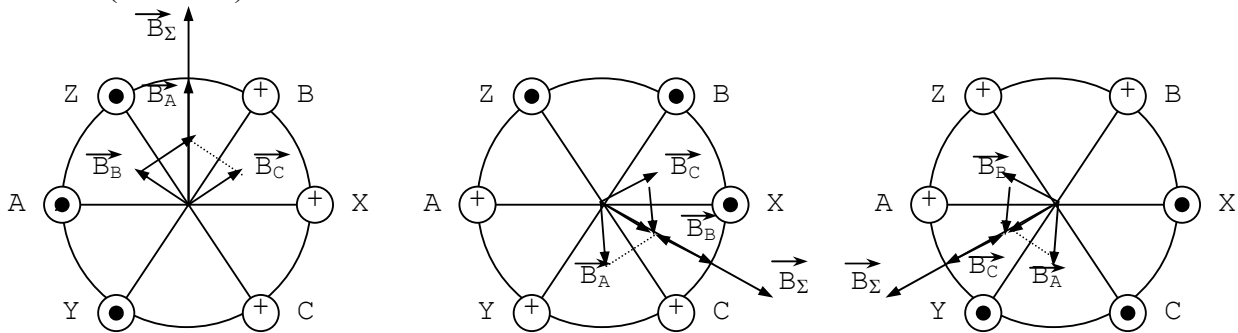
$i_B = i_C = -\frac{I_m}{2}$ nên chiều ngược lại đi từ B đến Y, C đến Z như hình vẽ (h.10-26a)

Cộng các vector $\vec{B}_A, \vec{B}_B, \vec{B}_C$ ta được từ trường tổng trong máy tại $t = 0$ là $B_\Sigma = \frac{3}{2}B_m$ có phương trùng phương $\vec{B}_A$ là phương có dòng đang cực đại.

Có thể xác định được chiều $\vec{B}_\Sigma$ bằng cách coi máy lúc này thành hai cực từ : từ đó dùng quy tắc xác định được chiều từ trường chung trong máy.

Tương tự như vậy xét ở $t = T/3$: dòng pha B đạt cực đại $i_B = I_m \rightarrow$ tạo từ trường pha B là $B_B = B_m$ có phương vuông góc với trục cuộn dây pha B, dòng i_B chạy từ Y đến B. Dòng pha A, C đạt $i_A = i_C = -\frac{I_m}{2}$ chạy từ A đến X, và từ C đến Z tạo nên từ

trường pha A và C có trị số : $B_A = B_C = \frac{B_m}{2}$, có phương vuông góc với trục dây quấn pha A và pha C, tổng hợp 3 từ trường tại thời điểm này được từ trường tổng có trị số $B_\Sigma = \frac{3}{2}B_m$ và có chiều trùng chiều từ trường pha B là pha đang có dòng cực đại như hình (h.10-26b)



(Kết quả ở $t = 2T/3$: dòng pha C đạt cực đại $i_C = I_m \rightarrow$ tạo ra từ trường $B_C = B_m$ có phương vuông góc trục pha C. Dòng pha A, B đạt $i_A = i_B = -\frac{I_m}{2}$ chạy từ A đến X, và từ B đến Y tạo nên từ trường $B_A = B_B = \frac{B_m}{2}$ có phương vuông góc trục pha A, B tổng

hợp 3 từ trường tại thời điểm này được từ trường tổng trong máy có trị số $B_\Sigma = \frac{3}{2}B_m$ và có phương trùng phương $\vec{B}_C$ là pha đang có dòng cực đại như hình (h.10-26c)

Như vậy phương của từ trường tổng trong máy luôn luôn thay đổi trong không gian. Cứ sau thời gian $t = T/3$ thì từ trường quay được một góc không gian 120° , như vậy sau mỗi chu kỳ T thì từ trường quay được 1 vòng, mà tần số của dòng điện là f , nên tốc độ quay của từ trường là $n = \frac{1}{T} = f$ vòng/sec = $60f$ vòng/phút với máy có một đôi cực như ví dụ trên.

Nếu máy có p đôi cực thì $n = \frac{60f}{p}$ vòng/phút

Khi cung cấp vào máy hệ thống nguồn ba pha thứ tự A, B, C thì ta được từ trường quay theo chiều kim đồng hồ; nếu ta thay đổi thứ tự hai pha thì sẽ tạo được từ trường quay ngược lại. Đây chính là cách đảo chiều quay của động cơ điện.

Ta thấy trong ví dụ trên từ trường quay có trị số $B_z = \frac{3}{2} B_m = \text{const}$ và quay với tốc độ $n = 60f \text{ (v/p)} = \text{const}$; từ trường quay như vậy gọi là từ trường quay tròn.

Từ ví dụ ta cũng rút ra được điều kiện để tạo nên từ trường quay là phải có ít nhất hai cuộn dây đặt lệch nhau trong không gian một góc nào đó và dòng chảy qua chúng phải lệch nhau về thời gian.

Ứng dụng việc tạo ra từ trường quay (mà không phải dùng động cơ sơ cấp nào để tạo ra) người ta chế tạo ra các loại động cơ điện - là động cơ được dùng phổ biến trong cuộc sống, trong công nghiệp và sản xuất...

Máy điện với 3 cuộn dây đặt lệch nhau trong không gian góc 120° cung cấp cho nó một hệ thống dòng ba pha đối xứng , trong máy được tạo ra từ trường quay làm phát sinh các dòng cảm ứng trong cuộn dây rôto, tạo sự quay roto với tốc độ $n_1 < n$ gọi là động cơ điện không đồng bộ.

Người ta cũng vận dụng sự hình thành từ trường quay để làm động cơ điện 1 pha nó có 2 cuộn dây đặt lệch nhau trong không gian nhưng hai cuộn dây đều được cung cấp từ một pha nên muốn hai dòng lệch nhau về thời gian thì một cuộn dây được nối tiếp thêm vào một tụ điện. Ta gọi cuộn nối tụ là cuộn khởi động. Với động cơ có một pha cực nhỏ người ta dùng vòng ngắn mạch trên mỗi cực để thay thế tụ khởi động.

CHƯƠNG 11

PHƯƠNG PHÁP THÀNH PHẦN ĐỐI XỨNG

§1. Khái niệm chung :

Ta đã xét mạch ba pha không đối xứng với tải tĩnh là tải có L, M xác định nên có thể dùng phương pháp cơ bản đã học để tính toán như là mạch nhiều nguồn tác dụng.

Ta còn gặp những mạch ba pha không đối xứng mà các hệ số hồ cảm, tự cảm và do đó tổng trở các pha không cố định. Chúng thay đổi một cách phức tạp theo mức độ không đối xứng của trạng thái dòng điện ba pha. Có nghĩa là ta không xác định được

tổng trở Z của một pha tải theo tỉ số áp chia dòng không đối xứng, tức là $\frac{\dot{U}}{i} = Z$ biến

thiên; mà Z biến thiên không xác định thì không thể tính được đáp ứng bài toán.

Những tải có đặc điểm như vậy thường là các máy điện ba pha: Cấu tạo chúng gồm những cuộn dây lõi thép, chúng được thiết kế, lắp đặt sao cho khi các cuộn dây ba pha làm việc ở một trạng thái dòng ba pha đối xứng đã định thì các dòng từ thông khép kín mạch trên lõi thép theo các đường nhất định, với độ lớn nhất định thì L, M và do đó tổng trở xác định. Có nghĩa là nếu đặt lên các cuộn dây trạng thái dòng ba pha không đối xứng thì các dòng từ thông sẽ không đi theo các đường nhất định làm cho L, M thay đổi dẫn đến tổng trở không xác định.

Ta gọi những mạch ba pha có L, M thay đổi là mạch ba pha không đối xứng tải động, đôi khi còn gọi là tải có máy - Hệ ba pha có máy.

Để giải bài toán này phải tìm cách xác định tổng trở của tải, mà ta đã biết tổng trở chỉ xác định ứng với các hệ thống kích thích nhất định vì vậy cần tìm cách phân tích những kích thích không đối xứng thành tổng các kích thích đối xứng thành phần mà ứng với mỗi kích thích thành phần ta có được tổng trở xác định nên sẽ tính được đáp ứng thành phần tương ứng và cuối cùng xếp chồng các đáp ứng thành phần sẽ được đáp ứng chung không đối xứng.

Có nhiều cách phân tích khác nhau: ta xét phương pháp Fortesque phân tích kích thích ba pha không đối xứng thành ba thành phần đối xứng thứ tự thuận, nghịch không.

§2. Phân tích một hệ trạng thái ba pha không đối xứng thành các thành phần đối xứng :

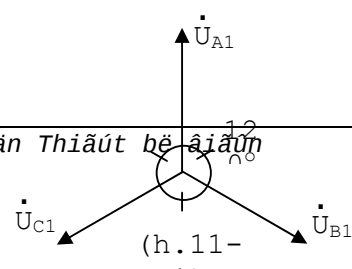
Ta thành lập công thức để xác định các thành phần đối xứng thứ tự thuận, nghịch, không theo hệ trạng thái không đối xứng. Và ngược lại khi đã biết các lượng đối xứng thành phần cần có công thức để tổng hợp được đáp ứng không đối xứng.

1. Công thức phân tích :

Giả sử có hệ thống áp ba pha không đối xứng $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ cần tìm hệ thống đối xứng thứ tự thuận $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{B1}, \dot{U}_{C1}$, hệ thống đối xứng thứ tự nghịch $\dot{U}_{A2}, \dot{U}_{B2}, \dot{U}_{C2}$ và hệ thống đối xứng thứ tự zero $\dot{U}_{A0}, \dot{U}_{B0}, \dot{U}_{C0}$.

Với định nghĩa hệ thống thứ tự thuận là hệ thống các pha A_1, B_1, C_1 liên hệ nhau như hình (h.11-1). Nghĩa là các pha bằng nhau về trị số nhưng lệch nhau 120° theo thứ tự A_1, B_1, C_1 . Chính là hệ thống đối xứng mà ta đã gặp ở mạch ba pha đối xứng đã học.

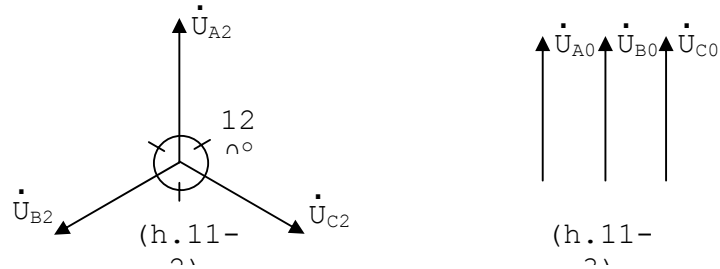
Biểu thức quan hệ giữa chúng :



$$\dot{U}_{A1} + \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{C1} = 0, \dot{U}_{B1} = a^2 \dot{U}_{A1}, \dot{U}_{C1} = a \dot{U}_{A1}$$

$$\dot{U}_{A1}(a^2 + a + 1) = 0 \quad (11-1)$$

Hệ thống đối xứng thành phần thứ tự ngược như đồ thị vector hình (h.11-2). Các pha bằng nhau về trị số nhưng thứ tự là A_2, C_2, B_2 .



