



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Giáo viên: TS. Nguyễn Việt Sơn

Bộ môn: Kỹ thuật đo và Tin học công nghiệp

C1 - 108 - Đại học Bách Khoa Hà Nội



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Nội dung chương trình:

Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff.

- I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.
- II. Các hiện tượng cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
- III. Các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
- IV. Nội dung bài toán mạch.

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa.

- I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.
- II. Số phức - Biểu diễn hàm điều hòa trong miền ảnh phức
- III. Phản ứng của một nhánh với kích thích điều hòa.
- IV. Dạng ảnh phức của các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Nội dung chương trình:

Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa-Graph Kirchoff

- I. Phương pháp dòng nhánh.
- II. Phương pháp thế nút.
- III. Phương pháp dòng vòng.
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

- I. Khái niệm chung.
- II. Tính chất tuyến tính.
- III. Khái niệm hàm truyền đạt.
- IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Nội dung chương trình:

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

- I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.
- II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.
- III. Trị hiệu dụng - công suất dòng chu kỳ
- IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính.

- I. Khái niệm về mạng một cửa Kirchoff.
- II. Phương trình và sơ đồ tương đương mạng một cửa có nguồn.
- III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Nội dung chương trình:

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

- I. Khái niệm về mạng hai cửa.
- II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.
- III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.
- IV. Hàm truyền đạt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.
- V. Mạng hai cửa phi hỗ.

Chương 8: Mạch điện 3 pha.

- I. Khái niệm.
- II. Mạch 3 pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.
- III. Tính và đo công suất mạch điện 3 pha.
- IV. Mạch 3 pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng
- V. Một số sự cố trong mạch điện 3 pha.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Nội dung chương trình:

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

- I. Quá trình quá độ trong hệ thống.
- II. Tính liên tục và mở rộng tính khả vi của quá trình.
- III. Sơ kiện và phương pháp tính sơ kiện.

Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng.

- I. Phương pháp tích phân kinh điển.
- II. Phương pháp tích phân Duyamen và hàm Green.
- III. Phương pháp toán tử Laplace.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Tài liệu tham khảo:

1. **Cơ sở kỹ thuật điện 1 & 2** - Nguyễn Bình Thành - 1971.
2. **Cơ sở kỹ thuật điện** - Quyển 1 - Bộ môn Kỹ thuật đo và Tin học công nghiệp - 2004
3. **Giáo trình lý thuyết mạch điện** - PGS - TS. Lê Văn Bảng - 2005.
4. **Fundamentals of electric circuits** - David A.Bell - Prentice Hall International Edition - 1990.
5. **Electric circuits** - Norman Blabanian - Mc Graw-Hill - 1994.
6. **Methodes d'etudes des circuit electriques** - Fancois Mesa - Eyrolles - 1987.
7. **An introduction to circuit analysis a system approach** - Donald E.Scott - McGraw-Hill - 1994.
8. **Electric circuits** - Schaum - McGraw-Hill - 2003 (*)
9. **Fundamentals of Electric Circuits** - Charles K. Alexander - McGraw-Hill - 2001 (*)

(*) <http://www.mica.edu.vn/perso/Nguyen-Viet-Son/Ly-Thuyet-Mach/>



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

- I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.**
- II. Các hiện tượng cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.**
- III. Các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.**
- IV. Nội dung bài toán mạch.**



I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.

-
- Thiết bị điện**
- $u(t), i(t), p(t) \dots$
- Mô hình hệ thống**
- $\lambda = \frac{c}{f} = 6000(km)$
- Mô hình trường**
- $E(x, y, z, t), H(x,y,z,t) \dots$
- Mô hình mạch tín hiệu**
- Hình vẽ mô phỏng thiết bị điện**
- Mạch hóa**
- Sơ đồ mạch**
- Luật**
- Hệ phương trình toán học**
- $l \ll \lambda$
 - $g_{tb} \gg g_{m\text{oi trung}}$
 - Hữu hạn các trạng thái.
 - Luật Ohm
 - Luật Kirchoff 1, 2
 - Luật bảo toàn công suất



Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff.

I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.

II. Các hiện tượng cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.

II.1. Nguồn điện.

II.2. Phần tử tiêu tán trong mạch điện R.

II.3. Kho điện. Điện dung C.

II.4. Kho từ. Điện cảm L.

III. Các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.

IV. Nội dung bài toán mạch.

II. Các hiện tượng cơ bản trong mạch Kirchoff.

- Mô hình mạch Kirchoff được xem xét trên phương diện truyền đạt năng lượng giữa các thiết bị trong một mạch điện.
- Có rất nhiều hiện tượng trong các thiết bị điện: *Hiện tượng tiêu tán, hiện tượng tích phóng điện từ, hiện tượng tạo sóng, phát sóng, khuếch đại, chỉnh lưu, điều chế ...* nhưng thực tế cho thấy thường tồn tại một **nhóm đủ hiện tượng cơ bản**, từ đó hợp thành mọi hiện tượng khác, đó là:
 - ❖ **Hiện tượng tiêu tán:** Năng lượng điện từ đưa vào một vùng và biến chuyển thành những dạng năng lượng khác như nhiệt năng, cơ năng, quang năng ... tiêu tán đi, không hoàn nguyên lại nữa.
Ví dụ : Bếp điện, bóng đèn neon, động cơ kéo ...
 - ❖ **Hiện tượng phát:** Là hiện tượng biến các dạng năng lượng khác thành dạng năng lượng điện từ. Hiện tượng phát tương ứng với một nguồn phát.
Ví dụ : Pin, acqui, nhà máy thủy điện, nhiệt điện, cối xay gió ...
 - ❖ **Hiện tượng tích phóng của kho điện:** Năng lượng điện từ tích vào một vùng tập trung điện trường như lân cận các bản tụ điện hoặc đưa từ vùng đó trả lại trường điện từ.
 - ❖ **Hiện tượng tích phóng của kho từ:** Năng lượng điện từ tích vào một vùng tập trung từ trường như lân cận một cuộn dây có dòng điện hoặc đưa trả từ vùng đó.

II. Các hiện tượng cơ bản trong mạch Kirchoff.

- Mô hình mạch Kirchoff nghiên cứu quá trình truyền đạt năng lượng và tìm cách mô hình hóa các hiện tượng trao đổi năng lượng bằng những phần tử sao cho quan hệ giữa các biến trạng thái trên chúng cho phép biểu diễn quá trình truyền đạt năng lượng tại vùng mà chúng được thay thế.
- Với 4 quá trình năng lượng cơ bản khảo sát được trong mạch Kirchoff, mô hình mạch Kirchoff sẽ có 4 phần tử cơ bản, đó là :
 - ❖ **Nguồn điện** (nguồn suất điện động, nguồn dòng) $\leftrightarrow$ Hiện tượng phát
 - ❖ **Phần tử tiêu tán** (điện trở R, điện dẫn g) $\leftrightarrow$ Hiện tượng tiêu tán
 - ❖ **Phần tử kho điện** (điện dung C) $\leftrightarrow$ Hiện tượng tích phóng của kho điện
 - ❖ **Phần tử kho từ** (điện cảm L, hồ cảm M) $\leftrightarrow$ Hiện tượng tích phóng của kho từ

II.1. Nguồn điện.

- Trong mô hình mạch Kirchoff, các thiết bị thực hiện quá trình chuyển hóa các dạng năng lượng khác thành điện năng được gọi là *nguồn điện*.
- Quy ước: Chiều dòng điện chảy trong nguồn chảy từ nơi có điện áp thấp đến nơi có điện áp cao.

$$P_{\text{nguồn}} = u \cdot i < 0 \rightarrow \text{phát công suất}$$

$$P_{\text{nguồn}} = u \cdot i > 0 \rightarrow \text{nhận công suất}$$

- Phân loại:
 - ❖ **Nguồn độc lập:** Các trạng thái của nguồn (biên độ, tần số, hình dáng, góc pha ...) chỉ tùy thuộc vào quy luật riêng của nguồn mà không phụ thuộc vào trạng thái bất kỳ trong mạch.
Ví dụ: Nguồn áp, nguồn dòng ...
 - ❖ **Nguồn lệ thuộc:** Các trạng thái của nguồn bị phụ thuộc (điều khiển) bởi một trạng thái nào đó trong mạch điện.
Ví dụ: Nguồn áp bị điều khiển bởi dòng, nguồn áp bị điều khiển bởi áp; nguồn dòng bị điều khiển bởi dòng, nguồn dòng bị điều khiển bởi áp ...

II.1. Nguồn điện.

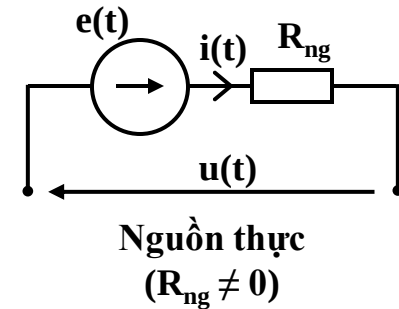
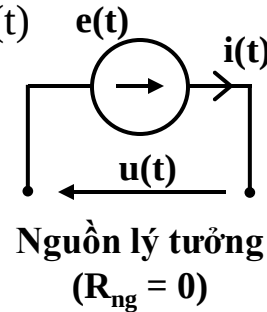
➤ Nguồn áp:

❖ *Định nghĩa:* Nguồn áp $e(t)$ là một phần tử sơ đồ mạch Kirchoff có đặc tính duy trì trên hai cực của nó một hàm điện áp, còn gọi là sức điện động $e(t)$ xác định theo thời gian, và không phụ thuộc vào dòng điện chảy qua nó.

❖ *Biến trạng thái:* Điện áp trên hai cực của nguồn. Đối với một nguồn áp lý tưởng, giá trị của điện áp trên hai cực của nguồn không phụ thuộc vào giá trị của tải nối với nguồn.

❖ *Phương trình trạng thái:* $u(t) = -e(t)$

❖ *Ký hiệu:*



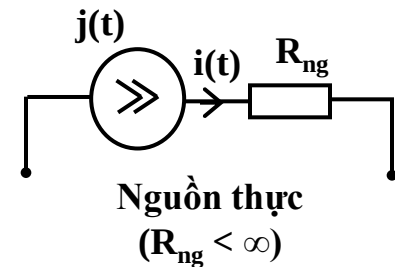
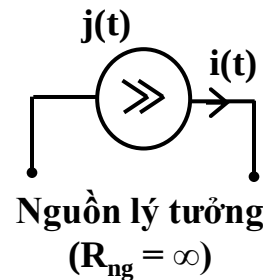
(Chiều của mũi tên là chiều quy ước của dòng điện sinh ra bởi nguồn)

❖ *Cách nối:* Nguồn áp được nối trong nhánh của mạch điện (tránh ngắn mạch nguồn áp)

II.1. Nguồn điện.

➤ Nguồn dòng:

- ❖ *Định nghĩa:* Nguồn dòng $j(t)$ là một phần tử sơ đồ mạch Kirchoff có đặc tính bơm qua nó một hàm dòng điện $i(t)$ xác định, không tùy thuộc vào điện áp trên hai cực của nó.
- ❖ *Biến trạng thái:* Dòng điện chảy qua nguồn. Đối với một nguồn dòng lý tưởng, giá trị của dòng điện sinh ra bởi nguồn không phụ thuộc vào giá trị của tải nối với nguồn.
- ❖ *Phương trình trạng thái:* $i(t) = j(t)$
- ❖ *Ký hiệu:*



(Chiều của mũi tên là chiều quy ước của dòng điện sinh ra bởi nguồn)

- ❖ *Cách nối:* Nguồn dòng được nối vào hai cặp đỉnh của mạch điện (tránh hở mạch nguồn dòng)

II.2. Phần tử tiêu tán - Điện trở R - Điện dẫn g.

➤ *Hiện tượng:* Khi có một dòng điện chạy qua một vật dẫn điện → vật dẫn nóng lên do có sự chuyển hóa điện năng thành nhiệt năng. Ví dụ: Bếp điện, bàn là ...

➤ *Định nghĩa:* Điện trở là phần tử đo khả năng tiêu tán của vật dẫn.

➤ *Biến trạng thái:* $u(t)$, $i(t)$.

➤ *Phương trình trạng thái:* $r = \frac{\partial u(t)}{\partial i(t)}$ $g = \frac{\partial i(t)}{\partial u(t)}$

➤ *Thứ nguyên:* $r = \frac{[V]}{[A]} = [\Omega]$ $g = \frac{[A]}{[V]} = [Si]$

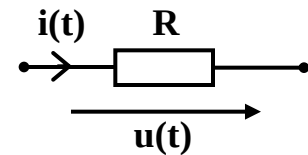
Đơn vị dẫn xuất: $1K\Omega = 10^3\Omega$

➤ *Phân loại:* Dựa theo mối quan hệ giữa 2 biến trạng thái.

❖ *Tuyến tính:* $r = \frac{u(t)}{i(t)} = const$ $g = \frac{i(t)}{u(t)} = const$

❖ *Phi tuyến:* $r = R(u, i)$ $g = G(u, i)$

➤ *Ký hiệu:*



II.3. Kho điện - Điện dung C.

➤ *Hiện tượng:* Xét 2 vật dẫn đặt tương đối gần nhau, có bề mặt đối nhau rộng và ngăn cách nhau bởi chân không hoặc chất điện môi. Nếu đặt lên chúng một điện áp $u(t)$ thì trong lân cận bề mặt vật dẫn sẽ tập trung một điện trường $\rightarrow$ hình thành một kho điện.

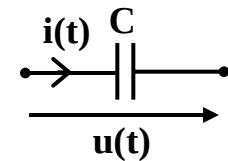
➤ *Định nghĩa:* Điện dung C là thông số đặc trưng cho khả năng phóng - nạp điện của kho điện.

➤ *Biến trạng thái:* $u(t)$, $i(t)$.

➤ *Phương trình trạng thái:* $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\partial q}{\partial u} \cdot \frac{\partial u(t)}{\partial t}$ $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

➤ *Ký hiệu:*



➤ *Thứ nguyên:* $C = \frac{[\text{Culon}]}{[\text{V}]} = [F]$

Đơn vị dẫn xuất: $1\mu F = 10^{-6}F$

$1nF = 10^{-9}F$

➤ *Phân loại:* Dựa theo mối quan hệ giữa 2 biến trạng thái.

➤ *Năng lượng:*

❖ Tuyến tính: $C = \frac{q}{u} = \text{const}$

$$dw_E = u \cdot dq = u \frac{\partial q}{\partial u} \cdot du = \frac{1}{2} \cdot C \cdot du^2$$

❖ Phi tuyến: $C = C(q, u)$

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M.

➤ *Hiện tượng:* Khi một dây dẫn hoặc một cuộn dây có dòng điện $i(t)$ chảy qua → trong vùng lân cận của vật dẫn tập trung một từ trường (kho từ).

➤ *Định nghĩa:* Điện cảm L là thông số đặc trưng cho khả năng tích lũy năng lượng từ trường cuộn dây

➤ *Biến trạng thái:* $u(t)$, $i(t)$.

➤ *Phương trình trạng thái:* $u(t) = \frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) \cdot dt$$

➤ *Thứ nguyên:* $L = \frac{[Wb]}{[A]} = [H]$

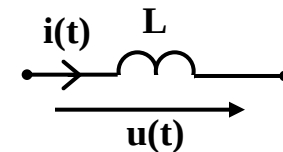
Đơn vị dẫn xuất: $1mH = 10^{-3}H$

➤ *Phân loại:* Dựa theo mối quan hệ giữa 2 biến trạng thái.

❖ Tuyến tính: $L = \frac{\psi}{i} = const$

❖ Phi tuyến: $L = L(i, \psi)$

➤ *Ký hiệu:*



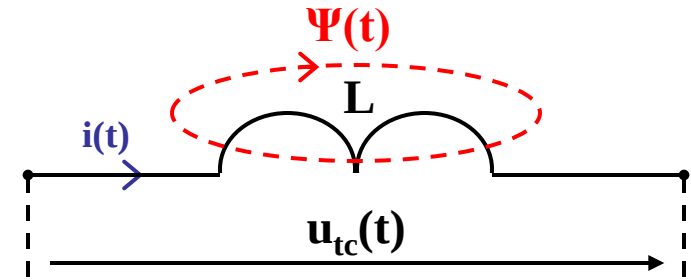
➤ *Năng lượng:*

$$dw_L = i \cdot d\psi = i \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot di^2$$

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M.

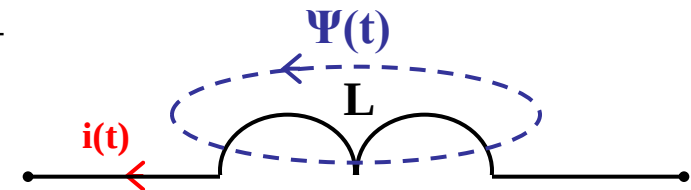
➤ Hiện tượng tự cảm:

- ❖ Xét một cuộn dây L, có dòng điện biến thiên $i(t)$.
- ❖ Theo luật Lenx: Dòng điện $i(t)$ sinh ra từ thông $\psi(t)$ biến thiên có chiều chống lại sự biến thiên của dòng điện sinh ra nó (*chiều của từ thông được xác định theo quy tắc vặn nút chai*).
- ❖ Từ thông biến thiên sinh ra một sức điện động tự cảm $u_{tc}(t)$ trên cuộn dây.



$$u_{tc}(t) = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

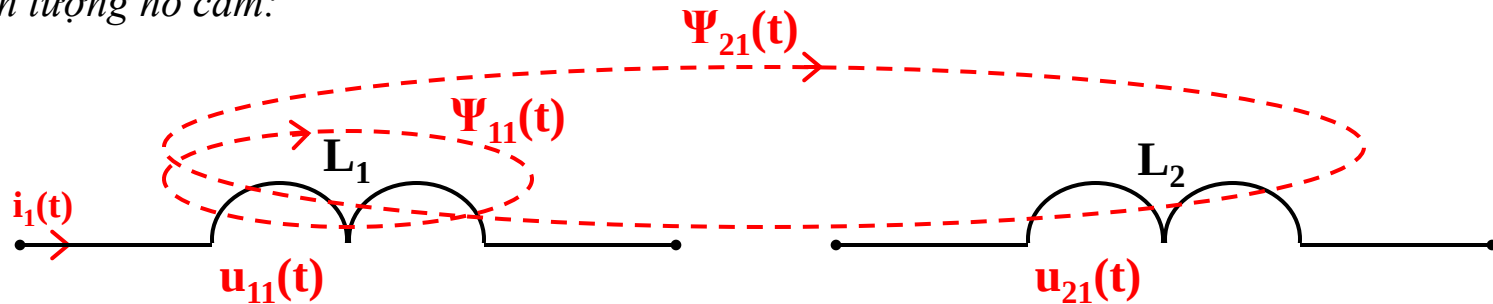
- ❖ Ngược lại, xét một cuộn dây L, và tồn tại một từ thông $\psi(t)$ móc vòng qua cuộn dây.



- ❖ Nếu mạch kín, từ thông $\psi(t)$ sẽ sinh ra một dòng điện tự cảm $i_{tc}(t)$ biến thiên có chiều chống lại sự biến thiên của từ thông sinh ra nó (*chiều của dòng điện tự cảm được xác định theo quy tắc vặn nút chai*).

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M.

➤ Hiện tượng hồ cảm:



- ❖ Xét 2 cuộn dây L_1 và L_2 đặt đủ gần nhau trong không gian, cuộn dây L_1 có dòng điện biến thiên $i_1(t)$.
- ❖ Theo luật cảm ứng điện từ: $i_1(t)$ sinh ra từ thông $\psi_{11}(t)$ biến thiên móc vòng qua các vòng dây của cuộn $L_1 \rightarrow$ sinh ra điện áp tự cảm $u_{11}(t)$.

$$u_{11}(t) = L_1 \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

- ❖ Do L_2 đặt đủ gần L_1 , có một phần từ thông $\psi_{21}(t)$ móc vòng qua các cuộn dây $L_2 \rightarrow$ sinh ra sức điện động cảm ứng $u_{21}(t)$.

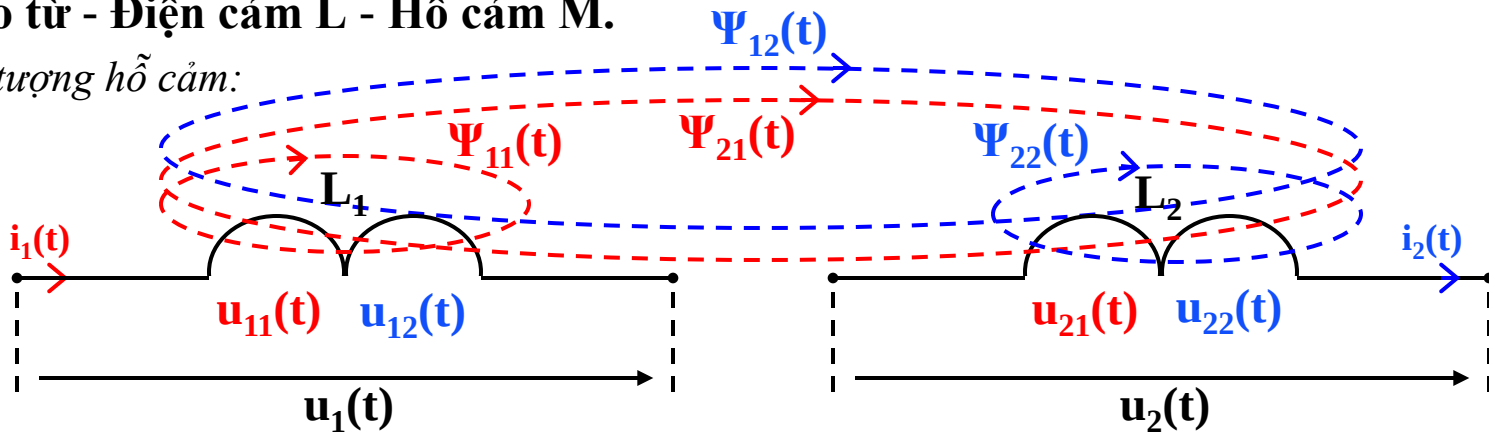
$$u_{21}(t) = \frac{d\psi_{21}}{dt} = \frac{\partial \psi_{21}}{\partial i_1} \cdot \frac{di_1}{dt} = M_{21} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

M_{21} : hệ số hồ cảm của cuộn L_2 do i_1 gây ra

Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M.

➤ Hiện tượng hồ cảm:



❖ Tương tự, nếu trong cuộn dây L_2 có dòng điện biến thiên $i_2(t)$ chạy qua $\rightarrow$ sinh ra từ thông $\Psi_{22}(t)$ biến thiên móc vòng qua các vòng dây của $L_2 \rightarrow$ sinh ra điện áp cảm ứng $u_{22}(t)$

$$u_{22}(t) = L_2 \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

❖ Một phần của nó $\Psi_{12}(t)$ móc vòng qua các vòng dây của cuộn dây $L_1 \rightarrow$ sinh ra sức điện động cảm ứng $u_{12}(t)$ trên cuộn L_1

$$u_{12}(t) = \frac{d\psi_{12}}{dt} = \frac{\partial \psi_{12}}{\partial i_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = M_{12} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

M_{12} : hệ số hồ cảm của cuộn L_1 do i_2 gây ra

❖ Điện áp tổng trên 2 cuộn dây: $u_1(t) = u_{11}(t) \pm u_{12}(t) = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt}$

$$M_{12} = M_{21} = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

$$u_2(t) = u_{22}(t) \pm u_{21}(t) = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

k : hệ số quan hệ không gian giữa L_1 và L_2

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M.

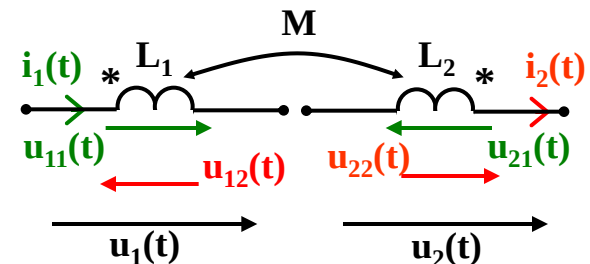
➤ Cực tính của cuộn dây:

- ❖ Thực tế, các cuộn dây không có cực tính, tuy nhiên để xác định được chiều của các điện áp tự cảm và hồ cảm, người ta đưa vào khái niệm cực tính của cuộn dây.
- ❖ Trong không gian, việc xác định chiều của từ thông được thực hiện theo quy tắc vắn nút chai: Nếu biết chiều của dòng điện so với vị trí của cuộn dây (chảy qua cuộn dây theo chiều thuận hay ngược kim đồng hồ) thì ta sẽ xác định được chiều điện áp cảm ứng.
- ❖ Khi mô hình hóa cuộn dây trong sơ đồ mạch Kirchoff, chúng ta **mất đi thông tin về không gian (chiều quấn của cuộn dây)** → để xác định được chiều điện áp hay từ thông, người ta dùng dấu * để đánh dấu. Vậy ta sẽ biết được chiều của dòng điện so với vị trí của cuộn dây (chảy từ cực có * sang cực kia hoặc ngược lại). **Chiều điện áp tự cảm và điện áp hồ cảm sẽ luôn cùng chiều với chiều của dòng điện sinh ra nó.**

Ví dụ 1: Xét 2 cuộn dây L_1 và L_2 đặt cạnh nhau, giữa chúng có hồ cảm $M_{12} = M_{21} = M$. Tính $u_1(t)$, $u_2(t)$.

$$u_1(t) = u_{11}(t) - u_{12}(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

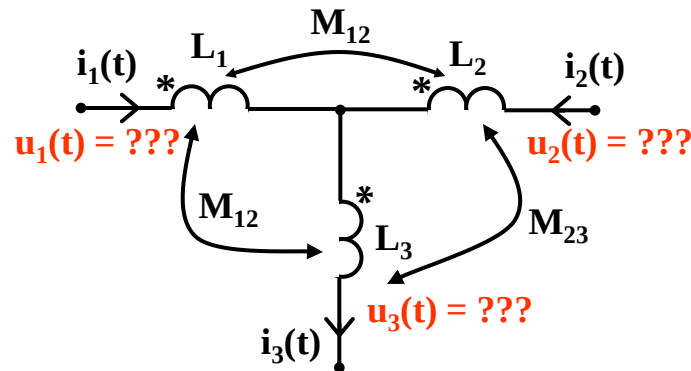
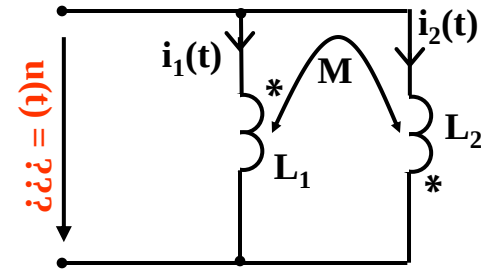
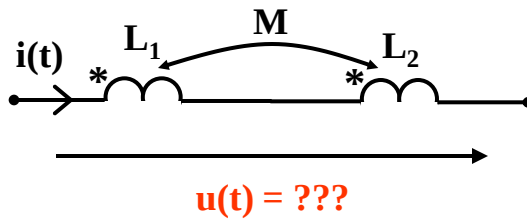
$$u_2(t) = u_{22}(t) - u_{21}(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt}$$



Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

II.4. Kho từ - Điện cảm L - Hồ cảm M .

Ví dụ 2: Tính điện áp trên 2 cuộn dây L_1 và L_2 trong các trường hợp sau.





Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

- I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.
- II. Các hiện tượng cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
- III. Các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
 - III.1. Luật Ohm.
 - III.2. Luật Kirchoff 1 & 2.
 - III.3. Luật cân bằng công suất.
- IV. Nội dung bài toán mạch.

Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

III.1. Luật Ohm.

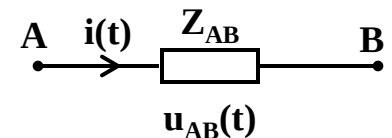
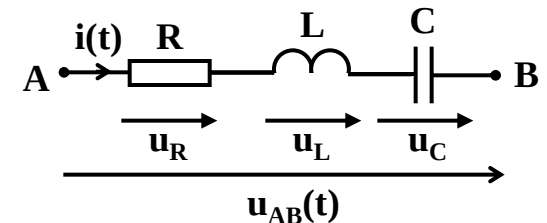
- *Phát biểu:* Luật Ohm biểu diễn mối quan hệ giữa hai biến trạng thái dòng điện và điện áp trên cùng một nhánh.
- *Số phương trình:* Mạch Kirchoff có n nhánh $\rightarrow$ Có (n) phương trình luật Ohm.

Ví dụ 1: Xét mạch điện nối tiếp như hình vẽ. Viết phương trình quan hệ dòng - áp.

$$u_R(t) = R.i(t) \quad u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t).dt$$

$$u_{AB}(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = \underbrace{\left(R + L \frac{d}{dt} + \frac{1}{C} \int dt \right)}_{Z_{AB}} . i(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\underbrace{R + L \frac{d}{dt} + \frac{1}{C} \int dt}_{Y_{AB}}} . u_{AB}(t)$$



Z_{AB} : Tổng trở tương đương của nhánh AB

Y_{AB} : Tổng dẫn tương đương của nhánh AB

III.1. Luật Ohm.

Ví dụ 2: Xét mạch điện song song như hình vẽ. Viết phương trình quan hệ dòng - áp.

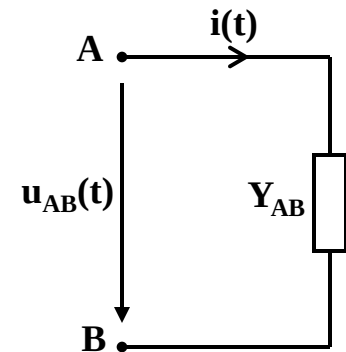
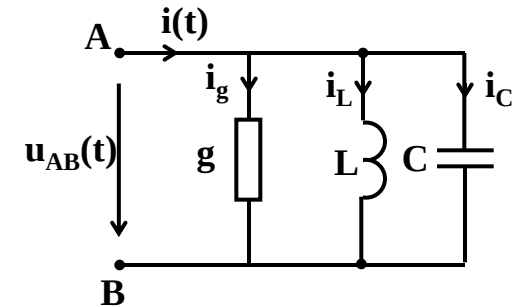
$$i_g(t) = g \cdot u_{AB}(t) \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_{AB}(t) \cdot dt \quad i_C(t) = C \cdot \frac{du_{AB}(t)}{dt}$$

$$i(t) = i_g(t) + i_L(t) + i_C(t) = \underbrace{\left(g + \frac{1}{L} \int dt + C \frac{d}{dt} \right)}_{Y_{AB}} \cdot u_{AB}(t)$$

$$u_{AB}(t) = \frac{1}{\underbrace{g + \frac{1}{L} \int dt + C \frac{d}{dt}}_{Z_{AB}}} \cdot i(t)$$

Y_{AB} : Tổng dẫn tương đương của nhánh AB

Z_{AB} : Tổng trở tương đương của nhánh AB



III.2. Luật Kirchoff 1 và Kirchoff 2.

➤ **Luật Kirchoff 1:** Tổng các dòng điện tại một nút bằng không, với quy ước:

- ❖ Dòng điện **đi vào** nút mang **dấu âm**.
- ❖ Dòng điện **đi ra** nút mang **dấu dương**.

$$\sum_{\text{nút}} i_k(t) = 0$$

➤ **Luật Kirchoff 2:** Tổng điện áp rơi trong một vòng kín bằng tổng các nguồn áp có trong vòng kín ấy, với quy ước:

- ❖ Điện áp (nguồn áp) **cùng chiều** với chiều của vòng kín thì mang **dấu dương**
- ❖ Điện áp (nguồn áp) **ngược chiều** với chiều của vòng kín thì mang **dấu âm**.

$$\sum_{\text{vòng}} u_k(t) = \sum_{\text{vòng}} e_k(t)$$

➤ **Chú ý:** Mạch Kirchoff có (n) nhánh và (d) đỉnh → Số phương trình đủ cho:

- ❖ Luật Kirchoff 1: (d - 1) phương trình.
- ❖ Luật Kirchoff 2: (n - d + 1) phương trình.
- ❖ Tổng: (n) phương trình → đủ số phương trình để giải và tính mạch Kirchoff có (n) nhánh.

Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

III.2. Luật Kirchoff 1 và Kirchoff 2.

Ví dụ: Lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 1 và 2 cho mạch điện sau.

Phương trình luật Ohm:

$$u_1(t) = (R_1 + L_1 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_1} \int dt).i_1(t) \quad u_2(t) = (R_2 + L_2 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_2} \int dt).i_2(t)$$

$$u_3(t) = (L_3 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_3} \int dt).i_3(t) \quad u_4(t) = R_4.i_4(t)$$

Phương trình luật Kirchoff 1:

$$-i_1(t) + i_2(t) + i_4(t) - j_4(t) = 0 \quad -i_3(t) - i_4(t) + j_4(t) = 0$$

Phương trình luật Kirchoff 2:

$$u_1(t) + u_2(t) = e_1(t)$$

$$u_2(t) + u_3(t) - u_4(t) = e_3(t)$$

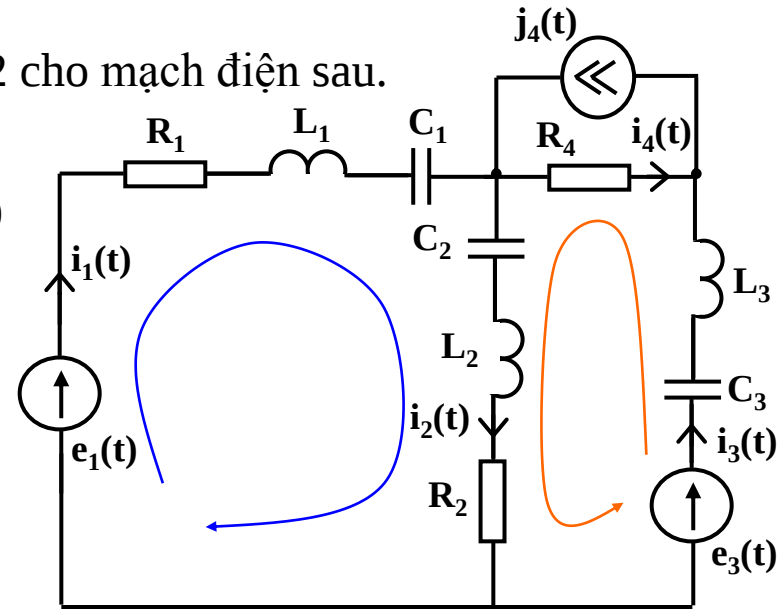
Chọn biến là dòng các nhánh:

$$-i_1 + i_2 + i_4 - j_4 = 0$$

$$-i_3 - i_4 + j_4 = 0$$

$$(R_1 + L_1 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_1} \int dt).i_1 + (R_2 + L_2 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_2} \int dt).i_2 = e_1(t)$$

$$(R_2 + L_2 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_2} \int dt).i_2 + (L_3 \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_3} \int dt).i_3 - R_4.i_4 = e_3(t)$$



Số đỉnh: $d = 3$. Số nhánh: $n = 4$

Số pt luật Ohm: $n = 4$ pt

Số pt luật K1: $d - 1 = 2$ pt.

Số pt luật K2: $n - d + 1 = 2$ pt

2n pt $\leftrightarrow$ 2n biến (i_{nh} , u_{nh})



Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff



III.3. Luật cân bằng công suất.

- *Phát biểu:* Tổng công suất trong một hệ cô lập bằng không.

$$\sum_{\text{hekin}} p_k(t) = 0$$



Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

- I. Khái niệm về mô hình trường - mô hình hệ thống.
- II. Các hiện tượng cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
- III. Các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
- IV. Nội dung bài toán mạch.**

Chương 1: Khái niệm về mô hình mạch Kirchoff

V. Nội dung bài toán mạch.

- Sơ đồ mạch Kirchoff mô tả với các biến nhánh cùng các luật K1, K2 và luật Ohm mở rộng được sử dụng nhằm nghiên cứu các quá trình năng lượng trên các thiết bị điện.
- Có hai loại bài toán mạch:
 - ❖ **Bài toán tổng hợp:** Là bài toán cho biết tính quy luật của quan hệ giữa các tín hiệu dòng, áp hoặc cho biết những nghiệm dòng, áp cần có ứng với những kích thích cụ thể. Yêu cầu cần lập phương trình của hệ hoặc lập sơ đồ mạch với kết cấu và thông số cụ thể cho phép thực hiện được những quy luật đó.
 - ❖ **Bài toán phân tích mạch:** Là bài toán cho một thiết bị điện hoặc sơ đồ mạch của nó với kết cấu và thông số đã biết, cần lập phương trình mạch, dựa vào đó khảo sát các hiện tượng và quan hệ giữa các biến hoặc tìm lời giải về một số biến, dòng áp cụ thể. Bài toán phân tích liên quan tới việc khảo sát định tính, định lượng một hệ phương trình vi tích phân hoặc giải nghiệm cụ thể.
- Chương trình học này chú trọng xét bài toán phân tích và chỉ nêu sơ lược về bài toán tổng hợp.



Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa.

- I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.
- II. Số phức - Biểu diễn hàm điều hòa trong miền ảnh phức
- III. Phản ứng của một nhánh với kích thích điều hòa.
- IV. Dạng ảnh phức của các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.

- Hàm điều hòa là các hàm mà biểu diễn toán học của nó có dạng sin hoặc cos của biến thời gian t .

Ví dụ: $i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ hoặc $e(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

- **Các thông số đặc trưng:**

- ❖ Giá trị biên độ cực đại: I_m, E_m .

Giá trị hiệu dụng: I, E .

Quan hệ: $I_m = I \cdot \sqrt{2}$; $E_m = E \cdot \sqrt{2}$

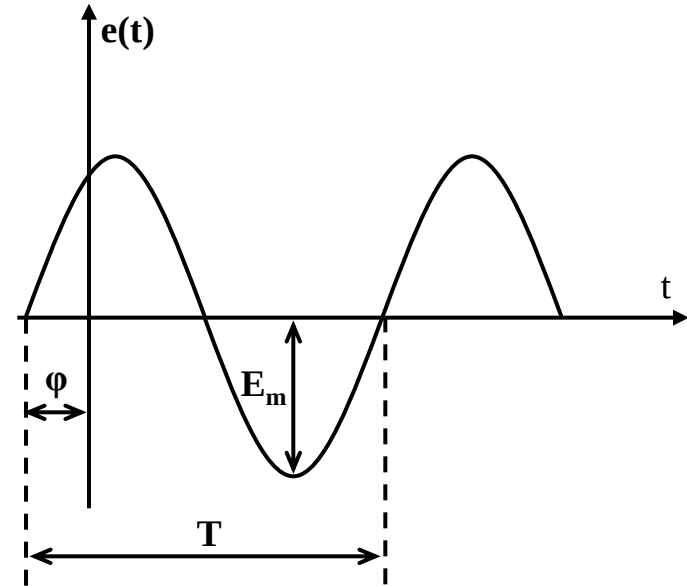
- ❖ Góc pha: $\omega t + \varphi$ (rad)

Góc pha ban đầu: φ [rad] cho biết trạng thái ban đầu của hàm điều hòa khi $t = 0$

Tần số góc: ω [rad/s] đo tốc độ biến thiên của hàm điều hòa.

Chu kỳ: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ [s] Tần số: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ [Hz]

- ➔ Cặp thông số biên độ - pha làm thành một cặp thông số đặc trưng của hàm điều hòa.



Nếu các hàm điều hòa có cùng tần số thì chúng được phân biệt bởi 2 thông số duy nhất: **Biên độ - Pha ban đầu.**

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.

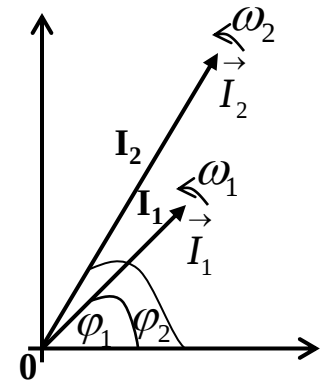
➤ Biểu diễn các hàm điều hòa bằng đồ thị vector:

❖ Mỗi hàm điều hòa đặc trưng bởi 2 thông số: Trị hiệu dụng và góc pha ($I, \omega t + \varphi$) → cho phép biểu diễn bằng những vector trên mặt phẳng pha:

- ✓ Độ dài vector tỷ lệ với trị hiệu dụng của hàm điều hòa.
- ✓ Góc giữa vector với trục hoành tỷ lệ với góc pha ($\omega t + \varphi$).

$$\text{Ví dụ: } i_1(t) = I_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \leftrightarrow \vec{I}_1(I_1, \omega_1 t + \varphi_1)$$

$$i_2(t) = I_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \leftrightarrow \vec{I}_2(I_2, \omega_2 t + \varphi_2)$$



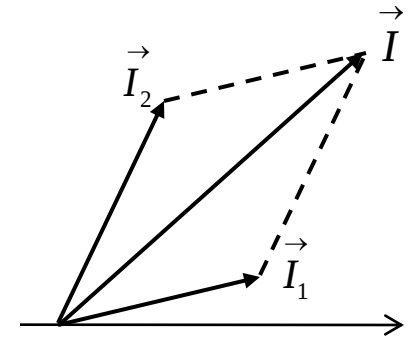
$$(I, \omega t + \varphi) \leftrightarrow \sqrt{2} \cdot I \cdot \frac{\sin}{\cos}(\omega t + \varphi)$$

➤ Nếu các hàm điều hòa cùng tần số → chúng đặc trưng bởi cặp thông số **trị hiệu dụng - góc pha ban đầu** (I, φ) → Cho phép ta thực hiện các phép toán cộng trừ các hàm điều hòa cùng tần số.

$$\text{Ví dụ: } i_1(t) = I_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$i_2(t) = I_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$$

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$





Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

- I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.
- II. Số phức - Biểu diễn hàm điều hòa trong miền ảnh phức
 - II.1. Khái niệm.
 - II.2. Các phép toán cơ bản.
 - III.3. Biểu diễn các hàm điều hòa trong miền ảnh phức.
- III. Phản ứng của một nhánh với kích thích điều hòa.
- IV. Dạng ảnh phức của các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

II.1. Khái niệm

- Nguồn gốc: Giải phương trình bậc 2, có Delta âm.
- Số phức là một cặp 2 thành phần, số thực a , và số ảo $j.b$, với định nghĩa nó là tổng $a + j.b$, trong đó $j^2 = -1$, và a, b là những số thực.

- Biểu diễn trên mặt phẳng phức:

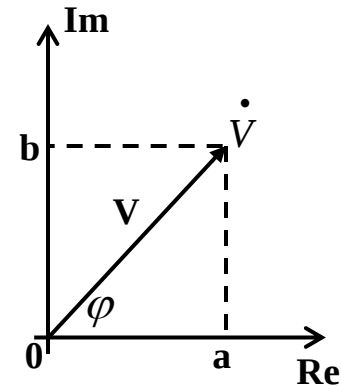
❖ Dạng đại số: $\dot{V} = a + j.b$

❖ Dạng modul-góc: $\dot{V} = V.e^{j.\varphi} = V \angle \varphi$

❖ Quan hệ:

$$V = \sqrt{a^2 + b^2} \quad a = V.\cos \varphi$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a} \quad b = V.\sin \varphi$$



- Số phức liên hợp: $\dot{V}_1 = a_1 + j.b_1$ $\dot{V}_2 = a_2 + j.b_2$ V_1 và V_2 là 2 số phức liên hợp nếu $\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = -b_2 \end{cases}$

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

II.2. Các phép toán cơ bản.

➤ Phép cộng - trừ.

$$\text{Ví dụ: } \dot{V}_1 = a_1 + j.b_1 = V_1 \angle \varphi_1$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 \pm \dot{V}_2 = (a_1 \pm a_2) + j.(b_1 \pm b_2)$$

➤ Phép nhân - chia.

$$\dot{V}_2 = a_2 + j.b_2 = V_2 \angle \varphi_2$$

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_1 \cdot \dot{V}_2 = V_1.V_2 \angle \varphi_1 + \varphi_2$$

➤ Phép nghịch đảo.

➤ ...

$$\dot{V}_5 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{V_1}{V_2} \angle \varphi_1 - \varphi_2 \quad \dot{V}_6 = \frac{1}{\dot{V}_1} = \frac{1}{V_1} \angle -\varphi_1$$

Chú ý:

❖ Bất kỳ số phức nào nhân với j thì góc của nó quay ngược chiều kim đồng hồ 1 góc 90° .

$$\text{Ví dụ: } \dot{A} = 10 \angle 30^\circ \rightarrow j.\dot{A} = 1.e^{j\frac{\pi}{2}}.10 \angle 30^\circ = 10 \angle 120^\circ$$

❖ Bất kỳ số phức nào chia cho j thì góc của nó quay thuận chiều kim đồng hồ 1 góc 90° .

$$\text{Ví dụ: } \dot{A} = 10 \angle 30^\circ \rightarrow \frac{\dot{A}}{j} = -j.\dot{A} = -j.10 \angle 30^\circ = 10 \angle -60^\circ$$

❖ $j^3 = -j$

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

II.3. Biểu diễn các hàm điều hòa trong miền ảnh phức.