Biểu thức quan hệ giữa chúng :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{B2} &= a \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{C2} = a^2 \dot{U}_{A2} \\ \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{C2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11-2)$$

Hệ thống thứ tự không : Là hệ thống 3 pha bằng nhau và cùng pha với nhau như hình (h.11-3).

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{A0} &= \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} \\ \dot{U}_{A0} + \dot{U}_{B0} + \dot{U}_{C0} &= 3\dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\} \quad (11-3)$$

Gọi là hệ thống đối xứng thứ tự không chỉ là đối xứng quy ước. Vì hệ này không cân bằng.

Ta có công thức liên hệ giữa áp không đối xứng và áp đối xứng thành phần trên một pha.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} \end{aligned} \right\} \quad (11-4)$$

vì các thành phần đối xứng nên ta chỉ cần xác định một pha nên ta viết (11-4) theo một pha. Ví dụ pha A :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\} \quad (11-5)$$

Từ (11-5) ta giải ra $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$ theo $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$

$$1 + a + a^2 = 0; \hat{a^2} = \hat{a}$$

Lưu ý toán tử quay có các quan hệ sau : $a^3 = 1; a - a^2 = j\sqrt{3}; a^4 = a$

$$1 - a = a^2 j\sqrt{3}; a^2 - 1 = aj\sqrt{3}$$

Cộng 3 phương trình (11-5) từng vế với nhau :

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ + \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = \dot{U}_{A1}(1 + a + a^2) + \dot{U}_{A2}(1 + a + a^2) + 3\dot{U}_{A0}$$

$$\text{Ruĩt ra } \dot{U}_{A0} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{3} \quad (12-6a)$$

Nhân phương trình 2 với a, phương trình 3 với a^2 rồi sau đó cộng 3 phương trình ta được.

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ + a \dot{U}_B &= a^3 \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + a \dot{U}_{A0} \\ a^2 \dot{U}_C &= a^3 \dot{U}_{A1} + a^4 \dot{U}_{A2} + a^2 \dot{U}_{A0}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_A + a \dot{U}_B + a^2 \dot{U}_C = \dot{U}_{A1}(1 + a^3 + a^3) + \dot{U}_{A2}(1 + a^2 + a^4) + \dot{U}_{A0}(1 + a + a^2)$$

$$\text{Ruĩt ra } \dot{U}_{A1} = \frac{\dot{U}_A + a \dot{U}_B + a^2 \dot{U}_C}{3} \quad (12-6b)$$

Lưu ý : $1 + a^3 + a^3 = 3$; $1 + a^2 + a^4 = 0$; $1 + a + a^2 = 0$

Nhân phương trình 2 với a^2 , phương trình 3 với a rồi sau đó cộng 3 phương trình ta được.

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ + a^2 \dot{U}_B &= a^4 \dot{U}_{A1} + a^3 \dot{U}_{A2} + a^2 \dot{U}_{A0} \\ a \dot{U}_C &= a^2 \dot{U}_{A1} + a^3 \dot{U}_{B2} + a \dot{U}_{A0}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B + a \dot{U}_C = \dot{U}_{A1}(1 + a^2 + a^4) + \dot{U}_{A2}(1 + a^3 + a^3) + \dot{U}_{A0}(1 + a + a^2)$$

$$\text{Ruĩt ra } \dot{U}_{A2} = \frac{\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B + a \dot{U}_C}{3} \quad (12-6c)$$

vậy ta có công thức phân tích dạng (11-6a,b,c)

Công thức phân tích trên là cho mọi hệ thống biến trạng thái ba pha : áp, dòng, sdd, từ thông...

2. Công thức tổng hợp :

Là công thức xếp chồng các lượng thành phần để được các lượng mất đối xứng

:

Ta có công thức xếp chồng các lượng thành phần các pha :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} \end{aligned} \right\} \quad (11-7)$$

thường dùng công thức tổng hợp theo một pha :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\} \quad (12-8)$$

Dạng công thức tổng hợp cũng dùng cho mọi biến trạng thái ba pha áp, dòng, Sdd, từ thông...

3. Một số thí dụ :

Ví dụ 1 : Cho mạch điện ba pha không đối xứng , biết áp pha trên tải :

$$\dot{U}_A = 120V, \dot{U}_B = 120\angle -120^\circ V, \dot{U}_C = 0V ; \text{ như hình vẽ (h.11-4)}$$

Ap dụng công thức phân tích ta được :

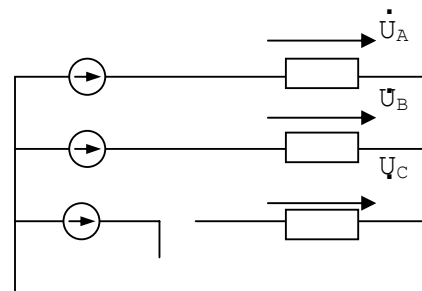
$$\dot{U}_{A1} = \frac{\dot{U}_A + a \dot{U}_B + a^2 \dot{U}_C}{3} = \frac{\dot{U}_A + a \dot{U}_B}{3} =$$

$$\frac{1}{3}(120 + 120\angle -120^\circ + 120^\circ) = 80V$$

$$\dot{U}_{A2} = \frac{\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B + a \dot{U}_C}{3} = \frac{\dot{U}_A + a^2 \dot{U}_B}{3} =$$

$$\frac{1}{3}(120 + 120\angle -120^\circ + 240^\circ) = 40\angle 60^\circ V$$

$$\dot{U}_{A0} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B}{3} = \frac{1}{3}(120 + 120\angle -120^\circ) = 40\angle -60^\circ V$$



(h.11-4)

Suy ra thành phần đối xứng của pha B, C :

$$\dot{U}_{B1} = a^2 \dot{U}_{A1} = e^{j240} 80 = 80\angle 240^\circ = 80\angle -120^\circ V$$

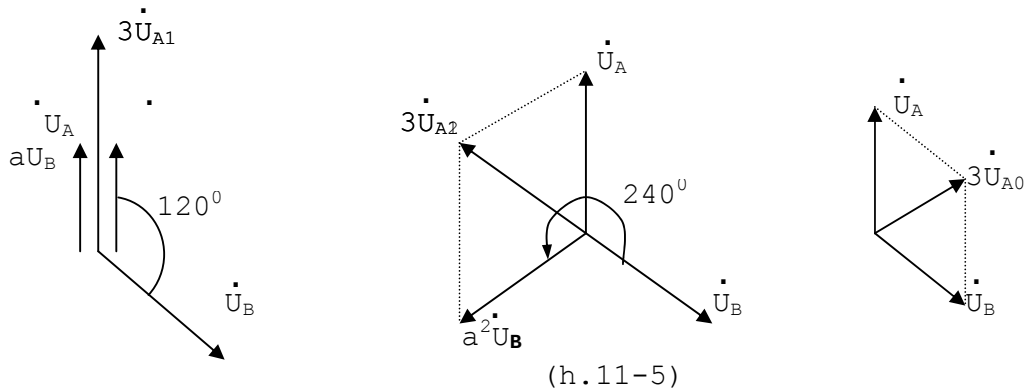
$$\dot{U}_{C1} = a \dot{U}_{A1} = 80\angle 120^\circ V$$

$$\dot{U}_{B2} = a \dot{U}_{A2} = e^{j120} 40\angle 60^\circ = 40\angle 180^\circ V$$

$$\dot{U}_{C2} = a^2 \dot{U}_{A2} = e^{j240} 40\angle 60^\circ = 40\angle -60^\circ V$$

$$\dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} = \dot{U}_{A0} = 40\angle -60^\circ V$$

Có thể phân tích ra các thành phần đối xứng bằng hình học như hình (h.11-5)



Ví dụ 2 : Mạch điện ba pha đối xứng tải động có dòng điện đối xứng thứ tự của các pha tải $I_{A1} = 5\angle 90^\circ \text{ A}$, $I_{A2} = 5\angle -90^\circ \text{ A}$

Sử dụng công thức tổng :

$$I_A = I_{A1} + I_{A2} + I_{A0} = I_{A1} + I_{A2} = 5\angle 90^\circ + 5\angle -90^\circ = 0$$

$$I_B = a^2 I_{A1} + a I_{A2} + I_{A0} = a^2 \cdot 5\angle 90^\circ + a \cdot 5\angle -90^\circ = 5\angle -30^\circ + 5\angle 30^\circ = 5\sqrt{3}\text{A}$$

$$I_C = a I_{A1} + a^2 I_{A2} + I_{A0} = a \cdot 5\angle 90^\circ + a^2 \cdot 5\angle -90^\circ = 5\angle -150^\circ + 5\angle 150^\circ = 5\sqrt{3}\angle 180^\circ$$

Có thể tổng hợp từ đồ thị vector các lượng thành phần đối xứng để được các dòng không đối xứng như hình (h.11-7).

§3. Tính chất các thành phần đối xứng của dòng và áp trong mạch ba pha :

Từ các công thức phân tích và tổng hợp ta rút ra các tính chất sau :

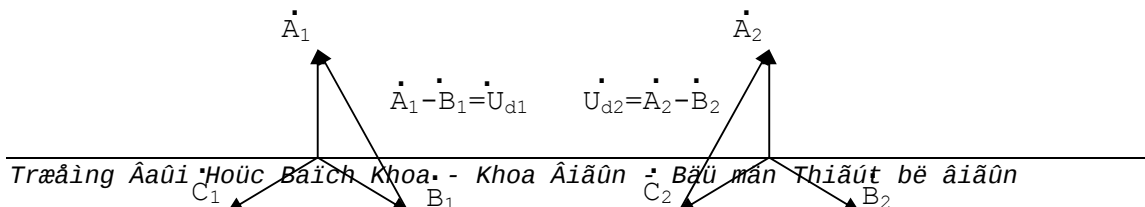
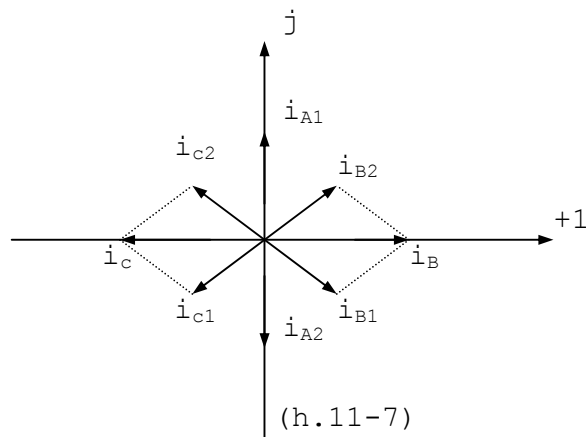
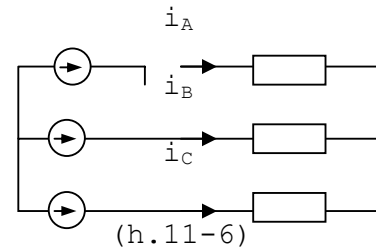
1. Tổng 3 lượng của hệ bằng 3 lần giá trị thành phần thứ tự không :

$$\dot{A} + \dot{B} + \dot{C} = 3\dot{A}_0 \quad (11-9)$$

2. Hiệu hai lượng pha của hệ không chứa thành phần thứ tự không :

$$\begin{aligned} \dot{A} - \dot{B} &= (\dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0) - (\dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0) = \\ &= (\dot{A}_1 - \dot{B}_1) + (\dot{A}_2 - \dot{B}_2) = \sqrt{3}\dot{A}_1 e^{j30^\circ} + \sqrt{3}\dot{A}_1 e^{-j30^\circ} \end{aligned} \quad (11-10)$$

Hiệu hai lượng pha chỉ gồm thành phần thứ tự thuận, ngược như hình vẽ.



3. Từ hai tính chất trên ta rút ra những đặc điểm của áp, dòng ba pha không đối xứng :

a. Dòng trong dây trung tính bằng 3 lần thành phần thứ tự không :

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N = 3\dot{I}_0 \text{ theo (11-9)}$$

Nếu mạch không có dây trung tính thì : $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ do đó $\dot{I}_N = 3\dot{I}_0 = 0$ tức là dòng trong các pha sẽ không có thành phần thứ tự không mà chỉ có thành phần thứ tự thuận và ngược.

b. Điện áp dây luôn không có thành phần thứ tự không

Từ tính chất (11-10) thấy rõ trong áp dây không có thành phần TT0 mà chỉ có TT+ và TT-

Trong mỗi hệ thống thứ tự thuận, ngược ta có $U_{d1} = \sqrt{3}U_{f1}$; $U_{d2} = \sqrt{3}U_{f2}$

Mức độ không đối xứng được đánh giá qua hệ số : $\varepsilon = \frac{U_{d2}}{U_{d1}}$ gọi là hệ số không

đối xứng thường tính ra %. Khi $\varepsilon < 5\%$ thì coi là hệ thống đối xứng .

c. Tính chất điện áp pha các tải nối hình sao

Khi tải ba pha đối xứng hình (11-16) điểm trung tính O' sẽ nằm tại trọng tâm giác điện áp dây. Do đó trên đồ thị Tôpô tổng hình học ba vectơ điện áp pha tải bằng 0 : $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$. Vậy hệ thống điện áp pha của tải đối xứng không có thành phần thứ tự không. Như biểu diễn ở hình (h.11-8)

Khi tải ba pha không đối xứng thì trung tính O'' sẽ lệch khỏi trọng tâm điện áp dây.

$$\dot{U}_{A'} = \dot{U}_A + \dot{U}_{O'O''}$$

Từ đồ thị Tôpô ta có $\dot{U}_{B'} = \dot{U}_B + \dot{U}_{O'O''}$

$$\dot{U}_{C'} = \dot{U}_C + \dot{U}_{O'O''}$$

$$\dot{U}_{A'} + \dot{U}_{B'} + \dot{U}_{C'} = \dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C + 3\dot{U}_{O'O''}$$

$$\dot{U}_{A'} + \dot{U}_{B'} + \dot{U}_{C'} = 3\dot{U}_O \text{ (tính chất 11-9)}$$

Do $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$ (theo mục trên)

$$\text{nên } 3\dot{U}_O = 3\dot{U}_{O'O''} \rightarrow \dot{U}_O = \dot{U}_{O'O''}$$

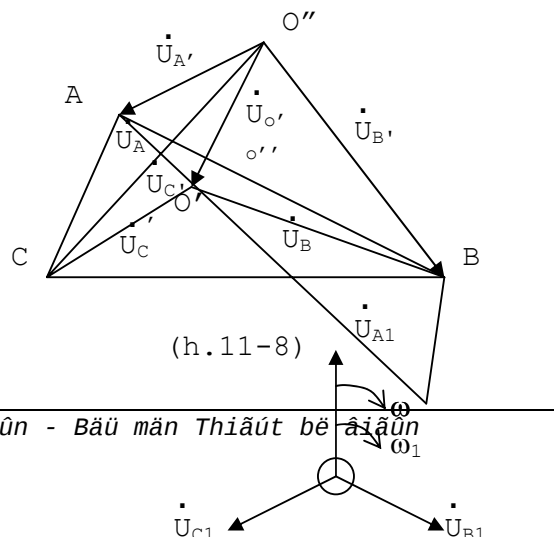
Vậy thành phần thứ tự không điện áp pha của một tải không đối xứng bằng điện áp giữa trung tính của nó với trung tính của một tải đối xứng nối song song với nó. Biểu diễn như hình (h.11-8).

§4. Tổng trở động cơ và máy biến áp đối với các nguồn kích thích ba pha đối xứng :

1. Tổng trở động cơ điện không đồng bộ ba pha :

a. Tổng trở thứ tự thuận :

Cung cấp cho 3 cuộn dây của động cơ điện không đồng bộ hệ thống điện áp đối xứng thứ tự thuận theo thứ tự A₁, B₁, C₁. Hệ thống dòng trong Stato sẽ tạo ra trong



máy một từ trường quay tròn với tốc độ ω theo chiều thuận kim đồng hồ A_1, B_1, C_1

Từ trường biến thiên tạo trong cuộn dây Rôto dòng điện cảm ứng. Tác dụng động lực học giữa từ trường quay và dòng cảm ứng rôto làm rôto quay với tốc độ ω_1 theo cùng chiều từ trường quay ω tốc độ $\omega_1 < \omega$ một ít nên $\omega - \omega_1 = s$ gọi là hệ số trượt rất nhỏ (s thường được tính theo %, khoảng 1,5 - 4%) nên chuyển động tương đối giữa rôto và từ trường quay nhỏ nên dòng cảm ứng trong rôto nhỏ, do đó dòng điện trong stato cũng nhỏ. Trong tình trạng đối xứng này động cơ có tổng trở một pha

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}}. \text{ Đây chính là tổng trở ta đã dùng trong tính toán mạch ba pha đối xứng}$$

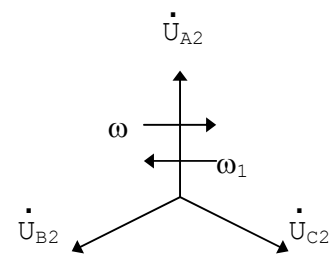
trước đây ; Z_1 gọi là tổng trở thứ tự thuận

b. Tổng trở thứ tự ngược :

Cung cấp cho động cơ hệ thống điện áp đối xứng thứ tự ngược. Tức là hệ thống có thứ tự pha ngược lại $A_2 - C_2 - B_2$

Lấy $\dot{U}_{A2} = \dot{U}_{A1}$ (về bản chất là trao đổi 2 pha B, C so với trường hợp thứ tự thuận) nên trong máy sẽ tạo nên từ trường quay ω theo chiều ngược lại, cho rôto vẫn quay theo chiều cũ với tốc độ $\omega_1 \approx \omega$ (muốn vậy phải dùng động cơ sơ cấp quay trục rôto)

Nếu không quay rôto theo chiều cũ thì rôto sẽ quay theo chiều từ trường quay. Lúc này sẽ đảo chiều quay so với trường hợp trên và tổng trở pha cũng không có gì thay đổi. Vì rôto và từ trường quay ngược chiều nhau nên tốc độ trượt $s = \omega_1 + \omega$ rất lớn so với trường hợp trên. Vì s lớn nên dòng cảm ứng trong rôto lớn $\rightarrow$ làm cho dòng stato cũng lớn hơn trường hợp trên rất nhiều. Trong tình trạng đối xứng này động cơ điện có



$$\text{tổng trở một pha là : } Z_2 = \frac{\dot{U}_{A2}}{\dot{I}_{A2}} < Z_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}} \text{ do } \dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A2} \text{ nên } \dot{I}_{A2} > \dot{I}_{A1}; Z_2 \text{ gọi là}$$

tổng trở thứ tự ngược.

c. Tổng trở thứ tự không :

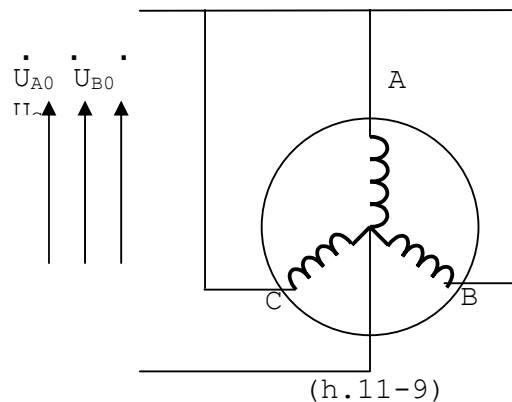
Cung cấp cho động cơ điện hệ thống điện áp đối xứng thứ tự không. Tức là

$$\dot{U}_{A0} = \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{C0} \text{ chúng bằng nhau và cùng}$$

$$\text{pha nhau lấy trị số bằng } \dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A2} = \dot{U}_{A0}.$$

Hệ thống áp đối xứng ba pha thứ tự không cung cấp cho động cơ điện như hình (h.11-9) thì hệ thống dòng trong cuộn dây stato cũng đối xứng kiểu cùng pha như áp nên từ trường do chúng tạo ra là từ trường đập mạch, nghĩa là trong máy không có từ trường quay nên rôto không quay được. Lúc này lấy tỉ số áp pha trên dòng pha ta được

$$\text{tổng trở một pha } \frac{\dot{U}_{A0}}{\dot{I}_{A0}} = Z_0 \text{ gọi là tổng trở thứ tự không } Z_0 \neq Z_1 \neq Z_2, Z_1 > Z_2.$$



Vậy tổng trở của động cơ điện đối với các hệ thống trạng thái đối xứng khác nhau thì khác nhau. Với mỗi động cơ các tổng trở Z_1, Z_2, Z_0 là xác định (thường được cho trong cẩm nang).