- Các hàm điều hòa **cùng tần số** $i(t)$, $e(t)$, $j(t)$, $u(t)$ đặc trưng bởi cặp số: Trị hiệu dụng - góc pha ban đầu $\rightarrow$ có thể diễn chúng bằng những số phức (ảnh phức của hàm điều hòa) có:

❖ *Modul = Trị hiệu dụng.*

❖ *Pha = Góc pha ban đầu.*

$$e(t) = E\sqrt{2}.\sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{E} = E \underline{\varphi}$$

Chú ý: Nếu số phức là ảnh của 1 hàm điều hòa trong miền thời gian t

$$\dot{E} = E \underline{\varphi} \quad \text{thì } e(t) = \begin{cases} E\sqrt{2}.\sin(\omega t + \varphi) \\ \text{hoặc} \\ E\sqrt{2}.\cos(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

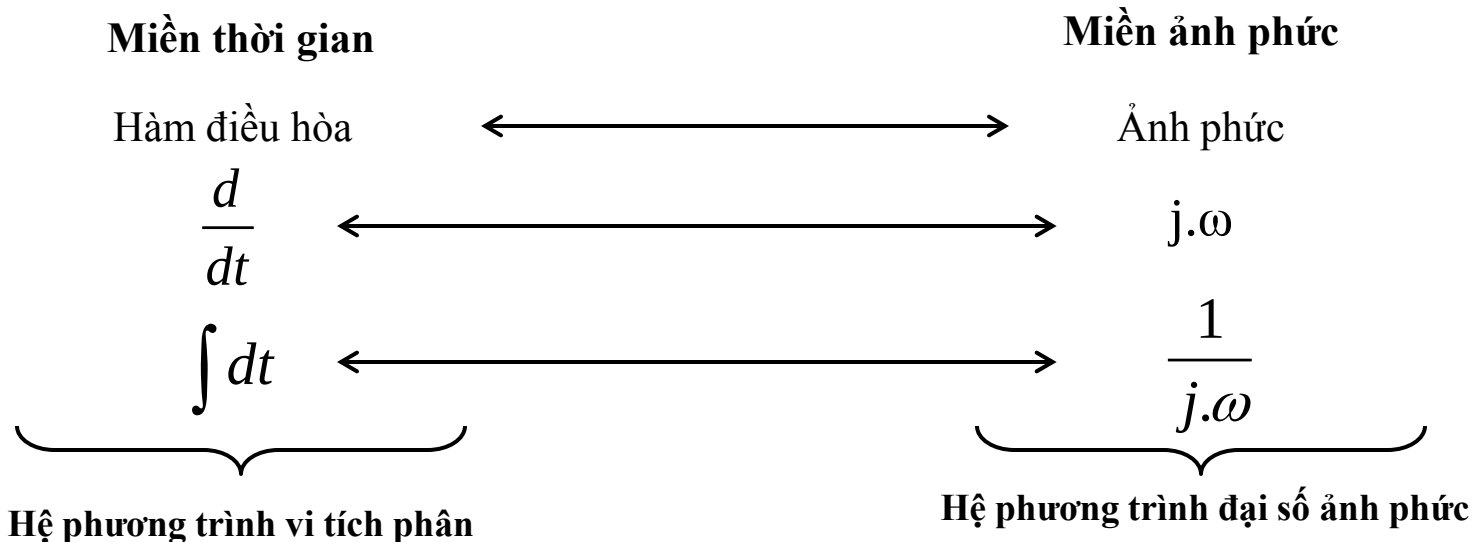
II.3. Biểu diễn các hàm điều hòa trong miền ảnh phức.

➤ Xét hàm điều hòa:

$$i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi) \leftrightarrow \dot{I} = I \angle \varphi$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \omega I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) = \omega I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \leftrightarrow \dot{I} = j\omega \cdot \dot{I}$$

$$\int i(t).dt = -\frac{1}{\omega} I\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) = -\frac{1}{\omega} I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \leftrightarrow \dot{I} = -\frac{1}{\omega} \cdot \dot{I} \cdot j = \frac{1}{j\omega} \cdot \dot{I}$$





Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa.

- I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.
- II. Số phức - Biểu diễn hàm điều hòa trong miền ảnh phức
- III. Phản ứng của một nhánh với kích thích điều hòa.
 - III.1. Kích thích điều hòa.
 - III.2. Mạch thuần trở.
 - III.3. Mạch thuần cảm.
 - III.4. Mạch thuần dung.
 - III.5. Mạch nối tiếp R-L-C
 - III.6. Mạch song song R//L//C
- IV. Dạng ảnh phức của các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

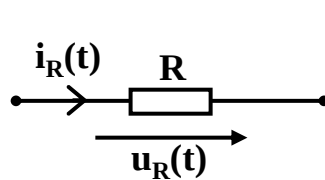
III.1. Kích thích điều hòa.

- Các kích thích trong mạch Kirchoff là các phần tử nguồn điện (nguồn dòng, nguồn áp)
- Kích thích điều hòa trong mạch Kirchoff là các nguồn điện $e(t)$, $j(t)$ có biểu diễn toán học là các hàm điều hòa dạng sin hoặc cos theo thời gian t .

$$e(t) = E\sqrt{2}.\sin(\omega t + \varphi)$$

$$j(t) = J\sqrt{2}.\cos(\omega t + \varphi)$$

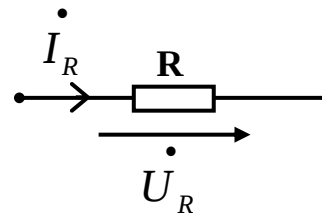
III.2. Mạch thuần trở.



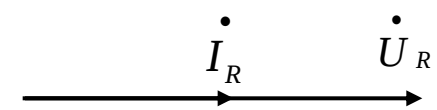
$$u(t) = R.i(t)$$

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin \omega t (A) \longleftrightarrow \dot{I} = I.e^{j.0} = I|_0(A)$$

$$u(t) = R.I\sqrt{2} \sin \omega t$$



$$\dot{U}_R = R.\dot{I} = R.I|_0$$



dòng - áp cùng pha

Công suất tác dụng:

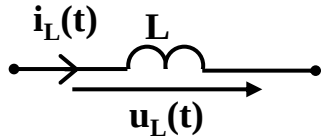
$$p(t) = u(t).i(t)$$

$$= R.I^2(1 - \cos 2\omega t)$$

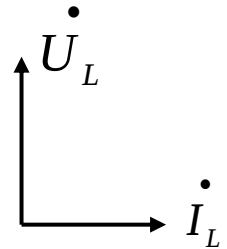
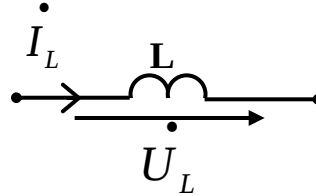
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = R.I^2$$

$$P = R.I^2$$

III.3. Mạch thuần cảm.



$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$



Điện áp sớm pha hơn
dòng điện 1 góc $\pi/2$

$$i_L(t) = I \cdot \sqrt{2} \sin \omega t (A) \quad \longleftrightarrow \quad \dot{I}_L = I \angle 0 (A)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \cdot I \cdot \sqrt{2} \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$\dot{U}_L = \omega \cdot L \cdot I \angle \pi/2 = j \cdot X_L \cdot \dot{I}_L = Z_L \cdot \dot{I}_L$$

$$Z_L = j \cdot \omega \cdot L$$

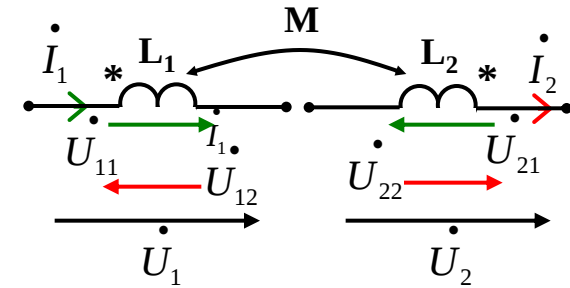
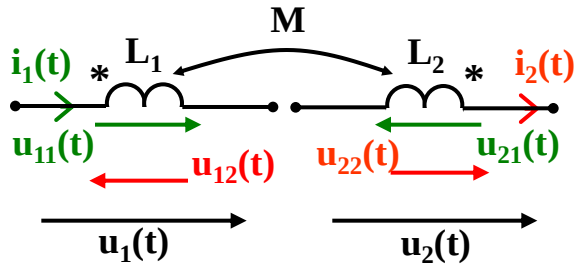
$$= \omega \cdot L \cdot I \sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Công suất phản kháng: Đo cường độ của quá trình dao động năng lượng trong kho từ.

$$Q_L = X_L \cdot I_L^2$$

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

➤ Mạch có hồ cảm:



$$i_1(t) = I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t)(A) ; i_2(t) = I_2 \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)(A) \longleftrightarrow \dot{I}_1 = I_1 \angle 0(A); \dot{I}_2 = I_2 \angle \varphi(A)$$

$$u_{11}(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} = \omega \cdot L_1 \cdot I_1 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\dot{U}_{11} = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \dot{I}_1$$

$$u_{12}(t) = M_{12} \frac{di_2(t)}{dt} = \omega \cdot M_{12} \cdot I_2 \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\dot{U}_{12} = j \cdot \omega \cdot M_{12} \cdot \dot{I}_2$$

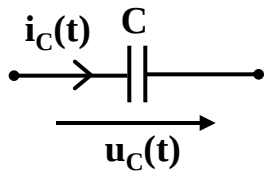
$$u_1(t) = u_{11}(t) - u_{12}(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} - M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{11} - \dot{U}_{12} = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \dot{I}_1 - j \cdot \omega \cdot M_{12} \cdot \dot{I}_2$$

$$u_2(t) = u_{22}(t) - u_{21}(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{22} - \dot{U}_{21} = j \cdot \omega \cdot L_2 \cdot \dot{I}_2 - j \cdot \omega \cdot M_{21} \cdot \dot{I}_1$$

III.4. Mạch thuần dung.

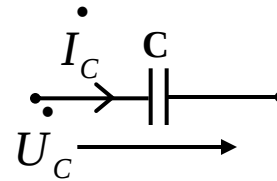


$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t).dt$$

$$i_C(t) = I.\sqrt{2} \sin \omega t (A) \longleftrightarrow \dot{I}_C = I \angle 0 (A)$$

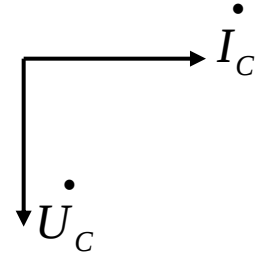
$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t).dt = -\frac{1}{\omega C} . I . \sqrt{2} . \cos \omega t$$

$$= \frac{I . \sqrt{2}}{\omega . C} . \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



$$\dot{U}_C = \frac{1}{\omega . C} . \dot{I}_C . e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j \frac{1}{\omega . C} . \dot{I}_C$$

$$= \frac{1}{j . \omega . C} . \dot{I}_C = -j . X_C . \dot{I}_C$$

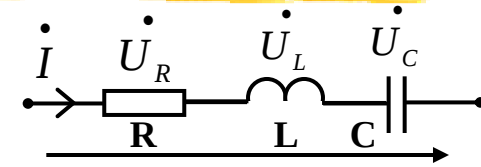


Điện áp chậm pha hơn
dòng điện 1 góc $\pi/2$

Công suất phản kháng: Đo cường độ của quá trình dao động năng lượng trong kho điện.

$$Q_C = X_C . I_C^2$$

III.5. Mạch nối tiếp R - L - C.



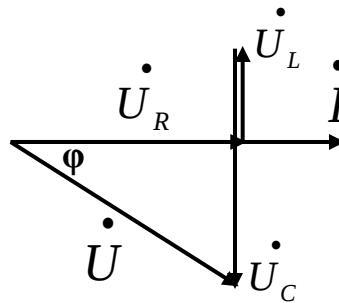
$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$\dot{U} = R.\dot{I} + j.X_L.\dot{I} + (-j.X_C).\dot{I}$$

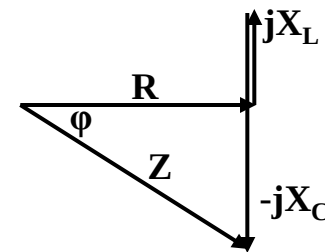
$$\dot{U} = \underbrace{[R + j(X_L - X_C)]}_Z.\dot{I}$$

$$Z = R + j\underbrace{(X_L - X_C)}_X$$

Tam giác điện áp



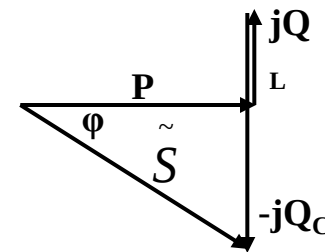
Tam giác trở kháng



$$R = |Z|. \cos \varphi$$

$$X = |Z|. \sin \varphi$$

Tam giác công suất



Các tam giác đồng dạng với nhau

➤ Công suất:

❖ Công suất tác dụng: $P = R.I^2 = U.I.\cos \varphi$ [W].

❖ Công suất phản kháng: $Q = X.I^2 = U.I.\sin \varphi$ [Var].

❖ Công suất toàn phần: $\tilde{S} = P + j(Q_L - Q_C)$ [VA]

$$\tilde{S} = [R + j(X_L - X_C)].I^2 = Z.I^2 = \dot{U}.\dot{I}^*$$

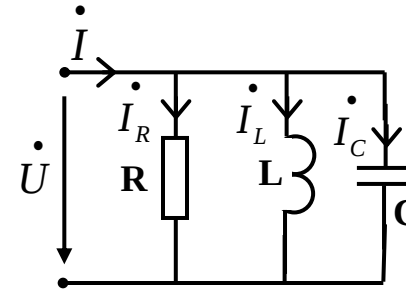
III.6. Mạch song song R // L // C.

$$\dot{I}_R = \frac{1}{R} \cdot \dot{U} = g \cdot \dot{U}$$

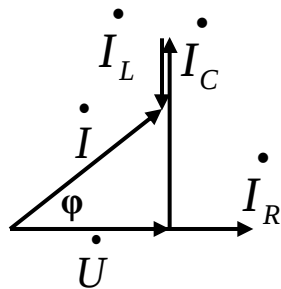
$$\dot{I}_C = j \cdot \omega \cdot C \cdot \dot{U} = j \cdot b_C \cdot \dot{U}$$

$$\dot{I}_L = -j \frac{1}{\omega \cdot L} \cdot \dot{U} = -j \cdot b_L \cdot \dot{U}$$

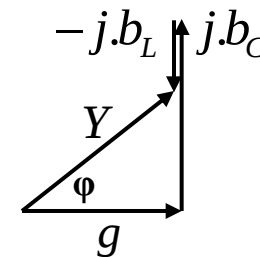
$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = [g + j(b_C - b_L)] \cdot \dot{U} = Y \cdot \dot{U}$$



Tam giác dòng điện



Tam giác tổng dẫn





Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa.

- I. Hàm điều hòa và các đại lượng đặc trưng.
- II. Số phức - Biểu diễn hàm điều hòa trong miền ảnh phức
- III. Phản ứng của một nhánh với kích thích điều hòa.
- IV. Dạng ảnh phức của các luật cơ bản trong mô hình mạch Kirchoff.
 - IV.1. Luật Ohm.
 - IV.2. Luật Kirchoff 1.
 - IV.3. Luật Kirchoff 2.
 - IV.4. Luật cân bằng công suất.

Chương 2: Mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa

IV.1. Luật Ohm.

$$\begin{cases} \dot{U} = Z \cdot \dot{I} \\ \dot{I} = Y \cdot \dot{U} \end{cases} \quad \text{với} \quad \begin{array}{l} Z: \text{ tổng trở tương đương của nhánh} \\ Y: \text{ tổng dẫn tương đương của nhánh} \end{array}$$

IV.2. Luật Kirchhoff 1.

$$\sum_{\text{nút}} (\dot{I} + \dot{J}) = 0$$

(dòng điện đi vào nút mang dấu âm, đi ra nút mang dấu dương)

IV.3. Luật Kirchhoff 2.

$$\sum_{\text{vòng}} \dot{U} = \sum_{\text{vòng}} \dot{E}$$

(điện áp cùng chiều vòng mang dấu dương)

→ Vậy *hệ phương trình mạch Kirchhoff tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa* khi chuyển sang miền ảnh phức là *hệ phương trình đại số tuyến tính ảnh phức*. Điều này giúp ta tránh được việc giải hệ phương trình vi tích phân trong miền thời gian.

IV.4. Luật cân bằng công suất.

$$\sum_{\text{kin}} \tilde{S} = 0 \leftrightarrow \begin{array}{l} \sum_{\text{kin}} P = 0 \\ \sum_{\text{kin}} Q = 0 \end{array}$$



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

- I. Phương pháp dòng nhánh.**
- II. Phương pháp thế nút.**
- III. Phương pháp dòng vòng.**
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.**
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.**
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.**
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.**



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



I. Phương pháp dòng nhánh.

- Phương pháp dòng nhánh là phương pháp lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 1 và Kirchoff 2 với **biến là dòng điện trong các nhánh**.
- **Nội dung phương pháp:**
 - ❖ Đặt ẩn là ảnh phức của dòng điện trong các nhánh của mạch điện. (*Nếu nhánh có nguồn, nên chọn chiều dòng điện cùng chiều với chiều của nguồn*).
 - ❖ Lập hệ phương trình theo luật K1 và K2.
 - ✓ Số phương trình luật K1: $d - 1$.
 - ✓ Số phương trình luật K2: $n - d + 1$.

Tổng số: (n) pt $\longleftrightarrow$ (n) biến dòng điện

I. Phương pháp dòng nhánh.

Ví dụ: Lập phương trình mạch theo phương pháp dòng nhánh cho mạch điện sau.

➤ Chọn chiều dòng điện trong các nhánh.

➤ Lập phương trình mạch theo luật K1:

❖ Nút A: $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{J}$

❖ Nút B: $-\dot{I}_3 + \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = -\dot{J}$

➤ Lập phương trình mạch theo luật K2:

❖ Vòng 1: $\dot{I}_1 \cdot Z_1 + \dot{I}_2 \cdot Z_2 = \dot{E}_1$

❖ Vòng 2: $\dot{I}_3 \cdot Z_3 + \dot{I}_4 \cdot Z_4 - \dot{I}_2 \cdot Z_2 = 0$

❖ Vòng 3: $\dot{I}_5 \cdot Z_5 - \dot{I}_4 \cdot Z_4 = \dot{E}_5$

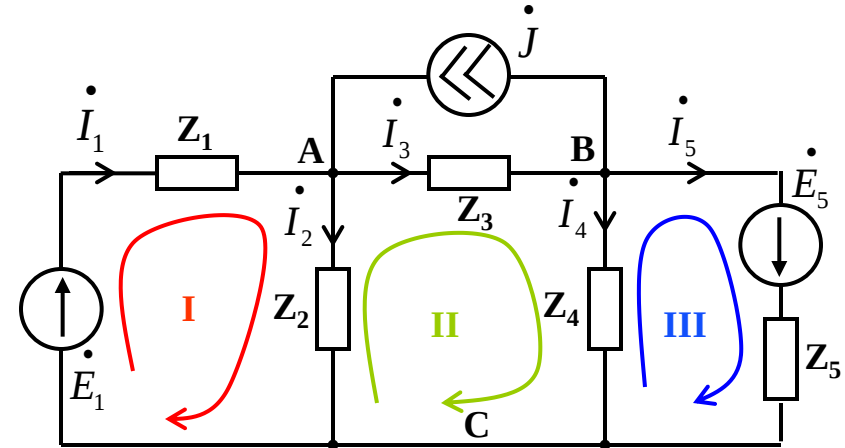
➤ Nhận xét:

❖ Nguồn chính tắc:

✓ Nguồn dòng: Được viết ở phương trình cân bằng dòng, K1.

✓ Nguồn áp: Được viết ở phương trình cân bằng áp, K2.

❖ Phương pháp này thường áp dụng với các bài toán có số nhánh (n) và số đỉnh (d) nhỏ.





Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

I. Phương pháp dòng nhánh.

II. Phương pháp thế nút.

III. Phương pháp dòng vòng.

IV. Khái niệm về graph Kirchoff.

V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.

VI. Ma trận cấu trúc A, B.

VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



II. Phương pháp thế nút.

- Phương pháp thế nút (đỉnh) là phương pháp lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 1 với **biến là điện thế của các nút** trong mạch.
- **Nội dung phương pháp:**
 - ❖ Nguồn chính tắc: Nguồn dòng. (Nếu có các nguồn áp → đổi thành nguồn dòng tương đương):
 - ✓ Nguồn áp có chiều đi vào đỉnh nào thì nguồn dòng tương đương có chiều đi vào đỉnh đó.
 - ✓ Độ lớn: $\dot{J}_{td} = \frac{E_{nh}}{Z_{nh}}$
 - ❖ Chọn một đỉnh bất kỳ, coi điện thế của đỉnh đó bằng 0.
 - ❖ Viết phương trình mạch theo luật Kirchoff 1 (**$d - 1$ phương trình**) với biến là điện thế của các đỉnh còn lại trong mạch.

Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

II. Phương pháp thế nút.

Ví dụ: Lập phương trình mạch theo phương pháp thế nút cho mạch điện sau.

- Chuyển nguồn áp thành nguồn dòng tương đương:

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1} = \dot{E}_1 \cdot Y_1 \quad ; \quad \dot{J}_5 = \frac{\dot{E}_5}{Z_5} = \dot{E}_5 \cdot Y_5$$

- Chọn đỉnh C có thể bằng 0: $\varphi_C = 0$
- Lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 1 với biến là điện thế các nút:

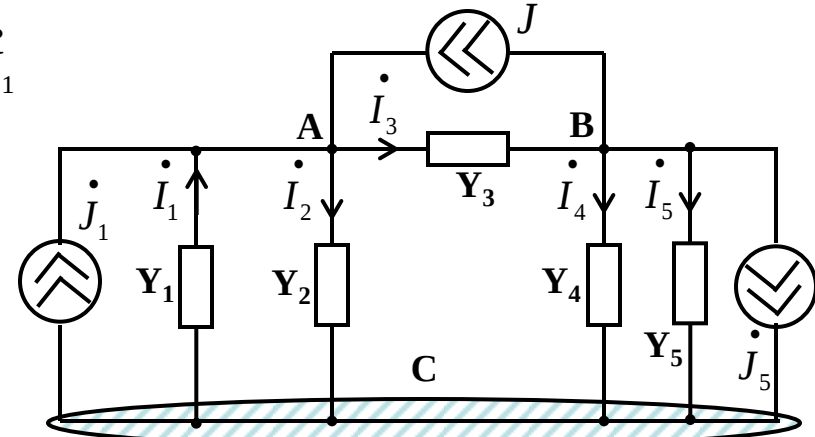
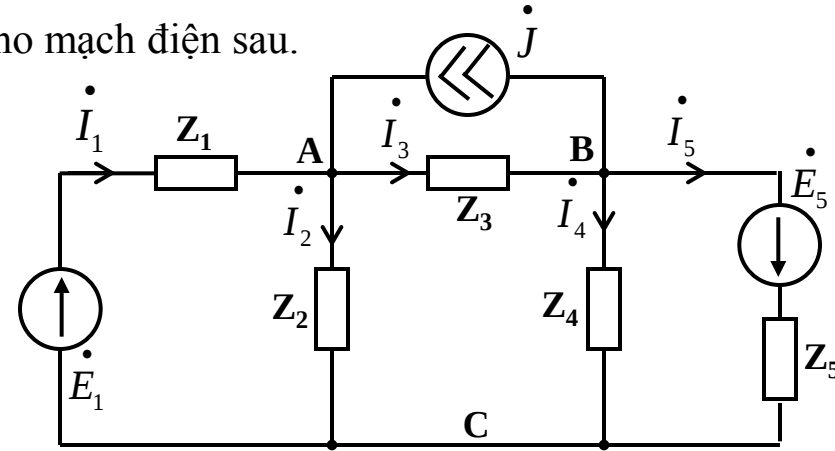
$$\text{❖ Nút A: } \sum_{\text{nút}} \dot{I}_k = \sum_{\text{nút}} \dot{J}_k \Leftrightarrow -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{J} + \dot{J}_1$$

$$-(\varphi_C - \varphi_A) \cdot Y_1 + (\varphi_A - \varphi_C) \cdot Y_2 + (\varphi_A - \varphi_B) \cdot Y_3 = \dot{J} + \dot{E}_1 \cdot Y_1$$

$$\underbrace{(Y_1 + Y_2 + Y_3)}_{Y_{KK}} \cdot \varphi_A - \underbrace{Y_3}_{Y_{KL}} \cdot \varphi_B = \underbrace{\dot{J} + \dot{E}_1 \cdot Y_1}_{\dot{J}_K}$$

- ❖ Nút B:

$$-\underbrace{Y_3}_{Y_{KL}} \cdot \varphi_A + \underbrace{(Y_3 + Y_4 + Y_5)}_{Y_{KK}} \cdot \varphi_B = \underbrace{-\dot{J} - \dot{E}_5 \cdot Y_5}_{\dot{J}_K}$$

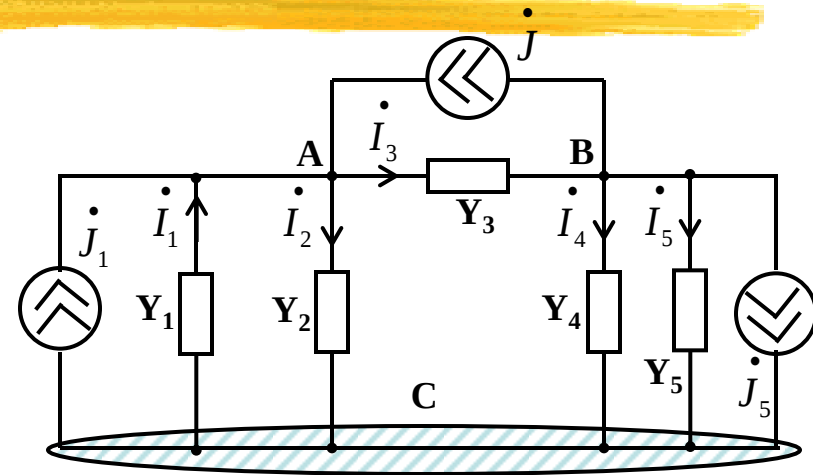


$$Y_1 = \frac{1}{Z_1}; \quad Y_2 = \frac{1}{Z_2}; \quad Y_3 = \frac{1}{Z_3};$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4}; \quad Y_5 = \frac{1}{Z_5};$$

II. Phương pháp thế nút.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 \end{pmatrix}}_{Y_{nut}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_A \\ \dot{\varphi}_B \end{pmatrix}}_{\dot{\varphi}_{nut}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{J} + \dot{J}_1 \\ -\dot{J} - \dot{J}_5 \end{pmatrix}}_{\dot{J}_{nut}}$$

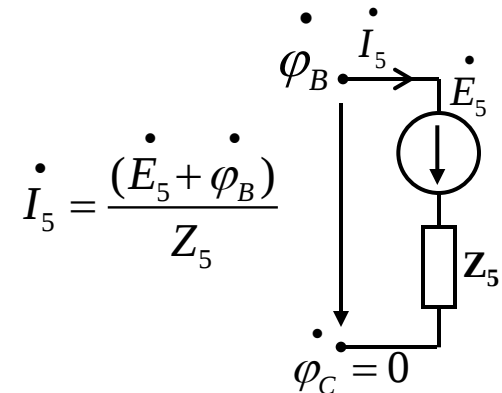
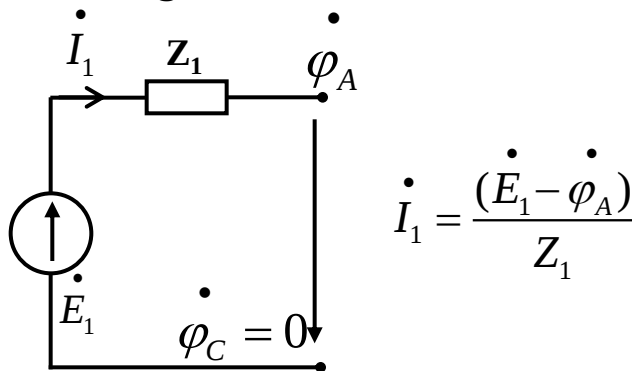


➤ Nhận xét:

- ❖ Giải hệ phương trình ta được nghiệm: $\dot{\varphi}_A, \dot{\varphi}_B$
- Cần tìm dòng điện trong các nhánh:

✓ *Nhánh không nguồn:* $\dot{I}_2 = \dot{\varphi}_A \cdot Y_2$; $\dot{I}_3 = (\dot{\varphi}_A - \dot{\varphi}_B) \cdot Y_3$; $\dot{I}_4 = \dot{\varphi}_B \cdot Y_4$

✓ *Nhánh có nguồn:*



II. Phương pháp thế nút.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 \end{pmatrix}}_{Y_{nut}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\varphi}_A \\ \dot{\varphi}_B \end{pmatrix}}_{\varphi_{nut}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{J} + \dot{J}_1 \\ -\dot{J} - \dot{J}_5 \end{pmatrix}}_{J_{nut}}$$

➤ Nhận xét:

❖ Ma trận tổng dẫn Y_{nut} :

✓ $Y_{kk} = \sum$ các tổng dẫn nối với đỉnh k.

✓ $Y_{kl} = \sum$ các tổng dẫn nối đỉnh k với đỉnh l (luôn âm).

❖ Ma trận nguồn dòng:

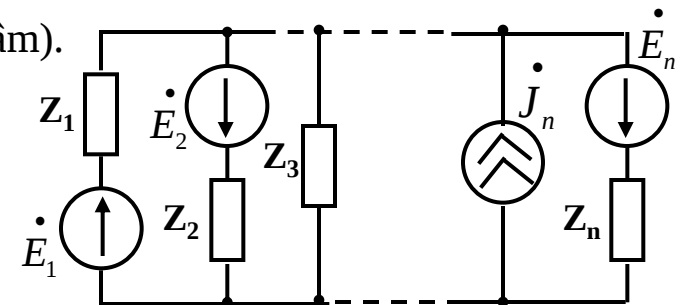
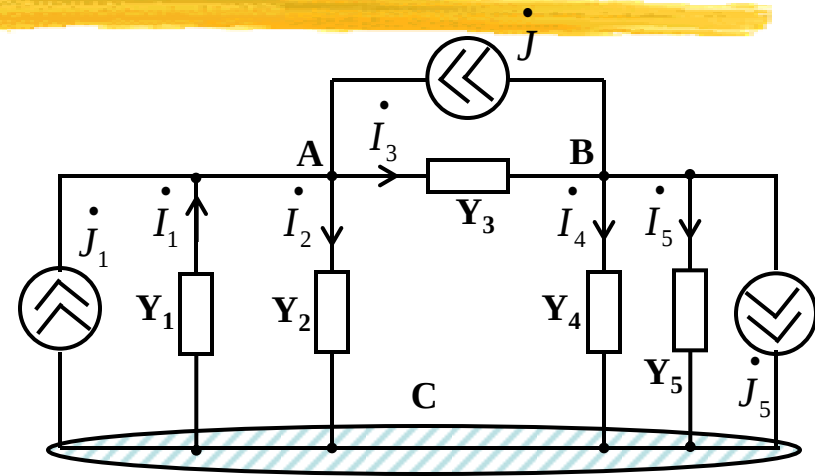
$J_{nut k} = \sum$ các nguồn dòng nối với đỉnh k.

✓ Nguồn dòng đi vào đỉnh $\rightarrow$ dấu dương.

✓ Nguồn dòng đi ra đỉnh $\rightarrow$ dấu âm.

❖ Số phương trình: $d - 1 \rightarrow$ thường dùng giải các mạch có số đỉnh ít, với nhiều nhánh mắc song song với nhau.

❖ Phương pháp thế nút ít được sử dụng khi mạch có hồ cảm.





Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

- I. Phương pháp dòng nhánh.
- II. Phương pháp thế nút.
- III. Phương pháp dòng vòng.
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



III. Phương pháp dòng vòng.

- Phương pháp dòng vòng là phương pháp lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 2 với biến là dòng điện quy ước chảy trong các vòng của mạch Kirchoff.
- **Nội dung phương pháp:**
 - ❖ Nguồn chính tắc: Nguồn áp. (Nếu có các nguồn dòng $\rightarrow$ cần đổi thành nguồn áp tương đương)
 - ✓ Nguồn dòng có chiều đi vào đỉnh nào thì nguồn áp tương đương có chiều đi vào đỉnh đó.
 - ✓ Độ lớn: $\dot{E}_{td} = \dot{J}_{nh} \cdot Z_{nh}$
 - ❖ Chọn chiều của dòng điện vòng tương ứng với các vòng của mạch (***nên chọn chiều dòng vòng cùng chiều với chiều của đa số các nguồn áp có trong vòng***).
 - ❖ Viết phương trình mạch theo luật Kirchoff 2 (***n - d + 1 phương trình***) với biến là dòng điện vòng đã chọn.

III. Phương pháp dòng vòng.

Ví dụ: Lập phương trình mạch theo phương pháp dòng vòng cho mạch điện sau.

- Chuyển nguồn dòng thành nguồn áp tương đương:

$$\dot{E}_3 = Z_3 \cdot \dot{J}$$

- Chọn chiều dòng điện vòng:
- Lập phương trình mạch theo luật Kirchoff 2 với biến là dòng điện trong các vòng:

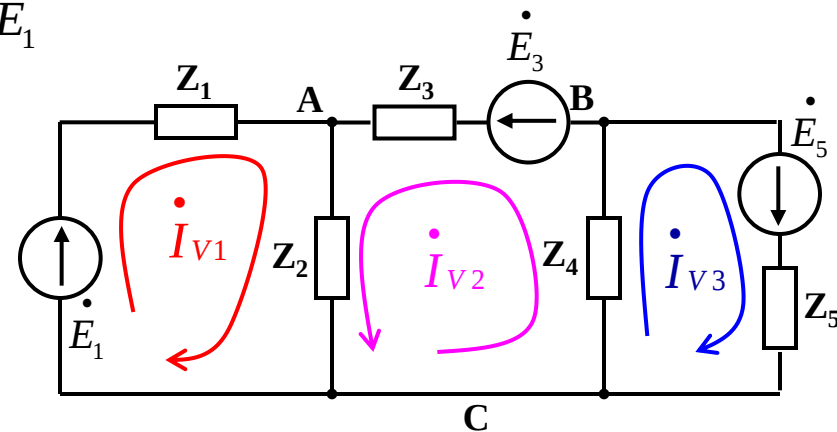
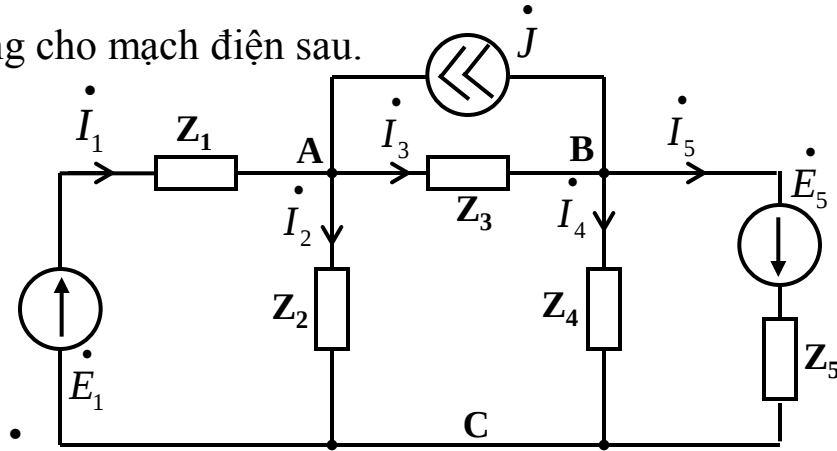
❖ **Vòng 1:** $\sum_{\text{vong}} \dot{U}_k = \sum_{\text{vong}} \dot{E}_k \Leftrightarrow \dot{U}_{Z_1} + \dot{U}_{Z_2} = \dot{E}_1$

$$\dot{I}_{V1} \cdot Z_1 + \dot{I}_{V1} \cdot Z_2 + \dot{I}_{V2} \cdot Z_2 = \dot{E}_1$$

$$\underbrace{(Z_1 + Z_2)}_{Z_{KK}} \cdot \dot{I}_{V1} + \underbrace{Z_2}_{Z_{KL}} \cdot \dot{I}_{V2} = \underbrace{\dot{E}_1}_{E_{\text{vong}}}$$

- ❖ **Vòng 2:**

$$Z_2 \cdot \dot{I}_{V1} + (Z_2 + Z_3 + Z_4) \cdot \dot{I}_{V2} + Z_4 \cdot \dot{I}_{V3} = \dot{E}_3$$

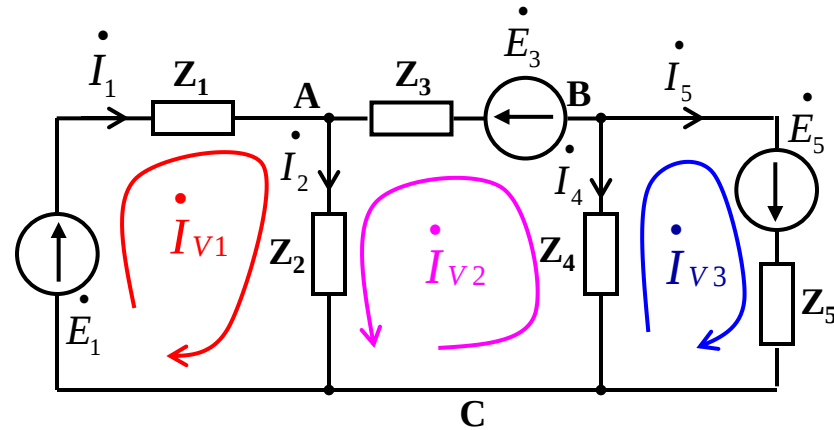


- ❖ **Vòng 3:**

$$Z_4 \cdot \dot{I}_{V2} + (Z_4 + Z_5) \cdot \dot{I}_{V3} = \dot{E}_5$$

III. Phương pháp dòng vòng.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 & 0 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 + Z_4 & Z_4 \\ 0 & Z_4 & Z_4 + Z_5 \end{pmatrix}}_{Z_{\text{vong}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \\ \dot{I}_{V3} \end{pmatrix}}_{\dot{I}_{\text{vong}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_3 \\ \dot{E}_5 \end{pmatrix}}_{\dot{E}_{\text{vong}}}$$



➤ Nhận xét:

❖ Giải hệ phương trình ta được nghiệm: $\dot{I}_{V1}, \dot{I}_{V2}, \dot{I}_{V3}$

→ Cần tìm dòng điện trong các nhánh.

✓ **Nhánh không nguồn:** $\dot{I}_1 = \dot{I}_{V1}$; $\dot{I}_2 = \dot{I}_{V1} + \dot{I}_{V2}$; $\dot{I}_4 = -(\dot{I}_{V2} + \dot{I}_{V3})$; $\dot{I}_5 = \dot{I}_{V3}$

✓ **Nhánh có nguồn:**

Nút A: $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 - \dot{J} = 0$

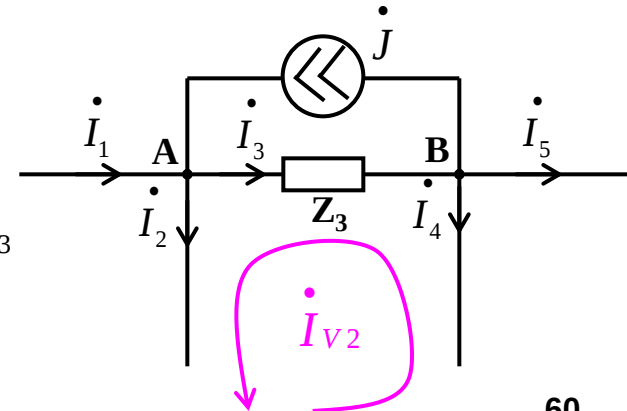
$\dot{I}_3 = \dot{J} + \dot{I}_{V1} - \dot{I}_{V1} - \dot{I}_{V2}$ hoặc

$$\boxed{\dot{I}_3 = \dot{J} - \dot{I}_{V2}}$$

Nút B: $-\dot{I}_3 + \dot{I}_4 + \dot{I}_5 + \dot{J} = 0$

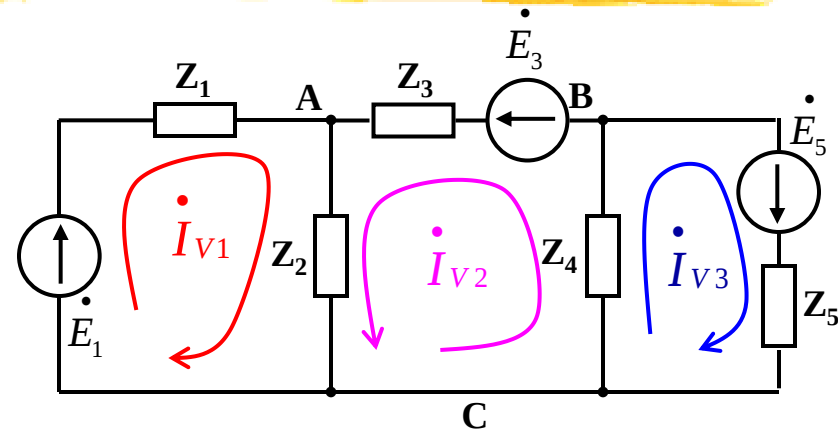
$\dot{I}_3 = \dot{J} - \dot{I}_{V2} - \dot{I}_{V3} + \dot{I}_{V3}$

$$\boxed{\dot{I}_3 = \dot{J} - \dot{I}_{V2}}$$



III. Phương pháp dòng vòng.

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 & 0 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 + Z_4 & Z_4 \\ 0 & Z_4 & Z_4 + Z_5 \end{pmatrix}}_{Z_{\text{vong}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{I}_{V1} \\ \dot{I}_{V2} \\ \dot{I}_{V3} \end{pmatrix}}_{\dot{I}_{\text{vong}}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_3 \\ \dot{E}_5 \end{pmatrix}}_{\dot{E}_{\text{vong}}}$$



➤ Nhận xét:

❖ Ma trận tổng trở vòng Z_{vong} :

✓ $Z_{kk} = \sum$ tổng trở có trong vòng thứ k.

✓ $Z_{kl} = \sum$ tổng trở chung giữa vòng k và vòng l.

- Dương nếu $I_{\text{vong } k}$ và $I_{\text{vong } l}$ cùng chiều nhau.
- Âm nếu $I_{\text{vong } k}$ và $I_{\text{vong } l}$ ngược chiều nhau.

❖ Ma trận nguồn áp vòng:

$E_{\text{vong } k} = \sum$ các nguồn áp có trong vòng k

- ✓ Dương nếu nguồn áp cùng chiều dòng vòng
- ✓ Âm nếu nguồn áp ngược chiều dòng vòng.

❖ Số phương trình: $(n - d + 1) \rightarrow$ thường dùng để giải những mạch có số vòng ít



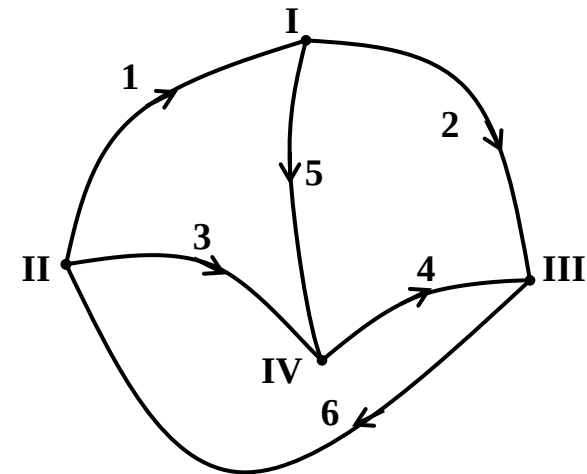
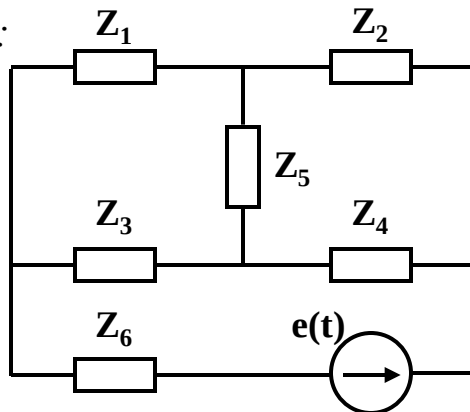
Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

- I. Phương pháp dòng nhánh.**
- II. Phương pháp thế nút.**
- III. Phương pháp dòng vòng.**
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.**
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.**
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.**
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.**

IV. Khái niệm về Graph Kirchoff.

- Graph là 1 tập d đỉnh (nút) và n nhánh (cung) có hoặc không định chiều nối giữa các đỉnh đó.
- Graph Kirchoff là 1 graph mô tả cách chấp nối galvanic giữa các vật dẫn, sự phân bố các vùng năng lượng và sự phân bố các cặp biên dòng, áp nhánh của hệ.

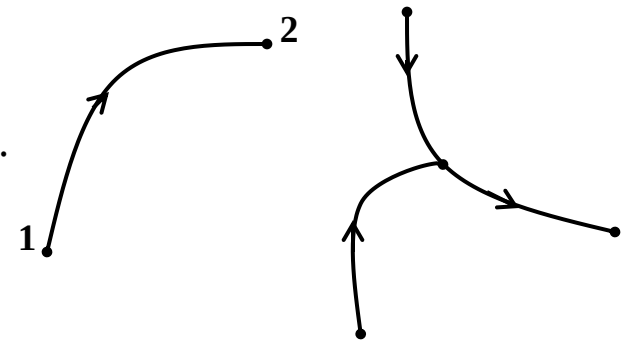
Ví dụ:



Sơ đồ mạch Kirchoff = Cấu trúc + thông số

Graph Kirchoff = Cấu trúc

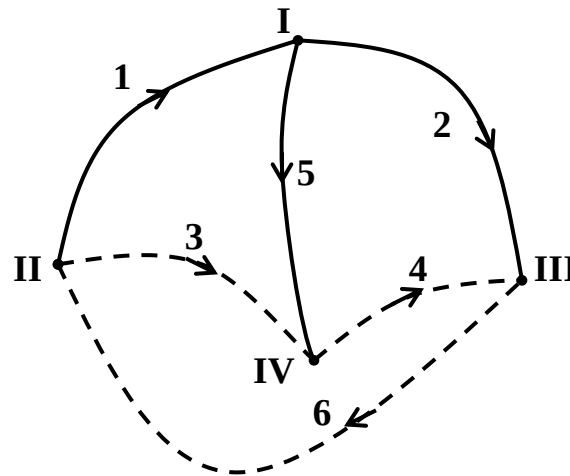
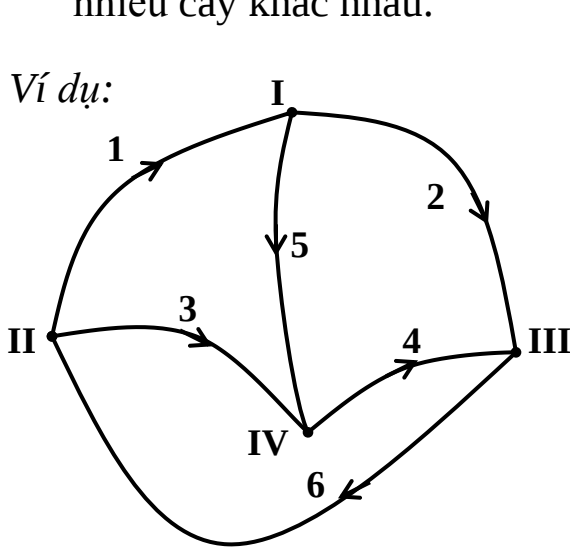
- Nhánh:
 - ❖ Vật lý: Nhánh đặc trưng cho một vùng năng lượng.
 - ❖ Hình học: Nhánh là một cung nối giữa 2 đỉnh, có định chiều.
- Đỉnh: Là chỗ chấp nối của 3 nhánh trở lên.



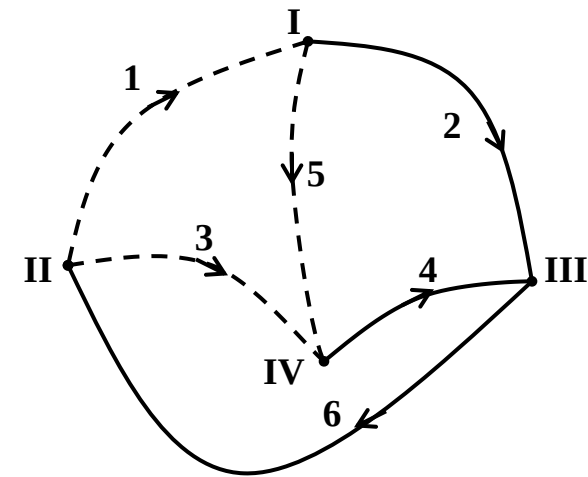
IV. Khái niệm về Graph Kirchoff.

- Cây: Là tập hợp các nhánh của graph nối đủ giữa các đỉnh nhưng không tạo thành vòng kín.
- Cành: Là tập hợp các nhánh của 1 cây. Tùy theo cách chọn cành khác nhau mà một graph có thể có nhiều cây khác nhau.

Ví dụ:



Số cành trong 1 cây: $d - 1$



- Bù cây: Là tập các nhánh cùng với cây tạo thành graph đã cho.
- Bù cành: Là tập hợp các nhánh tạo nên bù cây. Như vậy mỗi bù cành cùng với cành tạo thành 1 vòng kín.

Số bù cành trong 1 graph: $n - d + 1$



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

I. Phương pháp dòng nhánh.

II. Phương pháp thế nút.

III. Phương pháp dòng vòng.

IV. Khái niệm về graph Kirchoff.

V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.

V.1. Định lý về lập phương trình Kirchoff 2.

V.2. Định lý về lập phương trình Kirchoff 1.

VI. Ma trận cấu trúc A, B.

VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



V.1. Định lý về lập phương trình Kirchoff 2.

- **Định lý 1:** Các áp cành trên một cây làm thành 1 tập đủ áp nhánh độc lập.

Chứng minh:

- ❖ Các áp cành trên 1 cây không tạo thành 1 vòng kín $\rightarrow$ chúng độc lập với nhau.
- ❖ Các áp bù cành khác cùng với áp cành tạo thành vòng kín $\rightarrow$ chúng phụ thuộc vào áp cành theo luật Kirchoff 2.
- ❖ Số phương trình độc lập viết theo luật Kirchoff 2 là: $n - d + 1$.

- **Định lý 2:** Các hệ phương trình cân bằng áp trên các vòng kín khép bởi mỗi bù cành làm thành 1 hệ đủ phương trình độc lập.

Chứng minh:

- ❖ Mỗi vòng chứa riêng và duy nhất 1 áp bù cành và nó phụ thuộc vào áp cành $\rightarrow$ chúng độc lập với nhau.
- ❖ Các phương trình cân bằng áp trên các mắt lưới của 1 graph phẳng tạo thành 1 hệ đủ và độc lập.



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



V.2. Định lý về lập phương trình Kirchoff 1.

- **Định lý 1:** Các dòng bù cành trên một bù cây tạo thành một tập dòng nhánh độc lập.

Chứng minh:

- ❖ Bù cành không chứa tập cắt đỉnh nên chúng không bị ràng buộc bởi luật Kirchoff 1 → chúng độc lập với nhau.
- ❖ Số phương trình độc lập viết theo luật Kirchoff 1: $d - 1$.

- **Định lý 2:** Phương trình cân bằng dòng trên các tập cắt ứng với mỗi cành làm thành hệ đủ và độc lập.

Chứng minh:

- ❖ Do mỗi tập cắt chứa riêng một dòng nhánh.



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

- I. Phương pháp dòng nhánh.
- II. Phương pháp thế nút.
- III. Phương pháp dòng vòng.
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.
 - VI.1. Ma trận đỉnh - nhánh A.
 - VI.2. Ma trận bù - nhánh B.
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.

VI. Ma trận cấu trúc A.

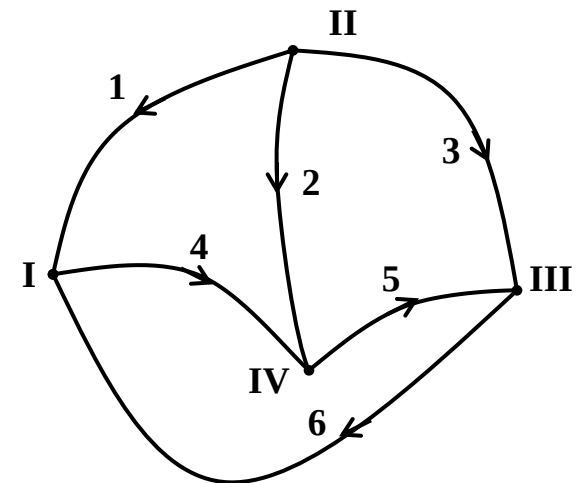


VI.1. Ma trận đỉnh - nhánh A.

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu nhánh } j \text{ đi ra khỏi nút } i \\ 0 & \text{nếu nhánh } j \text{ không dính với nút } i \\ -1 & \text{nếu nhánh } j \text{ đi vào nút } i \end{cases}$$

Ví dụ: Lập ma trận đỉnh - nhánh A của graph cho bởi hình bên.

Nhánh Đỉnh	1	2	3	4	5	6
I	-1	0	0	1	0	-1
II	1	1	1	0	0	0
III	0	0	-1	0	-1	1
IV	0	-1	0	-1	1	0



VI.1. Ma trận đỉnh - nhánh A.

➤ Tính chất:

Ma trận $A_{\text{đủ}} = \text{Ma trận } A_{\text{thừa}} - 1 \text{ hàng}$

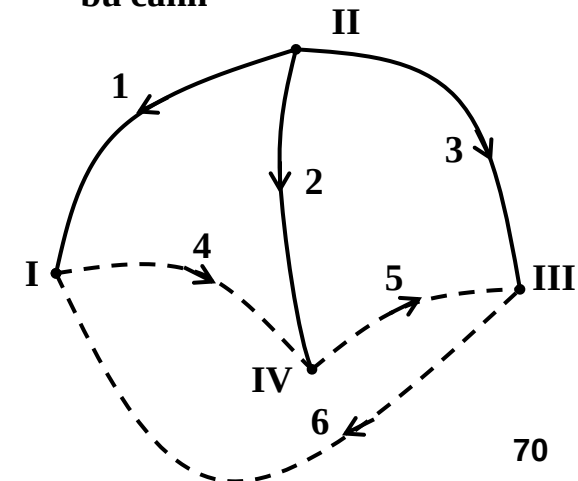
- ❖ Cột: Nhánh thứ i nối 2 đỉnh nào với nhau, và chiều dương của nhánh.
- ❖ Hàng: Đỉnh thứ j có những nhánh nào và chiều của mỗi nhánh tại đỉnh đó.
- ❖ Mỗi hàng của ma trận A là tổ hợp tuyến tính của các hàng còn lại $\rightarrow$ ma trận $A_{\text{thừa}}$

Ví dụ:

$$\rightarrow A_{\text{đủ}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
cây
 $\underbrace{\hspace{10em}}$
bù cành

Nhánh Đỉnh	1	2	3	4	5	6
I	-1	0	0	1	0	-1
II	1	1	1	0	0	0
III	0	0	-1	0	-1	1
IV	0	-1	0	-1	1	0



VI.1. Ma trận đỉnh - nhánh A.

➤ Ứng dụng:

❖ *Lập phương trình theo luật Kirchoff 1:*

$$A \cdot \dot{I}_{nh} = 0 \quad \text{trong đó} \quad \dot{I}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix}_{1 \times n}$$

❖ *Lập phương trình quan hệ giữa điện áp các nhánh và điện thế nút:*

$$\dot{U}_{nh} = A^t \cdot \dot{\varphi}_{nut} \quad \text{trong đó} \quad \dot{\varphi}_{nut} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dots \\ \dot{\varphi}_{d-1} \end{pmatrix}_{1 \times (d-1)} \quad ; \quad \dot{U}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}_{1 \times n}$$

bỏ đi đỉnh có thế bằng 0

VI.1. Ma trận đỉnh - nhánh A.

➤ Chú ý:

Từ ma trận A_{du} ta có thể khôi phục lại được cấu trúc của graph bằng cách:

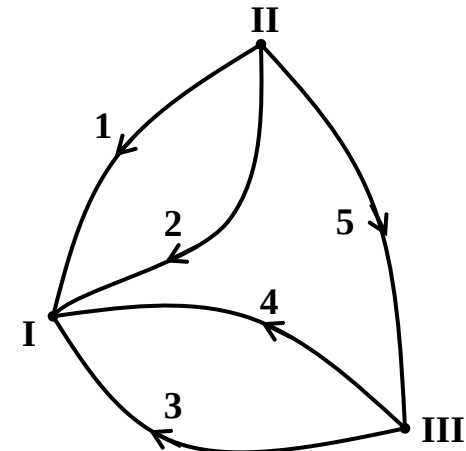
- ❖ Khôi phục lại ma trận A_{thua} .
- ❖ Số hàng của ma trận bằng số đỉnh của graph
- ❖ Số cột của ma trận bằng số nhánh của graph.

Ví dụ: Cho ma trận A_{du} . Vẽ lại graph.

$$A_{du} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A_{thua} = \left(\begin{array}{ccccc|l} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & I \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & II \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & III \end{array} \right)$$

1 2 3 4 5



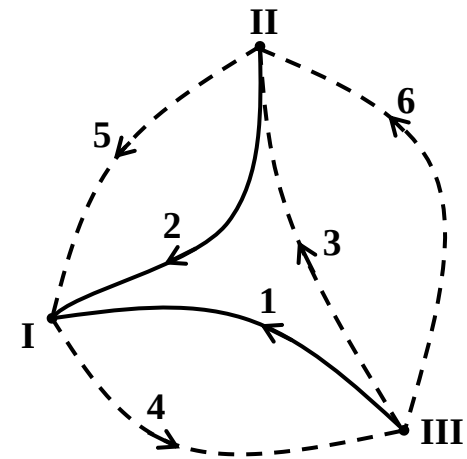
VI.2. Ma trận bù - nhánh B.

- Một graph hoàn toàn xác định nếu ta chỉ rõ tập các nhánh có định chiều và tập các bù cạnh khép kín qua một cây và chỉ rõ mỗi vòng kín gồm các nhánh nào.

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{nếu nhánh } i \text{ tham gia vòng và cùng chiều với bù cạnh } j \\ 0 & \text{nếu nhánh } i \text{ không tham gia vòng với bù cạnh } j \\ -1 & \text{nếu nhánh } i \text{ tham gia vòng và ngược chiều với bù cạnh } j \end{cases}$$

Ví dụ: Lập ma trận bù - nhánh B của graph cho bởi hình bên.

Nhánh \ Bù	1	2	3	4	5	6
3	-1	1	1	0	0	0
4	1	0	0	1	0	0
5	0	-1	0	0	1	0
6	-1	1	0	0	0	1
Cành			Bù cạnh			



VI.2. Ma trận bù - nhánh B.

➤ Tính chất:

- ❖ Cột: Nhánh j tham gia những vòng nào, và chiều của nó so với chiều của vòng (quy ước chiều của vòng là chiều của bù).
- ❖ Bù cành chỉ tham gia vào vòng của riêng mình mà không tham gia vào các vòng khác.

$$\mathbf{B} = (\mathbf{B}_{\text{cành}} | \mathbf{B}_{\text{bù}}) = (\mathbf{B}_{\text{cành}} | \mathbf{I})$$

- ❖ Hàng: Cho biết graph có bao nhiêu vòng, mỗi vòng có bao nhiêu nhánh tham gia và chiều của nó.

➤ Ứng dụng:

- ❖ *Lập phương trình theo luật Kirchoff 1:* $\mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{U}}_{nh} = 0$ trong đó: $\dot{\mathbf{U}}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dots \\ \dot{U}_n \end{pmatrix}_{1 \times n}$
- ❖ *Lập phương trình quan hệ giữa dòng điện nhánh và dòng điện bù:*

$$\dot{\mathbf{I}}_{nh} = \mathbf{B}^t \cdot \dot{\mathbf{I}}_{bu} \quad \text{trong đó: } \dot{\mathbf{I}}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dots \\ \dot{I}_n \end{pmatrix}_{1 \times n} ; \quad \dot{\mathbf{I}}_{bu} = \begin{pmatrix} \dot{I}_{bu_1} \\ \dots \\ \dot{I}_{bu_k} \end{pmatrix}_{1 \times k}$$

VI.2. Ma trận bù - nhánh B.

➤ **Chú ý:** Từ ma trận B ta cũng có thể vẽ lại được graph đã cho.

Ví dụ:

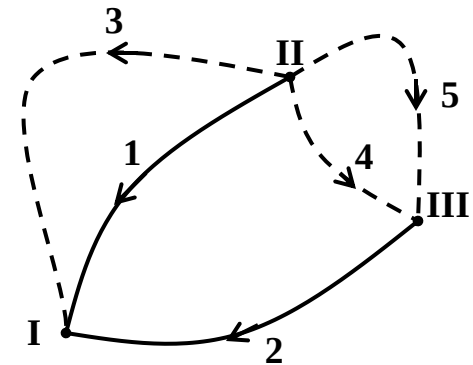
$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix}$$

$\underbrace{\quad \quad}_{\text{cành}} \quad \underbrace{\quad \quad}_{\text{bù cành}} \quad \underbrace{\quad \quad}_{\text{bù cành}}$

Số nhánh: 5 (1, 2, 3, 4, 5).

Số bù cành: 3 (4, 5, 6)

Số cành: $5 - 3 = 2 \rightarrow$ Số đỉnh: 3





Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff

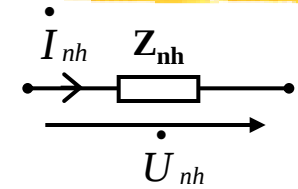
- I. Phương pháp dòng nhánh.
- II. Phương pháp thế nút.
- III. Phương pháp dòng vòng.
- IV. Khái niệm về graph Kirchoff.
- V. Các định lý về lập phương trình Kirchoff.
- VI. Ma trận cấu trúc A, B.
- VII. Lập phương trình bằng ma trận cấu trúc.
 - VII.1. Luật Ohm theo nghĩa rộng.
 - VII.2. Lập phương trình.

VII.1. Luật Ohm theo nghĩa rộng.

➤ Nhánh không nguồn:

$$\dot{U}_{nh} = Z_{nh} \cdot \dot{I}_{nh} \quad Z_{nh} = Y_{nh}^{-1}$$

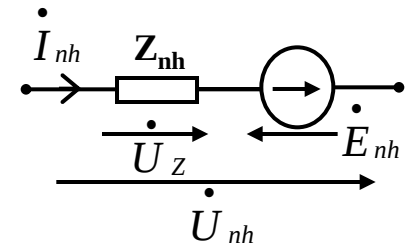
$$\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot \dot{U}_{nh}$$



➤ Nhánh có nguồn áp:

$$\dot{U}_{nh} = \dot{U}_Z - \dot{E}_{nh} \rightarrow \boxed{\dot{U}_{nh} = \dot{I}_{nh} \cdot Z_{nh} - \dot{E}_{nh}}$$

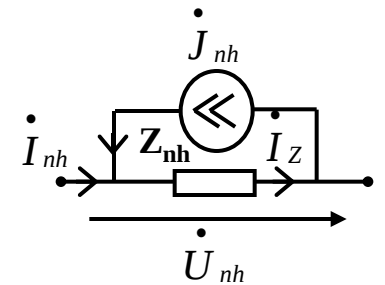
$$\dot{I}_{nh} = \frac{\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh}}{Z_{nh}} \rightarrow \boxed{\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot (\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh})}$$



➤ Nhánh có nguồn dòng:

$$\dot{I}_Z = \dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh} \rightarrow \dot{I}_{nh} = \dot{I}_Z - \dot{J}_{nh} \rightarrow$$

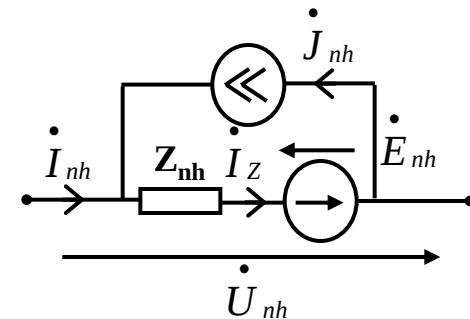
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{I}_{nh} &= Y_{nh} \cdot \dot{U}_{nh} - \dot{J}_{nh} \\ \dot{U}_{nh} &= Z_{nh} (\dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh}) \end{aligned}}$$



➤ Nhánh có nguồn dòng - nguồn áp:

$$\dot{U}_{nh} = \dot{U}_Z - \dot{E}_{nh} \rightarrow \boxed{\dot{U}_{nh} = (\dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh}) \cdot Z_{nh} - \dot{E}_{nh}}$$

$$\rightarrow \boxed{\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot (\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh}) - \dot{J}_{nh}}$$





Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



VII.2. Lập phương trình.

a. Ma trận thông số.

➤ Ma trận tổng trở nhánh:

$$Z_{nh} = \begin{pmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1n} \\ \dots & Z_{kk} & \dots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} \end{pmatrix}_{n \times n}$$

Z_{kk} : Tổng trở nhánh k
 Z_{kl} : Tổng trở tương hỗ nhánh k và nhánh l

➤ Ma trận nguồn áp nhánh: $\dot{E}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{E}_1 \\ \dots \\ \dot{E}_n \end{pmatrix}_{1 \times n}$ $\dot{E}_i$: là giá trị nguồn áp nhánh i

➤ Ma trận nguồn dòng nhánh: $\dot{J}_{nh} = \begin{pmatrix} \dot{J}_1 \\ \dots \\ \dot{J}_n \end{pmatrix}_{1 \times n}$ $\dot{J}_i$: là giá trị nguồn dòng nhánh i

VII.2. Lập phương trình.

b. Lập phương trình với ma trận A .

Xuất phát từ phương trình: $A \cdot \dot{I}_{nh} = 0$

Mặt khác, ta có: $\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot (\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh}) - \dot{J}_{nh}$

Suy ra: $A \cdot Y_{nh} \cdot \dot{U}_{nh} + A \cdot Y_{nh} \cdot \dot{E}_{nh} - A \cdot \dot{J}_{nh} = 0$

$$\rightarrow A \cdot Y_{nh} \cdot A^t \cdot \dot{\varphi}_{nut} = A \cdot (\dot{J}_{nh} - Y_{nh} \cdot \dot{E}_{nh})$$

Đặt: $Y_{nut} = A \cdot Y_{nh} \cdot A^t$.

$$\dot{J}_{nut} = A \cdot (\dot{J}_{nh} - Y_{nh} \cdot \dot{E}_{nh})$$

$$\text{Mà: } \dot{J}_{nut} = Y_{nut} \cdot \dot{\varphi}_{nut} \rightarrow \dot{\varphi}_{nut} = \frac{\dot{J}_{nut}}{Y_{nut}}$$

Như vậy ta tính được: $\dot{U}_{nh} = A^t \cdot \dot{\varphi}_{nut}$

$$\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot (\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh}) - \dot{J}_{nh}$$

Trình tự tính toán bằng Matlab:

➤ Vào số liệu: $A, Z_{nh}, \dot{E}_{nh}, \dot{J}_{nh}$.

➤ Tính các ma trận:

$$Y_{nh} = \text{inv}(Z_{nh}) \quad Y_{nut} = A \cdot Y_{nh} \cdot A^t$$

$$\dot{J}_{nut} = A \cdot (\dot{J}_{nh} - Y_{nh} \cdot \dot{E}_{nh})$$

$$\dot{\varphi}_{nut} = \dot{J}_{nut} \setminus Y_{nut}$$

➤ Kết quả:

$$\dot{U}_{nh} = A^t \cdot \dot{\varphi}_{nut}$$

$$\dot{I}_{nh} = Y_{nh} \cdot (\dot{U}_{nh} + \dot{E}_{nh}) - \dot{J}_{nh}$$



Chương 3: Phương pháp cơ bản tính mạch tuyến tính ở chế độ xác lập điều hòa - Graph Kirchoff



VII.2. Lập phương trình.

b. Lập phương trình với ma trận B .

Xuất phát từ phương trình: $B \cdot \dot{U}_{nh} = 0$

Mặt khác, ta có: $\dot{U}_{nh} = (\dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh}) \cdot Z_{nh} - \dot{E}_{nh}$

Suy ra: $B \cdot Z_{nh} \cdot \dot{I}_{nh} + B \cdot Z_{nh} \cdot \dot{J}_{nh} - B \cdot \dot{E}_{nh} = 0$

$$\rightarrow B \cdot Z_{nh} \cdot B^t \cdot \dot{I}_{bu} = B \cdot (\dot{E}_{nh} - Z_{nh} \cdot \dot{J}_{nh})$$

Đặt: $Z_{vong} = B \cdot Z_{nh} \cdot B^t$.

$$\dot{E}_{vong} = B \cdot (\dot{E}_{nh} - Z_{nh} \cdot \dot{J}_{nh})$$

Vậy ta có: $Z_{vong} \cdot \dot{I}_{bu} = \dot{E}_{vong} \rightarrow \dot{I}_{bu} = \frac{\dot{E}_{vong}}{Z_{vong}}$

Như vậy ta tính được: $\dot{I}_{nh} = B^t \cdot \dot{I}_{bu}$

$$\dot{U}_{nh} = Z_{nh} \cdot (\dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh}) - \dot{E}_{nh}$$

Trình tự tính toán bằng Matlab:

➤ Vào số liệu: $B, Z_{nh}, \dot{E}_{nh}, \dot{J}_{nh}$.

➤ Tính các ma trận:

$$Z_{vong} = B \cdot Z_{nh} \cdot B^t$$

$$\dot{E}_{vong} = B \cdot (\dot{E}_{nh} - Z_{nh} \cdot \dot{J}_{nh})$$

$$\dot{I}_{bu} = \dot{E}_{vong} \setminus Z_{vong}$$

➤ Kết quả:

$$\dot{I}_{nh} = B^t \cdot \dot{I}_{bu}$$

$$\dot{U}_{nh} = Z_{nh} \cdot (\dot{I}_{nh} + \dot{J}_{nh}) - \dot{E}_{nh}$$



Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

I. Khái niệm chung.

II. Tính chất tuyến tính.

III. Khái niệm hàm truyền đạt.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

I. Khái niệm chung.

- Mạch điện tuyến tính là mạch điện có mô hình toán học gồm hữu hạn các biến trạng thái với tính chất:
 - ❖ Các thông số của mạch (R, L, C) là hằng số.
 - ❖ Quan hệ giữa các biến trạng thái trên cùng 1 phần tử là phương trình vi tích phân tuyến tính, hệ số hằng.

Miền thời gian

**Phương trình vi tích phân
tuyến tính, hệ số hằng**

Mạch điện tuyến tính

- Các thông số của mạch là hằng số.
- Quan hệ giữa các biến trạng thái trên 1 phần tử là tuyến tính.

Kích thích điều hòa

Miền ảnh phức

**Phương trình đại số
ảnh phức**



Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

I. Khái niệm chung

II. Tính chất tuyến tính.

II.1. Quan hệ tuyến tính giữa kích thích và đáp ứng.

II.2. Quan hệ tuyến tính giữa các đáp ứng.

III. Khái niệm hàm truyền đạt.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

II.1. Quan hệ tuyến tính giữa kích thích và đáp ứng:

- **Phát biểu 1:** Nếu trong mạch có một kích thích thì mỗi đáp ứng của mạch đều có quan hệ tuyến tính với kích thích đó.

$$\dot{X}_k = T_k \cdot \dot{F}$$

$\dot{X}_k$: ảnh phức của đáp ứng thứ k

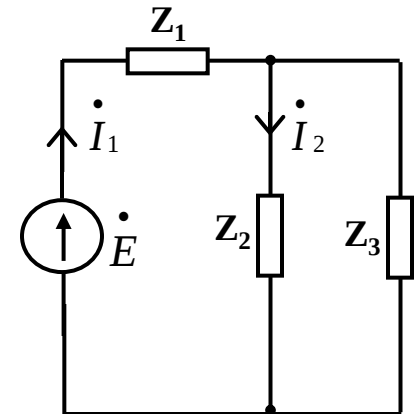
$\dot{F}$: ảnh phức của kích thích trong mạch

T_k : hàm truyền đạt biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng thứ k và kích thích

Ví dụ:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}} = \underbrace{\frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3}}_{T_1} \cdot \dot{E}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3} \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} \cdot \dot{E} = \underbrace{\frac{Z_3}{Z_1 \cdot Z_2 + Z_1 \cdot Z_3 + Z_2 \cdot Z_3}}_{T_2} \cdot \dot{E}$$



II.1. Quan hệ tuyến tính giữa kích thích và đáp ứng:

- **Phát biểu 2:** Nếu trong mạch có nhiều kích thích cùng tần số tác động đồng thời thì mỗi đáp ứng của mạch đều có quan hệ tuyến tính với mỗi kích thích đó. (tính chất xếp chồng)

$$\dot{X}_k = T_{1k} \cdot \dot{F}_1 + T_{2k} \cdot \dot{F}_2 + \dots + T_{nk} \cdot \dot{F}_n$$

$\dot{X}_k$: ảnh phức của đáp ứng thứ k
 $\dot{F}_1, \dot{F}_2, \dots, \dot{F}_n$: ảnh phức của các kích thích trong mạch
 $T_{1k}, T_{2k}, \dots, T_{nk}$: hàm truyền đạt biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng thứ k và các kích thích

Chú ý: Nếu các kích thích không cùng tần số thì ta phải xếp chồng các đáp ứng trong miền thời gian.

- **Phát biểu 3:** Nếu trong mạch có nhiều kích thích cùng tác động nhưng chỉ có một kích thích biến động thì quan hệ giữa mỗi đáp ứng với kích thích biến động đây có dạng:

$$\dot{X}_k = T_k \cdot \dot{F}_1 + \dot{X}_{0k}$$

$\dot{X}_k$: ảnh phức của đáp ứng thứ k
 $\dot{F}_1$: ảnh phức của kích thích biến động
 T_k : hàm truyền đạt biểu diễn mối quan hệ giữa đáp ứng thứ k và kích thích biến động
 $\dot{X}_{0k}$: tổng của những số hạng khác

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

II.2. Quan hệ tuyến tính giữa các đáp ứng:

- **Phát biểu:** Trong mạch tuyến tính, mỗi đáp ứng của mạch luôn có một quan hệ tuyến tính với ít nhất một đáp ứng khác trong mạch theo dạng:

$$\dot{X}_k = A_{jk} \cdot \dot{X}_j + B$$

$\dot{X}_k, \dot{X}_j$: ảnh phức của 2 đáp ứng bất kỳ trong mạch
 A_{jk}, B : hàm truyền đạt biểu diễn mối quan hệ giữa 2 đáp ứng

Ví dụ: Tìm quan hệ tuyến tính giữa $\dot{I}_1$ và $\dot{I}_2$ khi Z_3 biến thiên từ 0 đến ∞ .

Quan hệ tuyến tính giữa $\dot{I}_1$ và $\dot{I}_2$ có dạng: $\dot{I}_1 = A \cdot \dot{I}_2 + B$

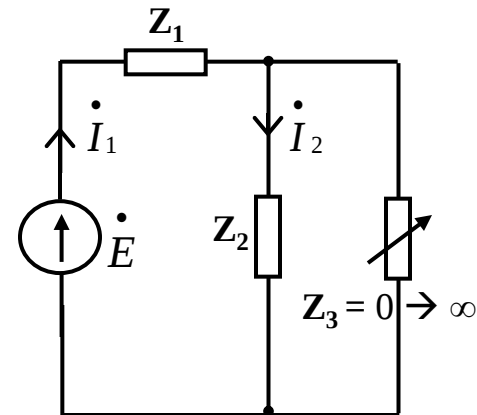
Khi $Z_3 = 0$: $\rightarrow \dot{I}_2 = 0 \rightarrow \dot{I}_1 = B = \frac{\dot{E}}{Z_1}$

Khi $Z_3 = \infty$: $\rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_2}$

$$\rightarrow \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_2} = A \cdot \frac{\dot{E}}{Z_1 + Z_2} + \frac{\dot{E}}{Z_1} \rightarrow A = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

Vậy ta có:

$$\dot{I}_1 = -\frac{Z_2}{Z_1} \cdot \dot{I}_2 + \frac{\dot{E}}{Z_1}$$





Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

I. Khái niệm chung.

II. Tính chất tuyến tính.

III. Khái niệm hàm truyền đạt.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

III. Khái niệm hàm truyền đạt.

- Hàm truyền đạt là những hàm đặc tính tần phức đặc trưng cho hành vi của mạch tuyến tính hệ số hằng dưới tác dụng kích thích của một phổ tần điều hòa.
- Hàm truyền đạt được định nghĩa là tỷ số riêng hoặc đạo hàm riêng của ảnh đáp ứng trên ảnh kích thích.

$$T_{mk}(\omega) = \frac{\partial \dot{X}_k(\omega)}{\partial \dot{F}_m(\omega)}$$

$\dot{X}_k(\omega)$: ảnh phức đáp ứng trên nhánh thứ k của mạch.

$\dot{F}_m(\omega)$: ảnh phức kích thích trên nhánh thứ m của mạch.

$T_{mk}(\omega)$: hàm đặc tính tần phức giữa nhánh thứ k và nhánh thứ m

- Mạch Kirchoff có 4 hàm truyền đạt chính:

❖ **Hàm truyền đạt áp:** Đo khả năng cung cấp áp trên nhánh k từ riêng một nguồn áp ở nhánh m.

$$K_{Umk} = \frac{\partial \dot{U}_k}{\partial \dot{E}_m}$$

❖ **Hàm truyền đạt dòng:** Đo khả năng cung cấp dòng điện trên nhánh k từ riêng một nguồn dòng ở nhánh m.

$$K_{Imk} = \frac{\partial \dot{I}_k}{\partial \dot{J}_m}$$

❖ **Hàm truyền đạt tổng dẫn:** Đo khả năng truyền dòng điện thứ k từ riêng một nguồn áp ở nhánh m.

$$Y_{mk} = \frac{\partial \dot{I}_k}{\partial \dot{E}_m}$$

❖ **Hàm truyền đạt tổng trở:** Đo khả năng truyền áp thứ k từ riêng một nguồn dòng ở nhánh m.

$$Z_{mk} = \frac{\partial \dot{U}_k}{\partial \dot{J}_m}$$



Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

I. Khái niệm chung.

II. Tính chất tuyến tính.

III. Khái niệm hàm truyền đạt.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

- Mạch điện Kirchoff tuyến tính được gọi là tương hỗ nếu những hàm truyền đạt tổng trở, tổng dẫn trong mạch là tuyến tính và thuận nghịch.

$$\begin{cases} Z_{KL} = Z_{LK} \\ Y_{KL} = Y_{LK} \end{cases} \quad \text{trong đó: } Z_{KL} = \frac{\partial \dot{U}_L}{\partial \dot{I}_K} ; Z_{LK} = \frac{\partial \dot{U}_K}{\partial \dot{I}_L} \quad \text{và} \quad Y_{KL} = \frac{\partial \dot{I}_L}{\partial \dot{U}_K} ; Y_{LK} = \frac{\partial \dot{I}_K}{\partial \dot{U}_L}$$

Ví dụ:

- ❖ Truyền đạt áp giữa 2 cuộn dây đặt gần nhau có hồ cảm là một truyền đạt tương hỗ.

$$M_{12} = M_{21} = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

- ❖ Truyền đạt áp (dòng) trong máy biến áp (biến dòng), trong khuếch đại thuật toán ..., hàm truyền đạt tổng trở (tổng dẫn) trong transistor ... không có tính tương hỗ.

- Tính chất:

- ❖ Mạch tuyến tính tương hỗ có ma trận $Z_{\text{vòng}}$ và $Y_{\text{nút}}$ đối xứng với nhau qua đường chéo chính → chỉ cần tìm một nửa các hàm truyền đạt tổng trở, tổng dẫn.
- ❖ Nhìn chung các hàm truyền đạt dòng, áp không có tính tương hỗ.

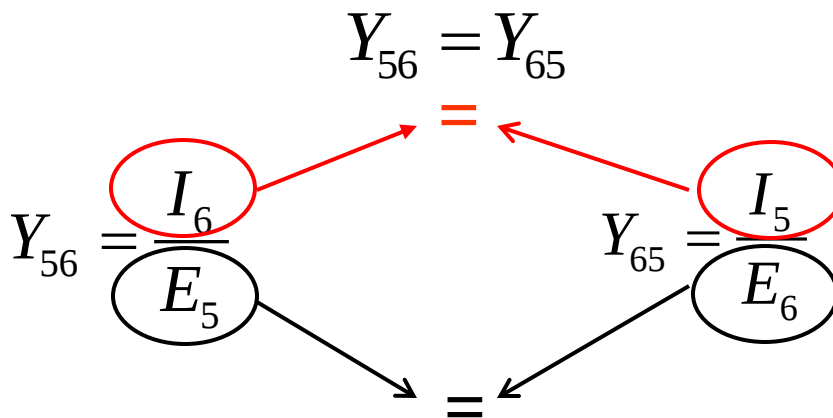
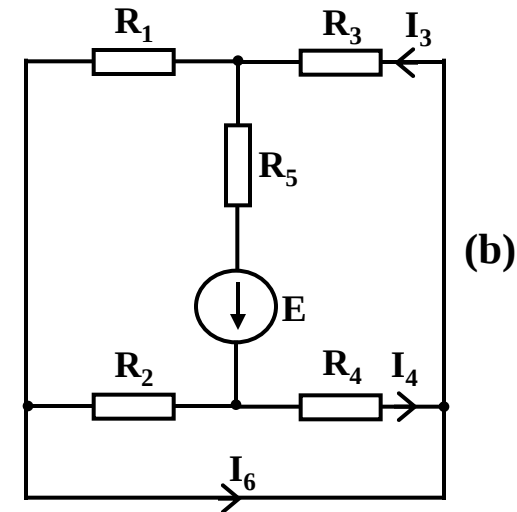
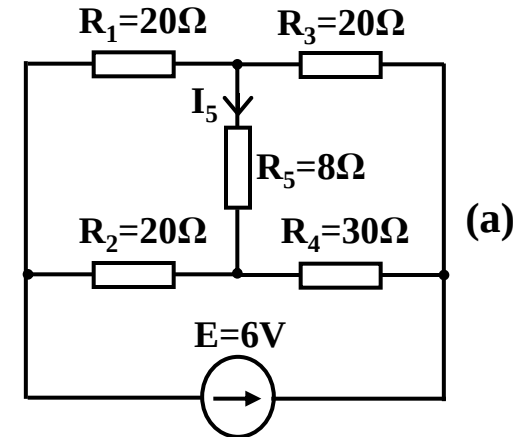
Chương 4: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Ví dụ: Cho mạch điện tuyến tính tương hỗ. Hãy tính dòng điện trong nhánh 5 khi nguồn kích thích đặt trong nhánh 6.

Với mạch hình (a) $\rightarrow$ ta có thể tính I_5 theo các phương pháp dòng nhánh, dòng vòng, thế đỉnh, tuy nhiên dù giải bằng phương pháp nào ta cũng phải giải với ít nhất 3 phương trình.

Áp dụng tính chất tương hỗ: **Dòng điện I_5 trong hình (a) sẽ bằng dòng điện I_6 trong hình (b).** Thật vậy, vì mạch là tuyến tính tương hỗ nên:



IV. Truyền đạt tương hỗ và không tương hỗ.

Ví dụ:

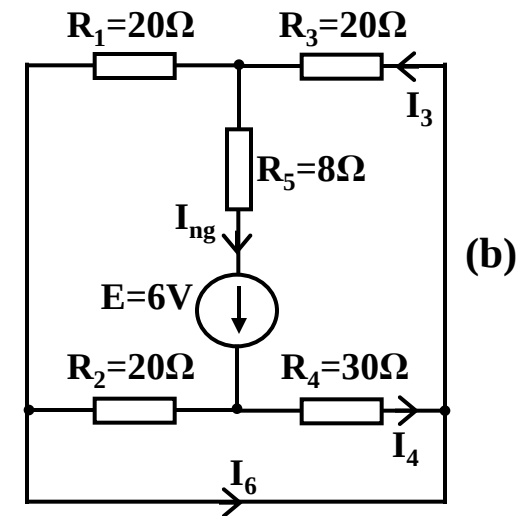
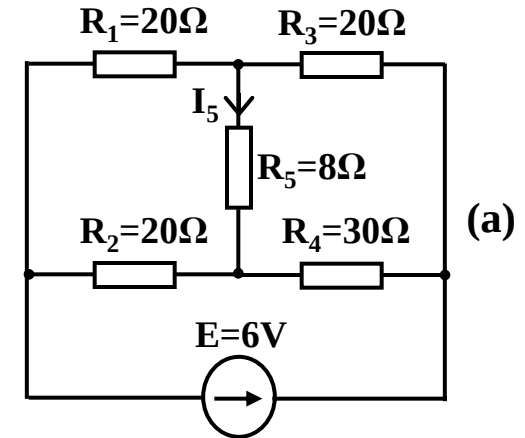
$$I_{ng} = \frac{E}{R_5 + (R_2 // R_4) + (R_1 // R_3)} = 0.2(A)$$

$$I_4 = I_{ng} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 0.08(A)$$

$$I_3 = I_{ng} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 0.1(A)$$

$$I_6 = I_3 - I_4 = 0.1 - 0.08 = 0.02(A)$$

Vậy: $I_5 = 0.02(A)$





Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

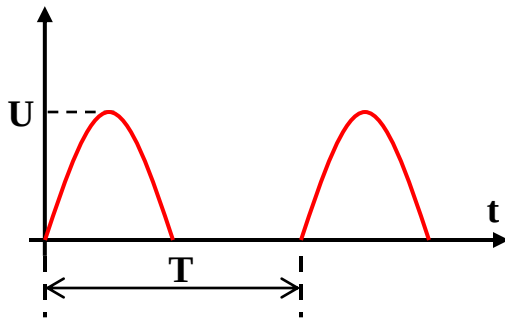
- I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.**
- II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.**
- III. Trị hiệu dụng - công suất dòng chu kỳ.**
- IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.**

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

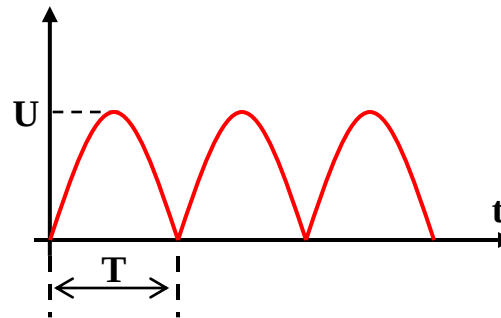
I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.

- **Định nghĩa:** Nguồn chu kỳ là nguồn mà tín hiệu của nó lặp lại như cũ sau một khoảng thời gian T (T được gọi là chu kỳ của tín hiệu).

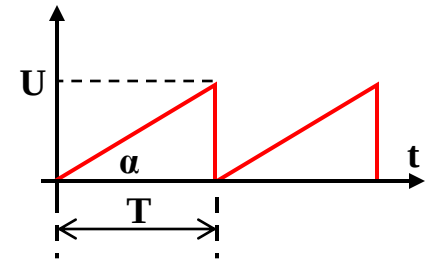
Ví dụ:



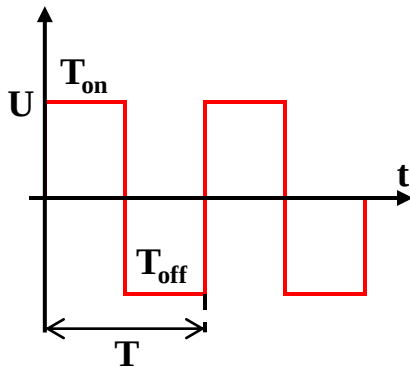
Nguồn chỉnh lưu nửa chu kỳ



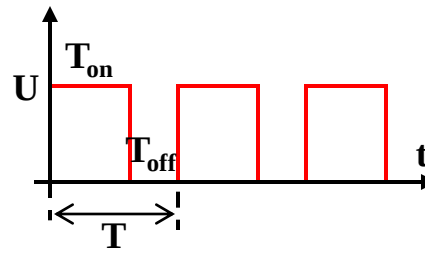
Nguồn chỉnh lưu 2 nửa chu kỳ



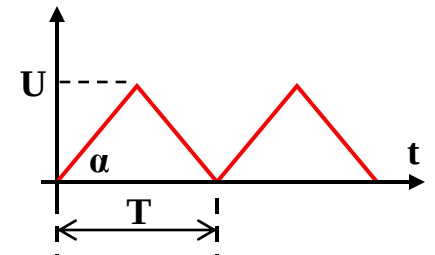
Nguồn xung răng cưa



Nguồn xung vuông



Nguồn xung vuông



Nguồn xung răng cưa

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.

- Theo khai triển chuỗi Furiê, một hàm chu kỳ luôn có thể phân tích thành một tổng các hàm điều hòa bậc 0, 1, 2, 3, ... có dạng:

$$f(t) = f_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cdot \cos(k \cdot \omega t + \varphi_k)$$

hoặc

$$f(t) = f_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_{km} \cdot \sin(k \cdot \omega t + \varphi_k)$$

- Do chuỗi hội tụ nên những thành phần điều hòa bậc cao sẽ nhỏ dần. Vì vậy, một cách gần đúng, chỉ cần lấy một vài số hạng đầu cũng đủ thỏa mãn độ chính xác yêu cầu.



Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

- I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.
- II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.
- III. Trị hiệu dụng - công suất dòng chu kỳ.
- IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.

- Chương 3 đã trình bày phương pháp số phức dùng để xét mạch tuyến tính có các kích thích điều hòa cùng tần số. Phương pháp số phức có ưu điểm là đưa việc giải một hệ phương trình vi tích phân đối với biến điều hòa 1 tần số về việc giải 1 hệ phương trình đại số ảnh phức.
- Đối với mạch tuyến tính có kích thích là nguồn chu kỳ không điều hòa, người ta cũng tìm cách dùng phương pháp số phức để giải bằng cách:

- ❖ Phân tích nguồn chu kỳ không điều hòa thành tổng những nguồn điều hòa có tần số khác nhau.
- ❖ Dùng phương pháp số phức xét đáp ứng đối với những nguồn điều hòa thuộc từng tần số. Chú ý tính lựa chọn đối với tần số của các thông số tổng trở, tổng dẫn.

✓ Thành phần 1 chiều:

$$\begin{array}{c} \text{L} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \quad \text{ngắn mạch} \quad \dot{U}_L = j.\omega.L.\dot{I} = 0$$

$$\begin{array}{c} \text{C} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \quad \text{hở mạch} \quad \dot{U}_C = \frac{1}{j.\omega.C}.\dot{I}_C = \infty$$

Khi xét thành phần 1 chiều tác động, cấu trúc của mạch có thể bị thay đổi.

✓ Thành phần xoay chiều tần số $k\omega$: $Z_L = j.\omega.L$; $Z_C = \frac{1}{j.\omega.C}$

- ❖ Xếp chồng **trong miền thời gian** các đáp ứng $i_k(t)$, $u_k(t)$ sẽ được các đáp ứng của mạch.

II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.

Ví dụ: Tính $i(t)$, $u_C(t)$ của mạch điện hình bên, biết: $e(t) = 100 + 100\sqrt{2} \sin 1000t + 200\sqrt{2} \sin 2000t(V)$

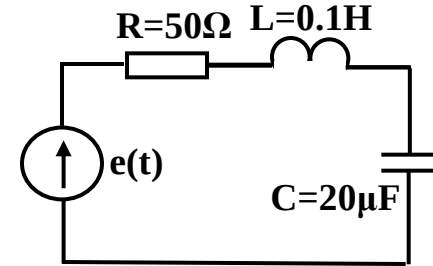
➤ Xét thành phần 1 chiều tác động: $E_0 = 100(V)$

$$I_0 = 0(A) \quad ; \quad u_{C0} = 100(V)$$

➤ Xét thành phần $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$: $e(t) = 100\sqrt{2} \sin 1000t \rightarrow \dot{E} = 100 \angle 0(V)$

$$Z_L = j\omega_1 L = j100(\Omega) \quad Z = R + Z_L + Z_C = 50 + j50 = 50\sqrt{2} \angle 45^\circ(\Omega)$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega_1 C} = -j50(\Omega) \quad \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{100 \angle 0}{50\sqrt{2} \angle 45} = \sqrt{2} \angle -45^\circ(A) \quad \dot{U}_{C1} = \dot{I}_1 \cdot Z_C = 50\sqrt{2} \angle -135^\circ(V)$$



➤ Xét thành phần $\omega_2 = 2000 \text{ rad/s}$: $e(t) = 200\sqrt{2} \sin 2000t \rightarrow \dot{E} = 200 \angle 0(V)$

$$Z_L = j\omega_2 L = j200(\Omega) \quad Z_C = \frac{1}{j\omega_2 C} = -j25(\Omega) \quad Z = R + Z_L + Z_C = 50 + j175 = 182 \angle 74^\circ(\Omega)$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = \frac{200 \angle 0}{182 \angle 74} = 1.1 \angle -74^\circ(A) \quad \dot{U}_{C2} = \dot{I}_2 \cdot Z_C = 1.1 \angle -74^\circ \cdot 25 \angle -90^\circ = 27.5 \angle -164^\circ(V)$$

➤ Tổng hợp kết quả:

$$i(t) = i_0(t) + i_1(t) + i_2(t) = 0 + 2 \sin(1000t - 45^\circ) + 1.1\sqrt{2} \sin(2000t - 74^\circ)(A)$$

$$u_C(t) = u_{C0}(t) + u_{C1}(t) + u_{C2}(t) = 100 + 100 \sin(1000t - 135^\circ) + 27.5\sqrt{2} \sin(2000t - 164^\circ)(V)$$



Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.

II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.

III. Trị hiệu dụng - công suất dòng chu kỳ.

III.1. Trị hiệu dụng.