2. Tổng trở của máy biến áp ba pha :

a. Tổng trở thứ tự thuận :

Cung cấp hệ thống điện áp đối xứng thứ tự thuận lên máy biến áp ba pha 3 trụ như hình (h.11-10) thì trong máy sẽ có 3 từ thông ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C đối xứng thứ tự thuận tương tự nên sẽ có : $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$ nên từ thông chỉ khép mạch trong lõi thép là vật liệu từ có từ dẫn lớn nên chỉ cần một hệ thống dòng điện kích thích đủ nhỏ trong cuộn dây các pha. Trong tình trạng đối xứng này tổng trở một pha của máy biến áp

$$Z_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}} \text{ gọi là tổng trở thứ tự thuận .}$$

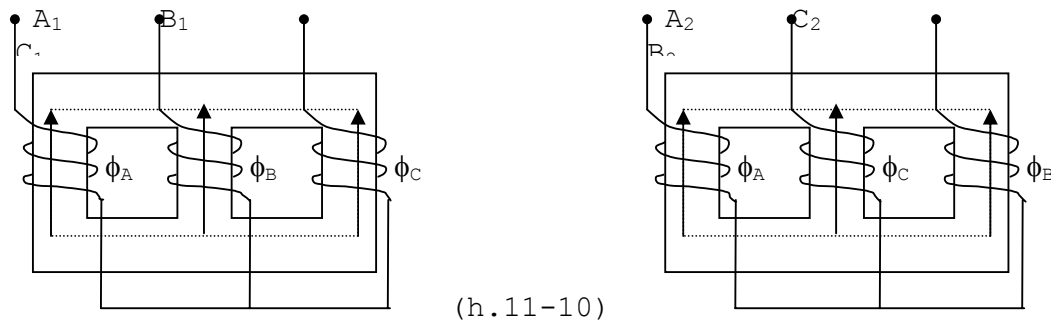
b. Tổng trở thứ tự ngược :

Khi cung cấp cho máy biến áp ba pha hệ thống thứ tự ngược, tức là hệ thống trao đổi 2 pha B, C cho nhau so với hệ thống thứ tự thuận thì trong 3 trụ cũng được tạo ra các từ thông ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C vì hệ thống áp là đối xứng $\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{C2} = 0$ nên hệ thống từ thông cũng đối xứng $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$ nên hệ thống dòng kích thích cũng đủ nhỏ. Trong tình trạng đối xứng này tổng trở một pha của máy biến áp

$$Z_2 = \frac{\dot{U}_{A2}}{\dot{I}_{A2}} = Z_1 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}}$$

Tổng trở thứ tự thuận và thứ tự ngược của máy biến áp ba pha bằng nhau. Có thể thấy điều này ngay vì máy biến áp là thiết bị không quay (khác động cơ điện) nên sự trao đổi 2 pha không tạo nên sự khác biệt nào về phân bố từ thông .

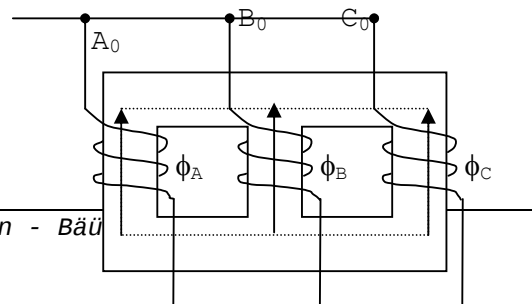
Sự phân bố từ thông khi cung cấp hệ thống áp đối xứng thứ tự thuận và thứ tự ngược như hình (h.11-10).



c. Tổng trở thứ tự không của máy biến áp ba pha :

Cung cấp cho máy biến áp ba pha 3 trụ hệ thống áp đối xứng thứ tự không như hình vẽ (h.11-11) Vì hệ thống áp đồng pha nên sinh ra trong máy biến áp các từ thông ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C cũng đồng pha nên $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 3\phi_A$ nên các từ thông bắt buộc phải khép mạch ra ngoài không khí.

Mà không khí là vùng có từ trở lớn hơn lõi từ rất nhiều nên muốn có ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C đủ lớn ứng với điện áp đặt vào thì dòng điện trong các pha bắt buộc phải lớn, tức cùng $U_{A1} = U_{A2} = U_{A0}$ thì $I_{A0} > I_{A1}$



(h.11-11)

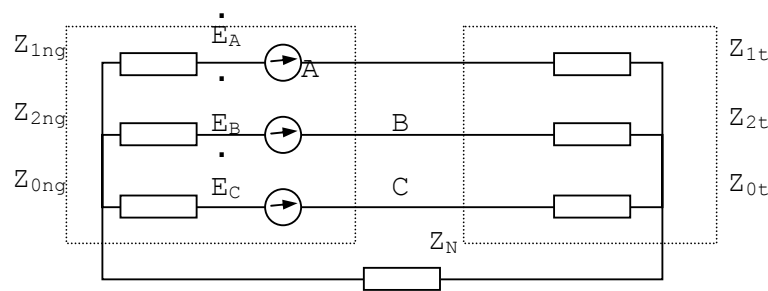
Ta xác định tổng trở một pha này là : $\frac{\dot{U}_{A0}}{\dot{I}_{A0}} = Z_0 < Z_1 = Z_2 = \frac{\dot{U}_{A1}}{\dot{I}_{A1}}$

Z_0 gọi là tổng trở thứ tự không.

§5. Tính mạch ba pha không đối xứng tải có máy bằng phương pháp thành phần đối xứng :

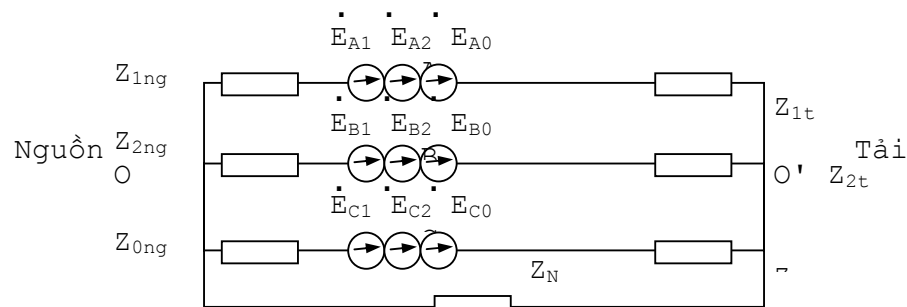
1. Tính chế độ xác lập của mạch ba pha có máy khi nguồn không đối xứng :

Giả sử cho mạch ba pha tải có máy có các tổng trở thứ tự Z_{1t}, Z_{2t}, Z_{0t} được cung cấp bởi nguồn ba pha không đối xứng có sđđ $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ có tổng trở thứ tự của nguồn là $Z_{1ng}, Z_{2ng}, Z_{0ng}$ nối như hình vẽ (h.11-12). Cần tính dòng điện trong các pha của tải .



(h.11-12)

Vì đây là mạch ba pha không đối xứng tải có máy nên đầu tiên ta phải phân tích kích thích không đối xứng ra các thành phần đối xứng thứ tự (theo công thức phân tích) Biểu diễn các sđđ thứ tự trên sơ đồ như hình (h.11-13).



(h.11-13)

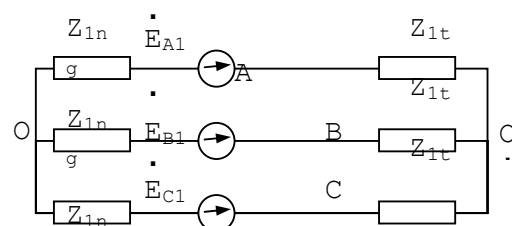
Vì là mạch tuyến tính nên ta tách ra thành ba bài toán đối xứng thứ tự :

a. Bài toán đối xứng thứ tự thuận :

Nguồn tác động là hệ thống đối xứng thứ tự thuận $\dot{E}_{A1}, \dot{E}_{B1}, \dot{E}_{C1}$ với tổng trở của nguồn là tổng trở thứ tự thuận Z_{1ng} tổng trở của tải là tổng trở thứ tự thuận Z_{1t} như hình (h.11-14).

Với hệ thống đối xứng thứ tự thuận có

$\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{C1} = 0$ nên dòng trung tính



(h.11-14)

bằng 0, vì vậy không đưa dây trung tính vào sơ đồ này.

Đến đây ta trở về bài toán đối xứng đã học ở chương 10 nên để tính dòng, áp của hệ thống ta tách ra một pha như hình (h.11-15) gọi là sơ đồ thứ tự thuận :

Từ sơ đồ này tính được dòng thứ tự thuận của

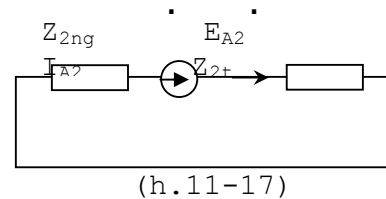
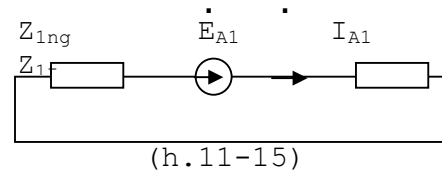
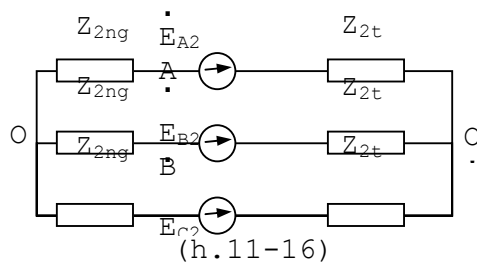
pha A là $\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_{A1}}{Z_{1ng} + Z_{1t}}$. Sau đó suy ra

cho các pha còn lại.

b. Bài toán đối xứng thứ tự ngược :

Nguồn tác động là hệ thống đối xứng thứ

tự ngược $\dot{E}_{A2}, \dot{E}_{B2}, \dot{E}_{C2}$ với tổng trở của nguồn là Z_{2ng} , tổng trở của tải là Z_{2t} như hình (h.11-16).

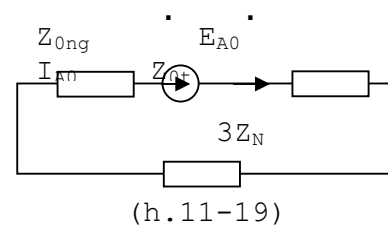
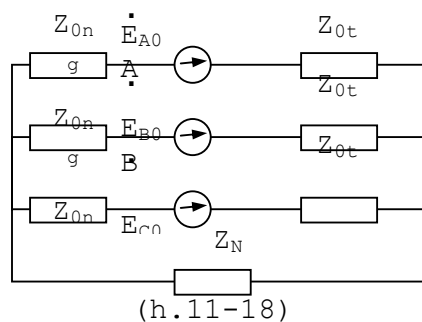


Vì mạch ba pha đối xứng nên tách ra một pha như hình (h.11-17) gọi là sơ đồ thứ tự

ngược để tính cho một pha $\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{E}_{A2}}{Z_{2ng} + Z_{2t}}$

c. Bài toán đối xứng thứ tự không :

Nguồn tác động là hệ thống đối xứng thứ tự không $\dot{E}_{A0}, \dot{E}_{B0}, \dot{E}_{C0}$ với tổng trở của nguồn là Z_{0ng} , tổng trở của tải là Z_{0t} như hình (h.11-18).



Vì $\dot{E}_{A0} = \dot{E}_{B0} = \dot{E}_{C0}$ nên tạo ra các pha dòng dòng điện thứ tự không là $\dot{I}_{A0} = \dot{I}_{B0} = \dot{I}_{C0}$, $\dot{I}_{A0} + \dot{I}_{B0} + \dot{I}_{C0} = 3\dot{I}_0$, vì dòng trong dây trung tính bằng $3\dot{I}_0$ nên sơ đồ tách ra một pha như hình (h.11-19) gọi là sơ đồ thứ tự zêro.