III.2. Công suất dòng chu kỳ.

IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

III.1. Trị hiệu dụng.

- Để đo khả năng sinh công của dòng điện chu kỳ ta dùng khái niệm giá trị hiệu dụng I với định nghĩa như sau:

$$(*) \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad \begin{array}{l} T: \text{chu kỳ biến thiên của dòng chu kỳ.} \\ i(t): \text{dòng điện chu kỳ.} \end{array}$$

- Vì $i(t)$ là dòng chu kỳ $\rightarrow$ có thể phân tích theo chuỗi Furie. $i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} i_k(t)$

Tích phân 1 hàm điều hòa trong 1 chu kỳ thì bằng 0

$$(*) \quad \Leftrightarrow \quad I^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left(\sum_{k=0}^{\infty} i_k(t) \right)^2 \cdot dt \quad \Leftrightarrow \quad I^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sum_{k=0}^{\infty} i_k^2(t) \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sum_{k \neq l=0}^{\infty} i_k(t) \cdot i_l(t) \cdot dt$$

$$\rightarrow \quad I^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_k^2(t) \cdot dt = \sum_{k=0}^{\infty} I_k^2$$

Vậy ta có:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \dots + I_n^2} = \sqrt{\sum_{k=0}^n I_k^2}$$

Giá trị hiệu dụng dòng, áp bằng căn bậc 2 tổng bình phương các giá trị hiệu dụng thành phần

$$U = \sqrt{\sum_{k=0}^n U_k^2} \quad ; \quad E = \sqrt{\sum_{k=0}^n E_k^2}$$

Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

III.2. Công suất dòng chu kỳ.

- Theo định nghĩa giá trị hiệu dụng, công suất trung bình trong một chu kỳ (gọi là công suất tác dụng) của dòng chu kỳ trên một nhánh bằng:

$$P = R.I^2 = R.\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2 = \sum_{k=0}^{\infty} R.I_k^2 = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = P_0 + P_1 + P_2 + \dots$$

→ Công suất tác dụng của dòng chu kỳ bằng tổng các công suất tác dụng các thành phần.

Ví dụ: Tính công suất của nguồn

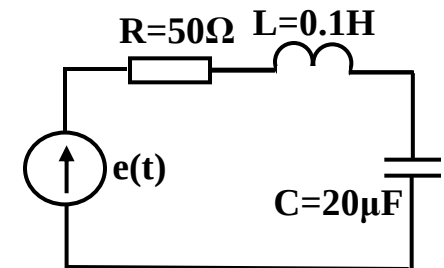
$$e(t) = 100 + 100\sqrt{2} \sin 1000t + 200\sqrt{2} \sin 2000t(V)$$

$$i(t) = 2 \sin(1000t - 45^\circ) + 1.1\sqrt{2} \sin(2000t - 74^\circ)(A)$$

$$P = P_0 + P_1 + P_2 \quad P_0 = 0$$

$$P_1 = E_1.I_1.\cos \varphi_1 = 100.\sqrt{2}.\cos(45^\circ) = 100(W).$$

$$P_2 = E_2.I_2.\cos \varphi_2 = 200.1.1.\cos(74^\circ) = 60.64(W)$$



$$P = 160.64(W)$$



Chương 5: Mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ

- I. Khái niệm về nguồn kích thích chu kỳ.
- II. Cách phân tích mạch điện tuyến tính có kích thích chu kỳ.
- III. Trị hiệu dụng - công suất dòng chu kỳ.
- IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.

Chương 5: Tính chất cơ bản của mạch điện tuyến tính.

IV. Hàm truyền đạt và đặc tính tần số.

- Hàm truyền đạt được định nghĩa là tỷ số riêng hoặc đạo hàm riêng của ảnh đáp ứng trên ảnh kích thích.

$$\dot{T}(\omega) = \frac{\dot{X}(\omega)}{\dot{F}(\omega)} = |T(\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

$|T(\omega)|$ **Đặc tính tần biên độ:** Mô tả quan hệ biên độ (hiệu dụng) giữa các phổ tần kích thích và đáp ứng.

$\varphi(\omega)$ **Đặc tính tần pha:** Mô tả độ lệch pha giữa phổ đáp ứng và phổ kích thích

- Các hàm truyền đạt $K_u(\omega)$, $K_i(\omega)$, $Z(\omega)$, $Y(\omega)$ của mạch Kirchoff thường có dạng:

$$T(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_ms^m} = \frac{F_1(s)}{F_2(s)} \quad ; \quad s = j\omega$$

n, m : Phụ thuộc vào kết cấu của mạch.

a_k, b_k : phụ thuộc vào kết cấu của mạch và các thông số R, L, C .

- Điểm cực là nghiệm của đa thức $F_2(s) = 0$.
Điểm không là nghiệm của đa thức $F_1(s) = 0$.





Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính.

I. Khái niệm về mạng một cửa Kirchoff.

II. Phương trình và sơ đồ tương đương mạng một cửa có nguồn.

III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

I.1. Khái niệm.

- Thực tế thường gặp những thiết bị điện hoặc động lực làm nhiệm vụ trao đổi năng động lượng hay tín hiệu điện từ ra/vào ở một cửa ngõ.

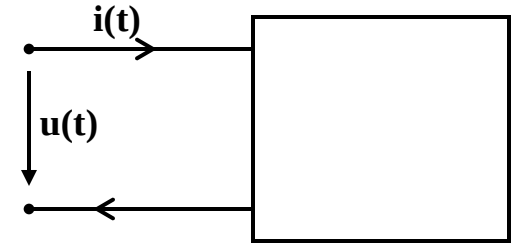
Ví dụ: Máy phát điện cung cấp năng động lượng ra trên các cực; một máy thu nhận năng lượng tín hiệu đưa vào các cực; một đường dây truyền tin; một dụng cụ đo lường ...

- Tuy những thiết bị ấy có cấu trúc bên trong rất khác nhau, nhưng điều mà ta quan tâm chung là quá trình năng lượng tín hiệu trên cửa ngõ. Như vậy hệ thống được coi như một vùng năng lượng và được quan sát dựa trên quá trình phản ứng và hành vi trên cửa ngõ, và không quan tâm đến kết cấu và tính năng các vùng bên trong của hệ.
- Để mô tả quá trình ấy ta bỏ xung vào các phần tử R , L , C ... trong mạch Kirchoff một phần tử ***mạng một cửa Kirchoff***.

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

I.1. Khái niệm.

- **Định nghĩa:** Mạng một cửa Kirchoff là một kết cấu mạch có một cửa ngõ để trao đổi năng lượng và tín hiệu điện từ với những phần khác của mạch. (Cửa ngõ là một bộ phận của sơ đồ mạch trên đó ta đưa vào hoặc lấy ra tín hiệu. Với các biến nhánh trong mạch Kirchoff, cửa ngõ thường là một cặp đỉnh).
- Biến trạng thái trên cửa: $i(t)$, $u(t)$.
- Điều kiện mạng một cửa: Dòng điện chảy vào cực này bằng dòng điện chảy ra ở cực kia.
- Mô hình toán học:
 - ❖ Quá trình năng lượng tín hiệu trên cửa ngõ của mạng 1 cửa được thể hiện ở quan hệ giữa cặp biến trạng thái trên cửa $u(t)$ và $i(t)$.
 - ❖ Với mạch Kirchoff, quan hệ này là một phương trình vi tích phân thường trong miền thời gian.



$$f(u, u', u'', \dots, i, i', i'', \dots, t) = 0$$

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

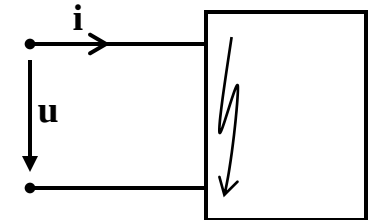
I.2. Phân loại.

- Theo phương trình trạng thái:
 - Mạng 1 cửa tuyến tính.
 - Mạng 1 cửa phi tuyến (*không xét*).

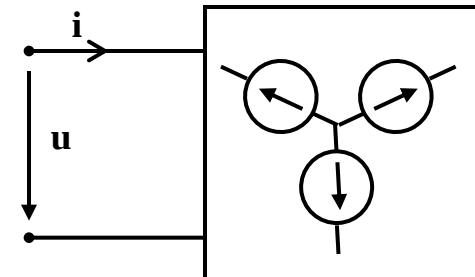
- Theo khả năng trao nhận năng động lượng điện từ trên cửa:

- ❖ *Mạng 1 cửa không nguồn*: Là mạng một cửa không có khả năng tự đưa năng động lượng ra khỏi cửa ngõ.

Chú ý: Mặc dù kết cấu bên trong của mạng 1 cửa có thể chứa các phần tử nguồn $e(t)$, $j(t)$ nhưng nếu các kết cấu đó bị ngắn mạch ngay trước khi ra cửa và nó không còn khả năng trao năng động lượng điện từ ra bên ngoài thì những mạng 1 cửa đó vẫn được coi là mạng một cửa không nguồn.



- ❖ *Mạng 1 cửa có nguồn*: Là mạng 1 cửa có thể chứa tự đưa năng động lượng ra khỏi cửa ngõ, đó là các mạng một cửa có chứa các phần tử nguồn $e(t)$, $j(t)$ và chúng không bị triệt tiêu.

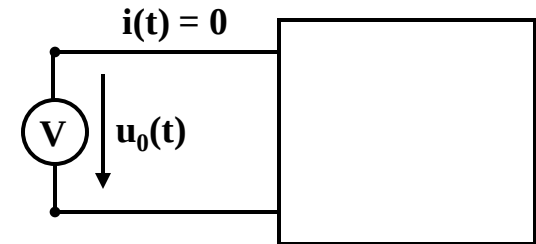


Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

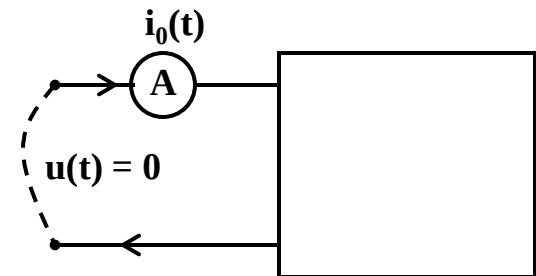
I.2. Phân loại.

➤ Cách xác định:

- ❖ Hở mạch cửa ($i = 0$) $\rightarrow$ đo điện áp trên cửa $u_0(t)$:
 - ✓ Nếu $u_0(t) = 0 \rightarrow$ mạng một cửa không nguồn.
 - ✓ Nếu $u_0(t) \neq 0 \rightarrow$ mạng một cửa có nguồn.



- ❖ Ngắn mạch cửa ($u = 0$) $\rightarrow$ đo dòng điện trên cửa $i_0(t)$:
 - ✓ Nếu $i_0(t) = 0 \rightarrow$ mạng một cửa không nguồn.
 - ✓ Nếu $i_0(t) \neq 0 \rightarrow$ mạng một cửa có nguồn.





Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính.

I. Khái niệm về mạng một cửa Kirchoff.

II. Phương trình và sơ đồ tương đương mạng một cửa có nguồn.

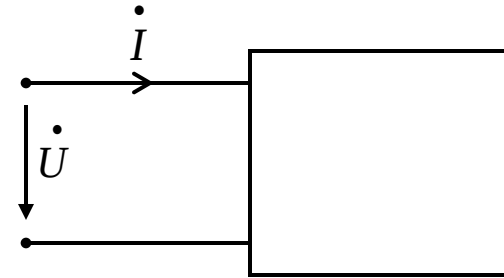
II.1. Phương trình trạng thái mạng 1 cửa Kirchoff tuyến tính.

II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.

II.1. Phương trình trạng thái mạng 1 cửa Kirchoff tuyến tính.

- Xét mạng 1 cửa tuyến tính với kích thích là điều hòa.
- Theo tính chất của mạch tuyến tính, quan hệ giữa 2 biến trạng thái trên cửa có dạng hệ phương trình tuyến tính đại số ảnh phức:



$$\begin{cases} \dot{U} = A.\dot{I} + B & (1) \\ \dot{I} = C.\dot{U} + D & (2) \end{cases}$$

- Xét phương trình (1):

Khi $\dot{I} = 0$ (hở mạch cửa) $\rightarrow B = \dot{U}_h$ [V]

Vậy B là điện áp hở mạch trên cửa.

$$B = \dot{U}_h = \begin{cases} = 0 & \text{Mạng 1 cửa không nguồn} \\ \neq 0 & \text{Mạng 1 cửa có nguồn} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow [V] = A.[I] + [V]$$

$A[\Omega]$, là trở kháng vào nhìn từ cửa.

- Xét phương trình (2):

Khi $\dot{U} = 0$ (ngắn mạch cửa) $\rightarrow D = \dot{I}_N$ [A]

Vậy D là dòng điện ngắn mạch trên cửa.

$$D = \dot{I}_N = \begin{cases} = 0 & \text{Mạng 1 cửa không nguồn} \\ \neq 0 & \text{Mạng 1 cửa có nguồn} \end{cases}$$

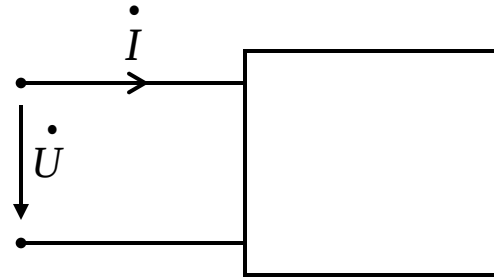
$$(2) \Leftrightarrow [I] = C.[V] + [I]$$

$C[S]$, là tổng dẫn vào nhìn từ cửa.

II.1. Phương trình trạng thái mạng 1 cửa Kirchoff tuyến tính.

- Mô hình toán học của mạng 1 cửa Kirchoff tuyến tính:

$$\begin{cases} \dot{U} = Z_{vao} \cdot \dot{I} + \dot{U}_h \\ \dot{I} = Y_{vao} \cdot \dot{U} + \dot{I}_N \end{cases}$$



- Như vậy mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn hoàn toàn có thể đặc trưng bởi một cặp thông số

$$(Z, \dot{U}_h) \quad \text{hoặc} \quad (Y, \dot{I}_N)$$

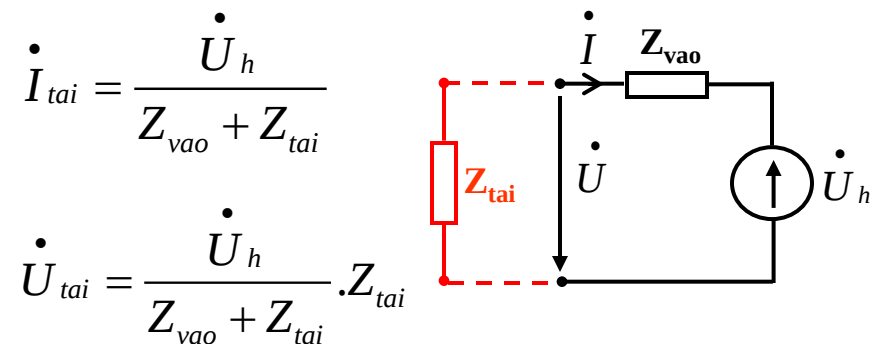
II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

a. Định lý Thevenil.

- Xét phương trình: $\dot{U} = Z_{vao} \cdot \dot{I} + \dot{U}_h$
- Phương trình này có dạng luật Kirchoff 2, ứng với sơ đồ nối tiếp mạng 1 cửa có nguồn với:
 - ❖ Tổng trở vào Z_{vao} là tổng trở của mạng nhìn từ cửa.
 - ❖ $\dot{U}_h$ là điện áp hở mạch xét tại cửa (với mạng 1 cửa không nguồn, ta có $\dot{U}_h = 0$)
- **Phát biểu:** Có thể thay thế tương đương một mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn bằng một nguồn điện có suất điện động bằng điện áp trên cửa khi hở mạch mắc nối tiếp với một tổng trở trong bằng tổng trở vào của mạng một cửa.

➤ Cách tính tổng trở vào:

- ❖ Ngắt mạch nguồn áp, hở mạch nguồn dòng.
- ❖ Tính tổng trở tương đương của mạng 1 cửa.



II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

b. Định lý Norton.

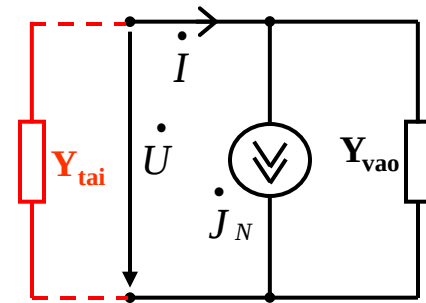
- Xét phương trình: $\dot{I} = Y_{\text{vao}} \cdot \dot{U} + \dot{J}_N$
- Phương trình trên có dạng luật Kirchoff 1, ứng với sơ đồ song song mạng 1 cửa có nguồn với:
 - ❖ Tổng dẫn vào Y_{vao} là tổng dẫn của mạng nhìn từ cửa.
 - ❖ $\dot{J}_N$ là dòng điện ngắn mạch xét tại cửa (với mạng 1 cửa không nguồn, ta có $\dot{J}_N = 0$)
- **Phát biểu:** Có thể thay thế tương đương một mạng 1 cửa tuyến tính có nguồn bằng một nguồn điện tương đương ghép bởi một nguồn dòng mắc song song với một tổng dẫn vào của mạng một cửa.

➤ Cách tính tổng dẫn vào:

- ❖ Ngắn mạch nguồn áp, hở mạch nguồn dòng.
- ❖ Tính tổng dẫn tương đương của mạng 1 cửa.

$$\dot{U}_{\text{tai}} = \frac{\dot{I}_N}{Y_{\text{vao}} + Y_{\text{tai}}}$$

$$\dot{I}_{\text{tai}} = \frac{\dot{I}_N}{Y_{\text{vao}} + Y_{\text{tai}}} \cdot Y_{\text{tai}}$$

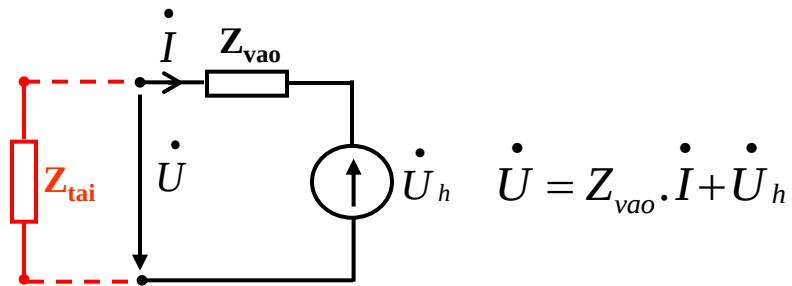


Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

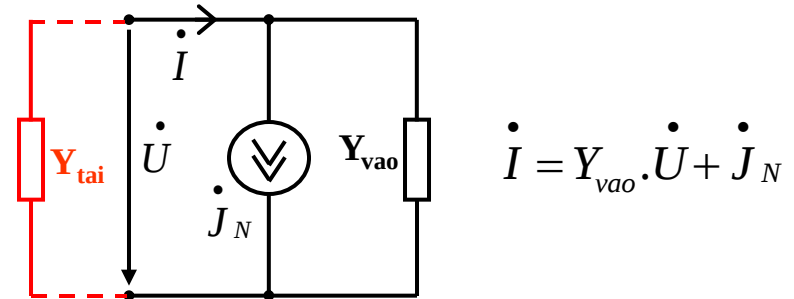
c. Quan hệ giữa sơ đồ Thevenil và Norton.

Sơ đồ Thevenil



$$\dot{I}_{tai} = \frac{\dot{U}_h}{Z_{vao} + Z_{tai}} \quad \dot{U}_{tai} = \frac{\dot{U}_h}{Z_{vao} + Z_{tai}} \cdot Z_{tai}$$

Sơ đồ Norton



$$\dot{I}_{tai} = \frac{\dot{I}_N}{Y_{vao} + Y_{tai}} \cdot Y_{tai} \quad \dot{U}_{tai} = \frac{\dot{I}_N}{Y_{vao} + Y_{tai}}$$

$$\begin{cases} Y_{vao} = \frac{1}{Z_{vao}} \\ \dot{I}_N = \frac{\dot{U}_h}{Z_{vao}} \end{cases}$$

Công thức chuyển giữa
hai sơ đồ

$$\begin{cases} Z_{vao} = \frac{1}{Y_{vao}} \\ \dot{U}_h = \frac{\dot{I}_N}{Y_{vao}} \end{cases}$$

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

Ví dụ: Tính dòng điện và điện áp trên Z_3

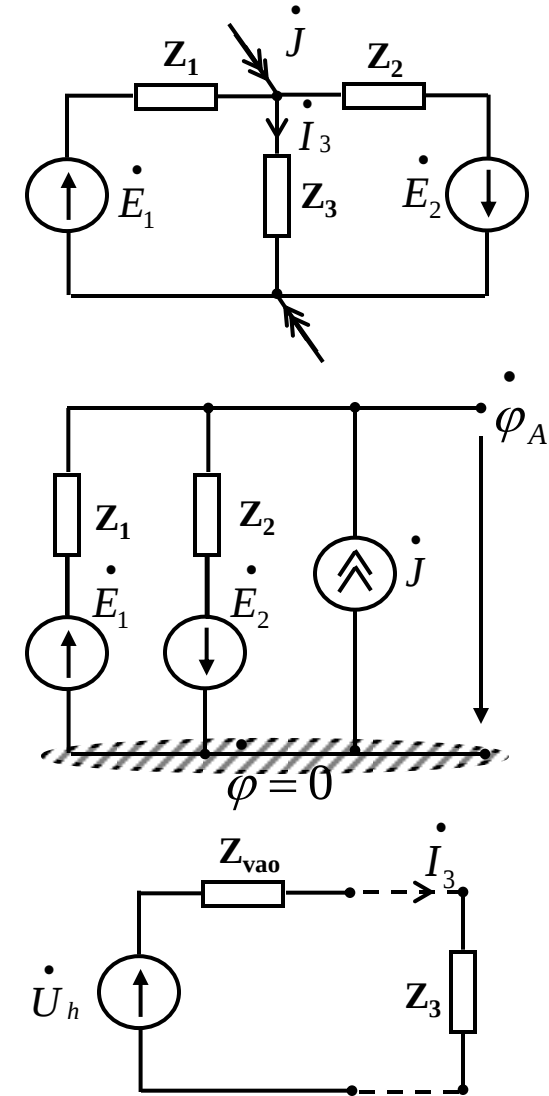
- Cắt nhánh 3:
- Tính $\dot{U}_h$ theo phương pháp thế nút.

$$\dot{U}_h = \dot{\varphi}_A = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 - \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{J}}{Y_1 + Y_2} \text{ trong đó: } Y_1 = \frac{1}{Z_1} ; Y_2 = \frac{1}{Z_2}$$

- Tính tổng trở vào: $Z_{vao} = Z_1 // Z_2 = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$
- Thay mạng 1 cửa bằng sơ đồ Thevenil:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_h}{Z_{vao} + Z_3} = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 - \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{J}}{(Y_1 + Y_2) \cdot (Z_{vao} + Z_3)}$$

$$\dot{U}_3 = Z_3 \cdot \dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 - \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{J}}{(Y_1 + Y_2) \cdot (Z_{vao} + Z_3)} \cdot Z_3$$



Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

II.2. Sơ đồ tương đương mạng 1 cửa có nguồn.

Ví dụ: Tính dòng điện và điện áp trên Z_3

➤ Cắt nhánh 3:

➤ Tính $\dot{I}_N$

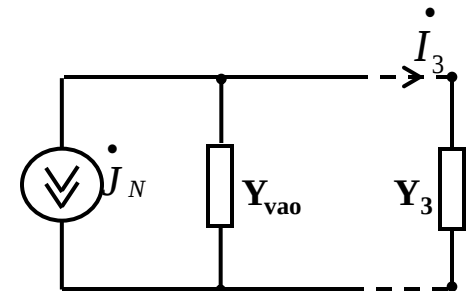
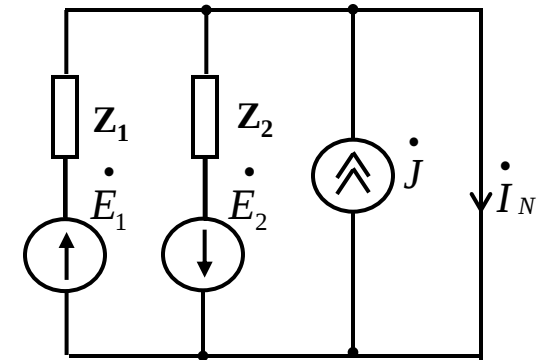
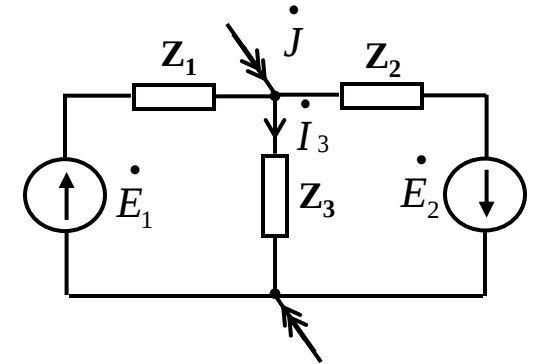
$$\dot{I}_N = \dot{J} + Y_1 \cdot \dot{E}_1 - Y_2 \cdot \dot{E}_2 \quad \text{trong đó: } Y_1 = \frac{1}{Z_1} ; Y_2 = \frac{1}{Z_2}$$

➤ Tính tổng dẫn vào: $Y_{vao} = Y_1 // Y_2 = Y_1 + Y_2$

➤ Thay mạng 1 cửa bằng sơ đồ Norton:

➤ Suy ra:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{I}_N}{Y_3 + Y_{vao}} \cdot Y_3 \quad ; \quad \dot{U}_3 = \frac{\dot{I}_3}{Y_3} = \frac{\dot{I}_N}{Y_3 + Y_{vao}}$$





Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính.

I. Khái niệm về mạng một cửa Kirchoff.

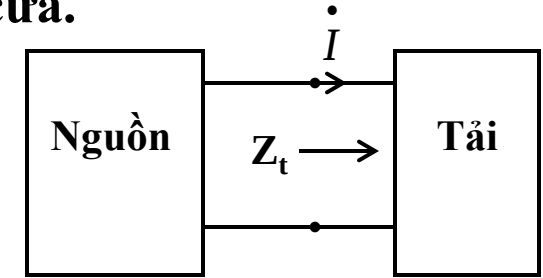
II. Phương trình và sơ đồ tương đương mạng một cửa có nguồn.

III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

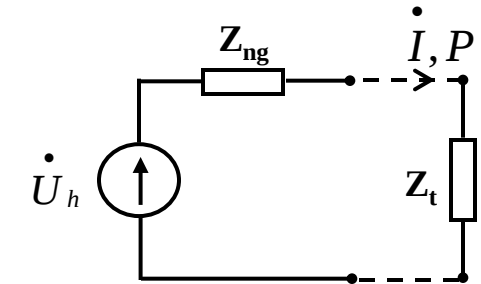
III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.

- Cho mạng 1 cửa có nguồn cung cấp cho một tải Z_t biến động.
- Theo định lý Thevenil, ta có thể thay thế mạng 1 cửa bằng một nguồn tương đương $(\dot{U}_h, Z_{ng})$.



- Khi đó công suất đưa đến tải là:

$$P = R_t \cdot I_t^2 = R_t \cdot \frac{U_h^2}{Z^2} = U_h^2 \cdot \frac{R_t}{(R_{ng} + R_t)^2 + (X_{ng} + X_t)^2}$$



- Để công suất đưa đến tải là cực đại thì:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{ng} + X_t = 0 \\ \frac{R_t}{(R_{ng} + R_t)^2} \rightarrow \max \end{array} \right. \xleftrightarrow{R_{ng} = \text{const}} \left\{ \begin{array}{l} X_{ng} + X_t = 0 \\ \frac{d}{dR_t} \left(\frac{R_t}{(R_{ng} + R_t)^2} \right) = 0 \end{array} \right. \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_{ng} = -X_t \\ R_{ng} = R_t \end{array} \right.$$

Chương 6: Mạng một cửa Kirchoff tuyến tính

III. Điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng một cửa.

- Vậy điều kiện đưa công suất cực đại ra khỏi mạng 1 cửa là:

$$Z_{ng} = Z_t^*$$

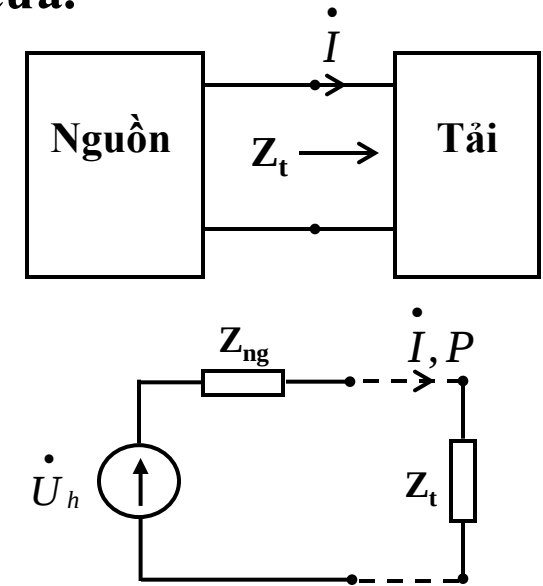
- ❖ Công suất đưa ra tải là:

$$P_t = \frac{U_h^2 \cdot R_t}{(R_{ng} + R_t)^2} = \frac{U_h^2 \cdot R_{ng}}{(2 \cdot R_{ng})^2} = \frac{U_h^2}{4 \cdot R_{ng}}$$

- ❖ Hiệu suất truyền năng lượng từ nguồn tương đương đến tải:

$$\eta = \frac{P_t}{P_{ng}} = \frac{R_t \cdot I^2}{(R_{ng} + R_t) \cdot I^2} = 50\%$$

- Thực tế Z_{ng} và R_t thường không thỏa mãn điều kiện trên → để thỏa mãn điều kiện này thường phải nối thêm một bộ phận trung gian có thông số thích hợp giữa nguồn và tải. Quá trình như vậy được gọi là **hòa hợp nguồn với tải**.





Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

- I. Khái niệm về mạng hai cửa.**
- II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.**
- III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.**
- IV. Hàm truyền đặt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.**
- V. Mạng hai cửa phi hỗ.**
- VI. Khuếch đại thuật toán.**

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

I.1. Đặt vấn đề.

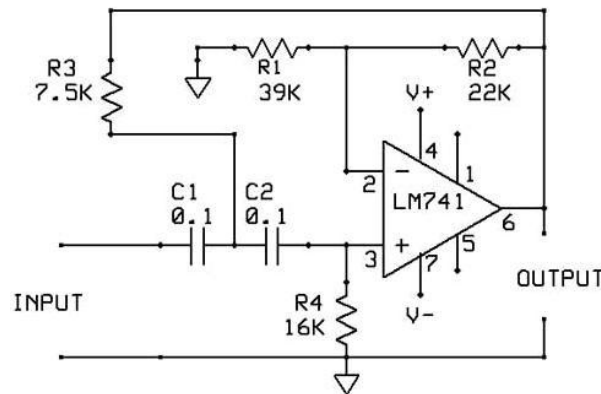
- Trong các chương trước ta đã học:
 - ❖ Các phương pháp số phức xét mạch tuyến tính hệ số hằng ở chế độ xác lập điều hòa:
 - ✓ Phương pháp dòng nhánh.
 - ✓ Phương pháp dòng vòng.
 - ✓ Phương pháp thế đỉnh.
 - ❖ Cách tính đáp ứng của mạch tuyến tính khi nguồn là kích thích chu kỳ không điều hòa.
 - ❖ Xét các quan hệ tuyến tính của mạch tuyến tính, từ đó xây dựng mô hình mạng một cửa Kirchoff tuyến tính.
- Trong chương này ta sẽ xây dựng thêm một sơ đồ cấu trúc mới, gọi là mô hình mạng hai cửa Kirchoff.
 - ❖ **Thế nào là mạng 2 cửa ???**
 - ❖ **Tại sao ta phải xây dựng mô hình mạng 2 cửa ???**

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

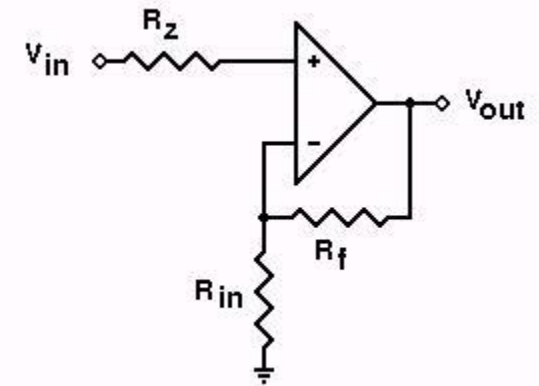
I.1. Đặt vấn đề.

- Trong thực tế ta thường gặp những thiết bị điện làm nhiệm vụ nhận năng lượng hay tín hiệu đưa vào một cửa ngõ và truyền ra một cửa ngõ khác.

Ví dụ:



Second Order 100-Hz high-pass filter





Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính



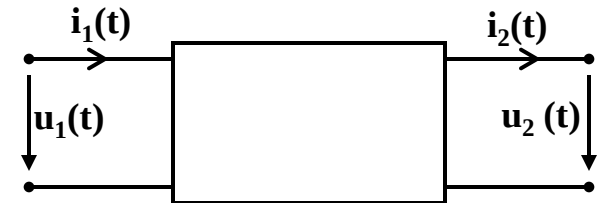
I.1. Đặt vấn đề.

- Các thiết bị trên có cấu trúc bên trong rất khác nhau nhưng điều mà ta quan tâm không phải là cấu trúc của nó mà là quá trình năng lượng, tín hiệu trên 2 cửa và mối quan hệ giữa 2 quá trình đó.
- Trong các thiết bị đo lường, điều khiển tính toán hay tổng quát hơn là các hệ thống đo lường điều khiển thường được tạo bởi nhiều khối, trong đó mỗi khối thường có 2 cửa ngõ, thực hiện một phép tác động hay một phép toán tử nào đó lên tín hiệu ở cửa vào, để cho một tín hiệu khác ở cửa ra. Bằng cách phân tích như vậy ta sẽ dễ dàng nhìn thấy được cấu trúc của thiết bị (hay hệ thống) cũng như hiểu được chức năng của thiết bị (hay hệ thống) đó.
- Để mô tả quan hệ giữa các quá trình trên hai cửa ngõ, người ta sử dụng mô hình mạng hai cửa.

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

I.1. Đặt vấn đề.

- **Định nghĩa:** Mô hình mạng hai cửa là một kết cấu sơ đồ mạch có hai cửa ngõ nhất định để truyền đạt hoặc trao đổi năng lượng, tín hiệu điện từ với các mạch khác. Nếu quá trình năng lượng trên các cửa được đo bằng hai cặp biến trạng thái dòng, áp là $u_1(t)$, $i_1(t)$, $u_2(t)$, $i_2(t)$ thì ta có mạng hai cửa Kirchoff. (Cửa ngõ là một bộ phận của sơ đồ mạch trên đó ta đưa vào hoặc lấy ra tín hiệu. Với các biến nhánh trong mạch Kirchoff, cửa ngõ thường là một cặp đỉnh).
- Khi đó mọi phương trình liên hệ 2 cặp biến trạng thái dòng, áp trên cửa đều phản ánh tính truyền đạt của mạng 2 cửa. Do 2 cửa ngõ có thể ghép với 2 phần tử tùy ý nên theo tính chất tuyến tính, mỗi biến trạng thái trên sẽ có quan hệ tuyến tính với 2 biến trạng thái khác, có dạng:



$$\begin{cases} f_1(u_1, u_1', \dots, i_1, i_1', \dots, u_2, u_2', \dots, i_2, i_2', \dots, t) = 0 \\ f_2(u_1, u_1', \dots, i_1, i_1', \dots, u_2, u_2', \dots, i_2, i_2', \dots, t) = 0 \end{cases}$$

(Mô hình toán học của mạng 2 cửa)

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

I.2. Phân loại.

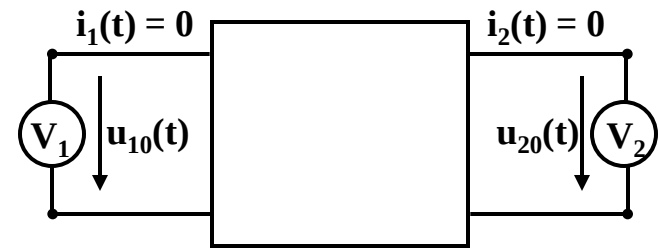
- Phân loại theo *tính chất của mô hình toán học*:
 - ❖ Mạng hai cửa tuyến tính.
 - ❖ Mạng hai cửa phi tuyến
- Phân loại theo *tính chất tương hỗ*:
 - ❖ Mạng hai cửa tương hỗ.
 - ❖ Mạng hai cửa phi hỗ.
- Phân loại theo *cấu trúc của mạng hai cửa*:
 - ❖ Mạng hai cửa đối xứng.
 - ❖ Mạng hai cửa thuận nghịch.
- Phân loại theo *năng động lượng*:
 - ❖ Mạng hai cửa có nguồn.
 - ❖ Mạng hai cửa không nguồn.

I.2. Phân loại.

➤ Để phân loại mạng hai cửa có nguồn hay không nguồn, người ta làm một trong 2 thí nghiệm sau:

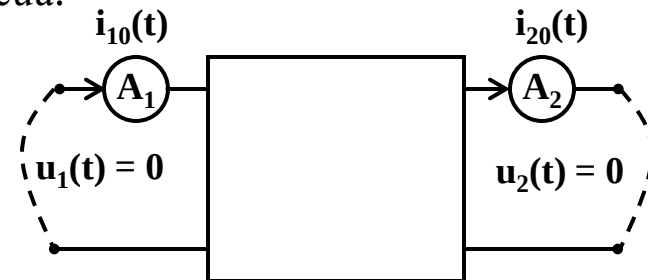
❖ Hở mạch trên 2 cửa ($i_1 = i_2 = 0$) $\rightarrow$ đo điện áp trên 2 cửa:

- ✓ Nếu $u_{10} = u_{20} = 0 \rightarrow$ mạng 2 cửa không nguồn
- ✓ Nếu $u_{10} \neq 0$ hoặc $u_{20} \neq 0 \rightarrow$ mạng 2 cửa có nguồn



❖ Ngắn mạch trên 2 cửa ($u_1 = u_2 = 0$) $\rightarrow$ đo dòng điện trên 2 cửa:

- ✓ Nếu $i_{10} = i_{20} = 0 \rightarrow$ mạng 2 cửa không nguồn
- ✓ Nếu $i_{10} \neq 0$ hoặc $i_{20} \neq 0 \rightarrow$ mạng 2 cửa có nguồn



➤ **Chú ý:** Mặc dù kết cấu bên trong của mạng hai cửa có thể tồn tại nguồn $e(t)$, $j(t)$ nhưng nếu các phần tử ấy bị triệt tiêu ngay trước khi ra khỏi cửa và nó không có khả năng cấp năng lượng điện từ ra ngoài thì ta vẫn coi nó là mạng hai cửa không nguồn.

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

I.2. Phân loại.

- Bằng cách phân loại như trên, ta sẽ có nhiều loại mạng hai cửa khác nhau:
 - ❖ Mạng hai cửa phi tuyến có nguồn hoặc không nguồn.
 - ❖ Mạng hai cửa tuyến tính có nguồn hoặc không nguồn.
 - ❖ Mạng hai cửa tuyến tính tương hỗ.
 - ❖ Mạng hai cửa tuyến tính phi hỗ.
 - ❖ ...
- Trong chương này ta chỉ xét việc mô tả và phân tích mạng ***hai cửa tuyến tính, không nguồn, có hệ số hằng ở chế độ xác lập điều hòa.***

→ Có thể dùng phương pháp ảnh phức để mô tả và khảo sát.

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

I. Khái niệm về mạng hai cửa.

II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

II.2. Hệ phương trình trạng thái dạng B.

II.3. Hệ phương trình trạng thái dạng Z.

II.4. Hệ phương trình trạng thái dạng Y.

II.5. Hệ phương trình trạng thái dạng H.

II.6. Hệ phương trình trạng thái dạng G.

II.7. Ma trận của hệ các mạng hai cửa.

II.8. Các phương pháp tính bộ số đặc trưng.

III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.

IV. Hàm truyền đạt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.

V. Mạng hai cửa phi hỗ.

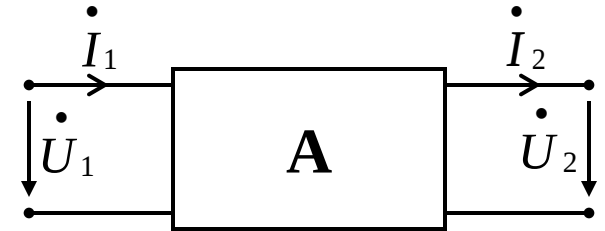
VI. Khuếch đại thuật toán.

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

- Mạng hai cửa Kirchoff ở chế độ xác lập điều hòa được đo bởi 2 cặp biến trạng thái dòng - áp:

$$\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$$

- Ta coi bài toán mạng hai cửa tuyến tính là bài toán một hệ thống tuyến tính có 2 phần tử biến động đặt ở 2 cửa. Khi đó theo tính chất tuyến tính, mỗi biến trạng thái sẽ có quan hệ tuyến tính với 2 biến trạng thái khác.
- Xét quan hệ tuyến tính của các biến thuộc cửa 1 theo các biến ở cửa 2. Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng:



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_{10} \\ \dot{I}_1 = A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2 + \dot{I}_{10} \end{cases}$$

- Do mạng 2 cửa không nguồn nên khi ngắn mạch 2 cửa ngõ ($\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = 0$) thì $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = 0 \rightarrow \dot{U}_{10} = \dot{U}_{20} = 0$
- Vậy hệ phương trình trạng thái dạng A của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn là:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}}_A \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

- Từ phương trình trạng thái ta thấy bộ số A_{ij} đặc trưng cho quan hệ trạng thái dòng - áp giữa cửa 1 và cửa 2, hay nói cách khác, nó đặc trưng cho sự truyền đạt của mạng 2 cửa.

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

- Nếu 2 mạng 2 cửa có cấu trúc khác nhau nhưng chúng có cùng bộ số A_{ij} thì ta nói chúng hoàn toàn tương đương nhau về mặt truyền đạt năng lượng và tín hiệu.

- Ý nghĩa của bộ số A:

❖ Hở mạch cửa 2: $\dot{I}_2 = 0$

$$A_{11} = \frac{\partial \dot{U}_1}{\partial \dot{U}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}$$

Đo độ biến thiên điện áp trên cửa 1 theo kích thích áp trên cửa 2.

$$A_{21} = \frac{\partial \dot{I}_1}{\partial \dot{U}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} [Si]$$

Đo độ biến thiên dòng trên cửa 1 theo kích thích áp trên cửa 2.

❖ Ngắn mạch cửa 2: $\dot{U}_2 = 0$

$$A_{12} = \frac{\partial \dot{U}_1}{\partial \dot{I}_2} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} [\Omega]$$

Đo độ biến thiên điện áp trên cửa 1 theo kích thích dòng trên cửa 2.

$$A_{22} = \frac{\partial \dot{I}_1}{\partial \dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}$$

Đo độ biến thiên dòng trên cửa 1 theo kích thích dòng trên cửa 2.

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

- Như vậy bộ số A_{ij} được tính trong các điều kiện đặc biệt của mạng 2 cửa (đó là hở mạch và ngắn mạch cửa 2) nên chúng không phụ thuộc vào phản ứng của các phần tử ngoài.
- Nói cách khác, bộ số A_{ij} thực sự là các thông số đặc trưng của mạng 2 cửa, và thể hiện tính truyền đạt giữa cửa 1 và cửa 2.
- Cách xác định thông số A_{ij} :

❖ Cách 1:

- ✓ Xuất phát từ sơ đồ mạch cụ thể, ta tìm cách lập phương trình quan hệ giữa cặp biến trạng thái $(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$ theo $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$.
- ✓ Sau khi rút gọn về dạng trên, các hệ số của $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$ chính là các bộ số A_{ij} cần tìm.

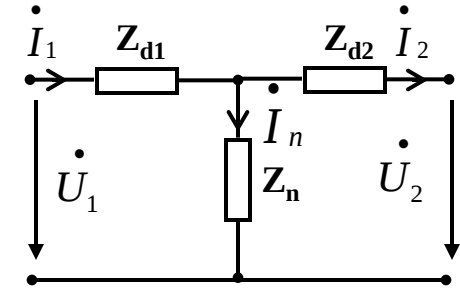
❖ Cách 2:

- ✓ Tiến hành thí nghiệm đo giá trị các biến dòng điện, điện áp trên 2 cửa trong các điều kiện ngắn mạch và hở mạch tại cửa 2.
- ✓ Áp dụng công thức định nghĩa để tính ra các thông số A_{ij} .

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

Ví dụ: Tính bộ số A của mạng 2 cửa có sơ đồ hình T như hình bên.

Cách 1: Lập phương trình mạch



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot Z_{d1} + \dot{I}_n \cdot Z_n \\ \dot{I}_1 = \dot{I}_n + \dot{I}_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{U}_2 = \dot{I}_n \cdot Z_n - \dot{I}_2 \cdot Z_{d2} \end{cases} \rightarrow \dot{I}_n = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \cdot Z_{d2}}{Z_n}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{d1} \cdot \left(\frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \cdot Z_{d2}}{Z_n} + \dot{I}_2 \right) + \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \cdot Z_{d2}}{Z_n} \cdot Z_n \\ \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \cdot Z_{d2}}{Z_n} + \dot{I}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = \left(1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} \right) \cdot \dot{U}_2 + \left(Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n} \right) \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_n} \cdot \dot{U}_2 + \left(1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n} \right) \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Vậy ma trận A của mạch hình T là:

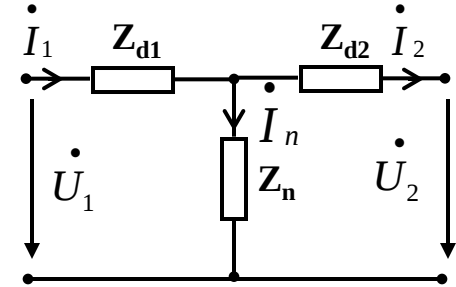
$$A_T = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n} \\ \frac{1}{Z_n} & 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n} \end{pmatrix}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

Ví dụ: Tính bộ số A của mạng 2 cửa có sơ đồ hình T như hình bên.

Cách 2: Tính bộ số A theo công thức định nghĩa.



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

➤ Hở mạch cửa 2: $\dot{I}_2 = 0$

$$A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{Z_{d1} + Z_n}{Z_n} = 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n}$$

$$A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{Z_n}$$

➤ Ngắn mạch cửa 2: $\dot{U}_2 = 0$

$$A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\left(Z_{d1} + \frac{Z_n \cdot Z_{d2}}{Z_n + Z_{d2}} \right) \cdot \dot{I}_1}{\frac{Z_n}{Z_n + Z_{d2}} \cdot \dot{I}_1} = \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2} + Z_{d1} \cdot Z_n + Z_{d2} \cdot Z_n}{Z_n}$$

$$A_{12} = Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n}$$

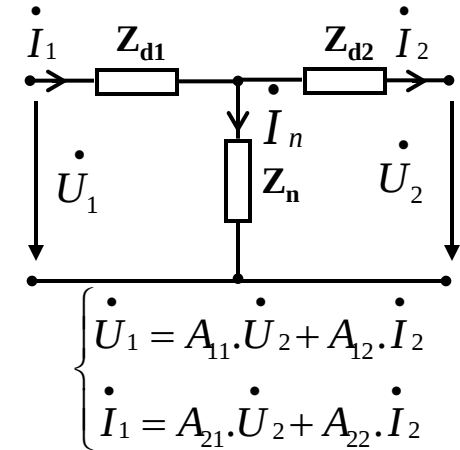
$$A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 \cdot \frac{Z_n}{Z_n + Z_{d2}}} = 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.1. Hệ phương trình trạng thái dạng A.

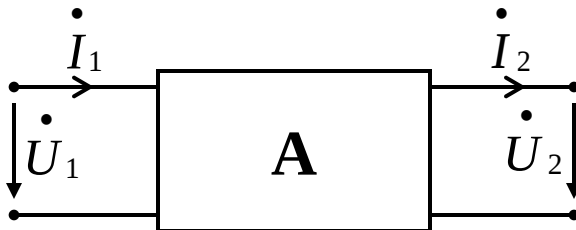
Ví dụ: Tính bộ số A của mạng 2 cửa có sơ đồ hình T như hình bên.

$$A_T = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_{d1}}{Z_n} & Z_{d1} + Z_{d2} + \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n} \\ \frac{1}{Z_n} & 1 + \frac{Z_{d2}}{Z_n} \end{pmatrix}$$

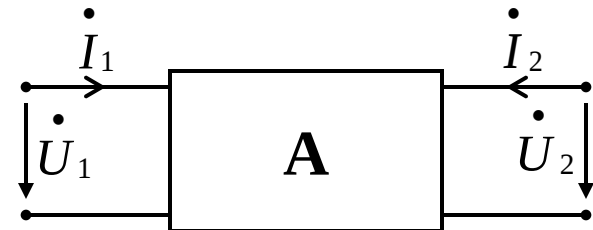


$$\det A = A_{11} \cdot A_{22} - A_{12} \cdot A_{21} = 1 + \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n^2} + \frac{Z_{d1}}{Z_n} + \frac{Z_{d2}}{Z_n} - \frac{Z_{d1} \cdot Z_{d2}}{Z_n^2} - \frac{Z_{d1}}{Z_n} - \frac{Z_{d2}}{Z_n} = 1$$

Chú ý: Đối với **mạng 2 cửa tuyến tính và tương hỗ** thì ta luôn có tính chất **$\det A = \pm 1$**



$$\det A = 1$$

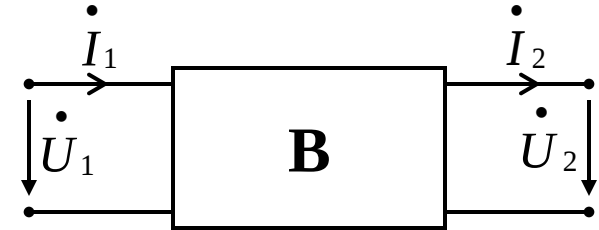


$$\det A = -1$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.2. Hệ phương trình trạng thái dạng B.

- Xét quan hệ tuyến tính cặp trạng thái dòng áp cửa hai $(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$ theo cặp biến trạng thái ở cửa một $(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$. Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng B của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn:



$$\begin{cases} \dot{U}_2 = B_{11} \cdot \dot{U}_1 + B_{12} \cdot \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 = B_{21} \cdot \dot{U}_1 + B_{22} \cdot \dot{I}_1 \end{cases} \quad \text{Dạng ma trận:} \quad \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}}_B \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix}$$

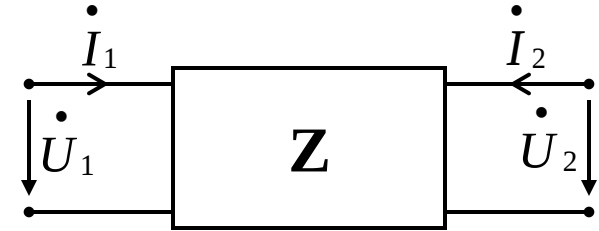
- Như vậy ta có: $B = A^{-1} \quad \det B = \pm 1$
- Quan hệ giữa các thông số B_{ij} và A_{ij} :

$$\begin{aligned} A_{11} &= B_{22} & A_{12} &= -B_{12} \\ A_{21} &= -B_{21} & A_{22} &= B_{11} \end{aligned}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.3. Hệ phương trình trạng thái dạng Z.

- Xét quan hệ tuyến tính cặp trạng thái điện áp trên cửa $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ theo cặp biến trạng thái dòng điện trên cửa $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$. Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng Z của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn:



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \cdot \dot{I}_1 + Z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases} \quad \text{Dạng ma trận:} \quad \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix}}_Z \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

- Ý nghĩa bộ số Z:

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad [\Omega] \quad \text{Tổng trở vào cửa 1 khi cửa 2 hở mạch}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0} \quad [\Omega] \quad \text{Tổng trở tương hỗ khi hở mạch cửa 2}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad [\Omega] \quad \text{Tổng trở tương hỗ khi hở mạch cửa 1}$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0} \quad [\Omega] \quad \text{Tổng trở vào cửa 2 khi cửa 1 hở mạch}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.3. Hệ phương trình trạng thái dạng Z .

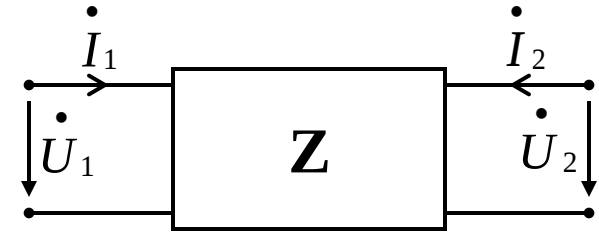
➤ Cách xác định thông số Z_{ij} :

❖ **Cách 1:**

- ✓ Xuất phát từ sơ đồ mạch cụ thể, ta tìm cách lập phương trình quan hệ giữa cặp biến trạng thái $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ theo $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$.
- ✓ Sau khi rút gọn về dạng trên, các hệ số của $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ chính là các bộ số Z_{ij} cần tìm.

❖ **Cách 2:**

- ✓ Tiến hành thí nghiệm đo giá trị các biến dòng điện, điện áp trên 2 cửa trong các điều kiện hở mạch tại cửa 1 và cửa 2.
- ✓ Áp dụng công thức định nghĩa để tính ra các thông số Z_{ij} .



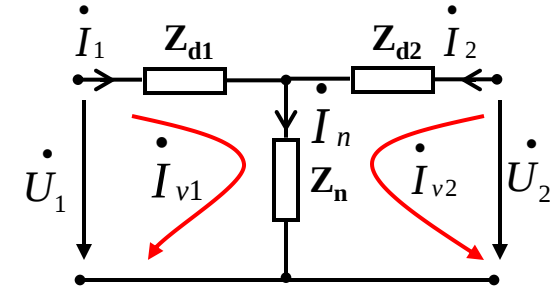
Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.3. Hệ phương trình trạng thái dạng Z.

Ví dụ: Tính bộ số Z của mạng 2 cửa có sơ đồ hình T như hình bên.

Cách 1: Lập phương trình mạch

- ❖ Chọn dòng điện vòng có chiều như hình vẽ.
- ❖ Lập phương trình mạch theo phương pháp dòng vòng.



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_{d1} + Z_n) \cdot \dot{I}_{v1} + Z_n \cdot \dot{I}_{v2} \\ \dot{U}_2 = Z_n \cdot \dot{I}_{v1} + (Z_{d2} + Z_n) \cdot \dot{I}_{v2} \end{cases} \quad \text{Mặt khác có: } \begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{v2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = (Z_{d1} + Z_n) \cdot \dot{I}_1 + Z_n \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_n \cdot \dot{I}_1 + (Z_{d2} + Z_n) \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Vậy ma trận Z của mạch hình T là:

$$Z_T = \begin{pmatrix} Z_{d1} + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_{d2} + Z_n \end{pmatrix}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.3. Hệ phương trình trạng thái dạng Z.

Ví dụ: Tính bộ số Z của mạng 2 cửa có sơ đồ hình T như hình bên.

Cách 2: Tính bộ số Z theo công thức định nghĩa.

❖ Hở mạch cửa 1: $\dot{I}_1 = 0$

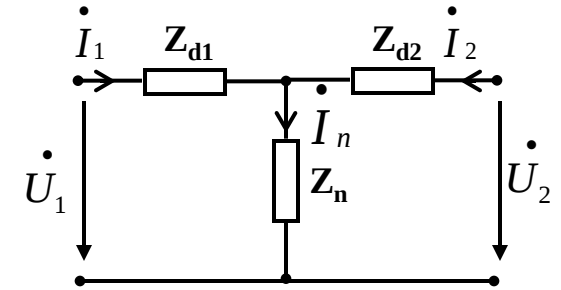
$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = Z_n$$

$$Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_{d2} + Z_n$$

❖ Hở mạch cửa 2: $\dot{I}_2 = 0$

$$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_{d1} + Z_n$$

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = Z_n$$



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21} \cdot \dot{I}_1 + Z_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$Z_T = \begin{pmatrix} Z_{d1} + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_{d2} + Z_n \end{pmatrix}$$

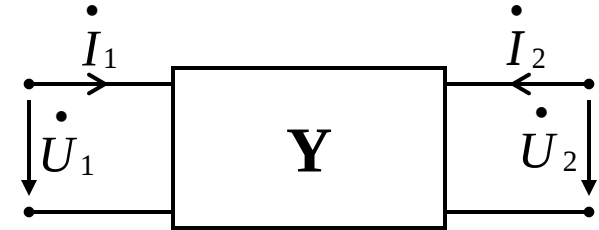
Chú ý: Đối với **mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ** ta có **ma trận Z đối xứng qua đường chéo chính**.

$$Z_{12} = Z_{21}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.4. Hệ phương trình trạng thái dạng Y.

- Xét quan hệ tuyến tính cặp trạng thái dòng điện trên cửa $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ theo cặp biến trạng thái điện áp trên cửa $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$. Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng Y của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn:



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11} \cdot \dot{U}_1 + Y_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21} \cdot \dot{U}_1 + Y_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}}_Y \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}$$

$$Y = Z^{-1}$$

- Ý nghĩa bộ số Y:

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} [Si] \quad \text{Tổng dẫn vào cửa 1 khi cửa 2 ngắn mạch}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2=0} [Si] \quad \text{Tổng dẫn tương hỗ khi ngắn mạch cửa 2}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} [Si] \quad \text{Tổng dẫn tương hỗ khi ngắn mạch cửa 1}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1=0} [Si] \quad \text{Tổng dẫn vào cửa 2 khi cửa 1 ngắn mạch}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.4. Hệ phương trình trạng thái dạng Y.

➤ Cách xác định thông số Y_{ij} :

❖ **Cách 1:**

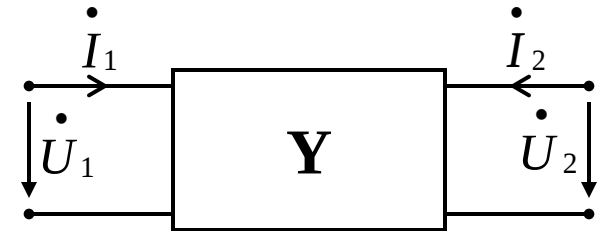
- ✓ Xuất phát từ sơ đồ mạch cụ thể, ta tìm cách lập phương trình quan hệ giữa cặp biến trạng thái $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ theo $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$.
- ✓ Sau khi rút gọn về dạng trên, các hệ số của $(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ chính là các bộ số Y_{ij} cần tìm.

❖ **Cách 2:**

- ✓ Tiến hành thí nghiệm đo giá trị các biến dòng điện, điện áp trên 2 cửa trong các điều kiện ngắn mạch tại cửa 1 và cửa 2.
- ✓ Áp dụng công thức định nghĩa để tính ra các thông số Y_{ij} .

➤ **Chú ý:** Đối với **mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ** ta có **ma trận Y đối xứng qua đường chéo chính**

$$Y_{12} = Y_{21}$$



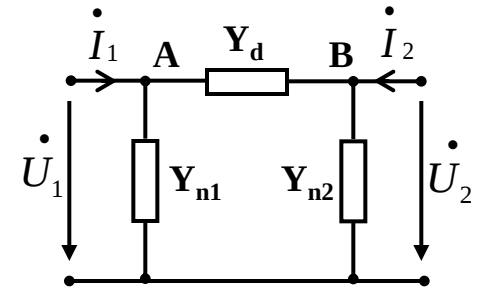
Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.4. Hệ phương trình trạng thái dạng Y.

Ví dụ: Tính bộ số Y của mạng 2 cửa có sơ đồ hình π như hình bên.

Cách 1: Lập phương trình mạch

❖ Lập phương trình mạch theo phương pháp thế đỉnh.



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (Y_{n1} + Y_d) \cdot \dot{\varphi}_A - Y_d \cdot \dot{\varphi}_B \\ \dot{I}_2 = -Y_d \cdot \dot{\varphi}_A + (Y_{n2} + Y_d) \cdot \dot{\varphi}_B \end{cases} \quad \text{Mặt khác có: } \begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{\varphi}_A \\ \dot{U}_2 = \dot{\varphi}_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_1 = (Y_{n1} + Y_d) \cdot \dot{U}_1 - Y_d \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -Y_d \cdot \dot{U}_1 + (Y_{n2} + Y_d) \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

Cách 2: Tính bộ số Y theo công thức định nghĩa.

❖ Ngắn mạch cửa 1: $\dot{U}_1 = 0$

$$Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = -Y_d$$

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = Y_{n2} + Y_d$$

❖ Ngắn mạch cửa 2: $\dot{U}_2 = 0$

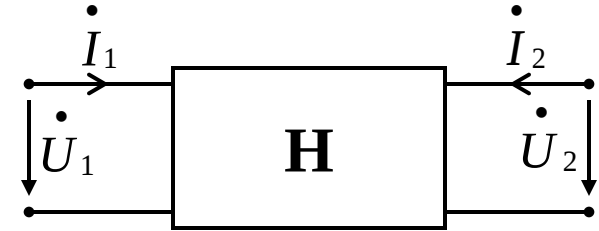
$$Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} = Y_{n1} + Y_d$$

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = -Y_d$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.5. Hệ phương trình trạng thái dạng H.

- Xét quan hệ tuyến tính cặp trạng thái dòng điện trên cửa ($\dot{U}_1, \dot{I}_2$) theo cặp biến trạng thái điện áp trên cửa ($\dot{I}_1, \dot{U}_2$). Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng H của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn:



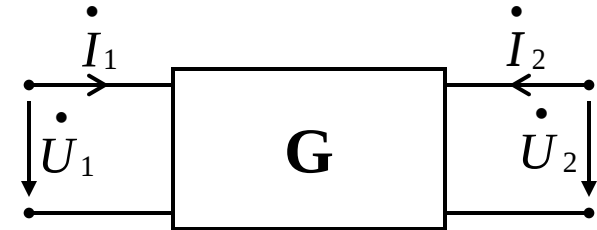
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \cdot \dot{I}_1 + H_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \cdot \dot{I}_1 + H_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases} \quad \text{Dạng ma trận: } \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}}_H \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}$$

- Chú ý: Với mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ ta có

$$H_{12} = -H_{21}$$

II.6. Hệ phương trình trạng thái dạng G.

- Xét quan hệ tuyến tính cặp trạng thái dòng điện trên cửa $(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ theo cặp biến trạng thái điện áp trên cửa $(\dot{U}_1, \dot{I}_2)$. Khi đó ta có hệ phương trình trạng thái dạng G của mạng 2 cửa tuyến tính không nguồn:



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = G_{11} \cdot \dot{U}_1 + G_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = G_{21} \cdot \dot{U}_1 + G_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$

Dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix}}_G \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$G = H^{-1}$$

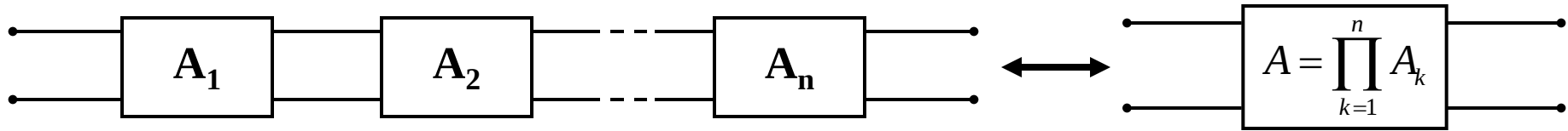
- Chú ý: Với mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ ta có

$$G_{12} = -G_{21}$$

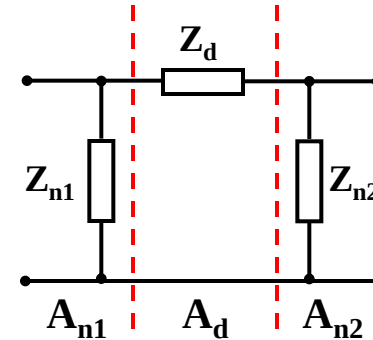
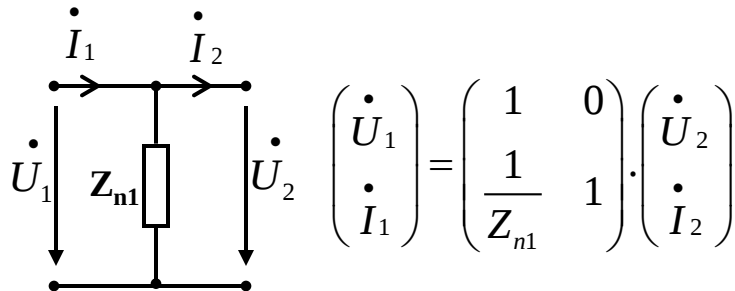
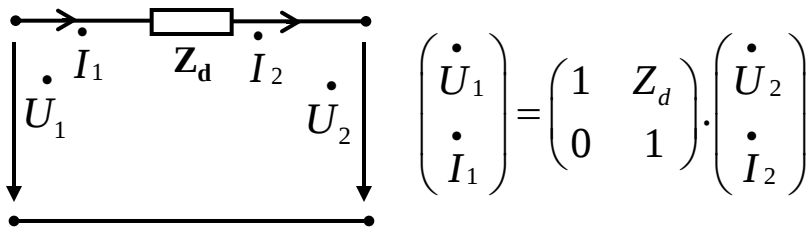
Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.7. Ma trận của hệ các mạng hai cửa.

a. Mạng hai cửa nối xâu chuỗi.



Ví dụ: Tính bộ số A của mạng 2 cửa hình π .



$$A = A_{n1} \cdot A_d \cdot A_{n2}$$

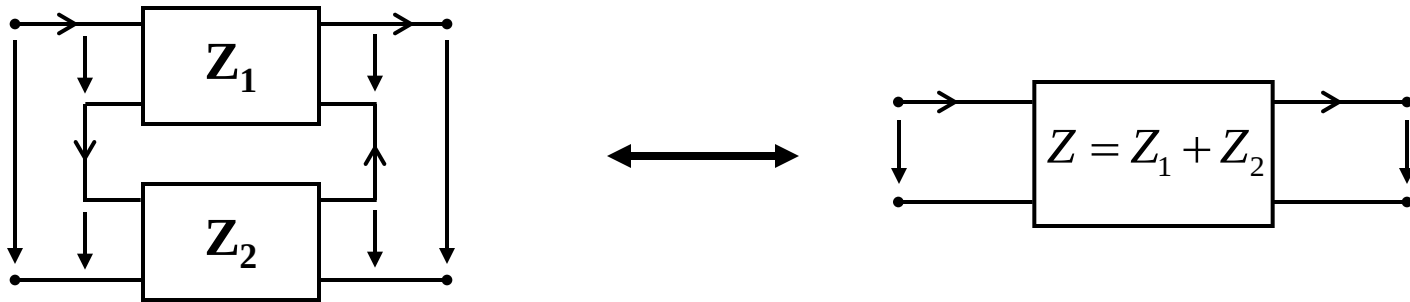
$$A = \begin{pmatrix} 1 + \frac{Z_d}{Z_{n2}} & Z_d \\ \frac{1}{Z_{n1}} + \frac{1}{Z_{n2}} + \frac{Z_d}{Z_{n1} \cdot Z_{n2}} & \frac{Z_d}{Z_{n1}} + 1 \end{pmatrix}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.7. Ma trận của hệ các mạng hai cửa.

b. Mạng hai cửa ghép nối tiếp.

- Hai mạng 2 cửa ghép được gọi là ghép nối tiếp nếu dòng điện chảy vào mạng thứ nhất bằng dòng điện chảy vào mạng thứ 2, dòng điện chảy ra mạng thứ nhất bằng dòng điện chảy ra mạng thứ 2.

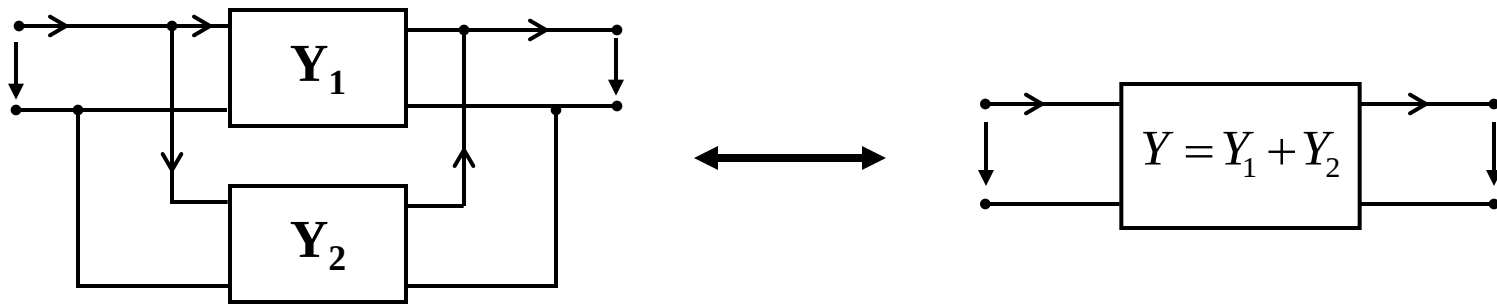


Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

II.7. Ma trận của hệ các mạng hai cửa.

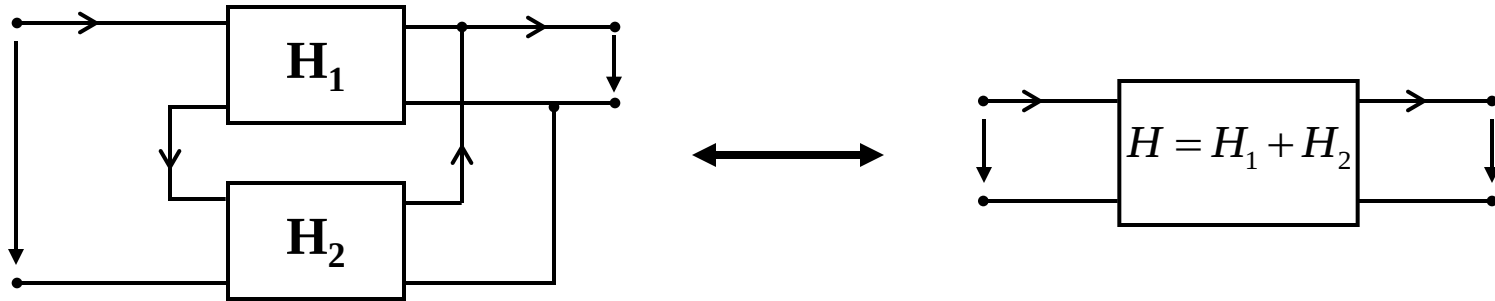
c. Mạng hai cửa ghép song song.

- Hai mạng 2 cửa ghép được gọi là ghép song song nếu chúng có chung đầu vào và đầu ra.

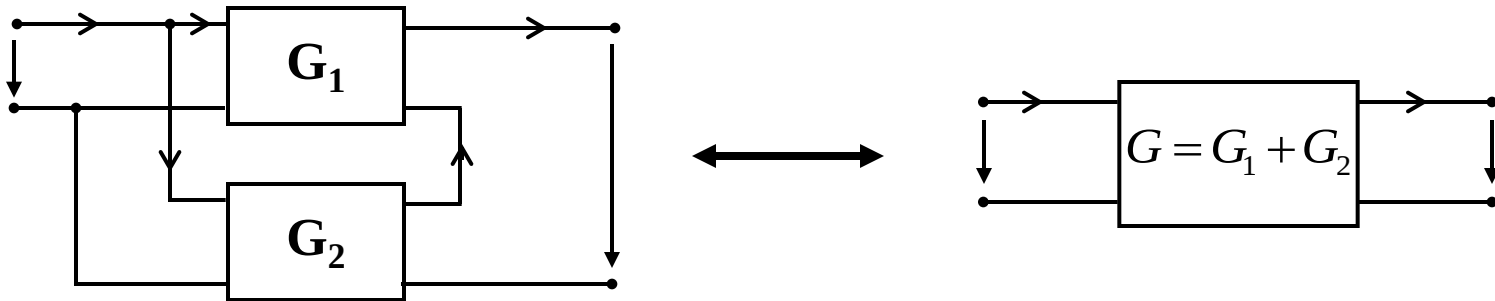


II.7. Ma trận của hệ các mạng hai cửa.

d. Mạng hai cửa ghép nối tiếp - song song.



e. Mạng hai cửa ghép song song - nối tiếp.



II.8. Các phương pháp tính bộ số đặc trưng.

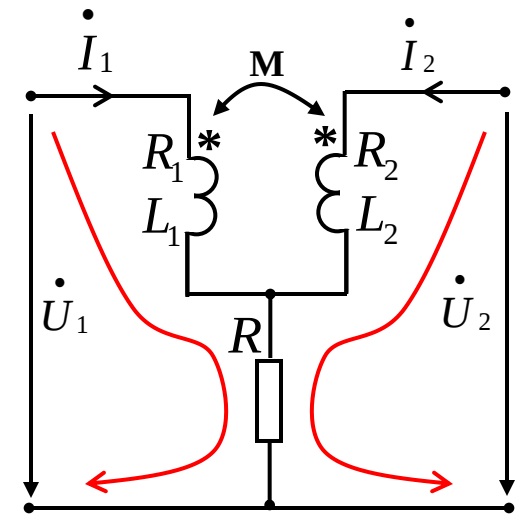
- Để tính bộ số của mạng hai cửa tuyến tính không nguồn, ta có các cách sau:
 - ❖ Dùng công thức định nghĩa.
 - ❖ Lập phương trình mạch, biến đổi về dạng của phương trình bộ số cần tìm.
 - ❖ Từ bộ số này tính ra bộ số khác.
 - ❖ Phương pháp tổng hợp toán học.

Ví dụ: Tính các bộ số của sơ đồ hình bên.

➤ Tính bộ Z.

Lập phương trình dòng vòng

$$\begin{cases} (R + R_1 + j\omega L_1) \cdot \dot{I}_1 + (R + j\omega M) \cdot \dot{I}_2 = \dot{U}_1 & (1) \\ (R + j\omega M) \cdot \dot{I}_1 + (R + R_2 + j\omega L_2) \cdot \dot{I}_2 = \dot{U}_2 & (2) \end{cases}$$



$$Z = \begin{pmatrix} R + R_1 + j\omega L_1 & R + j\omega M \\ R + j\omega M & R + R_2 + j\omega L_2 \end{pmatrix}$$

II.8. Các phương pháp tính bộ số đặc trưng.

Ví dụ: Tính các bộ số của sơ đồ hình bên.

➤ **Tính bộ H .**

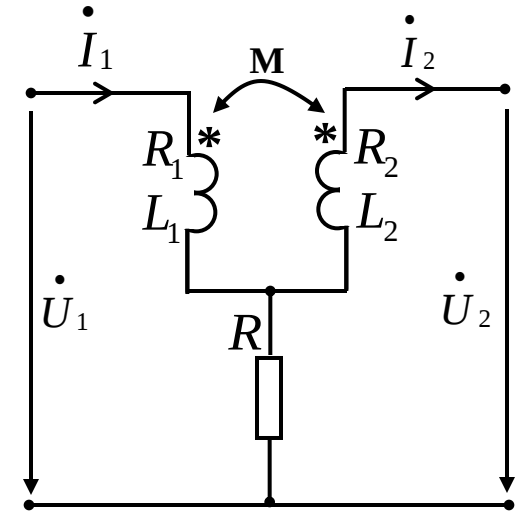
$$\text{Từ phương trình (2): } \rightarrow \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_{22}} \cdot \dot{U}_2 - \frac{Z_{21}}{Z_{22}} \cdot \dot{I}_1 \rightarrow \begin{cases} H_{21} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} \\ H_{22} = \frac{1}{Z_{22}} \end{cases}$$

Thay vào phương trình (1):

$$\dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \dot{I}_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \cdot (\dot{U}_2 - Z_{21} \cdot \dot{I}_1) = \left(Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22}} \right) \cdot \dot{I}_1 + \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \cdot \dot{U}_2$$

$$\rightarrow \begin{cases} H_{11} = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22}} \\ H_{12} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \end{cases}$$

$$H = \begin{pmatrix} Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{pmatrix}$$



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11} \cdot \dot{I}_1 + H_{12} \cdot \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21} \cdot \dot{I}_1 + H_{22} \cdot \dot{U}_2 \end{cases}$$

II.8. Các phương pháp tính bộ số đặc trưng.

Ví dụ: Tính các bộ số của sơ đồ hình bên.

➤ **Tính bộ A.**

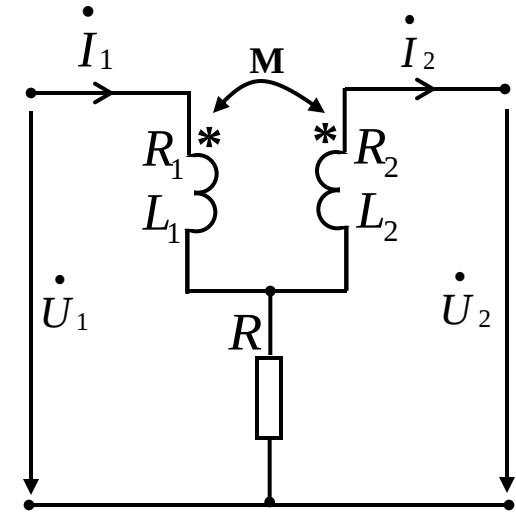
$$\text{Từ phương trình (2): } \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_{21}} \cdot \dot{U}_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \cdot \dot{I}_2 \rightarrow \begin{cases} A_{21} = \frac{1}{Z_{21}} \\ A_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{cases}$$

Thay vào phương trình (1):

$$\dot{U}_1 = Z_{11} \cdot \left(\frac{1}{Z_{21}} \cdot \dot{U}_2 - \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \cdot \dot{I}_2 \right) + Z_{12} \cdot \dot{I}_2 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \dot{U}_2 + \left(Z_{12} + \frac{Z_{11} \cdot Z_{22}}{Z_{21}} \right) \cdot \dot{I}_2$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} \\ A_{12} = Z_{12} - \frac{Z_{11} \cdot Z_{22}}{Z_{21}} \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & Z_{12} - \frac{Z_{11} \cdot Z_{22}}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & -\frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{pmatrix}$$



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2 \end{cases}$$



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

- I. Khái niệm về mạng hai cửa.
- II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.
- III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.
- IV. Hàm truyền đặt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.
- V. Mạng hai cửa phi hỗ.
- VI. Khuếch đại thuật toán.

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.

- Nếu mạng 2 cửa là tuyến tính và tương hỗ thì:

$$\det A = \pm 1$$

$$Z_{12} = Z_{21}$$

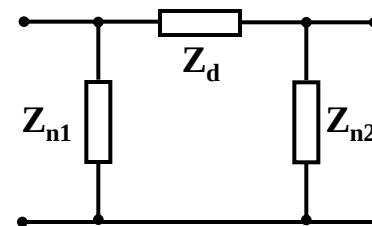
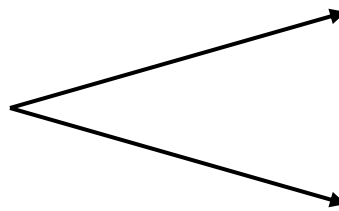
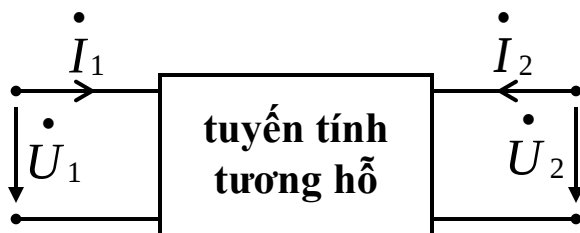
$$H_{12} = -H_{21}$$

$$\det B = \pm 1$$

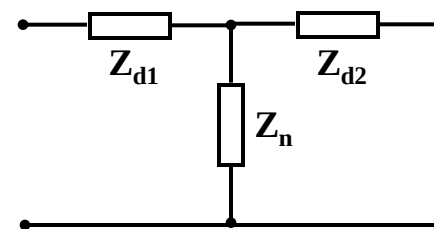
$$Y_{12} = Y_{21}$$

$$G_{12} = -G_{21}$$

- Nhận xét: Với mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ, ta luôn có 1 ràng buộc ở mỗi bộ số. Như vậy mạch chỉ còn 3 thông số độc lập tuyến tính → **Sơ đồ tương đương của mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ chỉ gồm 3 phần tử mắc theo sơ đồ hình T hoặc hình π**



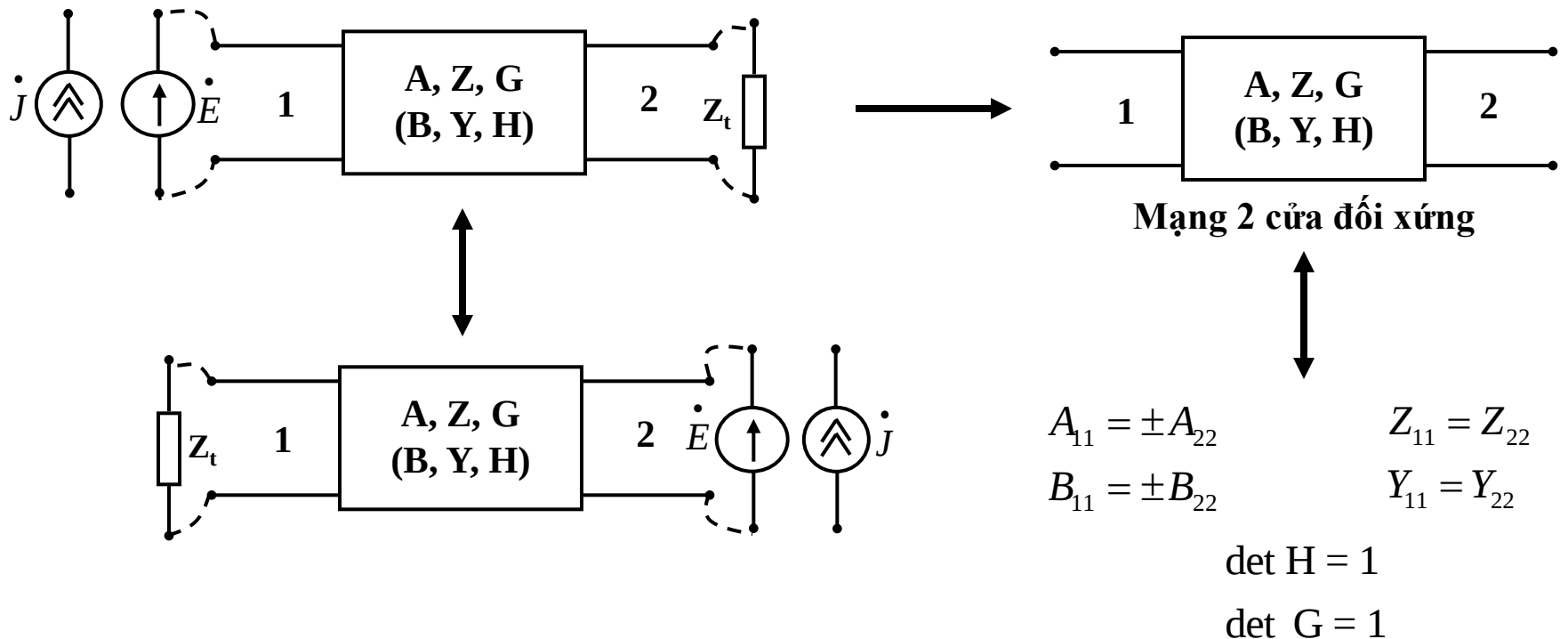
Sơ đồ hình π



Sơ đồ hình T

III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.

- Mạng 2 cửa đối xứng là mạng 2 cửa mà khi ta thay đổi chiều truyền đạt trên các cửa 1 và 2, tính chất và phương trình truyền đạt vẫn không thay đổi.



- Nhận xét: Với **mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ và đối xứng**, chỉ **có 2 thông số độc lập tuyến tính**.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

- I. Khái niệm về mạng hai cửa.
- II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.
- III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.
- IV. Hàm truyền đạt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.
 - IV.1. Hàm truyền đạt dòng áp.
 - IV.2. Tổng trở vào của mạng hai cửa.
 - IV.3. Tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch
 - IV.4. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.
- V. Mạng hai cửa phi hỗ.
- VI. Khuếch đại thuật toán.

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

IV.1. Hàm truyền đạt dòng - áp.

- Trong những hệ truyền tin, đo lường, điều khiển ... ta chỉ quan tâm đến tín hiệu truyền đi thường là một trong hai biến trạng thái dòng, áp trên mỗi cửa và quá trình truyền đạt chúng qua mạng 2 cửa.
- Khi chỉ xét sự truyền đạt một tín hiệu dòng, áp như vậy không cần cả hệ 2 phương trình trạng thái với 4 hàm truyền đạt các dạng A, Z, G ... mà cần rút về một phương trình với một hàm truyền đạt.
- Ở đây ta chỉ xét đến *hàm truyền đạt dòng*, *hàm truyền đạt áp* và *hàm truyền đạt công suất*.
- Xét một mạng 2 cửa tuyến tính, không nguồn truyền đạt năng lượng tín hiệu đến một tải thụ động có hàm trở Z_2 . Ta viết một quan hệ tuyến tính đơn giản giữa tín hiệu cửa ra theo cửa vào dạng.

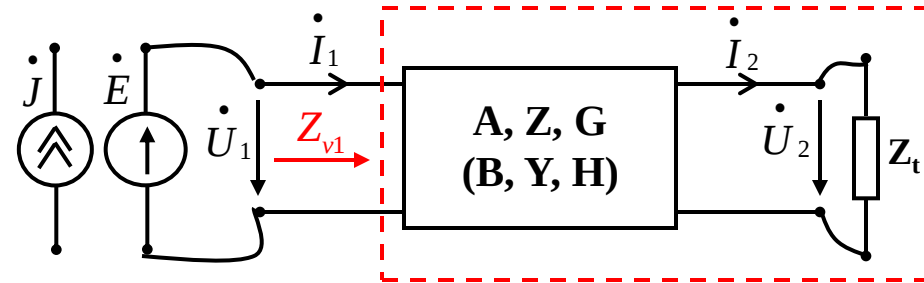
- ❖ Nếu cần xét sự truyền đạt áp - áp trên 2 cửa, ta có hàm truyền đạt áp: $K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
- ❖ Nếu cần xét sự truyền đạt dòng - dòng trên 2 cửa, ta có hàm truyền đạt áp: $K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$
- ❖ Với mạch Kirchoff ta quan tâm đến quan hệ công suất giữa 2 cửa: $K_S = \frac{\tilde{S}_2}{\tilde{S}_1}$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

IV.2. Tổng trở vào của mạng 2 cửa.

- Khi xét quá trình năng lượng (tín hiệu đưa vào trên cửa 1 hoặc cửa 2) thực chất ta *xét hệ mạng 2 cửa cùng với những bộ phận nó truyền đạt tới như là một mạng một cửa trong quan hệ trao đổi năng lượng tín hiệu với mạch ngoài.*

- Quá trình trên cửa sẽ đặc trưng bởi một cặp biến dòng - áp, do đó sẽ đặc trưng bởi một hàm tổng trở vào hay tổng dẫn vào Z_v (Y_v).



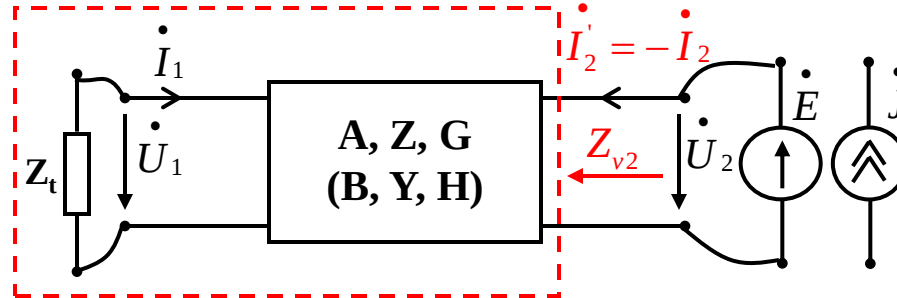
- ❖ Khi mạng 2 cửa truyền đạt từ cửa 1 đến tải Z_t ở cửa 2, quá trình năng lượng, tín hiệu ở cửa 1 đặc trưng bởi một hàm tổng trở vào cửa 1.

$$Z_{v1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2}{A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2} \quad \xrightarrow{\dot{U}_2 = Z_t \cdot \dot{I}_2} \quad \boxed{Z_{v1} = \frac{A_{11} \cdot Z_t + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_t + A_{22}}}$$

Xét mối liên hệ giữa nguồn và tải ta nói rằng: **Mạng 2 cửa đã làm một phép biến đổi tổng trở Z_t thành Z_{v1} .**

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

IV.2. Tổng trở vào của mạng 2 cửa.



- ❖ Khi mạng 2 cửa truyền đạt từ cửa 2 đến tải Z_t ở cửa 1, quá trình năng lượng, tín hiệu ở cửa 2 đặc trưng bởi một hàm tổng trở vào cửa 2.

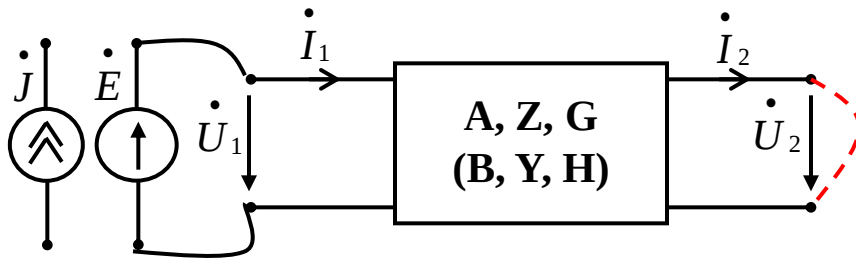
$$Z_{v2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2'} = \frac{-\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{-A_{22} \cdot \dot{U}_1 + A_{12} \cdot \dot{I}_1}{-A_{21} \cdot \dot{U}_1 + A_{11} \cdot \dot{I}_1} \xrightarrow{\dot{U}_1 = -Z_t \cdot \dot{I}_1} \boxed{Z_{v2} = \frac{A_{22} \cdot Z_t + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_t + A_{11}}}$$

Như vậy từ cửa 2, mạng 2 cửa cũng làm một phép biến đổi tổng trở Z_t thành Z_{v2} .

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

IV.3. Tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch.

- Khi ngắn mạch hoặc hở mạch phía tải, trên cửa ra sẽ chỉ còn một tín hiệu điện áp hoặc dòng điện.
Lúc đó tổng trở sẽ không tùy thuộc vào tải nữa mà là những hàm đặc trưng riêng của mạng 2 cửa.

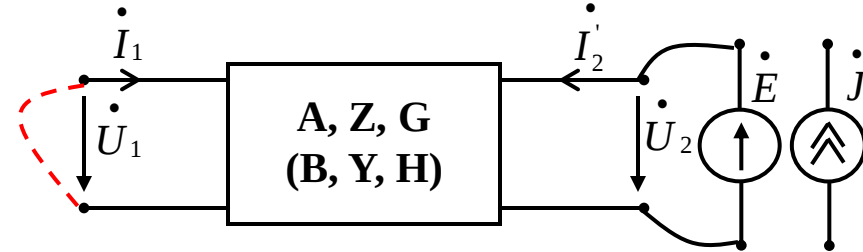


- ❖ Xét cửa 2 hở mạch: $\dot{I}_2 = 0$

$$Z_{1ho} = \frac{A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2}{A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2} = \frac{A_{11}}{A_{21}}$$

- ❖ Xét cửa 2 ngắn mạch: $\dot{U}_2 = 0$

$$Z_{1ng} = \frac{A_{11} \cdot \dot{U}_2 + A_{12} \cdot \dot{I}_2}{A_{21} \cdot \dot{U}_2 + A_{22} \cdot \dot{I}_2} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$$



- ❖ Xét cửa 1 hở mạch: $\dot{I}_1 = 0$

$$Z_{2ho} = \frac{-A_{22} \cdot \dot{U}_1 + A_{12} \cdot \dot{I}_1}{-A_{21} \cdot \dot{U}_1 + A_{11} \cdot \dot{I}_1} = \frac{A_{22}}{A_{21}}$$

- ❖ Xét cửa 1 ngắn mạch: $\dot{U}_1 = 0$

$$Z_{2ng} = \frac{-A_{22} \cdot \dot{U}_1 + A_{12} \cdot \dot{I}_1}{-A_{21} \cdot \dot{U}_1 + A_{11} \cdot \dot{I}_1} = \frac{A_{12}}{A_{11}}$$

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

IV.3. Tổng trở vào ngắn mạch và hở mạch.