Tính được dòng điện thứ tự không $\dot{I}_{A0} = \frac{\dot{E}_{A0}}{Z_{0ng} + Z_{0t} + 3Z_N}$

d. Tổng hợp các đáp ứng thành phần được dòng các pha của tải :

Thường dùng công thức tổng hợp theo một pha ta được dòng điện các pha là

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_B &= a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_C &= a \dot{I}_{A1} + a^2 \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \end{aligned} \right\}$$

Ta thấy để tính các thành phần thứ tự thường đưa ngay ra các sơ đồ thứ tự cho một pha rồi tính chứ không cần qua các bước trung gian như lý thuyết. Đừng quên trong sơ đồ thứ tự không có $3Z_N$

Ví dụ : Cung cấp hệ thống áp 3 dây ba pha không đối xứng $U_{AB} = U_{AC} = 365V$, $U_{BC} = 312V$ vào một động cơ điện có tổng trở $Z_1 = 3,6 + j3,6\Omega$; $Z_2 = 0,15 + j0,5\Omega$ mạch không có dây trung tính. Hãy tính các dòng điện dây.

Giải : Bài toán cho áp nguồn là áp dây; trong các công thức tính sử dụng các áp pha nên ta có thể chọn các pha tương ứng một cách tùy ý chỉ cần hiệu số của chúng bằng các điện áp dây đã cho là được như hình vẽ (h.11-20). Việc chọn tùy ý các áp pha như vậy không ảnh hưởng đến thành phần thứ tự thuận, thứ tự ngược nhưng nó ảnh hưởng đến thành phần thứ tự không. Nhưng với bài toán này không có dòng điện thứ tự không nên tùy ý chọn như vậy là được.

Từ tam giác ABC xác định được :

$$U_B = U_C = \frac{312}{2} = 156V, \quad U_A = \sqrt{365^2 - 156^2} = 330V$$

Giả thiết $\dot{U}_A = 330\angle 0^\circ V$; thì $\dot{U}_B = -j156V$, $\dot{U}_C = j156V$

Theo công thức phân tích xác định được các thành phần đối xứng thứ tự thuận là :

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C)$$

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}[330 + j156(-a + a^2)]$$

$$\dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}\left[330 + j156\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right] = 220V$$

$$\text{áp thứ tự ngược là : } \dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \frac{1}{3}[330 + j156(-a^2 + a)] = 20V$$

Từ sơ đồ thứ tự thuận

Tính được dòng thứ tự thuận pha A :

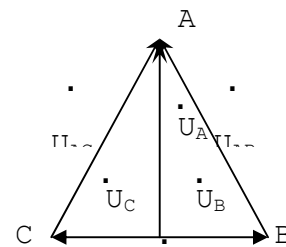
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{A1}}{Z_1} = \frac{220}{3,6 + j3,6} = 39,3\angle -45^\circ$$

Từ sơ đồ thứ tự ngược pha A :

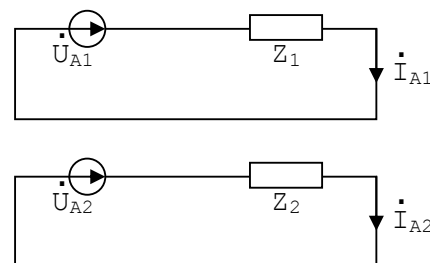
Tính được dòng thứ tự ngược :

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_{A2}}{Z_2} = \frac{20}{0,15 + j0,5} = 38,3\angle -73,18^\circ$$

Ta dùng công thức tổng hợp để xác định dòng các pha :



(h. 11-20)



$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 39,3 \angle -45^\circ + 38,3 \angle 73^\circ 18' = 38,8 - j64,5A \rightarrow I_A = 75,2A$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} = 39,3 \angle 195^\circ + 38,3 \angle 46^\circ 42' = -11,7 - j17,7A$$

$$\rightarrow I_B = 21,2A$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B = -38,8 + j64,5 + 11,7 - j17,7 = -27,1 + j46,8A \rightarrow I_C = 54,1A$$

Qua ví dụ trên thấy rằng trường hợp không có dây trung tính ($Z_{tt} = \infty$) và khi đã cho các điện áp dây trên những cực của nó, để tính các dòng điện chỉ cần dùng sơ đồ thứ tự thuận và thứ tự ngược.

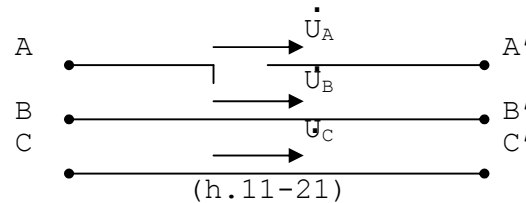
2. Tính mạch ba pha tải có máy bị sự cố :

Các mạch ba pha tải có máy thường là hệ thống đối xứng (đối xứng bình thường là đối xứng thứ tự thuận) ít khi gặp phụ tải không đối xứng, nhưng khi hệ thống bị các sự cố như ngắn mạch, đứt dây, làm việc với đường dây hoặc máy biến áp cắt mạch một pha v.v..thì sẽ xuất hiện hệ thống ba pha không đối xứng tải động. Vậy cần đưa ra cách tính mạch ba pha tải có máy bình thường làm việc đối xứng, khi có sự cố thì áp, dòng chỗ đó trở nên không đối xứng nên bài toán là không đối xứng tải có máy.

a. Các sự cố thường gặp, phương trình mô tả sự cố:

- Sự cố đứt dây một pha như hình (h.11-21)

Vì đứt dây pha A làm cho tổng trở dọc dây pha A trở thành vô cùng lớn, còn tổng trở dây pha B, C ở nơi sự cố vẫn bằng không như trước. Vùng có sự cố mất xứng nên $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ là áp ở ba pha vùng sự cố mất đối xứng $\dot{U}_A \neq 0, \dot{U}_B = \dot{U}_C = 0$.



Phương trình mô tả sự cố : $\dot{I}_A = 0, \dot{U}_B = \dot{U}_C = 0$

Những sự cố làm thay đổi tổng trở các pha dọc đường dây gọi là sự cố dọc.

- Ngoài ra còn có 2 dạng sự cố dọc khác biểu diễn ở hình vẽ (h.11-22) và hình vẽ (h.11-23).

Phương trình mô tả sự cố : $\dot{U}_{AA'} = Z_A \dot{I}_A$

$$\dot{U}_{BB'} = 0$$

$$\dot{U}_{CC'} = 0$$

Phương trình mô tả sự cố : $\dot{U}_{AA'} = Z_A \dot{I}_A$

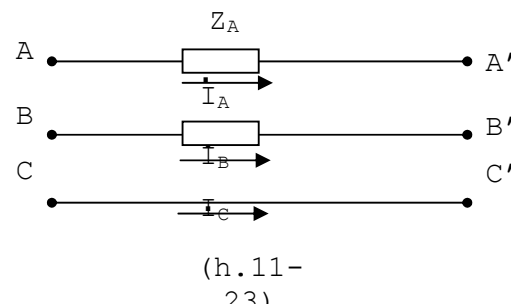
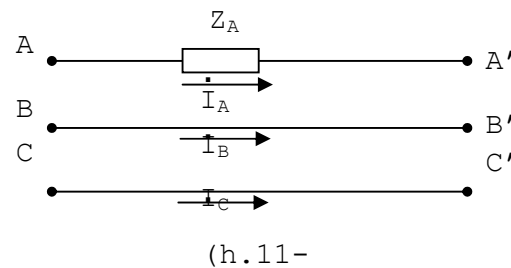
$$\dot{U}_{BB'} = Z_B \dot{I}_B$$

$$\dot{U}_{CC'} = 0$$

- Sự cố ngắn mạch 2 pha vị trí giữa pha B và C như hình (h.11-24).

Giống như mắc vào vùng sự cố 1 tải không đối xứng nối Y tại điểm M với $Z_{AM} = \infty ; Z_{BM} = Z_{CM} = 0$ nên hệ thống áp

$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ cũng làm thành một hệ thống



không đối xứng.

$$I_A = 0$$

Phương trình mô tả sự cố : $\dot{U}_B = 0$

$$\dot{U}_C = 0$$

Sự cố này làm thay đổi tổng trở cách điện giữa các pha đường dây với nhau và với đất. Những sự cố có đặc điểm này gọi là sự cố ngang.

- Sự cố ngắn mạch một pha qua tổng trở tiếp xúc Z_n như hình (h.11-25)

$$\left. \begin{array}{l} \dot{U}_C = Z_N \dot{I}_C \\ \text{Phương trình mô tả sự cố : } \dot{I}_A = 0 \\ \dot{I}_B = 0 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = Z_N(a\dot{I}_{A1} + a^2\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0})$$

$$\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 0$$

$$a^2\dot{I}_{A1} + a\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 0$$

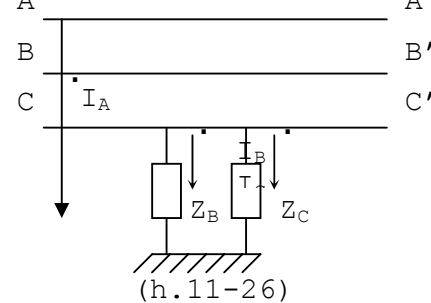
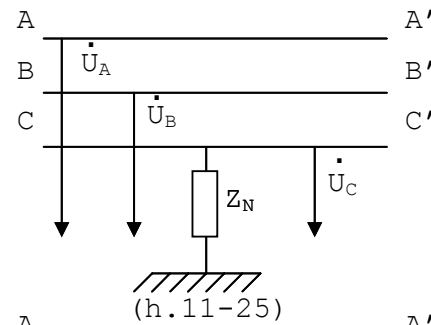
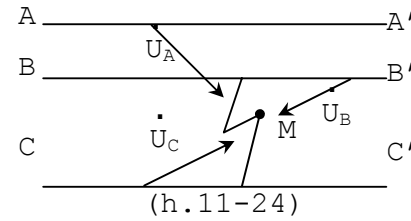
Ngoài ra còn có sự cố ngang như hình (h.11-26).

Phương trình mô tả sự cố :

$$\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 0$$

$$\dot{U}_B = Z_B \dot{I}_B \Leftrightarrow a^2\dot{U}_{A1} + a\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = Z_B(a^2\dot{I}_{A1} + a\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0})$$

$$\dot{U}_C = Z_C \dot{I}_C \Leftrightarrow a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = Z_C(a\dot{I}_{A1} + a^2\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0})$$



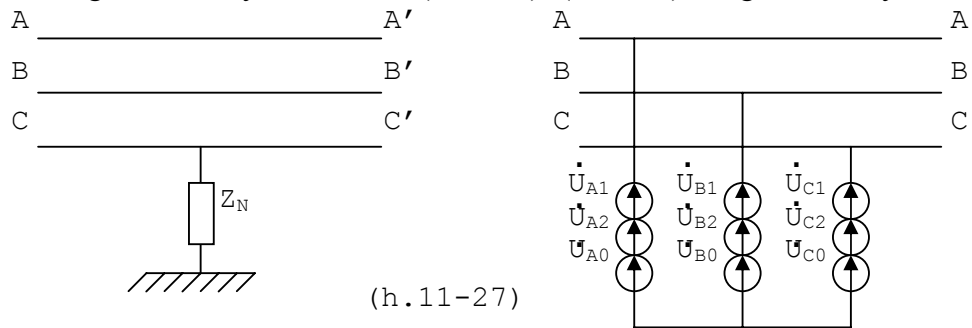
Qua phân tích các sự cố ta thấy : các sự cố ngang đường dây giống như mắc vào đường dây tải ba pha không đối xứng (tải tĩnh) nối Y. Tải này không đối xứng nên áp ba pha trên vùng sự cố là không đối xứng.

Nếu ta để tải ba pha không đối xứng đó trong mạch để tính toán thì rất phức tạp (vì liên quan đến các thành phần thứ tự). Để đơn giản tận dụng nguyên lý bù thay thế phụ tải ba pha không đối xứng bằng nguồn điện áp chính là hệ thống điện áp không đối xứng trên tải không đối xứng mà ta chưa biết.

Sau khi thay thế như vậy toàn mạch sẽ trở thành đối xứng và đối với mạch ấy những thành phần đối xứng khác nhau của dòng điện và điện áp sẽ không phụ thuộc lẫn nhau. Trên cơ sở đó ta sẽ tách ra từng sơ đồ thứ tự để tính toán.

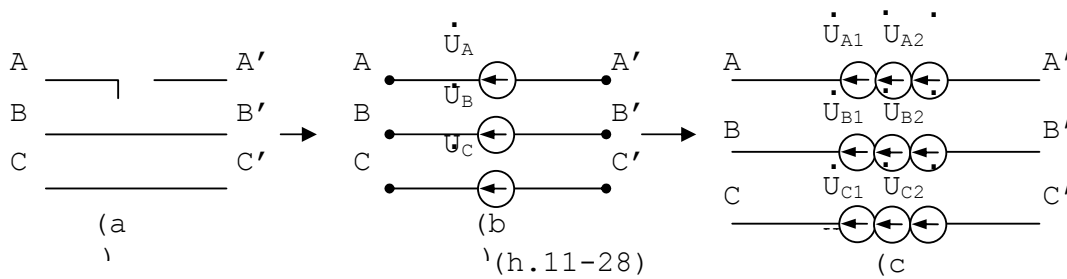
Tức là thay thế chỗ sự cố ngang như hình (h.11-27)

Tương tự như vậy sự cố hình (h.11-24), (h.11-26) cũng được thay thế vùng sự



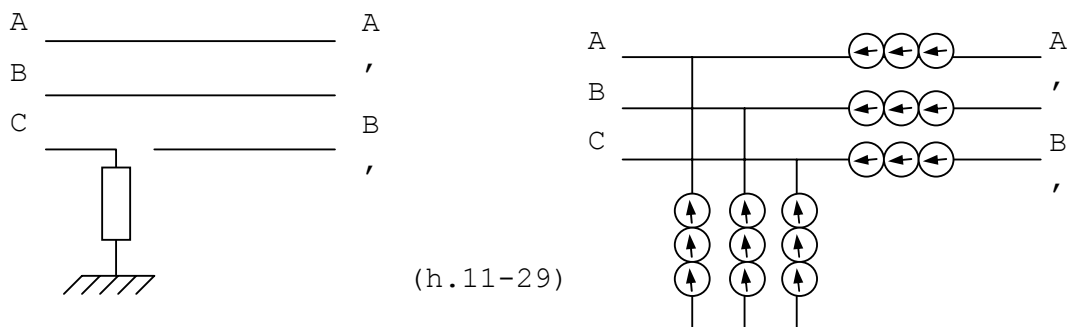
cố như trên.

Tương tự như vậy các sự cố dọc được thay thế bằng hệ thống áp không đối xứng dọc dây như hình vẽ (h.11-28).



Tương tự sự cố dọc ở hình (h.11-22), (h.11-24) cũng được thay thế như vậy.

Với sự cố có cả dọc và ngang như hình (h.11-29) ta thay thế bằng cả hệ thống



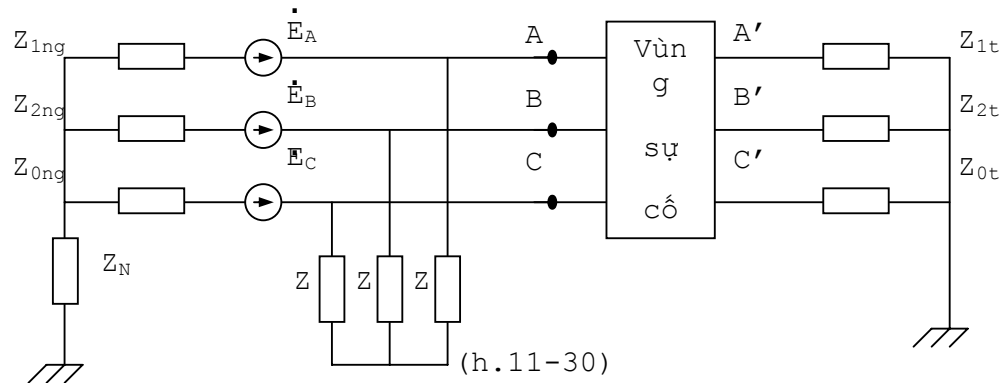
dọc và ngang

b. Tính mạch ba pha tải có máy bị sự cố :

Ta biết trừ phần sự cố ra, mạch điện còn lại hoàn toàn đối xứng ; nên nếu thay thế hệ thống điện áp không đối xứng chỗ sự cố $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ bằng những thành phần đối xứng của nó thì sẽ được hệ thống mạch điện đối xứng thành phần và lúc này chỉ cần tách từng sơ đồ thứ tự sẽ tính được đáp ứng thứ tự cho một pha và cuối cùng tổng hợp các đáp ứng thứ tự sẽ được đáp ứng cần tìm.

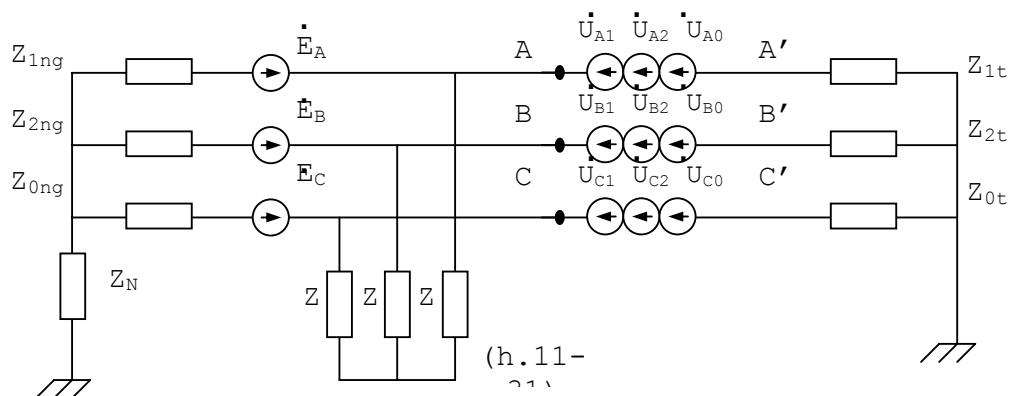
Cần nhớ rằng hệ thống điện áp chỗ sự cố $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ là chưa biết và phải tính nên lúc này số ẩn số của bài toán ngoài 3 ẩn số như bài toán thông thường còn thêm 3 ẩn số vừa nêu nữa (nếu sự cố vừa dọc vừa ngang thì số ẩn số sẽ là 6). Vậy để có đủ số phương trình ứng với số ẩn số thì ngoài 3 phương trình có được từ sơ đồ thứ tự cần có thêm các phương trình phụ lấy từ phương trình mô tả sự cố.

Có thể minh họa phương pháp tính mạch ba pha tải có máy bị sự cố bằng ví dụ giải mạch hình (h.11-30) Trong đó nguồn sđđ là đối xứng $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$. Tải đối xứng nối Y (tải tĩnh), tải máy nối Y. Vùng có sự cố (giả sử sự cố dọc - đứt mạch một pha A) nên $I_A = 0$.

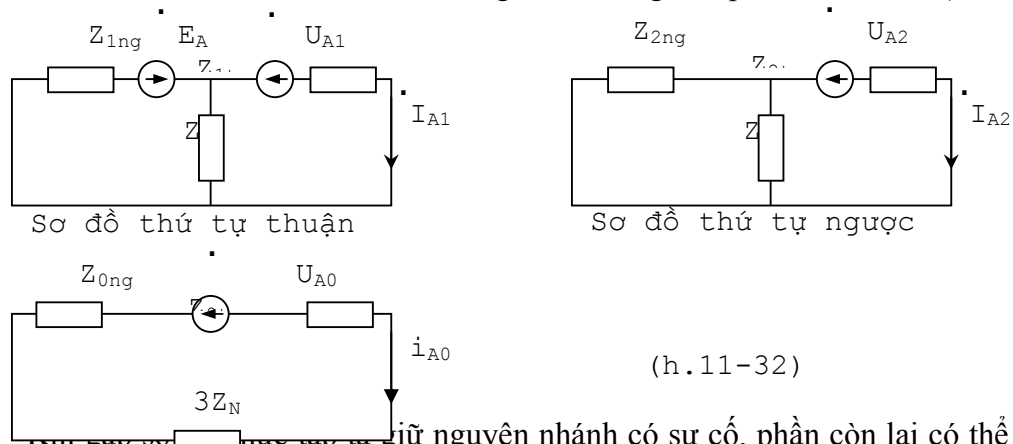


Ta thực hiện theo các bước tính toán như sau :

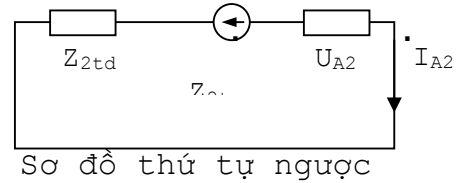
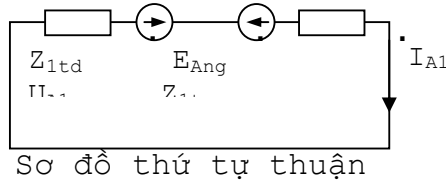
- Thay thế vùng sự cố bằng hệ thống thành phần thứ tự như (h.11-31)



- Tách ra các sơ đồ thứ tự thuận, nghịch, không cho pha A như hình (h.11-32)



giữ nguyên nhánh có sự cố, phần còn lại có thể biến đổi tương đương để cho mạch đơn giản, từ đó lập biểu thức dòng, áp nhánh có sự cố.



$$\dot{E}_{Atd} = \frac{\dot{E}_A Y_{1ng}}{Y + Y_{1ng}} = \frac{\dot{E}_A}{Z_{1ng} \left(\frac{1}{Z_{1ng}} + \frac{1}{Z} \right)}$$

$$\dot{E}_{Atd} = \frac{\dot{E}_A Z}{Z + Z_{1ng}}; \quad Z_{1td} = \frac{Z_{1ng} Z}{Z + Z_{1ng}}; \quad Z_{2td} = \frac{Z_{2ng} Z}{Z + Z_{1ng}}$$