- Các hàm tổng trở $Z_{1hở}$, Z_{1ng} , $Z_{2hở}$, Z_{2ng} là 4 hàm đặc trưng của mạng 2 cửa, qua đó có thể tìm cách viết hệ phương trình trạng thái mạng 2 cửa hoặc tính ra các bộ số đặc trưng A, Z, G, ... của mạng 2 cửa.

Ví dụ: Ta có thể tính bộ số A từ các giá trị của $Z_{1hở}$, Z_{1ng} , Z_{2ng} theo công thức sau.

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1ng} \cdot Z_{1ho}}{Z_{2ng} \cdot (Z_{1ho} - Z_{1ng})}}$$

$$A_{12} = A_{11} \cdot Z_{2ng}$$

$$A_{21} = \frac{A_{11}}{Z_{1ho}}$$

$$A_{22} = \frac{A_{12}}{Z_{1ng}}$$

- Trong thực tế thường sử dụng các công thức này vì một mạng 2 cửa chưa rõ kết cấu (**hộp đen**) thường có thể làm thí nghiệm ngắn mạch và hở mạch để đo các tổng trở vào, từ đó có thể tính bộ A_{ij} hoặc các bộ số khác.

IV.4. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng 2 cửa.

- Như trong chương 6 đã đề cập, một nguồn có tổng trở Z_{ng} muốn truyền công suất lớn nhất đến tải Z_t thì phải thỏa mãn điều kiện:

$$Z_{ng} = Z_t^*$$

- Trong thực tế, nhiều khi Z_{ng} và Z_t không thỏa mãn điều kiện hòa hợp.

→ Nối thêm mạng 2 cửa để thực hiện phép biến đổi tổng trở vào.

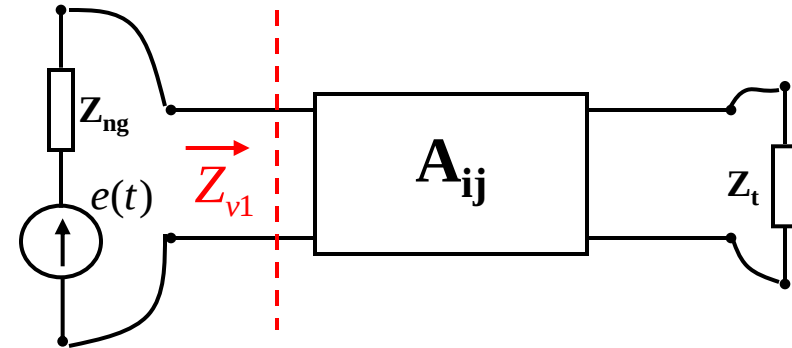
- Cần chọn sơ đồ mạng 2 cửa và bộ số A sao cho:

- ❖ Tổng trở vào nhìn từ cửa 1 Z_{v1} bằng liên hiệp của tổng trở nguồn Z_{ng}^*

$$Z_{v1} = \frac{A_{11} \cdot Z_t + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_t + A_{22}} = Z_{ng}^*$$

- ❖ Mạng 2 cửa A là thuần kháng để toàn bộ công suất từ nguồn truyền đến tải.

$$P = \frac{E_{ng}^2}{4 \cdot R_{ng}}$$





CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

- I. Khái niệm về mạng hai cửa.
- II. Mô tả toán học của mạng hai cửa - Phương pháp tính các bộ số đặc trưng.
- III. Tính chất mạng 2 cửa tuyến tính tương hỗ.
- IV. Hàm truyền đạt dòng - áp. Tổng trở vào của mạng hai cửa. Vấn đề hòa hợp nguồn và tải bằng mạng hai cửa.
- V. Mạng hai cửa phi hỗ.
 - V.1. Khái niệm.
 - V.2. Các nguồn phụ thuộc.
 - V.3. Sơ đồ tương đương của mạng hai cửa phi hỗ.
- VI. Khuếch đại thuật toán.

V.1. Khái niệm.

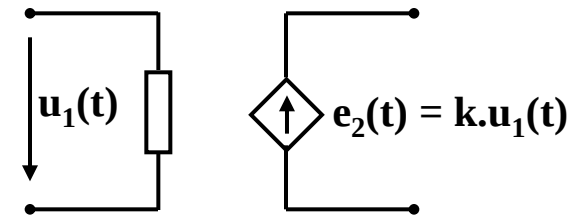
- Mạng hai cửa phi hồi là mạng hai cửa mà quan hệ các biến dòng, áp trên các cửa không có quan hệ tương hồi với nhau.
- Khi đó các *bộ số* A, B, Z, Y, H, G có 4 tham số độc lập tuyến tính $\rightarrow$ Mạch tương đương của mạng hai cửa phi hồi ta có 4 phần tử.

V.2. Các nguồn phụ thuộc.

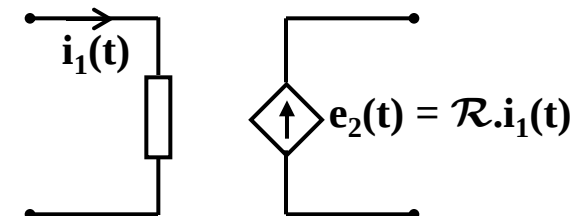
- Nguồn phụ thuộc (nguồn bị điều khiển) là nguồn mà trạng thái dòng, áp của nó phụ thuộc vào trạng thái của một nhánh khác trong mạch.

- Phân loại:

❖ **Nguồn áp phụ thuộc áp:** Điện áp trên hai cực của nguồn phụ thuộc vào trạng thái điện áp trên một nhánh khác trong mạch.



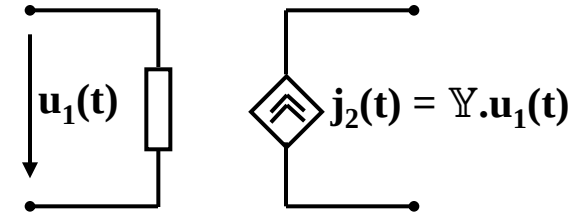
❖ **Nguồn áp phụ thuộc dòng:** Điện áp trên hai cực của nguồn phụ thuộc vào trạng thái dòng điện trên một nhánh khác trong mạch.



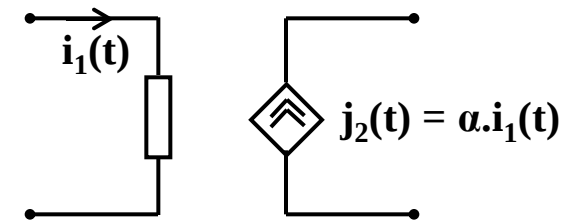
V.2. Các nguồn phụ thuộc.

➤ Phân loại:

❖ **Nguồn dòng phụ thuộc áp:** Dòng điện sinh ra bởi nguồn phụ thuộc vào trạng thái điện áp trên một nhánh khác trong mạch.



❖ **Nguồn dòng phụ thuộc dòng:** Dòng điện của nguồn phụ thuộc vào trạng thái dòng điện trên một nhánh khác trong mạch.

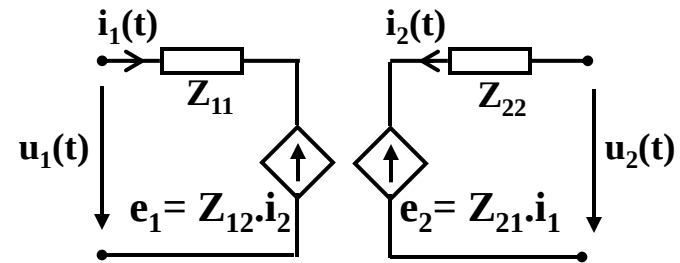


V.3. Sơ đồ tương đương của mạng hai cửa phi hồi.

- Do mạng hai cửa phi hồi có 4 tham số độc lập tuyến tính nên sơ đồ tương đương của mạng 2 cửa phi hồi sẽ bao gồm 4 phần tử.
- *Sơ đồ tương đương dùng 2 trở kháng + 2 nguồn bị điều khiển.*

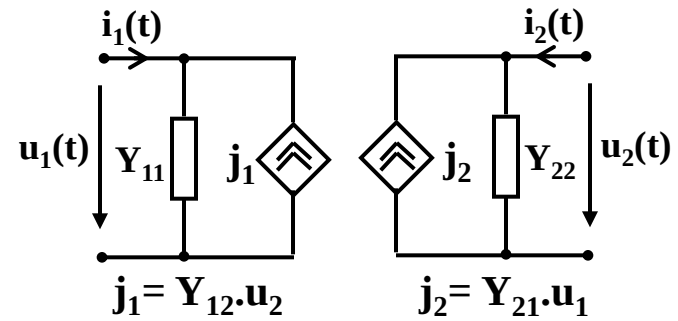
❖ Xét bộ Z:

$$\begin{cases} u_1 = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2 \\ u_2 = Z_{21} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2 \end{cases}$$



❖ Xét bộ Y:

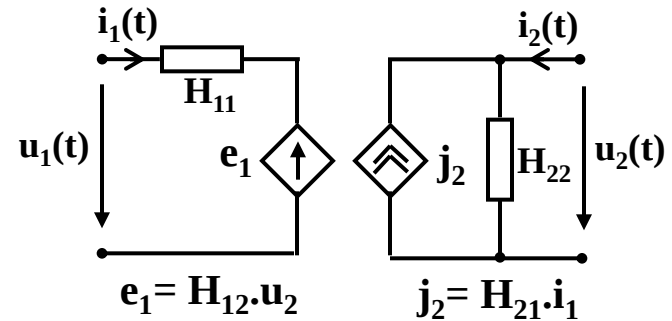
$$\begin{cases} i_1 = Y_{11} \cdot u_1 + Y_{12} \cdot u_2 \\ i_2 = Y_{21} \cdot u_1 + Y_{22} \cdot u_2 \end{cases}$$



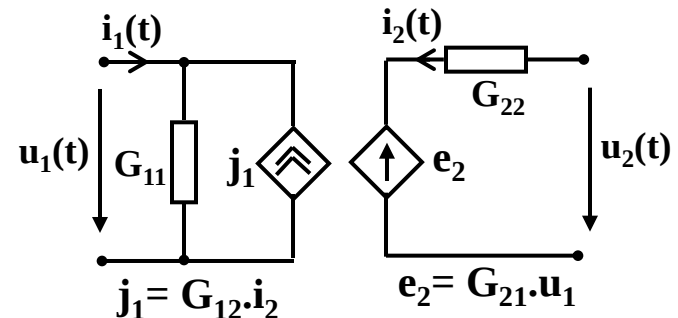
V.3. Sơ đồ tương đương của mạng hai cửa phi hồi.

➤ Sơ đồ dùng 2 trở kháng + 2 nguồn bị điều khiển.

❖ Xét bộ H:
$$\begin{cases} u_1 = H_{11} \cdot i_1 + H_{12} \cdot u_2 \\ i_2 = H_{21} \cdot i_1 + H_{22} \cdot u_2 \end{cases}$$



❖ Xét bộ G:
$$\begin{cases} i_1 = G_{11} \cdot u_1 + G_{12} \cdot i_2 \\ u_2 = G_{21} \cdot u_1 + G_{22} \cdot i_2 \end{cases}$$



V.3. Sơ đồ tương đương của mạng hai cửa phi hồi.

➤ *Sơ đồ tương đương dùng 3 trở kháng + 1 nguồn bị điều khiển.*

❖ Xét bộ Z:

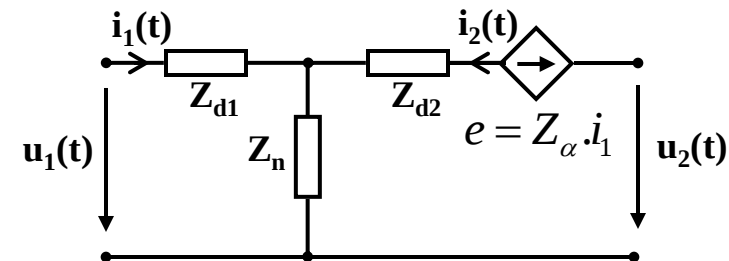
$$\begin{cases} u_1 = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2 \\ u_2 = Z_{21} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2 \end{cases} \quad \xleftrightarrow{Z_{21} = Z_{12} + Z_{\alpha}} \quad \begin{cases} u_1 = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2 \\ u_2 = Z_{12} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2 + Z_{\alpha} \cdot i_1 \end{cases}$$

Sơ đồ hình T

Với bộ Z đã cho, ta luôn tính được các giá trị

Z_{d1} , Z_{d2} , và Z_n theo công thức:

$$\begin{aligned} Z_n &= Z_{12} & Z_{d2} &= Z_{22} - Z_{12} \\ Z_{d1} &= Z_{11} - Z_{12} & Z_{\alpha} &= Z_{21} - Z_{12} \end{aligned}$$



V.3. Sơ đồ tương đương của mạng hai cửa phi hồi.

➤ *Sơ đồ tương đương dùng 3 trở kháng + 1 nguồn bị điều khiển.*

❖ Xét bộ Y:

$$\begin{cases} i_1 = Y_{11}.u_1 + Y_{12}.u_2 \\ i_2 = Y_{21}.u_1 + Y_{22}.u_2 \end{cases} \xleftrightarrow{Y_{21} = Y_{12} + Y_\alpha} \begin{cases} i_1 = Y_{11}.u_1 + Y_{12}.u_2 \\ i_2 = Y_{12}.u_1 + Y_{22}.u_2 + Y_\alpha.u_1 \end{cases}$$

Sơ đồ hình π

Với bộ Y đã cho, ta luôn tính được các giá trị

Y_{n1} , Y_{n2} , và Y_d theo công thức:

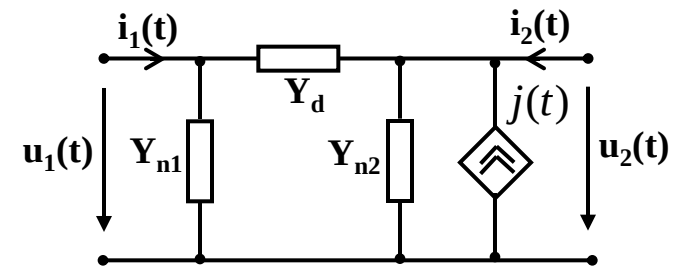
$$Y_d = -Y_{12}$$

$$Y_{n2} = Y_{22} + Y_{12}$$

$$Y_{n1} = Y_{11} + Y_{12}$$

$$Y_\alpha = Y_{21} - Y_{12}$$

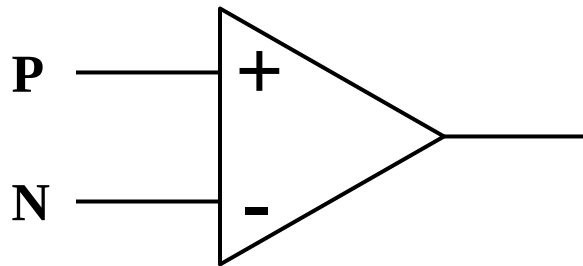
$$j(t) = Y_\alpha.u_1(t)$$



Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

VI. Khuếch đại thuật toán

1. Khái niệm



➤ Khuếch đại thuật toán là một phần tử phức hợp của mạch điện, có 2 cửa ngõ.

➤ Các thông số của OPAM lý tưởng :

❖ $R_{\text{vào}} = \infty$; $I_N = 0$;

❖ $R_{\text{ra}} = 0$; $I_P = 0$;

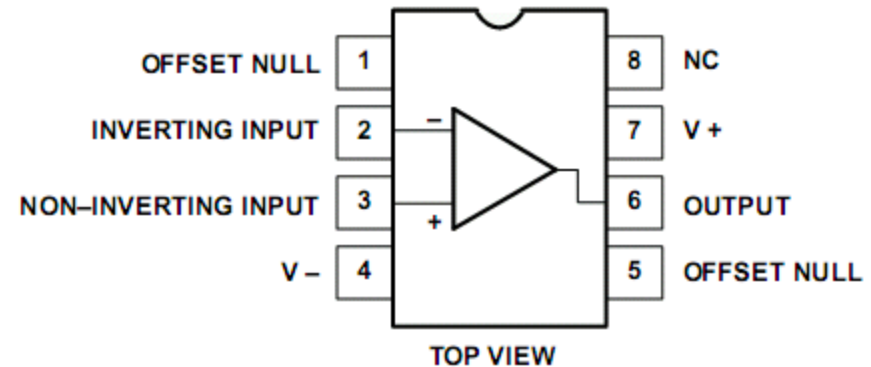
❖ Hệ số khuếch đại trong ($\mu = \infty$)

➤ Ví dụ : Khuếch đại thuật toán $\mu\text{A}741$

❖ $R_{\text{vào}} = 2\text{M}\Omega$

❖ $R_{\text{ra}} = 50\Omega$

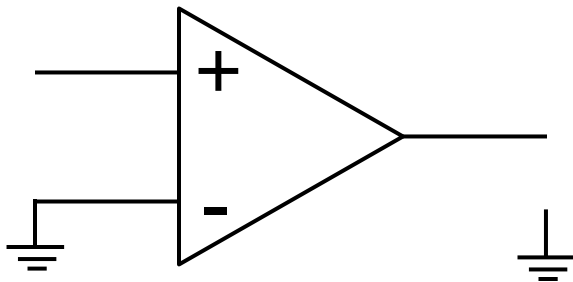
❖ $\mu = 200000$



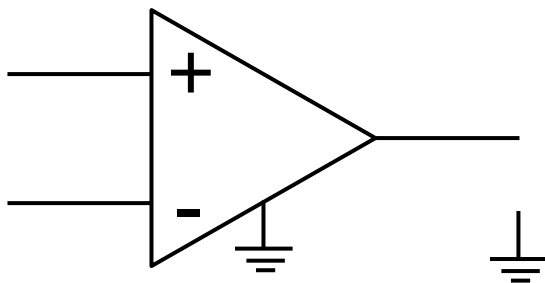
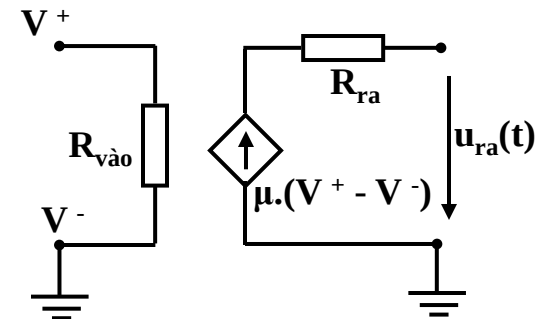
Chương 7: Mạng hai cửa tuyến tính

VI. Khuếch đại thuật toán

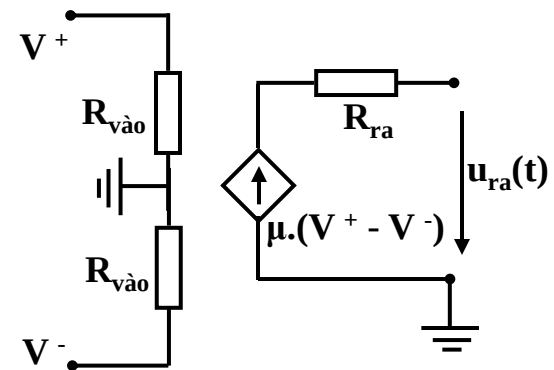
2. Sơ đồ thay thế.



Sơ đồ đầu vào so đất



Sơ đồ vi sai





CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Chương 8: Mạch điện ba pha.

I. Khái niệm.

II. Mạch ba pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.

III. Tính và đo công suất mạch điện ba pha.

IV. Mạch ba pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng

V. Phân tích mạch ba pha không đối xứng bằng phương pháp thành phần đối xứng.

I.1. Định nghĩa.

- Mạch điện ba pha là mạch điện làm việc với nguồn kích thích ba pha.
- Nguồn điện ba pha gồm 3 nguồn điện 1 pha có:
 - ❖ Cùng biên độ hiệu dụng.
 - ❖ Cùng tần số.
 - ❖ Pha ban đầu lệch nhau 120° theo đúng thứ tự.

$$\begin{cases} e_A(t) = E_m \cdot \sin \omega t (V). \\ e_B(t) = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) (V). \\ e_C(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + 120^\circ) (V). \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \dot{E}_A = E \angle 0^\circ (V) \\ \dot{E}_B = E \angle -120^\circ (V) \\ \dot{E}_C = E \angle 120^\circ (V) \end{cases}$$

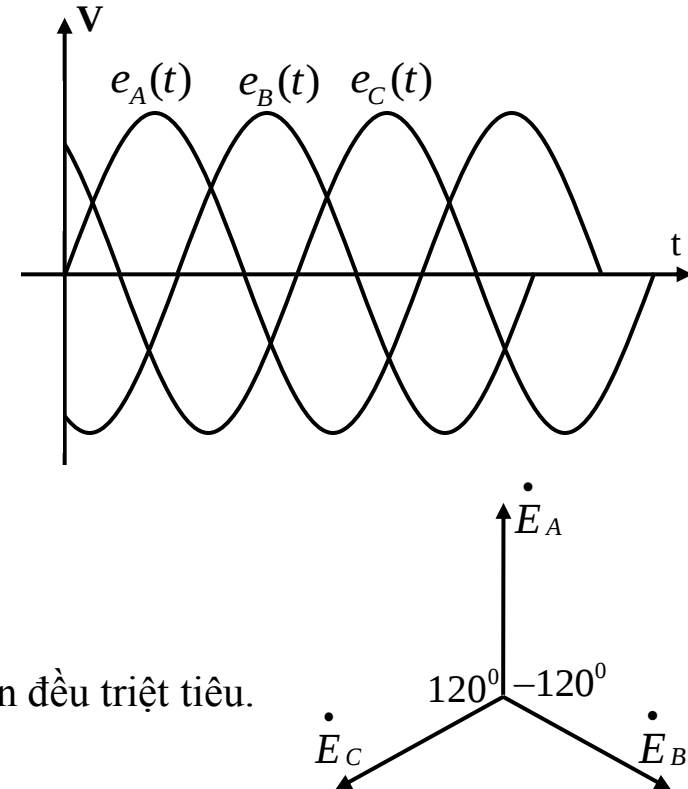
➤ Nhận xét:

- ❖ Tại mọi thời điểm, tổng các suất điện động của 3 dây quấn đều triệt tiêu.

$$e_A(t) + e_B(t) + e_C(t) = 0$$

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

- ❖ Thứ tự pha: Pha B chậm hơn pha A 1 góc 120° ; pha C sớm hơn pha A 1 góc 120° .



Chương 8: Mạch điện ba pha

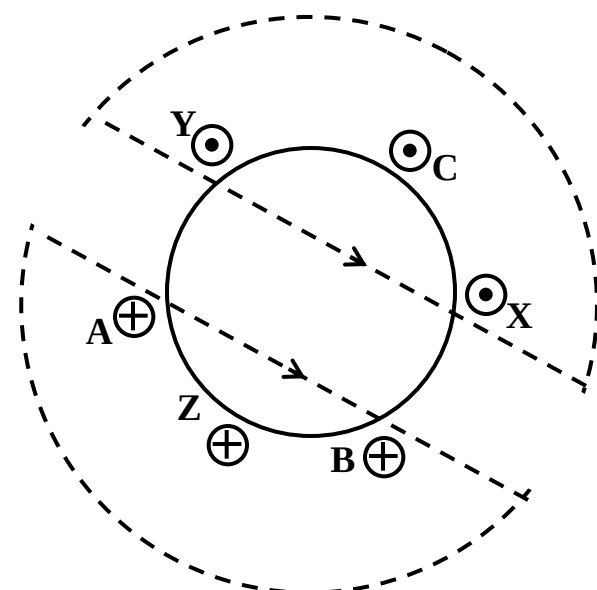
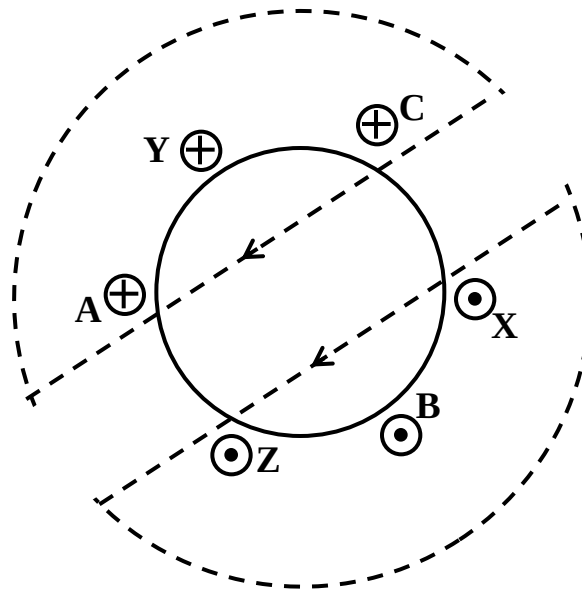
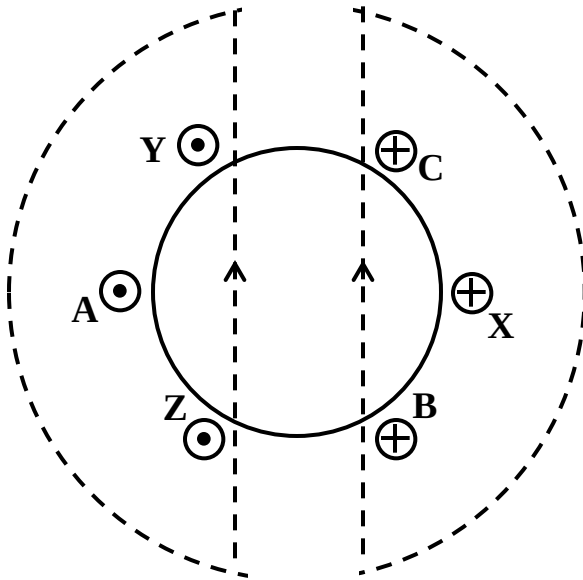
I.2. Cách tạo nguồn điện ba pha.

- Để tạo ra nguồn điện ba pha, người ta thường dùng máy phát điện xoay chiều đồng bộ ba pha đối xứng.
- **Cấu tạo máy phát điện đồng bộ ba pha đối xứng:**
 - ❖ **Stator:** Có dạng hình trụ, gắn trên thân máy, trên đó đặt 3 cuộn dây AX, BY, CZ giống nhau và lệch nhau 1 góc không gian 120° .
 - ❖ **Rotor:** Có dạng hình trụ tròn, đặt trong stator, có thể quay quanh 1 trục. Trục rotor được gắn với tuốc bin.
- **Hoạt động của máy phát điện đồng bộ ba pha đối xứng:**
 - ❖ Rotor được từ hóa bằng dòng điện 1 chiều lấy từ nguồn kích thích bên ngoài, trở thành một nam châm điện.
 - ❖ Rotor quay đều (do tác động của bên ngoài như hơi nước, thủy điện, hoặc động cơ kéo ...) với vận tốc ω . Từ trường nam châm của rotor quét qua mỗi dây quấn stator tạo ra suất điện động cảm ứng xoay chiều hình sin trên các cuộn dây AX, BY, CZ.

I.3. Động cơ không đồng bộ ba pha.

a. Từ trường quay.

- Xét 3 cuộn dây stator cấp bởi hệ thống dòng điện 3 pha đối xứng.



- Tại $t = 0 \rightarrow i_A = I_m ; i_B = i_C = \frac{-I_m}{2}$
- Tại $t = \frac{T}{3} \rightarrow i_B = I_m ; i_A = i_C = \frac{-I_m}{2}$
- Tại $t = \frac{2T}{3} \rightarrow i_C = I_m ; i_A = i_B = \frac{-I_m}{2}$

- Quy ước:** Dòng điện dương là dòng đi ra khỏi đầu cuộn dây, đi vào cuối cuộn dây.

→ áp dụng quy tắc vặn nút chai

→ Từ trường trong máy điện là từ trường quay.

$$\begin{cases} i_A(t) = I_m \cdot \cos \omega t. \\ i_B(t) = I_m \cdot \cos(\omega t - 120^\circ). \\ i_C(t) = I_m \cdot \cos(\omega t - 240^\circ). \end{cases}$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

I.3. Động cơ không đồng bộ ba pha.

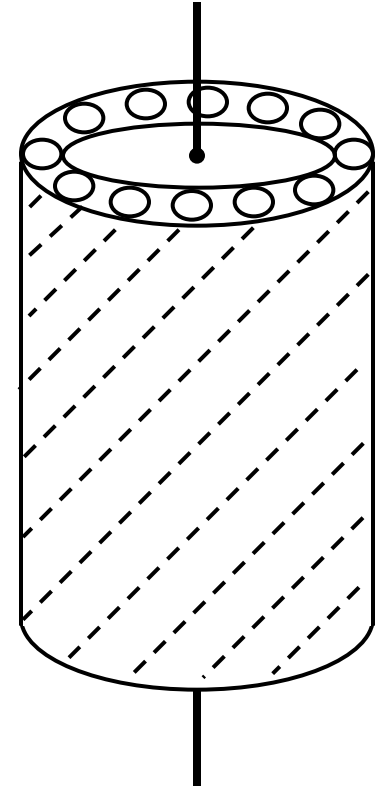
b. Động cơ không đồng bộ ba pha.

➤ Cấu tạo:

- ❖ **Stator:** Gồm các cuộn dây có tác dụng tạo ra từ trường quay.
- ❖ **Rotor:** Có cấu tạo kiểu lồng sóc đoạn mạch. Các thanh dẫn được lắp xiên so với đường sinh của lồng sóc.

➤ Nguyên lý hoạt động:

- ❖ Từ trường quay do các cuộn dây stator tạo ra cắt các thanh dẫn dây quấn rotor làm sinh ra các suất điện động cảm ứng.
- ❖ Dây quấn rotor nối ngắn mạch nên các suất điện động cảm ứng sinh ra các dòng điện cảm ứng trong các thanh dẫn.
- ❖ Lực tác dụng tương hỗ giữa dòng trong thanh dẫn với từ trường quay làm rotor quay cùng chiều với chiều quay của từ trường.



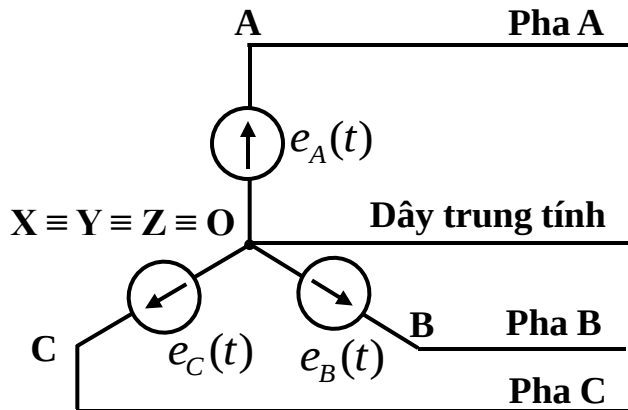
Chương 8: Mạch điện ba pha

I.4. Cách đấu dây mạch ba pha.

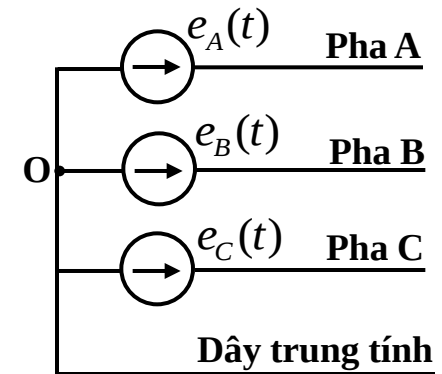
- Mỗi dây quấn stator có một cực đầu và một cực cuối (cực đầu là cực ở đấy chiều dương dòng điện đi ra, cực còn lại là cực cuối).
- Có 2 cách đấu dây nguồn điện ba pha:

❖ Nối hình sao Y:

- ✓ Nối 3 cực cuối X, Y, Z chụm lại một điểm O, gọi là *điểm trung tính của nguồn*.



Sơ đồ tương đương



Sơ đồ 3 pha - 4 dây

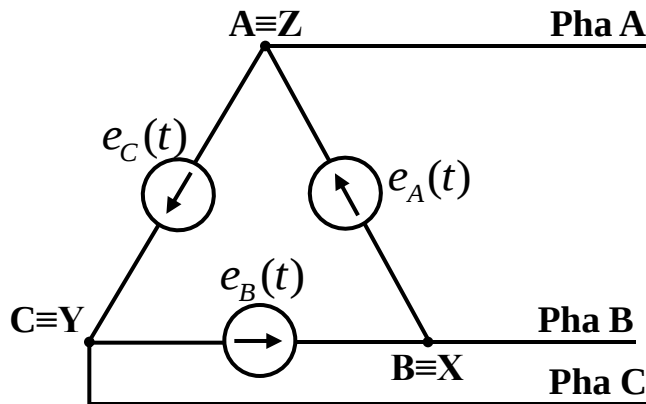
- ✓ Mạng 3 pha - 4 dây với tải nối hình sao thường dùng cung cấp điện mạng điện sinh hoạt.

Chương 8: Mạch điện ba pha

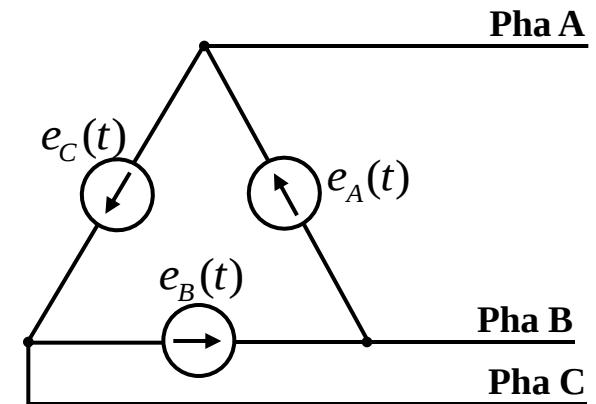
I.4. Cách đấu dây mạch ba pha.

❖ Nối hình tam giác Δ :

- ✓ Nối đầu dây của cuộn trước với điểm cuối của cuộn sau.



Sơ đồ tương đương



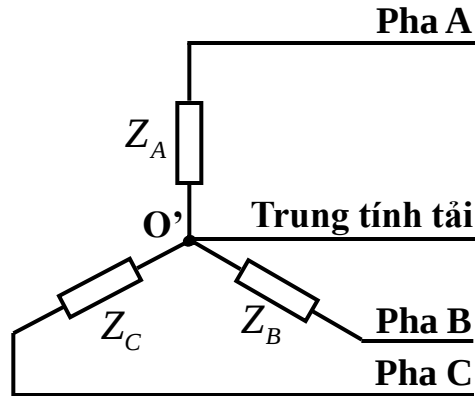
Sơ đồ 3 pha - 3 dây

- ✓ Mạng 3 pha - 3 dây với tải nối hình sao thường dùng để cung cấp điện cho mạng điện công nghiệp, phục vụ nhu cầu sản xuất, với tải là các động cơ 3 pha.

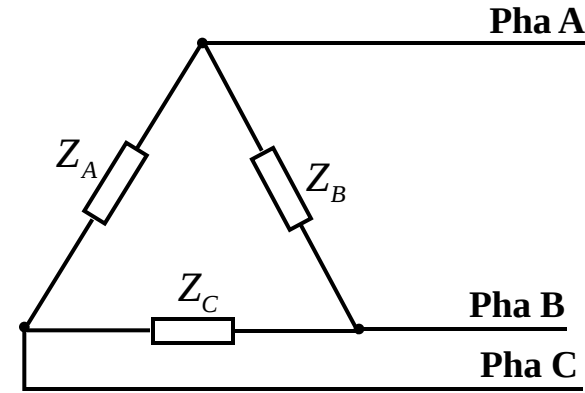
Chương 8: Mạch điện ba pha

I.4. Cách đấu dây mạch ba pha.

- Các tải của mạng điện 3 pha cũng có thể được đấu nối theo 2 cách: Hình sao Y và hình tam giác Δ

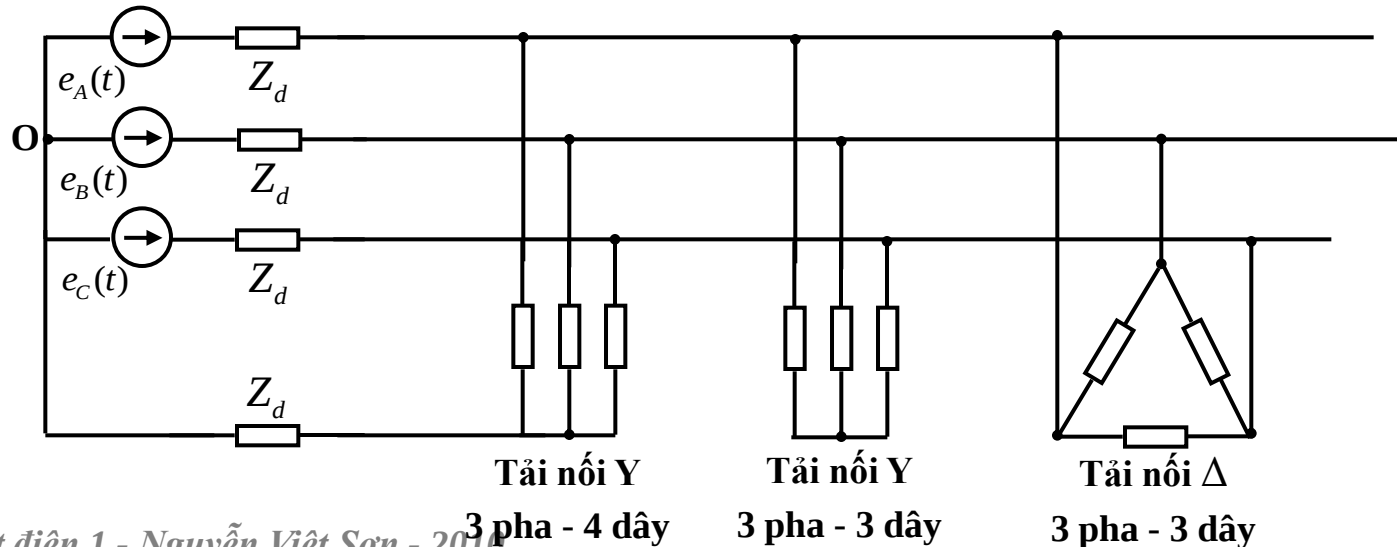


Sơ đồ hình Y - 3 pha - 4 dây



Sơ đồ hình Δ - 3 pha - 3 dây

- Cách đấu dây của nguồn và tải không phụ thuộc vào nhau và có thể khác nhau.



3 pha - 4 dây

3 pha - 3 dây

3 pha - 3 dây



Chương 8: Mạch điện ba pha.

I. Khái niệm.

II. Mạch ba pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.

II.1. Khái niệm mạch ba pha đối xứng.

II.2. Đặc điểm mạch ba pha đối xứng.

II.3. Cách phân tích mạch ba pha đối xứng.

II.4. Mạch ba pha không đối xứng tải tĩnh.

III. Tính và đo công suất mạch điện ba pha.

IV. Mạch ba pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng

V. Phân tích mạch ba pha không đối xứng bằng phương pháp thành phần đối xứng.

Chương 8: Mạch điện ba pha

II.1. Khái niệm mạch ba pha đối xứng.

- Mỗi bộ phận của mạch ba pha đều gồm ba phần hợp lại; mỗi phần hợp thành hệ thống ba pha được gọi là một pha của mạch điện.

Ví dụ: Máy phát điện có 3 dây quấn, đường dây truyền tải có 3 dây, tải 3 ba gồm 3 tải một pha hợp thành.

- **Mạch điện ba pha đối xứng** là mạch điện ba pha có **nguồn đối xứng** và **tải đối xứng**, trong đó:

- ❖ Nguồn ba pha đối xứng là nguồn có:

- ✓ Biên độ bằng nhau.
- ✓ Tần số bằng nhau.
- ✓ Pha ban đầu lệch nhau 120° , đúng theo thứ tự pha.

- ❖ Tải ba pha đối xứng là tải có

- ✓ Biên độ bằng nhau.
- ✓ Pha bằng nhau.

- Khái niệm về đại lượng pha và dây.

- ❖ Các dòng điện chảy trên dây dẫn từ nguồn đến tải và điện áp giữa các dây ấy được gọi là **dòng điện dây** và **điện áp dây**. Ký hiệu: I_d , U_d .
- ❖ Dòng điện và điện áp trên các pha của nguồn hoặc tải được gọi là dòng điện pha và điện áp pha. Ký hiệu: I_f , U_f .

Chương 8: Mạch điện ba pha

II.2. Đặc điểm mạch ba pha đối xứng.

a. Mạch nối hình sao Y.

- Xét điện áp giữa 2 điểm trung tính nguồn và tải:

$$\dot{U}_{O'O} = \frac{Y_A \cdot \dot{E}_A + Y_B \cdot \dot{E}_B + Y_C \cdot \dot{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad \text{Vì mạch ba pha đối xứng}$$

$$Y_A = Y_B = Y_C = Y$$

$$\rightarrow \dot{U}_{O'O} = \frac{Y \cdot \dot{E}_A + Y \cdot \dot{E}_B + Y \cdot \dot{E}_C}{3Y} = \frac{\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C}{3} = 0 \rightarrow \text{Trung tính nguồn và tải trùng nhau}$$

- Lập phương trình Kirchoff 2 cho vòng OAO'O ta có:

$$\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_{O'O} = \dot{U}_A \rightarrow \text{Hệ thống điện áp pha trên tải đối xứng}$$

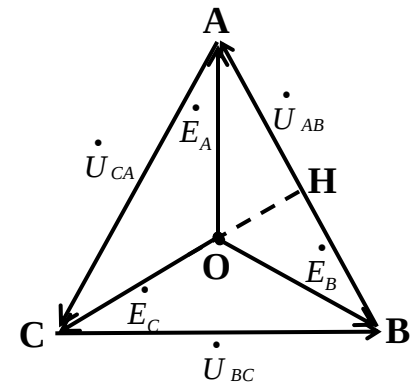
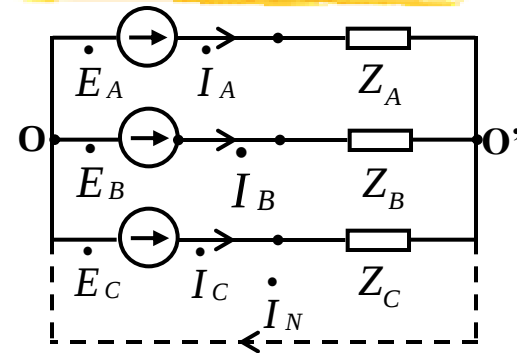
- Tương tự có: $\dot{E}_B = \dot{U}_B$; $\dot{E}_C = \dot{U}_C$

- Từ tam giác OAH ta có quan hệ giữa điện áp dây và điện áp pha:

$$U_{AB} = 2 \cdot U_A \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot U_A \rightarrow \dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_A \cdot e^{j.30^\circ}$$

- Hệ thống dòng điện trong mạch: $\dot{I}_A = Y \cdot \dot{U}_A$; $\dot{I}_B = Y \cdot \dot{U}_B$; $\dot{I}_C = Y \cdot \dot{U}_C \rightarrow \text{Hệ thống dòng điện pha đối xứng}$

- Dòng điện trong dây trung tính: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$



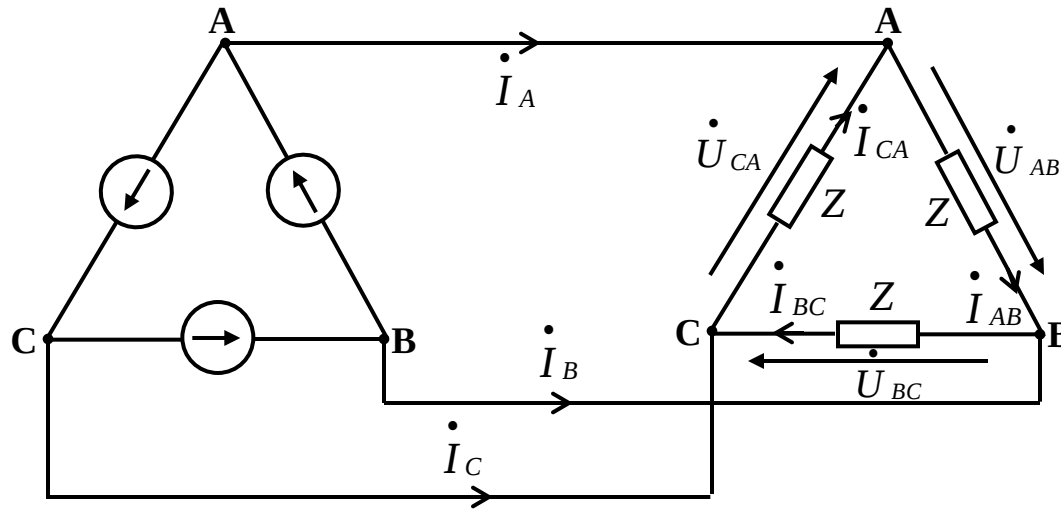
$$\dot{I}_d = \dot{I}_f ; \dot{U}_d = \sqrt{3} \cdot \dot{U}_f \cdot e^{j.30^\circ}$$

$$\dot{I}_N = 0$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

II.2. Đặc điểm mạch ba pha đối xứng.

b. Mạch nối tam giác Δ



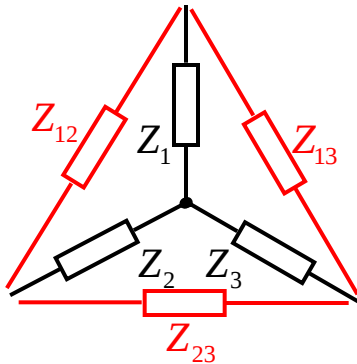
$$\dot{I}_d = \sqrt{3} \dot{I}_f \cdot e^{j.30^\circ} ; \quad \dot{U}_d = \dot{U}_f$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

II.3. Cách phân tích mạch ba pha đối xứng.

- Do những đặc điểm trên, quá trình phân tích và giải mạch 3 pha đối xứng có thể đưa về bài toán xét các biến trạng thái trên một pha. Trạng thái và các quá trình trên 2 pha còn lại cũng hoàn toàn giống trên pha đang xét nhưng về mặt thời gian chúng sẽ lệch nhau $1/3$ chu kỳ.
- Thông thường quá trình phân tích và xét mạch 3 pha thường được thực hiện trên sơ đồ nối tải hình sao Y. Trong trường hợp nếu tải nối tam giác Δ thì ta có thể dùng công thức chuyển đổi.