Viết phương trình Kirhof 2 cho các sơ đồ thứ tự thuận, ngược, không được ba phương trình :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{Atd} &= \dot{U}_{A1} + \dot{I}_{A1}(Z_{1td} + Z_{1t}) \\ 0 &= \dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2}(Z_{2td} + Z_{2t}) \\ 0 &= \dot{U}_{A0} + \dot{I}_{A0}(Z_{0ng} + Z_{0t} + 3Z_N) \end{aligned} \right\}$$

Ta thấy có 3 phương trình nhưng 6 ẩn số : $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}, \dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A0}$ nên cần sử dụng 3 phương trình sự cố để có đủ 6 phương trình :

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A = 0 &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{U}_B = 0 &= a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C = 0 &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\}$$

Giải hệ 6 phương trình được : $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}, \dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A0}$

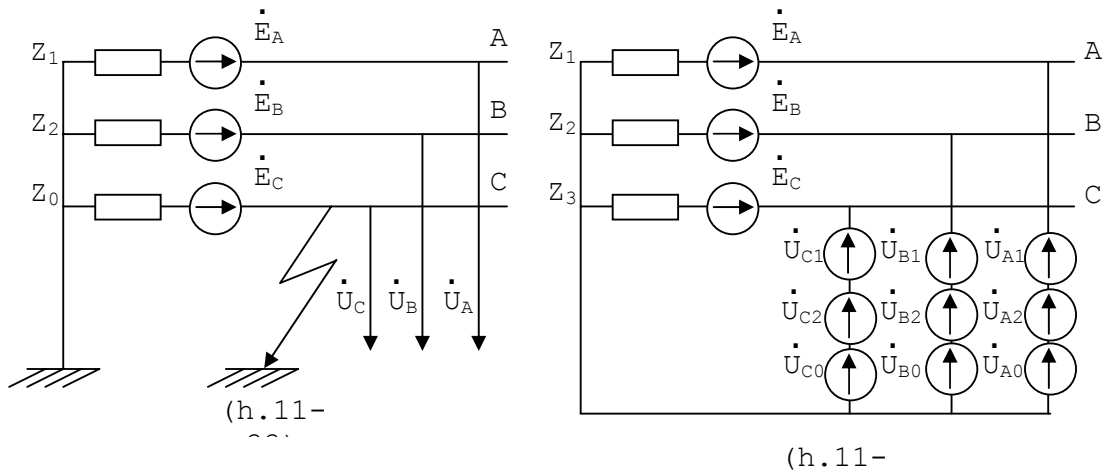
- Sau đó thay $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$ vừa tìm được vào sơ đồ thứ tự thuận, thứ tự ngược, thứ tự không ở hình (h.11-32) để tìm các dòng áp thứ tự thuận, thứ tự ngược, thứ tự không ở mọi nhánh của sơ đồ.

- Cuối cùng dùng công thức tổng hợp tính các dòng, áp không đối xứng :

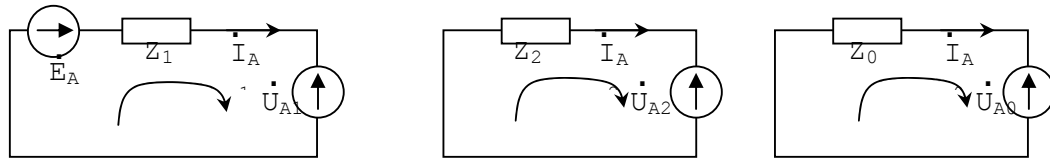
$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{I}_B &= a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_C &= a \dot{I}_{A1} + a^2 \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \end{aligned} \right\}$$

Ví dụ 1 : Một máy phát điện vận hành không tải bị ngắn mạch đầu cực pha C với đất hình (h.11-33). Máy phát điện đối xứng có Sdd đối xứng $E=230V$, có tổng trở thứ tự là : $Z_1 = j2\Omega, Z_2 = j0,5\Omega, Z_0 = j0,2\Omega$. Hãy tính dòng điện ngắn mạch và điện áp pha của máy.

- Thay thế vùng sự cố bằng hệ thống đối xứng thành phần như hình (h.11-34)



- Tách các sơ đồ thứ tự thuận, thứ tự ngược, thứ tự không :



$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{I}_{A1} Z_1 \\ 0 &= \dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2} Z_2 \\ 0 &= \dot{U}_{A0} + \dot{I}_{A0} Z_0 \end{aligned} \right\}$$

Từ các sơ đồ thứ tự viết 3 phương trình Kirhof 2 :

- Viết phương trình sự cố - vì ngắn mạch một pha chạm đất nên có phương trình :

$$\dot{U}_C = 0, \dot{I}_A = 0, \dot{I}_B = 0$$

Viết các phương trình sự cố theo các thành phần thứ tự :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_C &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{I}_A &= 0 = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_B &= 0 = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \end{aligned} \right\}$$

- Giải hệ 6 phương trình bằng cách thế dần ta được :

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_A}{Z_1 + Z_2 + Z_0} = \frac{230}{j2 + j0,5 + j0,2} = 85,2 \angle -90^\circ$$

$$\dot{U}_{A1} = \dot{E}_A - \dot{I}_{A1} Z_1 = 230 - 85,2 \angle -90^\circ \cdot 2 \angle 90^\circ = 60V$$

$$\dot{U}_{A2} = -a^2 \dot{I}_{A1} Z_2 = -a^2 85,2 \angle -90^\circ \cdot 0,5 \angle 90^\circ = -42,6a^2 V$$

$$\dot{U}_{A0} = -a \dot{I}_{A1} Z_0 = -a 85,2 \angle -90^\circ \cdot 0,2 \angle 90^\circ = -17,4a V$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{-\dot{U}_{A2}}{Z_2} = \frac{42,6a^2}{j0,5} = 85,2a^2 \angle -90^\circ A$$

$$\dot{I}_{A0} = \frac{-\dot{U}_{A0}}{Z_0} = \frac{17,4a}{j0,2} = 87a \angle -90^\circ A$$

- Tổng hợp các lượng thành phần được dòng ngắn mạch là :

$$\dot{I}_C = a \dot{I}_{A1} + a^2 \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = a 85,2 \angle -90^\circ + a^2 \cdot a^2 85,2 \angle -90^\circ + 87a \angle -90^\circ = 85,2 \angle -90^\circ$$

$$+ 85,2 \angle -90^\circ + 87a \angle -90^\circ \approx 3 \dot{I}_{A1} = 256 \angle 20^\circ A$$

Điện áp giữa các pha với đất :

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 60 - 42,6a^2 - 17,4a = 92,5 \angle 13^\circ 50' V$$

$$\dot{U}_B = a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = a^2 60 - 42,6 - 17,4a = 92,5 \angle -133^\circ 50' V$$

- Đồ thị vectơ được vẽ như hình (h.11-35)

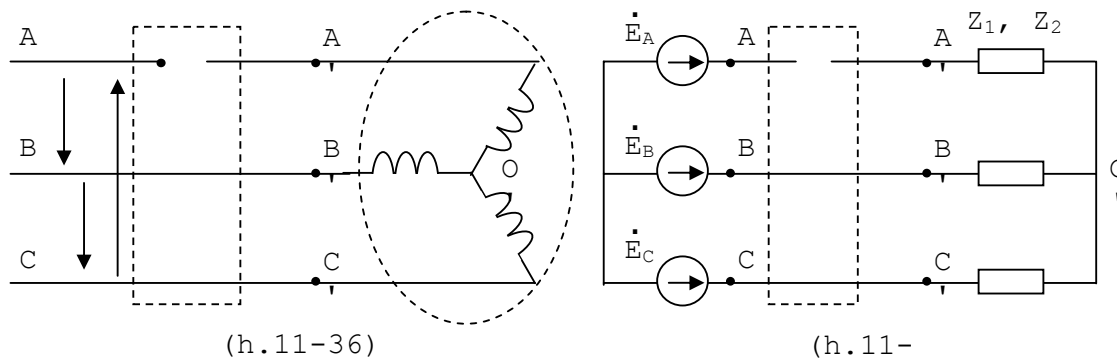
Trong đó áp đối xứng là đường nét đứt, áp lúc ngắn mạch là đường nét liền.

Ví dụ 2 : Một hệ thống điện áp dây đối xứng $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380V$ cung cấp cho động cơ điện không đồng bộ 3 pha có các tổng trở pha thứ tự $Z_1 = 3,6 + j3,6\Omega$, $Z_2 = 0,15 + j0,5\Omega = 0,522 \angle 73^\circ 18'$. Dây dẫn pha A bị đứt. Hãy tìm các

dòng điện trong các dây dẫn và các điện áp $\dot{U}_{AA'}$,

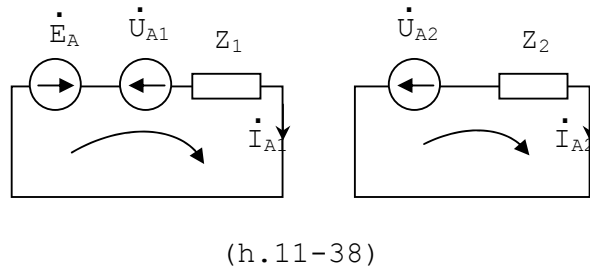
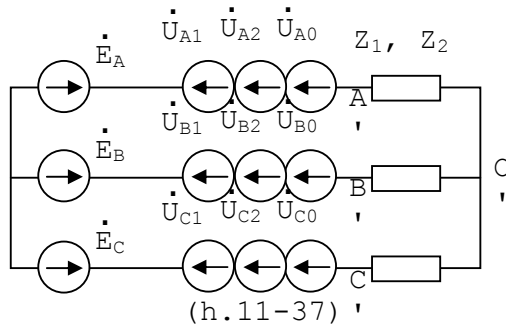
$\dot{U}_{A'O'}$, $\dot{U}_{B'O'}$, $\dot{U}_{C'O'}$ như hình vẽ (h.11-36).

Ta coi những áp dây giữa các cực A, B, C được tạo nên bởi ba nguồn điện áp



pha đối xứng có Sdd $E_r = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220V$ như hình vẽ h(13-26b).

Thay thế vùng sự cố bằng sơ đồ thứ tự - lưu ý ở đây sơ đồ thứ tự không không có vì không có dây trung tính như hình vẽ h(13-37)



Tách các sơ đồ thứ tự thuận, ngược như hình (h.11-37)

$$\left. \begin{aligned} \text{Viết phương trình mạch : } \begin{cases} \dot{E}_A = \dot{E}_f = \dot{U}_{A1} + \dot{I}_{A1} Z_1 \\ 0 = \dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2} Z_2 \end{cases} \\ \dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 0 \\ \text{Phương trình sự cố : } \begin{cases} \dot{U}_{BB'} = 0 = a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_{CC'} = 0 = a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

Giải hệ phương trình được : $\dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A2} = \dot{U}_{A0}$ thay $\dot{U}_2 = \dot{U}_1$ và $\dot{I}_{A2} = -\dot{I}_{A1}$ vào phương trình $0 = \dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2} Z_2$ được $0 = -Z_2 \dot{I}_{A1} + \dot{U}_{A1}$ cùng $\dot{E}_f = Z_1 \dot{I}_{A1} + \dot{U}_{A1}$ ta được

$$: \dot{E}_f = (Z_1 + Z_2) \dot{I}_{A1} \rightarrow \dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_f}{Z_1 + Z_2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{220}{3,6 + j3,6 + 0,15 + j0,25} = 39,6 \angle -47^\circ 33' \text{ A} = -\dot{I}_{A2}$$

$$\text{Tính } \dot{U}_{A2} = -\dot{I}_{A2} Z_2 = 39,6 \angle -47^\circ 33' \cdot 0,522 \angle 73,18^\circ = 20,67 \angle 25^\circ 45' = \dot{U}_{A1} = \dot{U}_{A0}$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_{A1} + a \dot{I}_{A2} = \dot{I}_{A1} (a^2 - a) = -j\sqrt{3} 39,6 \angle -47,33^\circ = 68,5 \angle -137^\circ 33' = \dot{I}_C$$

$$\dot{U}_{AA'} = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 3\dot{U}_{A2} = 3 \cdot 20,67 \angle 25^\circ 45' \text{ V}$$

$$\dot{U}_{A'O'} = \dot{I}_{A1} Z_1 + \dot{I}_{A2} Z_2 = (Z_1 - Z_2) \dot{I}_{A1} = \dot{U}_{A'O_1} + \dot{U}_{A'O_2} =$$

$$\dot{U}_{A'O'} = (3,6 + j3,6 - 0,15 - j0,5) \cdot 39,6 \angle -47^\circ 33' = 183,5 \angle -5^\circ 36' \text{ V}$$

$$\dot{U}_{B'O'} = \dot{U}_{B'O_1} + \dot{U}_{B'O_2} = \dot{I}_{B1} Z_1 + \dot{I}_{B2} Z_2 = a^2 \dot{I}_{A1} Z_1 + a \dot{I}_{A2} Z_2$$

$$\dot{U}_{B'O'} = \dot{I}_{A1} (a^2 Z_1 - a Z_2) = 203,5 \angle -116^\circ 43' \text{ V}$$

$$\dot{U}_{C'O'} = \dot{I}_{C1} Z_1 + \dot{I}_{C2} Z_2 = a \dot{I}_{A1} Z_1 + a^2 \dot{I}_{A2} Z_2 = (a Z_1 - a^2 Z_2) \dot{I}_{A1} = 219 \angle -114^\circ 26' \text{ V}$$

§6. Tính công suất mạch ba pha theo các thành phần đối xứng :

Từ biểu thức công suất phức tổng quát của mạch ba pha :

$$\tilde{S} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \dot{U}_A \hat{I}_A + \dot{U}_B \hat{I}_B + \dot{U}_C \hat{I}_C = P + jQ$$

Thay thế áp, dòng bằng các lượng thành phần đối xứng :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= a^2 \dot{U}_{A1} + a \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C &= a \dot{U}_{A1} + a^2 \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\} \text{vài} \left. \begin{aligned} \hat{I}_A &= \hat{I}_{A1} + \hat{I}_{A2} + \hat{I}_{A0} \\ \hat{I}_B &= a^2 \hat{I}_{A1} + a \hat{I}_{A2} + \hat{I}_{A0} \\ \hat{I}_C &= a \hat{I}_{A1} + a^2 \hat{I}_{A2} + \hat{I}_{A0} \end{aligned} \right\}$$

Trong đó lưu ý : $\hat{a} = a^2, \hat{a}^2 = a$

$$\text{Ta có : } \tilde{S} = 3\dot{U}_{A1} \hat{I}_{A1} + 3\dot{U}_{A2} \hat{I}_{A2} + 3\dot{U}_{A0} \hat{I}_{A0} = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_0 = P + jQ$$

$$P = 3U_{A1} I_{A1} \cos \varphi_1 + 3U_{A2} I_{A2} \cos \varphi_2 + 3U_{A0} I_{A0} \cos \varphi_0 = P_1 + P_2 + P_0$$

$$Q = 3U_{A1} I_{A1} \sin \varphi_1 + 3U_{A2} I_{A2} \sin \varphi_2 + 3U_{A0} I_{A0} \sin \varphi_0 = Q_1 + Q_2 + Q_0$$

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_0$ là góc lệch pha giữa áp với dòng thứ tự tương ứng.

Vậy có công suất của mạch ba pha bằng tổng các công suất thứ tự trong mạch.

S7. Các điều hòa bậc cao của áp và dòng trong mạch ba pha :

Ta biết máy phát điện 3 pha thường phát ra Sđđ 3 pha đối xứng hình sin. Tuy nhiên vì nhiều lý do nên có thể tạo ra Sđđ chu kỳ không điều hòa. Có nghĩa là Sđđ sẽ gồm nhiều điều hòa có tần số khác nhau.

Tức là ngoài sóng cơ bản tần số ω còn có nhiều sóng bậc cao tần số $3\omega, 5\omega$. Ta sẽ xem xét trong tình trạng 3 pha đối xứng những sóng điều hòa này có những tính chất gì. Vì máy phát điện có cấu tạo đối xứng, nghĩa là suất điện động các pha hoàn toàn giống nhau, chỉ lệch nhau về thời gian $1/3$ chu kỳ nên biết sóng điều hòa thứ K của pha A là $e_{KA} = E_{Km} \sin K\omega t$ thì sóng điều hòa thứ K của pha B là $e_{KB} = E_{Km} \sin K\omega(t - T/3)$ và sóng điều hòa thứ K của pha C sẽ là : $e_{KC} = E_{Km} \sin K\omega(t + T/3) = E_{Km} \sin(K\omega t + 2K\pi/3)$.

Tức là, đối với sóng điều hòa thứ K, pha sau chậm pha so với pha trước một góc $2K\pi/3$. Ta xét quan hệ 3 pha với sóng bậc K khác nhau sẽ có đặc điểm gì.

1. Khi $K = 3n$ (với n là số nguyên dương, lẻ) : Gọi là những sóng bội 3 gồm bậc 3, 9, 15, 21... Lúc này góc lệch pha : $\varphi_{3n} = K2\pi/3 = 3n.2\pi/3 = 2\pi n$.

$$e_{KA} = E_{Km} \sin K\omega t, e_{KB} = E_{Km} \sin(K\omega t - 2\pi n), e_{KC} = E_{Km} \sin(K\omega t + 2\pi n).$$

Cả 3 pha ở mọi thời điểm đều có cùng trị số cùng chiều. Vậy các sóng bội 3 của 3 pha hợp thành những hệ thống đối xứng thứ tự không.

2. Những sóng điều hòa bậc lẻ $K = 3n + 1$: Gồm các sóng bậc 1, 7, 9, 13, 19 ...

Lúc này góc lệch pha giữa các pha : $\varphi = K \frac{2\pi}{3} = (3n + 1) \frac{2\pi}{3} = 2\pi n + \frac{2\pi}{3}$ tức là

pha sau chậm sau pha trước một góc $\varphi = 2\pi n + \frac{2\pi}{3}$, nên 3 pha hợp thành những hệ thống thứ tự thuận.

$$e_{KA} = E_{Km} \sin K\omega t, e_{KB} = E_{Km} \sin(K\omega t - 2\pi n - \frac{2\pi}{3}), e_{KC} = E_{Km} \sin(K\omega t + 2\pi n + \frac{2\pi}{3})$$

3. Những sóng điều hòa bậc lẻ $K = 3n + 2$: Gồm các sóng điều hòa bậc 5, 11, 17, 23...

Lúc này góc lệch pha giữa các pha : $\varphi = K \frac{2\pi}{3} = (3n+2) \frac{2\pi}{3} = 2\pi n + \frac{4\pi}{3} \rightarrow$ tức là pha sau chậm pha so với pha trước một góc $\frac{4\pi}{3}$ nên 3 pha hợp thành những hệ thống thứ tự ngược.

Vậy các điều hòa cao trong mạch 3 pha tùy theo tần số hợp thành các hệ thống thứ tự thuận, ngược, không.

$$e_{KA} = e_{A0} + e_{A1} + e_{A2} + \dots$$

$$e_{KB} = e_{B0} + e_{B1} + e_{B2} + \dots$$

$$e_{KC} = e_{C0} + e_{C1} + e_{C2} + \dots$$



4. Áp dụng tính chất của các thành phần thứ tự rút ra một số tính chất của các dòng, áp trong mạch 3 pha đối xứng không hình sin như sau :

a. Nếu nguồn Sdd ba pha đối xứng không hình sin nổi tam giác hở, thì điện áp trên hai cực hở của nguồn $\dot{U}_{AZ}$ sẽ gồm tổng tất cả các sóng điều hòa bậc $3n$ của điện áp. Tức là $\dot{U}_{AZ} = \dot{U}_{AX} + \dot{U}_{BY} + \dot{U}_{CZ} = 3\dot{U}_0$ (tính chất 1)

Giá trị hiệu dụng : $U_{AZ} = 3\sqrt{U_3^2 + U_9^2 + U_{15}^2 + \dots}$ nghĩa là trong U_{AZ} chỉ có các áp bội ba, tức là các áp thứ tự không.

b. Dòng điện trong dây trung tính chỉ chứa các sóng điều hòa bậc $3n$ của dòng pha.

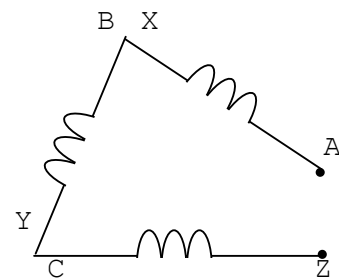
$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3\dot{I}_0$$

$$\text{Trị hiệu dụng : } I_N = 3I_0 = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

Vậy dòng điện dây trung tính chỉ chứa các lượng thứ tự không. Khi không có dây trung tính thì các dòng thứ tự không trên mỗi pha đều bằng 0.

c. Điện áp các pha có thể gồm tất cả các sóng điều hòa, nên giá trị hiệu dụng của áp pha là : $U_f = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_9^2 + \dots}$

d. Điện áp dây không chứa thành phần thứ tự không, tức là không chứa sóng bội 3 : $U_d = \sqrt{3 \cdot \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_{11}^2 + \dots}}$ nên nói chung $\frac{U_d}{U_f} < \sqrt{3}$.



5. Nếu các cuộn dây của máy phát điện nối Δ thì các Sdd sẽ tạo nên dòng thứ tự không chạy trong các cuộn dây. Khi này áp trên cực của Δ không chứa thành phần thứ tự không bởi vì Sdd thứ tự không tạo nên trong Δ bằng với áp giáng trên các trở trong cuộn dây máy phát điện. Nên lúc này có :

$$U_d = U_f = \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}$$

Nếu trên các cực máy phát nối Δ có nối phụ tải thì do trong áp không có các thành phần thứ tự không nên các dòng ở mạch ngoài không chứa thành phần thứ tự không.