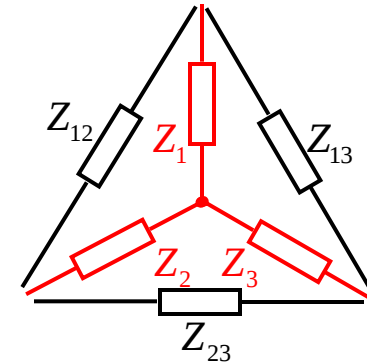
❖ Công thức chuyển Y - Δ :



$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3} \quad Z_{13} = Z_1 + Z_3 + \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2}$$

$$Z_{23} = Z_2 + Z_3 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1}$$

❖ Công thức chuyển Δ - Y:



$$Z_1 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{13}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}} \quad Z_2 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}}$$

$$Z_3 = \frac{Z_{13} \cdot Z_{23}}{Z_{12} + Z_{13} + Z_{23}}$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

II.3. Cách phân tích mạch ba pha đối xứng.

➤ Ví dụ: Xét mạch 3 pha có sơ đồ như hình bên.

❖ Chuyển $\Delta - Y$, xét riêng pha A.

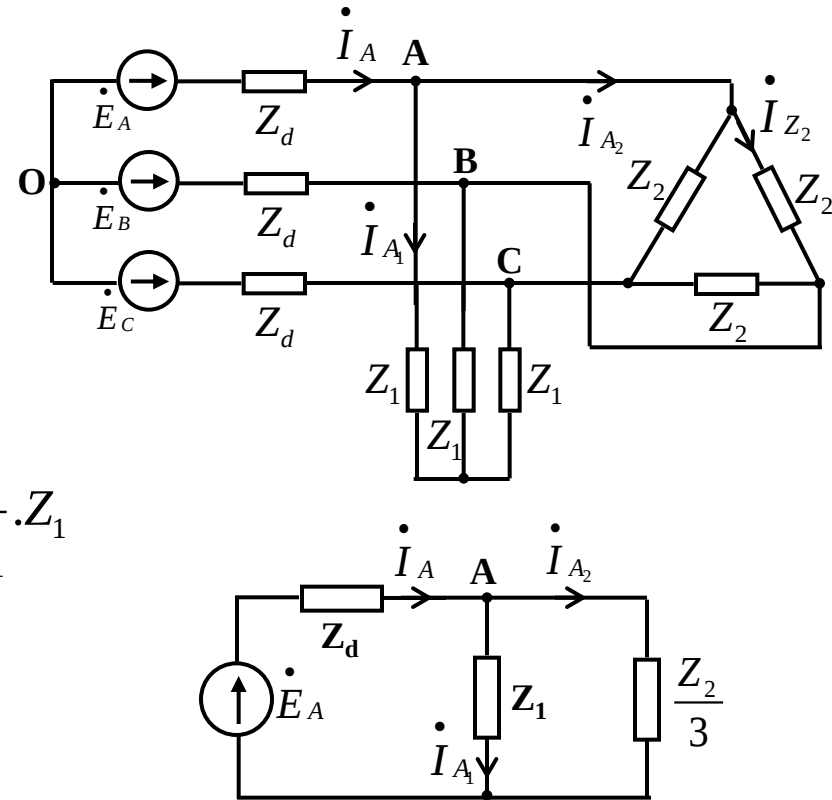
❖ Dòng điện dây: $\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_d + (Z_1 // \frac{Z_2}{3})}$

$$\rightarrow \dot{I}_{A_1} = \frac{\dot{I}_A}{Z_1 + \frac{Z_2}{3}} \cdot \frac{Z_2}{3} ; \quad \dot{I}_{A_2} = \frac{\dot{I}_A}{Z_1 + \frac{Z_2}{3}} \cdot Z_1$$

❖ Dòng điện pha tải Z_2 : $\dot{I}_{Z_2} = \dot{I}_f = \frac{\dot{I}_{A_2}}{\sqrt{3} \cdot e^{j.30^\circ}}$

❖ Tổn thất dọc đường dây: $\Delta \dot{U}_d = Z_d \cdot \dot{I}_d = Z_d \cdot \dot{I}_A = Z_d \cdot \frac{\dot{E}_A}{Z_d + (Z_1 // \frac{Z_2}{3})}$

❖ Mọi trạng thái dòng - áp ở pha B (C) sẽ quay đi một góc tương ứng là $e^{-j.120^\circ}$ ($e^{j.120^\circ}$)



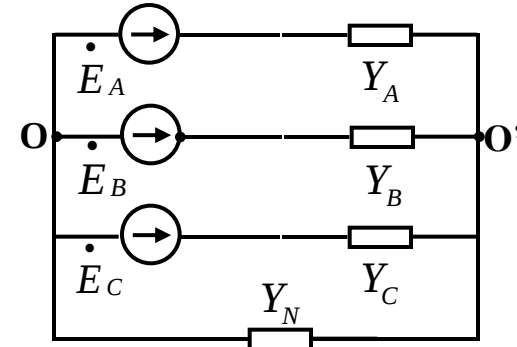
II.4. Mạch ba pha không đối xứng tải tĩnh.

- Nguồn ba pha cung cấp cho các bộ dùng điện 1 pha như thắp sáng, sinh hoạt, các động cơ một pha, biến áp hàn, lò hồ quang ... thường làm việc ở trạng thái không đối xứng (không đối xứng do tải không đối xứng).
- Khi đó, ta coi mạch ba pha là một mạch phức tạp có 3 nguồn 1 pha tác động → có thể dùng tất cả các phương pháp để xét: Dòng vòng, thế nút, dòng nhánh, xếp chồng, mạng 1 cửa ...
- Phương pháp thế nút thường được sử dụng xét mạch hình sao.

❖ Nếu $Z_N = 0 \rightarrow \dot{U}_{O'O} = 0$

$$\rightarrow \dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_A} ; \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z_B} ; \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z_C} ; \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

→ Nếu đứt hay chập 1 pha thì không ảnh hưởng đến các pha khác.



❖ Nếu $Z_N = \infty \rightarrow \dot{U}_{O'O} = \frac{Y_A \cdot \dot{E}_A + Y_B \cdot \dot{E}_B + Y_C \cdot \dot{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$

$$\rightarrow \dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{O'O}}{Z_A} ; \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{O'O}}{Z_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{O'O}}{Z_C} ; \dot{I}_N = 0$$

❖ Nếu $Z_N \neq 0 \rightarrow \dot{U}_{O'O} = \frac{Y_A \cdot \dot{E}_A + Y_B \cdot \dot{E}_B + Y_C \cdot \dot{E}_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}$

$$\rightarrow \dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_{O'O}}{Z_A} ; \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_{O'O}}{Z_B}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_{O'O}}{Z_C} ; \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

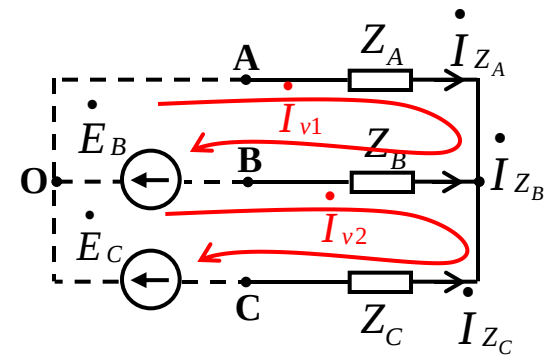
II.4. Mạch ba pha không đối xứng tải tĩnh.

- Thực tế nhiều khi ta chỉ biết các điện áp dây mà không biết điện áp của từng pha của nguồn. Lúc đó có thể thay thế hệ thống điện áp dây bằng một hệ thống ba nguồn hoặc hai nguồn áp tương đương, miễn sao đảm bảo điện áp dây đã cho.

Ví dụ: Cho mạch điện ba pha được cung cấp bởi hệ thống điện áp dây không đối xứng $\dot{U}_{AB}; \dot{U}_{AC}$, tải mắc hình sao đối xứng.

- Ta thay hệ thống điện áp dây không đối xứng bằng sơ đồ với 2 nguồn áp: $\dot{E}_B = \dot{U}_{AB}$; $\dot{E}_C = \dot{U}_{AC}$
- Chọn chiều dòng vòng như hình vẽ.
- Lập phương trình mạch theo phương pháp dòng vòng, ta có:

$$\begin{cases} (Z_A + Z_B) \cdot \dot{I}_{v1} - Z_B \cdot \dot{I}_{v2} = \dot{E}_B \\ -Z_B \cdot \dot{I}_{v1} + (Z_B + Z_C) \cdot \dot{I}_{v2} = \dot{E}_C - \dot{E}_B \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_{Z_A} = \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_{Z_B} = \dot{I}_{v2} - \dot{I}_{v1} \\ \dot{I}_{Z_C} = -\dot{I}_{v2} \end{cases}$$





CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1



Chương 8: Mạch điện ba pha.

I. Khái niệm.

II. Mạch ba pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.

III. Tính và đo công suất mạch điện ba pha.

IV. Mạch ba pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng

V. Phân tích mạch ba pha không đối xứng bằng phương pháp thành phần đối xứng.

III. Tính và đo công suất mạch ba pha.

- Có thể tính công suất mạch 3 pha bằng cách cộng công suất của từng pha lại.

$$\tilde{S}_{3fa} = \dot{U}_A \cdot \dot{I}_A + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C$$

$$P_{3fa} = P_A + P_B + P_C$$

$$Q_{3fa} = Q_A + Q_B + Q_C$$

- Với mạch 3 pha đối xứng, công suất các pha bằng nhau, nên chỉ cần đo công suất trên một pha.

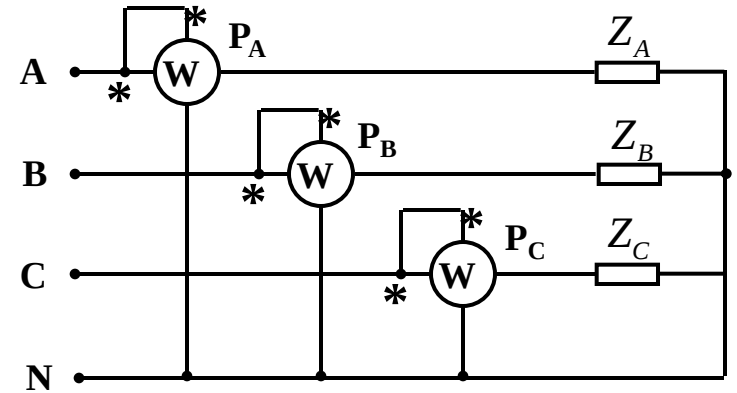
$$\tilde{S}_{3fa} = 3 \cdot \dot{U}_A \cdot \hat{I}_A$$

$$P_{3fa} = 3 \cdot P_{1fa} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_d \cdot I_d \cdot \cos \varphi$$

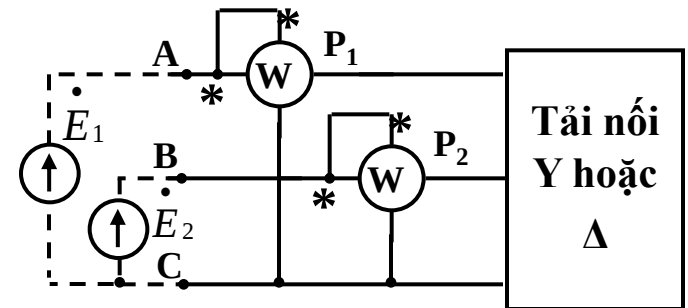
$$Q_{3fa} = 3 \cdot Q_{1fa} = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_d \cdot I_d \cdot \sin \varphi$$

- Với mạch 3 pha không đối xứng, bằng cách thay hệ thống ba pha bằng 2 nguồn tương đương, ta có:

$$P_{3fa} = P_{tai} = P_{E_1} + P_{E_2} = \text{Re}\{\dot{U}_{AC} \cdot \hat{I}_A\} + \text{Re}\{\dot{U}_{BC} \cdot \hat{I}_B\}$$



Sơ đồ đo công suất mạch 3 pha - 3 phần tử



Sơ đồ đo công suất mạch 3 pha - 2 phần tử



Chương 8: Mạch điện ba pha.

I. Khái niệm.

II. Mạch ba pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.

III. Tính và đo công suất mạch điện ba pha.

IV. Mạch ba pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng

IV.1. Khái niệm mạch ba pha có tải động.

IV.2. Hệ điện áp cơ sở của phương pháp thành phần đối xứng.

IV.3. Công thức phân tích và tổng hợp.

IV.4. Tính chất các thành phần đối xứng trong mạch 3 pha.

V. Phân tích mạch ba pha không đối xứng bằng phương pháp thành phần đối xứng.

Chương 8: Mạch điện ba pha

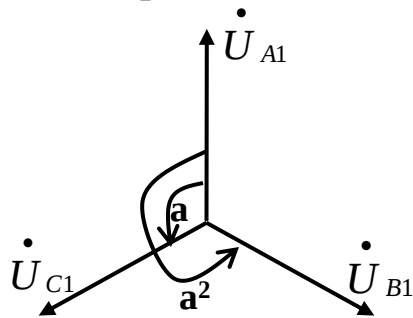
IV.1. Khái niệm mạch ba pha có tải động.

- Trong hệ thống mạch điện 3 pha, thực tế có các phần tử tải mà hệ số hồ cảm, tự cảm, và do đó tổng trở các pha của nó không cố định, chúng thay đổi một cách phức tạp theo mức độ không đối xứng của trạng thái dòng điện ba pha. Người ta gọi những phần tử đó là tải động.
- Nếu coi hệ thống là tuyến tính, với một trạng thái dòng, áp không đối xứng, ta tìm cách phân tích ra những hệ thành phần đối xứng theo những dạng chính tắc nào đó sao cho với mỗi hệ thành phần dòng chính tắc ấy, tổng trở cuộn dây là xác định.
- Khi đó ta có thể dùng tính chất xếp chồng để giải bài toán mạch không đối xứng, bằng cách:
 - ❖ Phân tích nguồn ba pha không đối xứng ra những thành phần đối xứng dạng chính tắc.
 - ❖ Tìm đáp ứng đối với mỗi thành phần ấy rồi xếp chồng lại.
- Phương pháp thành phần đối xứng của Fortescue dựa trên sự phân tích chính tắc những hệ dòng áp ba pha thành những thành phần đối xứng thuận, nghịch và không.

IV.2. Hệ điện áp cơ sở của phương pháp thành phần đối xứng.

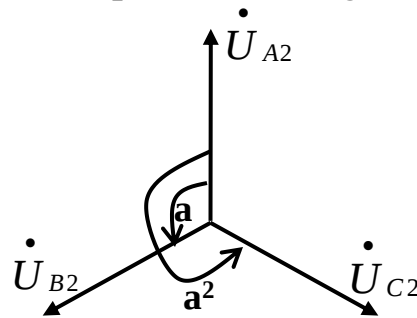
- Như đã nói, phương pháp thành phần đối xứng của Fortescue là phương pháp xét mạch điện ba pha không đối xứng bằng cách phân tích chính tắc những hệ dòng áp ba pha thành những thành phần đối xứng thuận, nghịch và không.
- Hệ thành phần đối xứng thuận, nghịch và không chính là hệ điện áp cơ sở trong phương pháp thành phần đối xứng với:

❖ Thành phần thứ tự thuận:



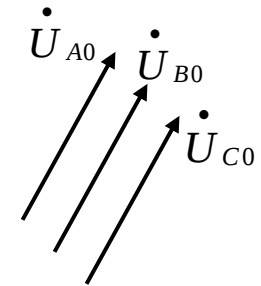
$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = A|0 \text{ (V)} \\ \dot{U}_{B1} = a^2 \cdot \dot{U}_{A1} \\ \dot{U}_{C1} = a \cdot \dot{U}_{A1} \end{cases}$$

❖ Thành phần thứ tự ngược:



$$\begin{cases} \dot{U}_{A2} = A|0 \text{ (V)} \\ \dot{U}_{B2} = a \cdot \dot{U}_{A2} \\ \dot{U}_{C2} = a^2 \cdot \dot{U}_{A2} \end{cases}$$

❖ Thành phần thứ tự không:



$$\begin{cases} \dot{U}_{A0} = A|0 \text{ (V)} \\ \dot{U}_{B0} = \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_{C0} = \dot{U}_{A0} \end{cases}$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

IV.3. Công thức phân tích và tổng hợp.

- Theo các công thức trên, nếu biết các vector của pha chuẩn (ví dụ $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$ thì ta có thể tìm được các vector của hai pha B và C. Như vậy, khi phân tích một hệ thống điện áp không đối xứng $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ta chỉ cần tìm 3 vector $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$

- **Công thức tổng hợp:**

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2} + \dot{U}_{B0} \\ \dot{U}_C = \dot{U}_{C1} + \dot{U}_{C2} + \dot{U}_{C0} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B = a^2 \cdot \dot{U}_{A1} + a \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C = a \cdot \dot{U}_{A1} + a^2 \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{cases}$$

- **Công thức phân tích:** Tính $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$ theo $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a \cdot \dot{U}_B + a^2 \cdot \dot{U}_C) \\ \dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2 \cdot \dot{U}_B + a \cdot \dot{U}_C) \\ \dot{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) \end{cases}$$

IV.3. Công thức phân tích và tổng hợp.

➤ Ví dụ: Phân tích hệ thống điện áp không đối xứng trên tải thành các thành phần đối xứng.

$$\dot{U}_A = 120(V) ; \dot{U}_B = 120 \angle -120^\circ (V) ; \dot{U}_C = 0.$$

❖ Theo công thức phân tích, các thành phần đối xứng của điện áp pha A là:

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(120 + 120 \angle -120^\circ + 120^\circ) = 80(V) \\ \dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) = \frac{1}{3}(120 + 120 \angle -120^\circ + 240^\circ) = 40 \angle 60^\circ (V) \\ \dot{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 40 \angle -60^\circ (V). \end{cases}$$

❖ Từ đó ta có thể tính được các thành phần đối xứng của $\dot{U}_B, \dot{U}_C$:

$$\begin{cases} \dot{U}_{B1} = 80 \angle -120^\circ (V) \\ \dot{U}_{B2} = 40 \angle 180^\circ (V) \\ \dot{U}_{B0} = 40 \angle -60^\circ (V). \end{cases} ; \begin{cases} \dot{U}_{C1} = 80 \angle 120^\circ (V) \\ \dot{U}_{C2} = 40 \angle -60^\circ (V) \\ \dot{U}_{C0} = 40 \angle -60^\circ (V). \end{cases}$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

IV.3. Công thức phân tích và tổng hợp.

➤ *Ví dụ:* Tìm dòng điện trong các pha nếu đã biết các thành phần đối xứng

$$\dot{I}_{A1} = 5\angle 90^\circ (A) ; \dot{I}_{A2} = 5\angle -90^\circ (A) ; \dot{I}_{A0} = 0.$$

❖ Theo công thức tổng hợp ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 5\angle 90^\circ + 5\angle -90^\circ = 0(A) \\ \dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_{A1} + a \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 5\angle -30^\circ + 5\angle 30^\circ = 5\sqrt{3}(A) \\ \dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_{A1} + a^2 \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 5\angle -150^\circ + 5\angle 150^\circ = 5\sqrt{3}\angle 180^\circ (A) \end{array} \right.$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

IV.4. Tính chất các thành phần đối xứng trong mạch 3 pha.

➤ Từ công thức tổng hợp, ta có:

$$\begin{cases} \dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0 \\ \dot{B} = a^2 \cdot \dot{A}_1 + a \cdot \dot{A}_2 + \dot{A}_0 \\ \dot{C} = a \cdot \dot{A}_1 + a^2 \cdot \dot{A}_2 + \dot{A}_0 \end{cases} \quad \begin{aligned} \dot{A} + \dot{B} + \dot{C} &= (1 + a^2 + a) \cdot \dot{A}_1 + (1 + a + a^2) \cdot \dot{A}_2 + 3 \cdot \dot{A}_0 \\ &\rightarrow \boxed{\dot{A} + \dot{B} + \dot{C} = 3 \cdot \dot{A}_0} \end{aligned}$$

→ **Tổng ba lượng pha của hệ bằng ba lần giá trị thành phần thứ tự không.**

➤ Xét hiệu 2 trạng thái, ta có: $\dot{A} - \dot{B} = (\dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0) - (\dot{B}_1 + \dot{B}_2 + \dot{B}_0) = (\dot{A}_1 - \dot{B}_1) + (\dot{A}_2 - \dot{B}_2)$

→ **Hiệu hai lượng pha của hệ không chứa thành phần thứ tự không.**

➤ Từ 2 tính chất trên ta có thể suy ra một số tính chất sau:

❖ **Dòng trong dây trung tính bằng ba lần thành phần thứ tự không của dòng điện dây.**

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 3 \cdot \dot{I}_0$$

❖ **Điện áp dây luôn không có thành phần thứ tự không.**



Chương 8: Mạch điện ba pha.

I. Khái niệm.

II. Mạch ba pha đối xứng và không đối xứng tải tĩnh.

III. Tính và đo công suất mạch điện ba pha.

IV. Mạch ba pha có tải động - Phương pháp thành phần đối xứng

V. Phân tích mạch ba pha không đối xứng bằng phương pháp thành phần đối xứng.

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

V.3. Các điều hòa cao của dòng - áp trong mạch ba pha.

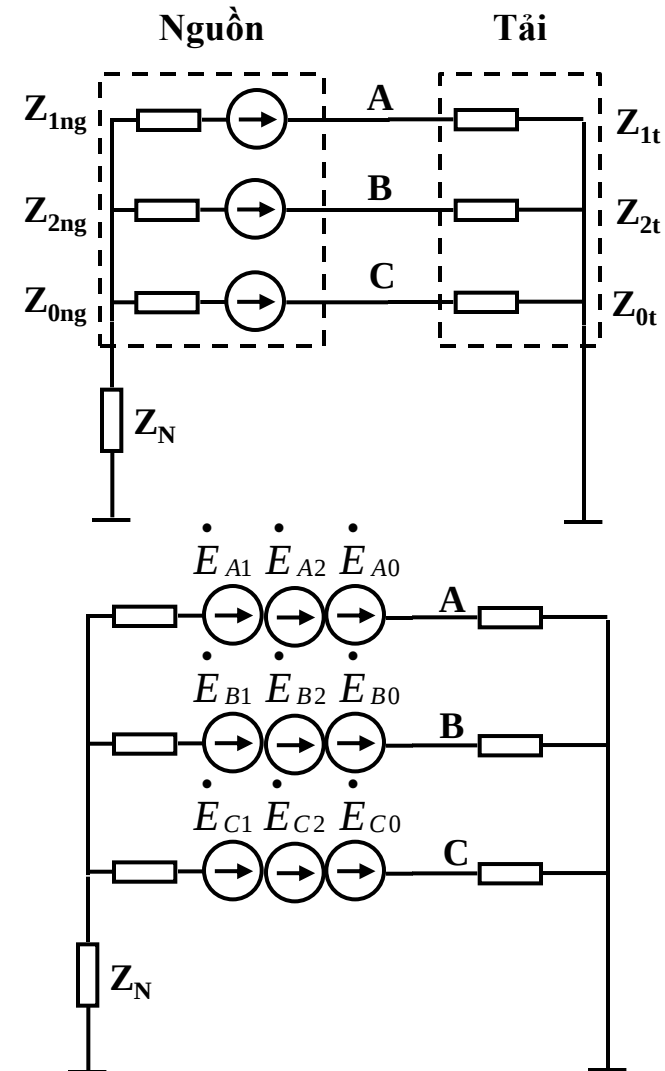
Chương 8: Mạch điện ba pha

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

- Giả sử một nguồn 3 pha có các suất điện động không đối xứng đặt lên một tải như hình bên. Cần tìm dòng điện xác lập trong các pha của tải.
- Ta phân tích hệ suất điện động không đối xứng thành các thành phần đối xứng thuận, nghịch không.

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a\dot{U}_B + a^2\dot{U}_C) \\ \dot{U}_{A2} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + a^2\dot{U}_B + a\dot{U}_C) \\ \dot{U}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) \end{cases}$$

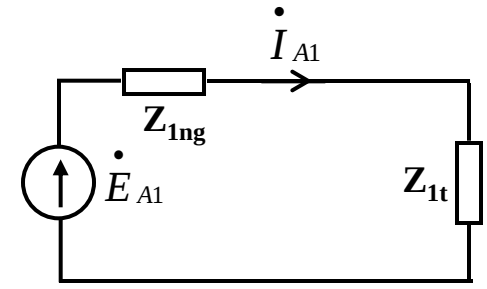
- Thay thế các nguồn suất điện động vào sơ đồ → áp dụng tính chất xếp chồng ta tách thành 3 bài toán đối xứng, trong đó mỗi bài toán chỉ có một bộ thành phần đối xứng suất điện động.



V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

❖ Bài toán 1:

- ✓ Nguồn tác dụng là một hệ suất điện động thứ tự thuận $\dot{E}_{A1}, \dot{E}_{B1}, \dot{E}_{C1}$. Khi đó mạch điện hoàn toàn đối xứng.
- ✓ Cách giải giống hoàn toàn bài toán mạch điện ba pha đối xứng: Dùng sơ đồ tách riêng pha A, ta có:

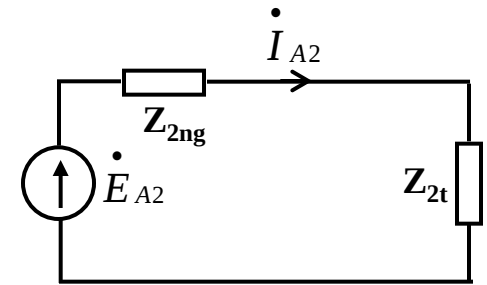


Sơ đồ thứ tự thuận

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_{A1}}{Z_{1ng} + Z_{1t}}$$

❖ Bài toán 2:

- ✓ Nguồn tác dụng là một hệ suất điện động thứ tự ngược $\dot{E}_{A2}, \dot{E}_{B2}, \dot{E}_{C2}$.
- ✓ Tương tự như trên, ta cũng có sơ đồ tính toán cho mạch ba pha đối xứng khi xét riêng pha A.



Sơ đồ thứ tự ngược

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{E}_{A2}}{Z_{2ng} + Z_{2t}}$$

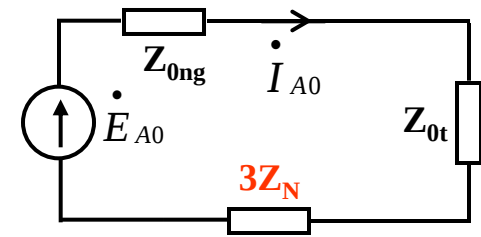
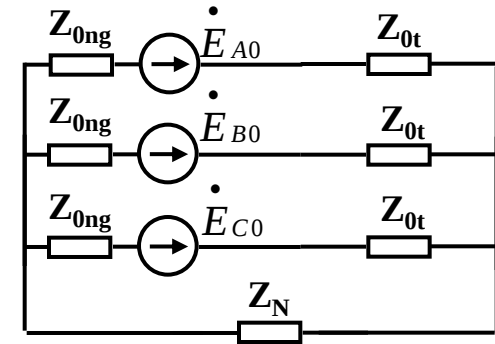
Chương 8: Mạch điện ba pha

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

❖ Bài toán 3:

- ✓ Nguồn tác dụng là một hệ suất điện động thứ tự không $\dot{E}_{A0}, \dot{E}_{B0}, \dot{E}_{C0}$, tổng trở tải Z_{0t} và tổng nguồn Z_{0ng} đều đối xứng.
- ✓ Lúc này mạch điện có dây trung tính, dòng điện trong dây trung tính bằng 3 lần dòng điện thứ tự không.
- ✓ Xét riêng pha A ta có:

$$\dot{I}_{A0} = \frac{\dot{E}_{A0}}{Z_{0ng} + Z_{0t} + 3.Z_N}$$



Sơ đồ thứ tự không

- ✓ **Chú ý:** Với sơ đồ thứ tự không, nếu **không có dây trung tính**, dòng điện trong các pha sẽ bằng không.

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

- Sau khi tính được các thành phần dòng điện do từng hệ thống ba pha thuận, nghịch, không tác dụng riêng rẽ, áp dụng công thức tổng hợp, ta tính được dòng điện trong mỗi pha:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_{A1} + a \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_{A1} + a^2 \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \end{cases}$$

- Các bước giải bài toán mạch ba pha có nguồn không đối xứng:
 - ❖ Phân tích nguồn đối xứng thành tổng của các thành phần thuận, nghịch, không.
 - ❖ Lập và tính các giá trị dòng áp cần thiết trên các sơ đồ thuận, nghịch, không. (Sơ đồ thuận và nghịch có kết cấu giống nhau; sơ đồ thứ tự không có thêm tổng trở dây trung tính với giá trị tăng gấp 3 lần)
 - ❖ Áp dụng công thức tổng hợp để tính toán các giá trị dòng, áp cần tìm.

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

Ví dụ: Tính dòng điện trong các pha của mạch 3 pha không đối xứng như hình bên, biết:

$$\dot{E}_A = 6500(V); \dot{E}_B = 6800 \angle -135^\circ (V); \dot{E}_C = 6300 \angle 130^\circ (V)$$

$$Z_{1ng} = Z_{2ng} = j.14(\Omega); Z_{0ng} = j.1(\Omega); Z_N = j.10(\Omega);$$

$$Z_{1t} = 40 + j.45(\Omega); Z_{2t} = 2 + j.8(\Omega); Z_{0t} = j.3(\Omega);$$

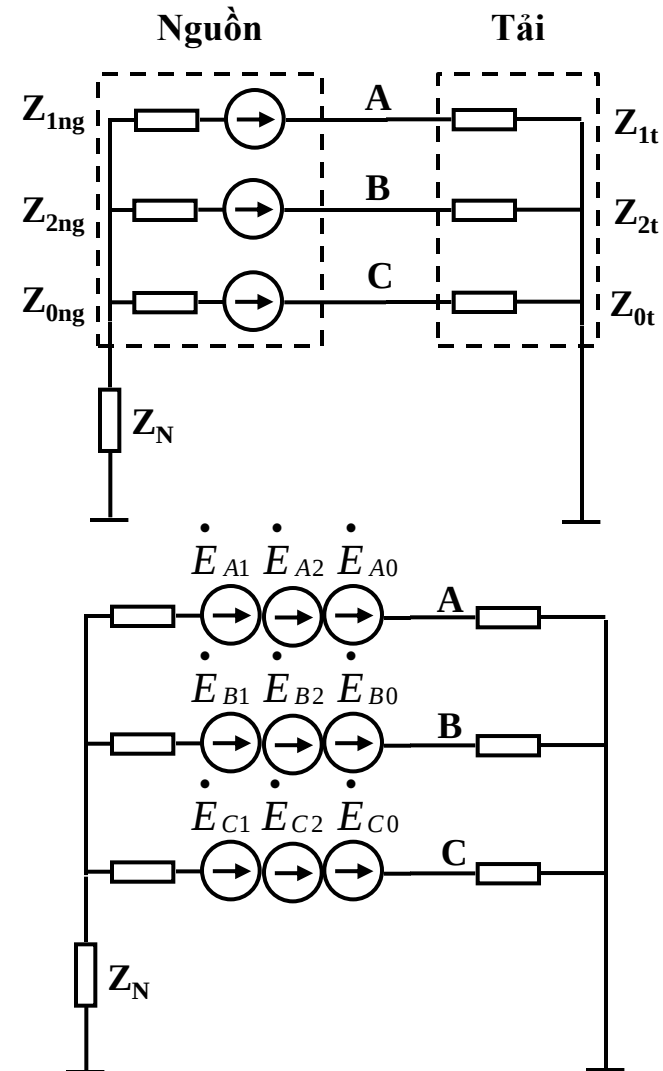
Giải:

- Phân tích hệ thống suất điện động không đối xứng thành các thành phần thứ tự thuận nghịch không.

$$\dot{E}_{A1} = \frac{1}{3} (\dot{E}_A + a \cdot \dot{E}_B + a^2 \cdot \dot{E}_C) = 6420 \angle -2^\circ (V)$$

$$\dot{E}_{A2} = \frac{1}{3} (\dot{E}_A + a^2 \cdot \dot{E}_B + a \cdot \dot{E}_C) = 800 \angle 13,50^\circ (V)$$

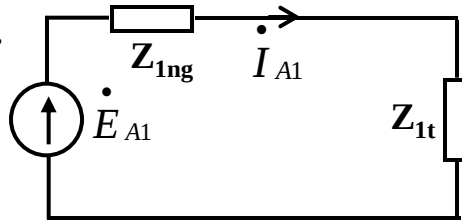
$$\dot{E}_{A0} = \frac{1}{3} (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) = -783(V)$$



Chương 8: Mạch điện ba pha

V.1. Mạch ba pha có nguồn không đối xứng.

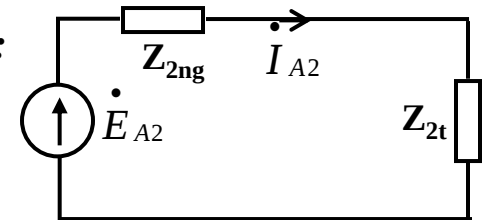
❖ Xét sơ đồ thuận:



Sơ đồ thứ tự thuận

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{E}_{A1}}{Z_{1ng} + Z_{1t}} = 90,2 \angle -57,50^\circ (\text{A})$$

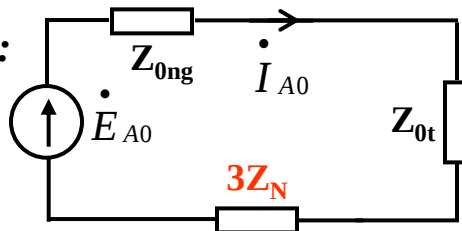
❖ Xét sơ đồ ngược:



Sơ đồ thứ tự ngược

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{E}_{A2}}{Z_{2ng} + Z_{2t}} = 40,5 \angle -71^\circ (\text{A})$$

❖ Xét sơ đồ không:



Sơ đồ thứ tự không

$$\dot{I}_{A0} = \frac{\dot{E}_{A0}}{Z_{0ng} + Z_{0t} + 3Z_N} = 23 \angle 90^\circ (\text{A})$$

➤ Áp dụng công thức tổng hợp ta có:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 111 \angle -56,20^\circ (\text{A})$$

$$\dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_{A1} + a \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 81,2 \angle 141,50^\circ (\text{A})$$

$$\dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_{A1} + a^2 \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 111 \angle 82,45^\circ (\text{A})$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

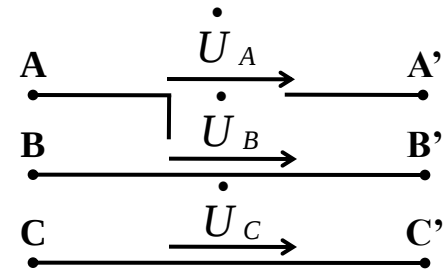
- Khi mạch ba pha đối xứng bị sự cố (sự cố đứt dây, ngắn mạch ...), phần mạch ở nơi sự cố sẽ không đối xứng nữa. Điện áp tại phần mạch sự cố lập thành một hệ điện áp không đối xứng.
- **Phương pháp xét bài toán mạch điện ba pha sự cố:**
 - ❖ Phân tích thành phần điện áp không đối xứng tại vị trí sự cố thành các thành phần đối xứng thuận, nghịch, không.
 - ❖ Áp dụng phương pháp xét mạch ba pha đối xứng.
- Có 2 loại sự cố trong mạch ba pha:
 - ❖ **Sự cố dọc đường dây:** Ví dụ: Sự cố đứt dây 1 pha, đứt dây 2 pha ...
 - ✓ Làm thay đổi tổng trở pha của đường dây.
 - ✓ Thay thế vị trí sự cố bằng hệ thống dòng, áp mắc nối tiếp vào đường dây.
 - ❖ **Sự cố ngang đường dây:** Ví dụ: Sự cố ngắn mạch 2 pha, chạm đất 1 pha ...
 - ✓ Làm thay đổi tổng trở cách điện giữa các pha đường dây với nhau và với đất.
 - ✓ Thay thế vị trí sự cố bằng hệ thống dòng, áp mắc song song vào đường dây.

Chương 8: Mạch điện ba pha

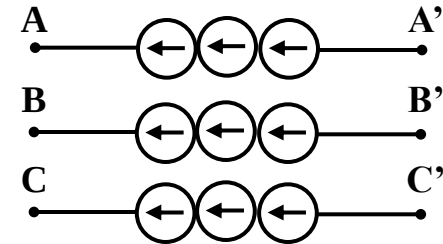
V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

a. Sự cố đứt dây 1 pha.

- Hiện tượng:
- ❖ Tổng trở tại vị trí sự cố:
$$\begin{cases} Z_{faA} = \infty \\ Z_{faB} = 0 \\ Z_{faC} = 0 \end{cases}$$



- ❖ Điện áp tại vị trí sự cố:
$$\begin{cases} \dot{U}_A \neq 0 \\ \dot{U}_B = 0 \\ \dot{U}_C = 0 \end{cases}$$



- Phương trình sự cố:

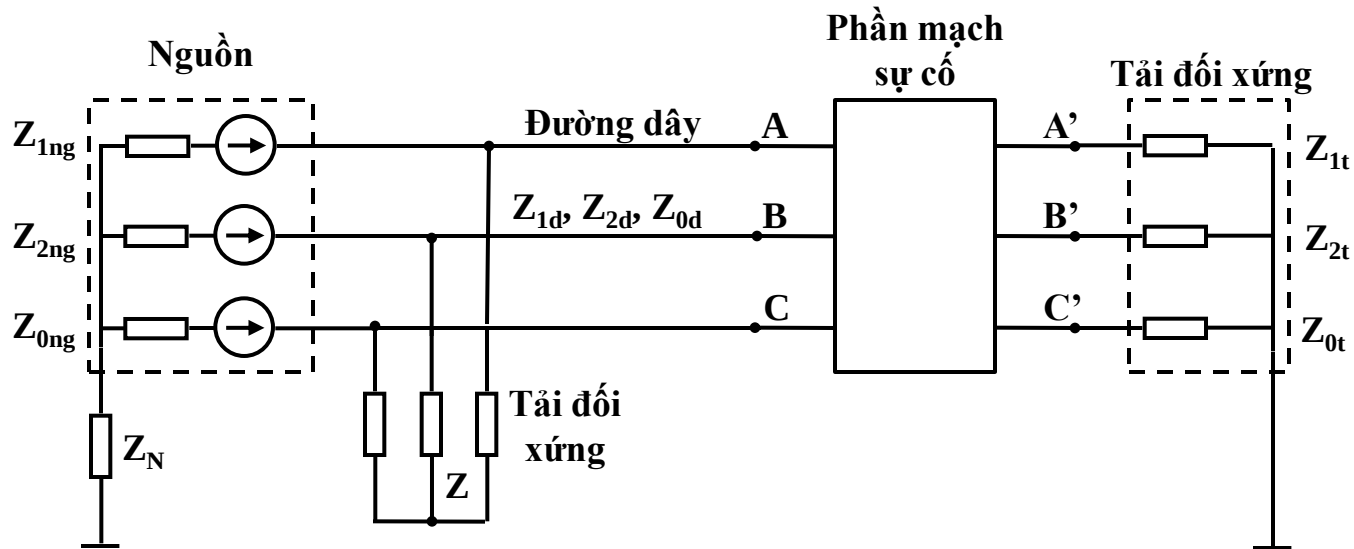
$$\begin{cases} \dot{I}_A = 0 \\ \dot{U}_B = 0 \\ \dot{U}_C = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 0 \\ a^2 \cdot \dot{U}_{A1} + a \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 0 \\ a \cdot \dot{U}_{A1} + a^2 \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 0 \end{cases}$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

a. Sự cố đứt dây 1 pha.

Ví dụ: Cho mạch điện 3 pha đơn giản, cho đường dây bị đứt pha A làm thành một bộ phận không đối xứng biểu diễn bằng một hình chữ nhật. Tìm các dòng áp trong mạch.



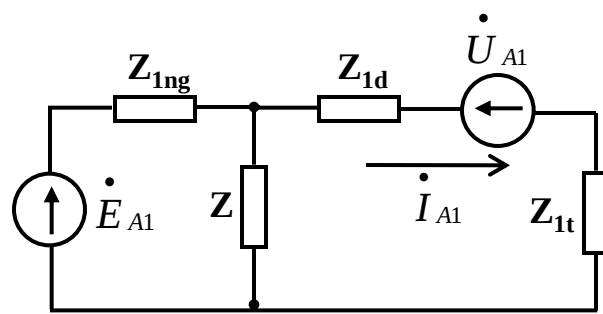
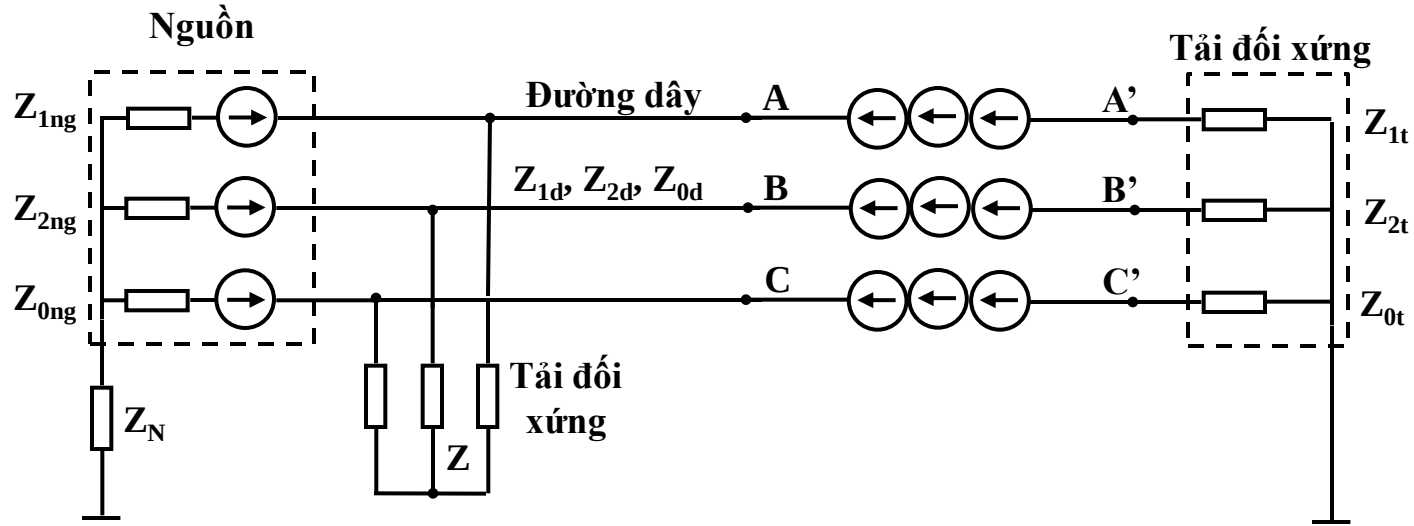
- Trừ phần sự cố ra, mạch điện còn lại hoàn toàn đối xứng.
- Muốn đưa bài toán này về đối xứng $\rightarrow$ cần thay thế hệ thống điện áp không đối xứng ở phần sự cố bằng những thành phần đối xứng thuận, nghịch, không.

Chương 8: Mạch điện ba pha

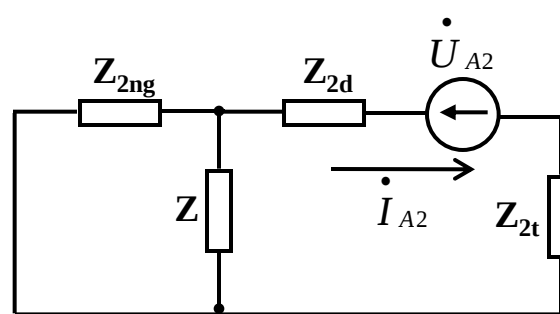
V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

a. Sự cố đứt dây 1 pha.

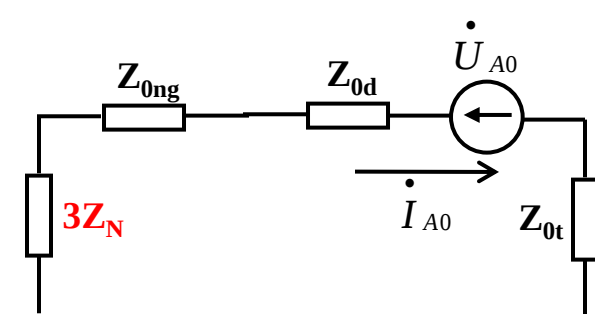
Ví dụ:



Sơ đồ thứ tự thuận



Sơ đồ thứ tự ngược



Sơ đồ thứ tự không

Thứ tự không chỉ chạy trong mạch có dây trung tính

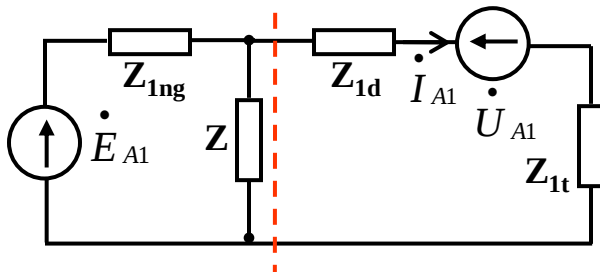
Chương 8: Mạch điện ba pha

V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

a. Sự cố đứt dây 1 pha.

Ví dụ:

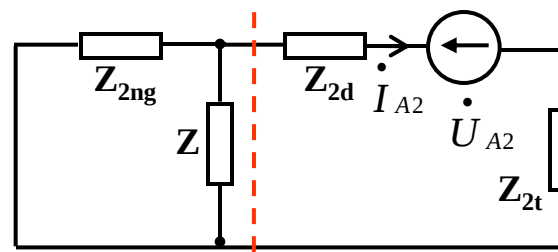
➤ Sơ đồ thứ tự thuận:



$$\dot{E}_{td1} = \frac{\dot{E}_{A1} \cdot Z}{Z + Z_{1ng}} ; Z_{td1} = \frac{Z_{1ng} \cdot Z}{Z + Z_{1ng}}$$

$$\dot{U}_{A1} + \dot{I}_{A1} \cdot (Z_{td1} + Z_{1d} + Z_{1t}) = \dot{E}_{td1}$$

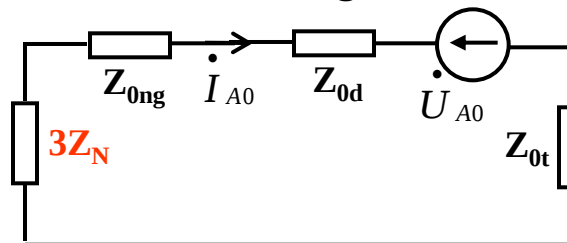
➤ Sơ đồ thứ tự ngược:



$$\dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2} \cdot (Z_{td2} + Z_{2d} + Z_{2t}) = 0$$

$$Z_{td2} = \frac{Z_{2ng} \cdot Z}{Z + Z_{2ng}}$$

➤ Sơ đồ thứ tự không:



$$\dot{U}_{A0} + \dot{I}_{A0} \cdot (3 \cdot Z_N + Z_{0ng} + Z_{0d} + Z_{0t}) = 0$$

V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

a. Sự cố đứt dây 1 pha.

Ví dụ:

- Vậy có 6 phương trình = 3 phương trình sự cố + 3 phương trình lập từ sơ đồ thuận, nghịch, không.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_{A1} + \dot{I}_{A1} \cdot (Z_{td1} + Z_{1d} + Z_{1t}) = \dot{E}_{td1} \\ \dot{U}_{A2} + \dot{I}_{A2} \cdot (Z_{td2} + Z_{2d} + Z_{2t}) = 0 \\ \dot{U}_{A0} + \dot{I}_{A0} \cdot (3 \cdot Z_N + Z_{0ng} + Z_{0d} + Z_{0t}) = 0 \\ \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} = 0 \\ a^2 \cdot \dot{U}_{A1} + a \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 0 \\ a \cdot \dot{U}_{A1} + a^2 \cdot \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} = 0 \end{array} \right.$$

- Giải 6 phương trình này ta tìm được:
 $\dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A0}, \dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$
- Thay $\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$ vào sơ đồ thuận, nghịch, không → tìm được dòng áp thứ tự thuận, nghịch, không ở mọi nhánh trong mạch.
- Để tìm dòng áp trên các nhánh của mạch điện, tạo dùng công thức tổng hợp:

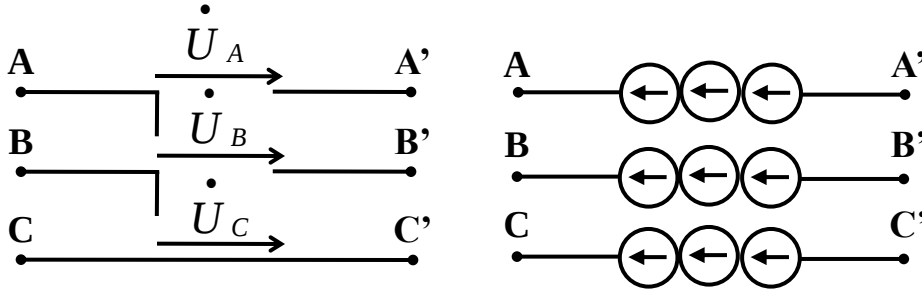
$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0}$$

$$\dot{I}_B = a^2 \cdot \dot{I}_{A1} + a \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}$$

$$\dot{I}_C = a \cdot \dot{I}_{A1} + a^2 \cdot \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}$$

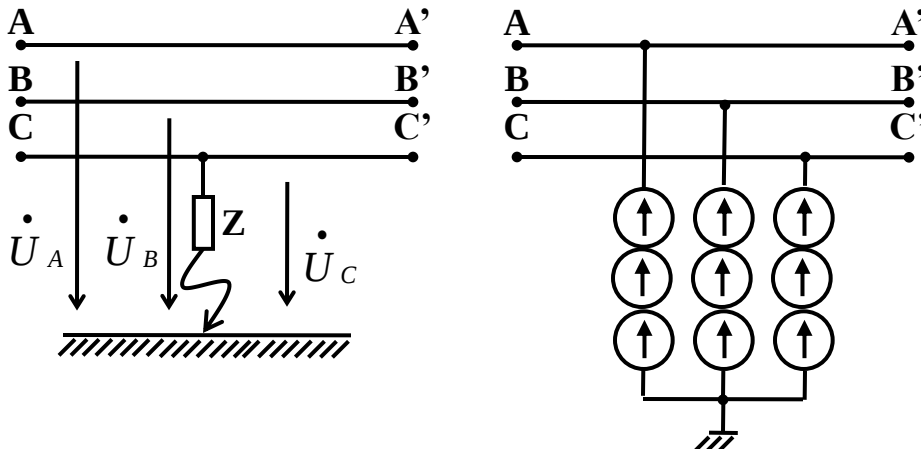
V.2. Các sự cố ngắn mạch, đứt dây trong mạch ba pha.

b. Sự cố đứt dây 2 pha.



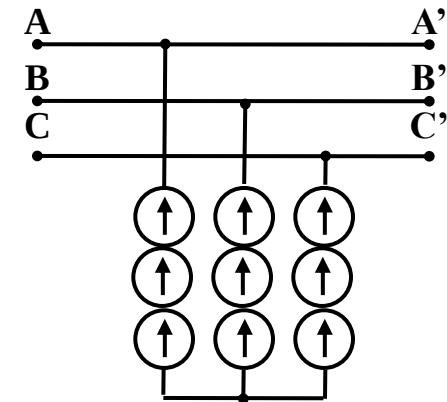
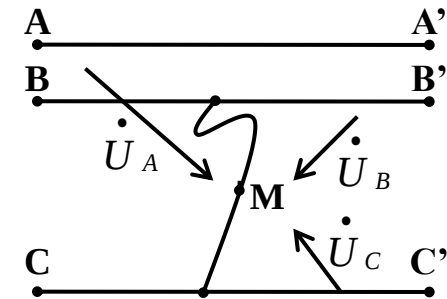
$$\dot{I}_A = 0 ; \dot{I}_B = 0 ; \dot{I}_C = 0$$

c. Sự cố chạm đất 1 pha.



$$\dot{I}_A = 0 ; \dot{I}_B = 0 ; \dot{I}_C = Z \cdot \dot{I}_C$$

d. Sự cố ngắn mạch 2 pha.



$$\dot{I}_A = 0 ; \dot{I}_B = 0 ; \dot{I}_C = 0$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.3. Các điều hòa cao của dòng - áp trong mạch ba pha.

- Có nhiều nguyên nhân sinh ra các điều hòa cao của suất điện động và dòng ba pha:
 - ❖ Máy phát điện chế tạo không hoàn hảo → sinh ra các suất điện động không sin
 - ❖ ...
- Phân tích suất điện động đó thành chuỗi Furie, ngoài sóng cơ bản có tần số ω , còn chứa nhiều sóng bậc cao có tần số $3\omega, 5\omega, 7\omega \dots$
- Do máy phát điện có cấu tạo đối xứng, nên suất điện động các pha hoàn toàn giống nhau, và lệch nhau về thời gian $1/3$ chu kỳ nên:

$$e_{kA}(t) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin k \cdot \omega \cdot t$$

$$e_{kB}(t) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin k \omega \cdot (t - \frac{T}{3}) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t - k \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3})$$

Chương 8: Mạch điện ba pha

V.3. Các điều hòa cao của dòng - áp trong mạch ba pha.

$$e_{kA}(t) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin k \cdot \omega \cdot t$$

$$e_{kB}(t) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin k \omega \cdot (t - \frac{T}{3}) = E_k \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(k \cdot \omega \cdot t - k \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3})$$

➤ Nhận xét:

- ❖ Các sóng điều hòa có $k = 3n \rightarrow \varphi_k = n \cdot 2 \cdot \pi \rightarrow$ tạo thành **hệ thống thứ tự không**.
- ❖ Các sóng điều hòa có $k = 3n + 1 \rightarrow \varphi_k = n \cdot 2 \cdot \pi + 2 \cdot \pi / 3 \rightarrow$ tạo thành **hệ thống thứ tự thuận**.
- ❖ Các sóng điều hòa có $k = 3n + 2 \rightarrow \varphi_k = n \cdot 2 \cdot \pi + 4 \cdot \pi / 3 \rightarrow$ tạo thành **hệ thống thứ tự ngược**.

➤ Suy ra:

- ❖ Dòng điện trong dây trung tính chỉ chứa các sóng điều hòa bậc $3 \cdot n$ của dòng pha.

$$I_N = 3 \cdot \sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

- ❖ Điện áp pha bao gồm tất cả các sóng điều hòa:

$$U_f = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_9^2 + \dots}$$

- ❖ Điện áp dây không chứa thành phần thứ tự không ($3n$)

$$U_d = \sqrt{3} \cdot \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_{11}^2 + \dots}$$



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I. Quá trình quá độ trong hệ thống.

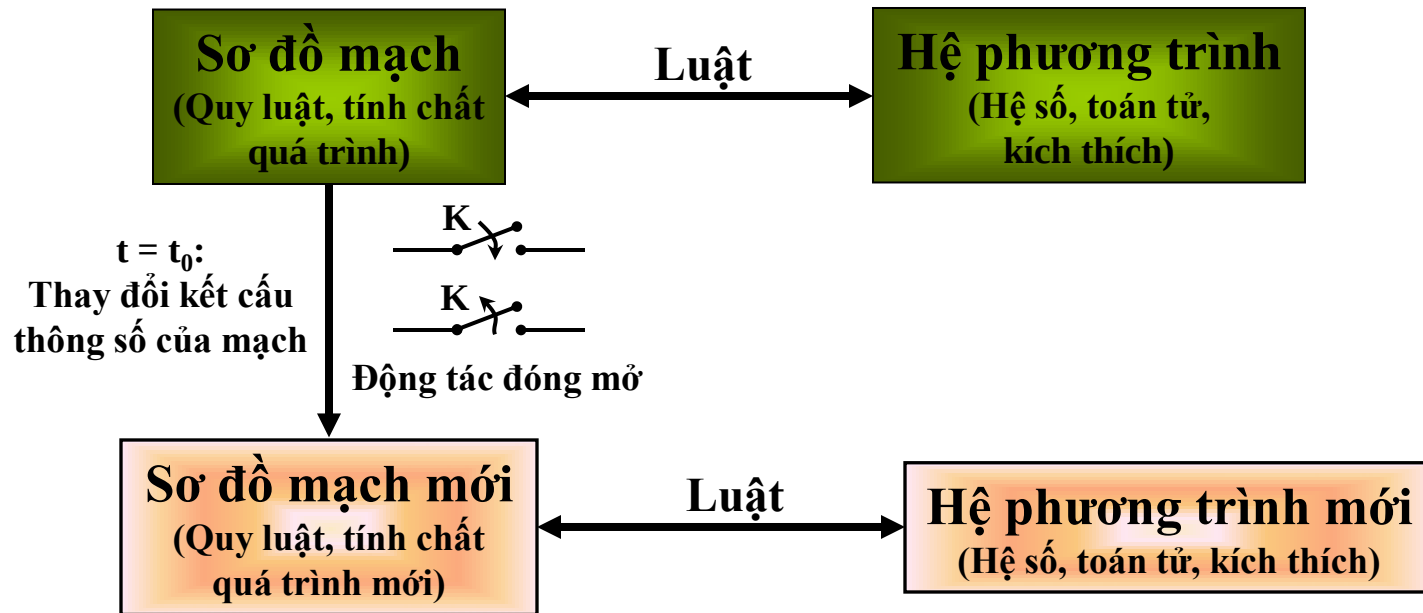
II. Tính liên tục và mở rộng tính khả vi của quá trình.

III. Sơ kiện và phương pháp tính sơ kiện.

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I.1. Khái niệm về quá trình quá độ.

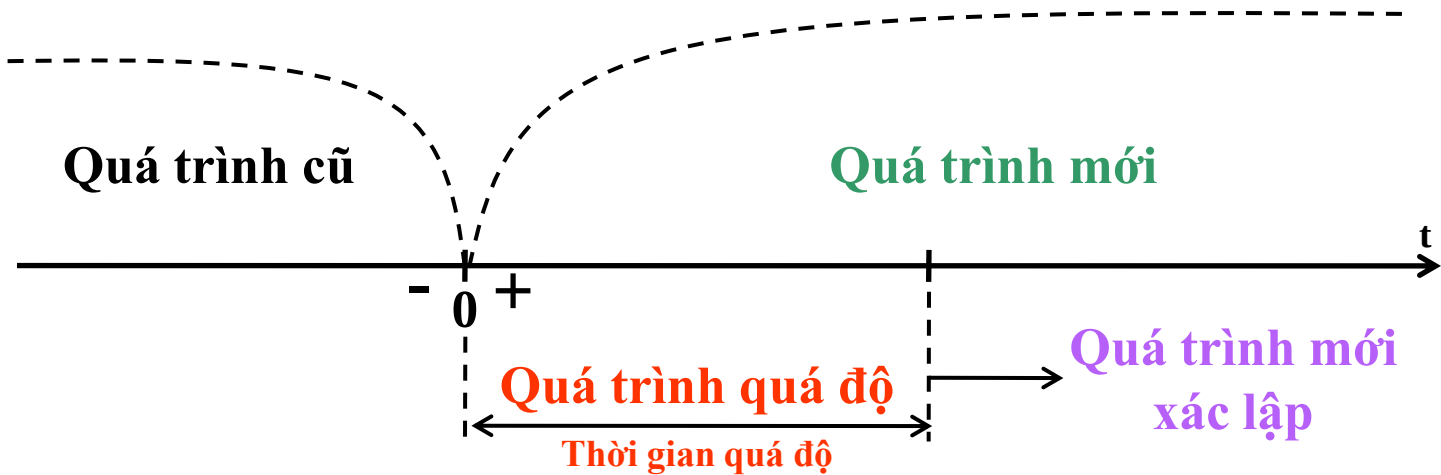
- Quá trình của hệ thống và mạch được mô tả bởi những hệ phương trình vi tích phân trong miền thời gian t .



- Mỗi động tác đóng mở kết thúc một quá trình cũ ứng với một hệ phương trình cũ nào đó, và khởi đầu một quá trình quá độ hiện hành ứng với một hệ phương trình mới.
- Quá trình quá độ của hệ thống là quá trình nghiệm đúng hệ phương trình mới, khởi đầu từ lân cận thời điểm t_0 .

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I.1. Khái niệm về quá trình quá độ.



- $t = 0$: Trạng thái của hệ chuyển từ quá trình cũ sang quá trình mới.
- Thời gian quá độ: Tính từ thời điểm $t = 0$ cho đến thời điểm trước khi hệ xác lập ở trạng thái mới.
- Nghiệm của quá trình quá độ là nghiệm hệ phương trình vi tích phân của mạch xét trong chế độ mới tính từ thời điểm $t = +0$.

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I.2. Sự tồn tại của quá trình quá độ.

- Trạng thái xác lập của hệ thường không thành lập ngay sau quá trình đóng mở mà thường phải trải qua một quá trình quá độ vì:

❖ Về mặt toán học:

- ✓ Các biến trạng thái $x(t)$, $i(t)$, $u(t)$... là nghiệm của hệ phương trình vi tích phân trong miền thời gian t :
 - Chúng phải khả vi đến những cấp nhất định.
 - Chúng phải biến thiên liên tục từ những giá trị đầu $x(+0)$, $i(+0)$, $u(+0)$... (được quyết định bởi trạng thái cũ và hệ phương trình cũ của mạch).
- ✓ Các nghiệm xác lập mới của mạch $x_{xl}(t)$, $i_{xl}(t)$, $u_{xl}(t)$... là nghiệm của hệ phương trình vi tích phân của mạch trong chế độ mới (không tùy thuộc vào trạng thái cũ).

Quá trình trong hệ thường phải chuyển tiếp quá độ dần đến quá trình xác lập



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống



I.2. Sự tồn tại của quá trình quá độ.

❖ Về mặt vật lý:

- ✓ Quá trình hệ thống trong mạch Kirchoff là một quá trình năng động lượng.
- ✓ Các số hạng đạo hàm thường gắn với sự có mặt của những kho trong hệ thống (kho điện, kho từ ...).
- ✓ Quá trình năng lượng trong mỗi kho thường biến thiên liên tục (nếu không, công suất nạp vào kho sẽ lớn vô hạn). Do đó những trạng thái năng lượng ban đầu ở $t = +0$ các kho thường phải chuyển tiếp dần đến trạng thái xác lập.

Quá trình trong hệ phải trải qua một khoảng thời gian quá độ.



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống



I.3. Nội dung bài toán quá trình quá độ.

➤ Có thể phân thành hai loại bài toán:

❖ *Bài toán phân tích mạch:*

- ✓ Lập hệ phương trình mô tả quá trình xét của mạch hay sơ đồ mạch: Đó là hệ phương trình vi tích phân trong miền thời gian.
- ✓ Tìm nghiệm quá trình quá độ $x(t)$.
- ✓ Phân tích tính chất, đặc điểm của quá trình quá độ: Quá trình quá độ dao động hay không, nghiệm quá độ sẽ tăng giảm dần vô hạn hay tiến đến xác lập, quá trình tăng giảm nhanh hay chậm ...

❖ *Bài toán tổng hợp mạch:* Yêu cầu xác định sơ đồ cùng các thông số của nó sao cho có thể tạo ra được những tính chất cần có của quá trình, hoặc tạo ra một quan hệ cần có giữa đáp ứng và kích thích.



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I. Quá trình quá độ trong hệ thống.

II. Tính liên tục và mở rộng tính khả vi của quá trình.

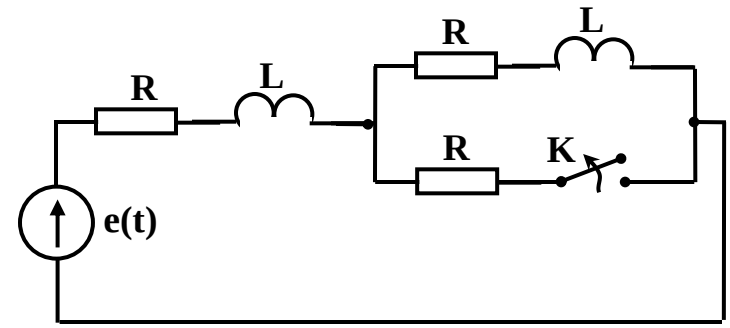
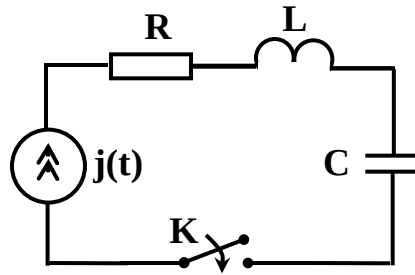
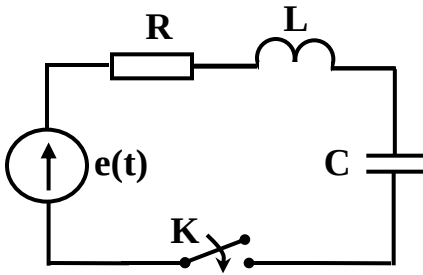
II.1. Tính liên tục của các bậc đạo hàm. Bài toán chỉnh và không chỉnh.

II.2. Hàm bước nhảy Hevixaid - Hàm Dirac.

III. Sơ kiện và phương pháp tính sơ kiện.

II.1. Tính liên tục của các bậc đạo hàm. Bài toán chỉnh và không chỉnh.

- Quá trình mạch mô tả bởi một hệ phương trình vi phân chứa những số hạng đạo hàm đến cấp m của biến $x_k(t)$, $x_k'(t)$, ..., $x_k^{(m)}(t)$ thì nói chung các đạo hàm của nó đến cấp $m-1$ phải liên tục.
- Trong thực tế thường gặp những phép đóng mở bảo đảm được tính liên tục các số hạng đạo hàm. Ta gọi đó là những *phép đóng mở chỉnh*, tương ứng với *bài toán quá độ chỉnh*.
- Tuy nhiên, đôi khi có những động tác đóng mở sơ đồ khiến một số lượng đáng kể phải liên tục ở $(-, +0)$ thì lại buộc phải gián đoạn. *Phép đóng mở* như vậy được gọi là *không chỉnh*, tương ứng với *bài toán quá độ không chỉnh*.

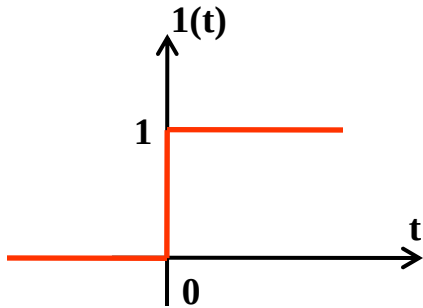


- Để có thể áp dụng được cách giải phương trình vi phân của Toán giải tích, ta sẽ coi những quá trình biến thiên bước nhảy (không liên tục) đó là liên tục và khả vi theo một nghĩa nào đó.

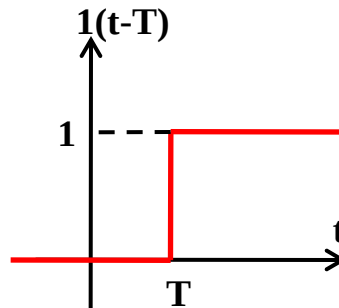
II.2. Hàm bước nhảy Hevixaid - Hàm Dirac

a. Hàm bước nhảy Hevixaid:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < 0 \\ 1 & \text{với } t > 0 \\ \text{khả vi tại } t = 0 \end{cases}$$



$$1(t-T) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < T \\ 1 & \text{với } t > T \\ \text{khả vi tại } t = T \end{cases}$$



➤ Hàm Hevixaid $1(t-T)$ có tính khả vi, và đặc trưng bởi 2 yếu tố:

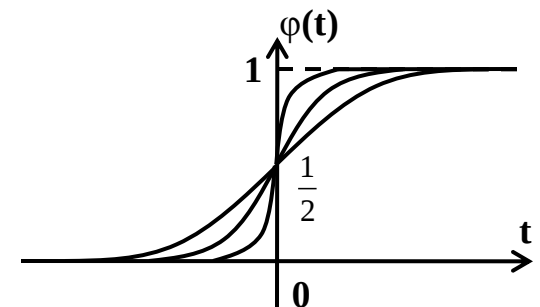
- ❖ Thời điểm nhảy T .
- ❖ Biên độ bước nhảy 1.

➤ Để phản ánh quá trình vật lý, về giải tích ta hiểu bước nhảy Hevixaid là giới hạn rút ngắn lại vô hạn ở quanh $t = 0$ hay $t = T$ của những quá trình liên tục khả vi $\varphi_k(t)$.

Ví dụ: $\varphi_k(t) = 0.5 \cdot (1 + \text{th}(k \cdot t))$

$$\varphi_k(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(k \cdot t)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_k(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$



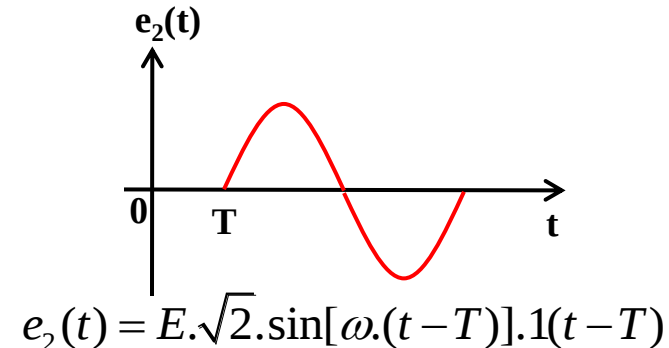
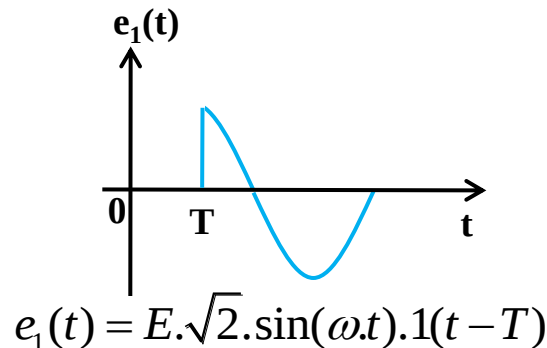
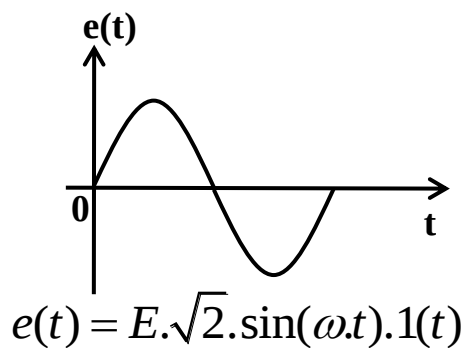
II.2. Hàm bước nhảy Hevixaid - Hàm Dirac

a. Hàm bước nhảy Hevixaid:

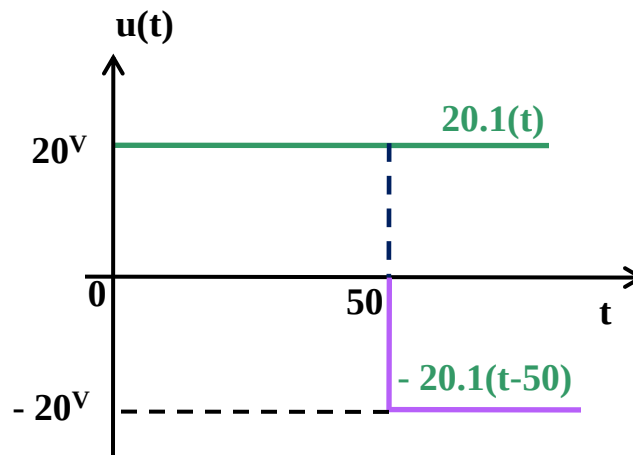
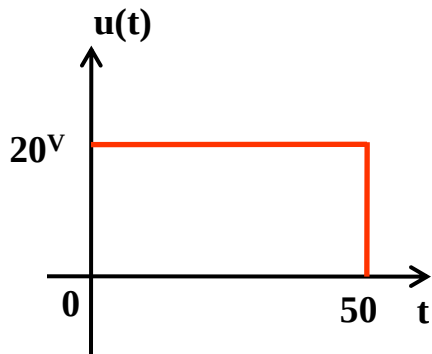
➤ Ứng dụng hàm bước nhảy Hevixaid:

❖ Thay thế cho khóa đóng, ngắt:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < 0 \\ 1 & \text{với } t > 0 \\ \text{khả vi tại } t = 0 \end{cases}$$



❖ Biểu diễn các xung:



$$u_1(t) = 20 \cdot 1(t) \text{ (V)}$$

$$u_2(t) = -20 \cdot 1(t - 50) \text{ (V)}$$

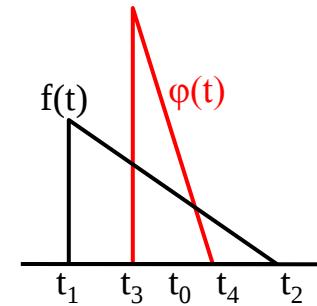
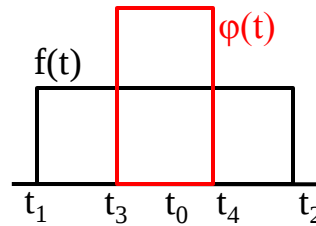
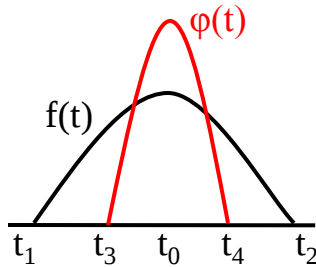
$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = 20 \cdot 1(t) - 20 \cdot 1(t - 50) \text{ (V)}$$

II.2. Hàm bước nhảy Hevixaid - Hàm Dirac

b. Hàm Dirac: $\delta(t)$, $\delta(t-T)$.

- Khái niệm hàm Dirac được định nghĩa nhằm biểu diễn những xung tác động trong một thời gian ngắn quanh thời điểm t_0 với xung lượng I .

$$I_f = \int_{t_1}^{t_2} f(t).dt$$



- Nếu độ dài xung $T = t_2 - t_1$ đủ nhỏ so với thời gian quán tính của hệ thì ta có thể đồng thời rút ngắn độ dài xung và tăng thích đáng cường độ xung miễn sao đảm bảo tương đương về mặt xung lượng, và về thời điểm t_0 quanh đó xung tác động.

$$I_\varphi = \int_{t_3}^{t_4} \varphi(t).dt = I_f = \int_{t_1}^{t_2} f(t).dt$$



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống



II.2. Hàm bước nhảy Hevixaid - Hàm Dirac

b. Hàm Dirac: $\delta(t)$, $\delta(t-T)$.

- **Định nghĩa:** Hàm Dirac là đạo hàm của bước nhảy Hevixaid.

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t) \quad ; \quad \delta(t-T) = \frac{d}{dt}1(t-T)$$

➤ **Tính chất:**

- Các xung Dirac tác động tại các thời điểm khác nhau là độc lập tuyến tính với nhau.
- Các xung Dirac tác động tại cùng một thời điểm, nhưng ở các cấp khác nhau là độc lập tuyến tính với nhau.
- Nhân $\delta(t)$ với hằng số A thì được một xung Dirac có độ lớn xung lượng tăng lên A lần.
- Nhân một xung Dirac với một hàm thời gian thì ta có giá trị của hàm đó tại thời điểm t.

$$f(t).\delta(t) = f(0).\delta(t)$$

$$f(t).\delta(t-T) = f(T).\delta(t-T)$$



CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống

I. Quá trình quá độ trong hệ thống.

II. Tính liên tục và mở rộng tính khả vi của quá trình.

III. Sơ kiện và phương pháp tính sơ kiện.

III.1. Khái niệm sơ kiện.

III.2. Phương pháp tính sơ kiện.



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống



III.1. Khái niệm sơ kiện.

- **Sơ kiện** của bài toán quá trình quá độ của hệ thống là giá trị quá trình và các đạo hàm ở lân cận nhỏ quanh khởi điểm của bài toán, trong đó cần biết riêng rẽ sơ kiện tại $t = +0$ và $t = -0$.
- Quá trình hiện hành bắt đầu từ các sơ kiện $x(+0)$, $x'(+0)$, ..., $x^{(n-1)}(+0)$ trở đi. Việc tìm sơ kiện nhằm mục đích xác định các hằng số tích phân, từ đó xác định được quá trình hiện hành.
- Các sơ kiện $x(-0)$, $x'(-0)$, ..., $x^{(n-1)}(-0)$ tại $t = -0$ tùy thuộc quá trình cũ, nhưng chúng cần thiết để tìm các sơ kiện ở $t = +0$.
- Vậy, để xác định được các hằng số tích phân trong nghiệm của quá trình quá độ, ta cần phải xác định được sơ kiện mới tại $t = +0$ theo các sơ kiện tại $t = -0$.
- **Sơ kiện độc lập** là những sơ kiện có thể tính trực tiếp từ nghiệm của quá trình xác lập cũ.
Ví dụ: $i_L(-0)$, $\psi(-0)$, $u_C(-0)$, $q(-0)$, ...
- **Sơ kiện phụ thuộc** là những sơ kiện còn lại tính bằng cách giải hệ phương trình với các sơ kiện độc lập đã biết.

III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

a. Luật đóng mở

- Việc xác định được sơ kiện mới tại $t = +0$ theo các sơ kiện cũ tại $t = -0$ là cần thiết nhằm tính các hằng số tích phân trong nghiệm của quá trình quá độ.
- Giá trị các sơ kiện độc lập tại $t = +0$ được tính theo các giá trị cũ tại $t = -0$ thông qua **luật đóng mở**.

- **Luật đóng mở 1: Tổng từ thông móc vòng trong mọi vòng kín liên tục tại thời điểm đóng mở.**

$$\sum_{\text{vongkin}} \psi(+0) = \sum_{\text{vongkin}} \psi(-0) \quad \text{hay} \quad \sum_{\text{vongkin}} L_k \cdot i_k(+0) = \sum_{\text{vongkin}} L_k \cdot i_k(-0)$$

- **Hệ quả: Nếu vòng xét có 1 cuộn dây, thì dòng điện qua cuộn dây sẽ biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở.**

$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

- **Luật đóng mở 2: Tổng điện tích ở một đỉnh phải liên tục tại thời điểm đóng mở.**

$$\sum_{\text{đỉnh}} q_k(+0) = \sum_{\text{đỉnh}} q_k(-0) \quad \text{hay} \quad \sum_{\text{đỉnh}} C_k \cdot u_{Ck}(+0) = \sum_{\text{đỉnh}} C_k \cdot u_{Ck}(-0)$$

- **Hệ quả: Nếu tại đỉnh chỉ có một tụ điện thì điện áp trên tụ điện sẽ biến thiên liên tục tại thời điểm đóng mở.**

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$



Chương 9: Khái niệm cơ bản về quá trình quá độ trong hệ thống



III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

b. Các bước tính sơ kiện:

- Xét mạch ở chế độ cũ. Tính sơ kiện độc lập tại $t = -0$.

Ví dụ: Với mạch Kirchoff, các sơ kiện độc lập là: $i_L(-0)$, $\psi(-0)$; $u_C(-0)$, $q(-0)$.

- Áp dụng luật đóng mở để tính giá trị sơ kiện độc lập tại $t = +0$.

$$\sum_{\text{vong kín}} \psi(+0) = \sum_{\text{vong kín}} \psi(-0) \quad \text{hay} \quad i_L(+0) = i_L(-0)$$

$$\sum_{\text{đỉnh}} q_k(+0) = \sum_{\text{đỉnh}} q_k(-0) \quad \text{hay} \quad u_C(+0) = u_C(-0)$$

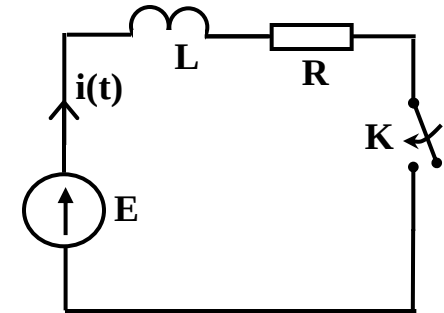
- Lập phương trình vi tích phân của mạch trong chế độ mới (chủ yếu theo phương pháp dòng nhánh).
- Tại $t = +0$: Thay các sơ kiện đã biết vào phương trình để tính các sơ kiện phụ thuộc.
- Đạo hàm hệ phương trình đến cấp cần thiết để giải ra các sơ kiện phụ thuộc khác.

III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

b. Các bước tính sơ kiện:

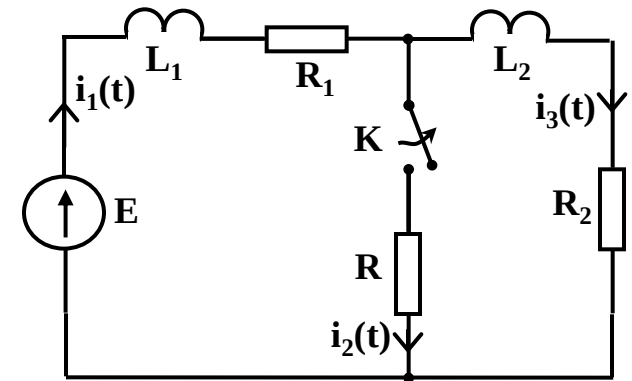
Ví dụ 1:

- Tại $t = -0$: $i_L(-0) = 0$ (A).
- Áp dụng luật đóng mở: $i_L(+0) = i_L(-0) = 0$.
- Lập phương trình mạch ở chế độ mới: $R \cdot i + L \cdot i' = E$
- Xét tại $t = +0$: $R \cdot i(+0) + L \cdot i'(+0) = E \rightarrow i'(+0) = \frac{E}{L}$



Ví dụ 2: Cho $R_1 = R_2 = R = 4\Omega$, $L_1 = L_2 = 2H$, $E = 12V$

- Tại $t = -0$: $i_{L1}(-0) = \frac{12}{6} = 2(A)$; $i_{L2}(-0) = \frac{i_{L1}(-0)}{2} = 1(A)$
- Áp dụng luật đóng mở: $\sum_{\text{vong}} \psi(+0) = \sum_{\text{vong}} \psi(-0)$



$$(L_1 + L_2) \cdot i(+0) = L_1 \cdot i_{L1}(-0) + L_2 \cdot i_{L2}(-0)$$

$$\rightarrow i(+0) = \frac{L_1 \cdot i_{L1}(-0) + L_2 \cdot i_{L2}(-0)}{L_1 + L_2} = 1.5(A)$$

III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

b. Các bước tính sơ kiện:

Ví dụ 3: Cho $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $L_2 = 1H$, $C_3 = 1F$, $E = 1V$.

Tính sơ kiện đến đạo hàm cấp 1.

➤ Tính sơ kiện độc lập tại $t = -0$:

$$u_C(-0) = 0(V)$$

$$i_L(-0) = \frac{E}{2.R} = 0.5(A)$$

➤ Áp dụng luật đóng mở: $u_C(+0) = u_C(-0) = 0(V)$

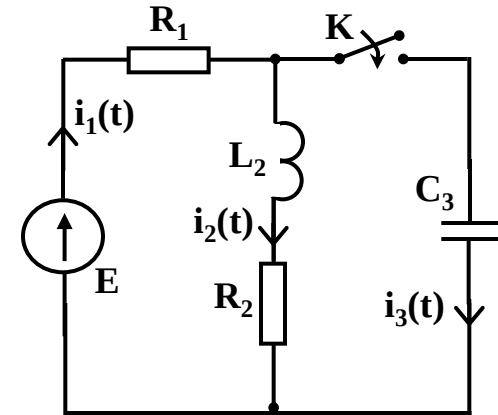
$$i_L(+0) = i_L(-0) = 0.5(A)$$

➤ Lập phương trình mạch ở chế độ mới:

➤ Xét tại $t = +0$:

$$(*) \begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ R_1.i_1 + R_2.i_2 + L_2.\frac{di_2}{dt} = E \\ R_1.i_1 + u_C(+0) + \frac{1}{C_3} \int_{+0}^t i_3.dt = E \end{cases}$$

$$\begin{cases} -i_1(+0) + i_2(+0) + i_3(+0) = 0 \\ i_1(+0) + i_2(+0) + i_2'(+0) = 1 \\ i_1(+0) = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_2'(+0) = -0.5 \\ i_3(+0) = 0.5 \end{cases}$$



III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

b. Các bước tính sơ kiện:

Ví dụ 3: Cho $R_1 = R_2 = 1\Omega$, $L_2 = 1H$, $C_3 = 1F$, $E = 1V$.

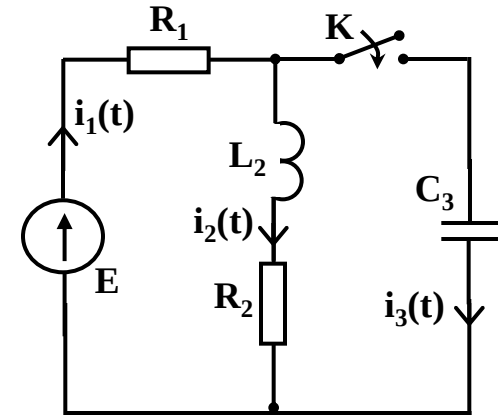
Tính sơ kiện đến đạo hàm cấp 1.

➤ Đạo hàm hệ phương trình vi tích phân ở chế độ mới

$$\begin{cases} -i_1' + i_2' + i_3' = 0 \\ R_1.i_1' + R_2.i_2' + L_2.i_2'' = 0 \\ R_1.i_1' + \frac{1}{C_3}.i_3' = 0 \end{cases}$$

➤ Xét tại $t = +0$: $\rightarrow$

$$i_1'(+0) = -i_3(+0) = -0.5(A/s)$$

$$i_3'(+0) = i_1'(+0) - i_2'(+0) = -0.5 + 0.5 = 0$$


III.2. Phương pháp tính sơ kiện.

b. Các bước tính sơ kiện:

Ví dụ 4: Tìm sơ kiện của bài toán sau.

Cho $e_1(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(10^3 t - 45^\circ) (V)$ $R_1 = 100\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $L_2 = 100mH$.

➤ Tính sơ kiện độc lập tại $t = -0$:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{E}}{R + j\omega L} = \frac{100\sqrt{2} \angle -45^\circ}{100 + j100} = 1 \angle -90^\circ (A)$$

$$\rightarrow i(t) = 1 \cdot \sin(10^3 t - 90^\circ) (V) \xrightarrow{t = -0} \boxed{i_L(-0) = -1 (A)}$$

➤ Lập hệ phương trình vi tích phân ở chế độ mới:

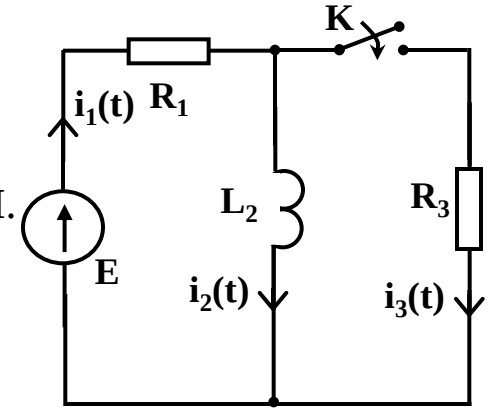
$$\begin{cases} R \cdot i_1 + L \cdot i_2' = e(t) \\ L \cdot i_2' - R \cdot i_3 = 0 \\ -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \end{cases}$$

➤ Xét tại $t = +0$:

$$\begin{cases} 100 \cdot i_1(+0) + 0,1 \cdot i_2'(+0) = -100 \\ 0,1 \cdot i_2'(+0) - 100 \cdot i_3(+0) = 0 \\ -i_1(+0) + i_2(+0) + i_3(+0) = 0 \end{cases}$$

➤ Nếu muốn tìm các sơ kiện đạo hàm cấp 1, 2 ... thì ta đạo hàm hệ phương trình vi tích phân ở chế độ mới đến cấp cần thiết.

$$\rightarrow \boxed{\begin{aligned} i_3(+0) &= 0 ; i_2(+0) = -1 (A) \\ i_1(+0) &= -1 (A) \end{aligned}}$$





CƠ SỞ KỸ THUẬT ĐIỆN 1

Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch điện tuyến tính.

I. Phương pháp tích phân kinh điển.

II. Phương pháp tích phân Duyamen và hàm Green.

III. Phương pháp toán tử Laplace.

➤ Tư tưởng chung của phương pháp:

- ❖ Mô hình toán học của bài toán quá trình quá độ trong mạch tuyến tính là **Hệ phương trình vi phân + sơ kiện**.
- ❖ Đối với phương pháp tích phân kinh điển, ta sử dụng **nguyên tắc xếp chồng** trong mạch tuyến tính để giải.

I. Phương pháp tích phân kinh điển.

I.1. Nội dung phương pháp:

- Tìm nghiệm của quá trình quá độ $x_{qd}(t)$ dưới dạng xếp chồng nghiệm của quá trình xác lập $x_{xl}(t)$ và nghiệm của quá trình tự do $x_{td}(t)$.

$$x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

➤ Ý nghĩa:

- ❖ **Nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$:**

✓ Về mặt vật lý:

- o Nghiệm xác lập được tìm ở chế độ mới (sau khi đóng cắt khóa K).
- o Nghiệm xác lập được nguồn (kích thích) của mạch duy trì → quy luật biến thiên của nó đặc trưng cho quy luật biến thiên của nguồn.

I.1. Nội dung phương pháp.

$$x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

➤ Ý nghĩa:

❖ *Nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$:*

✓ Về mặt toán học:

- o Nghiệm xác lập là nghiệm riêng của phương trình vi phân có vế phải là kích thích của mạch → ta đã biết cách tính nghiệm xác lập khi kích thích của mạch là nguồn hằng, nguồn điều hòa, hay nguồn chu kỳ.

❖ *Nghiệm tự do $x_{td}(t)$:*

✓ Về mặt vật lý:

- o Nghiệm tự do không được nguồn duy trì.
- o Nghiệm tự do tồn tại trong mạch là do quá trình đóng cắt khóa K làm thay đổi kết cấu hay thông số của mạch.

✓ Về mặt toán học:

- ✓ Nghiệm tự do là nghiệm riêng của phương trình vi phân thuần nhất (phương trình vi phân có vế phải bằng 0)

Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng

I.1. Nội dung phương pháp.

- Về mặt toán học, nghiệm tự do của phương trình thuần nhất có dạng: $x_{td}(t) = A.e^{pt}$
- Mặt khác, ta có đạo hàm, tích phân của hàm $A.e^{pt}$ luôn có dạng hàm mũ:

$$\frac{dx_{td}(t)}{dt} = p.A.e^{pt} = p.x_{td}(t)$$

$$\int x_{td}(t).dt = \int A.e^{pt}.dt = \frac{A}{p}.e^{pt} = \frac{x_{td}(t)}{p}$$

- Như vậy, phương trình vi phân thuần nhất sẽ có dạng:

$$\varphi(x_{td}, p.x_{td}, p^2.x_{td}, \dots, p^n.x_{td}) = 0$$

- Để phương trình vi phân có nghiệm không triệt tiêu $\rightarrow$ các hệ số của nó phải triệt tiêu.

$$\Delta p = 0 \quad (\text{phương trình đặc trưng})$$

- Giải phương trình ta có được (n) nghiệm $\{p_1 \dots p_n\}$. Với mỗi p_k cho ta một nghiệm dạng $A_k.e^{p_k.t}$
- Vậy nghiệm của quá trình quá độ sẽ có dạng:

$$x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + \sum_{k=1}^n A_k.e^{p_k.t}$$

$\rightarrow$ Cần lập và giải phương trình đặc trưng để tìm nghiệm tự do.



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



I.2. Lập phương trình đặc trưng.

- Nghiệm tự do là nghiệm của phương trình vi phân thuần nhất (không có vế phải). Vậy đối với bài toán mạch, đó là phương trình vi phân được lập cho các mạch điện triệt tiêu nguồn.
- Các cách lập phương trình đặc trưng của mạch:

❖ *Đại số hóa phương trình thuần nhất:*

- ✓ Lập (hệ) phương trình vi tích phân của mạch ở chế độ mới.
- ✓ Loại bỏ các nguồn kích thích → thu được phương trình vi phân thuần nhất.
- ✓ Thay thế:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d}{dt}(\cdot) = p(\cdot) \\ \int (\cdot).dt = \frac{1}{p}(\cdot) \end{array} \right\} \rightarrow \text{Rút ra được phương trình đặc trưng} \\ \text{(ma trận đặc trưng)}$$

- ✓ Cho: $\Delta \mathbf{p} = \mathbf{0} \rightarrow$ tìm được các số mũ đặc trưng p_k .

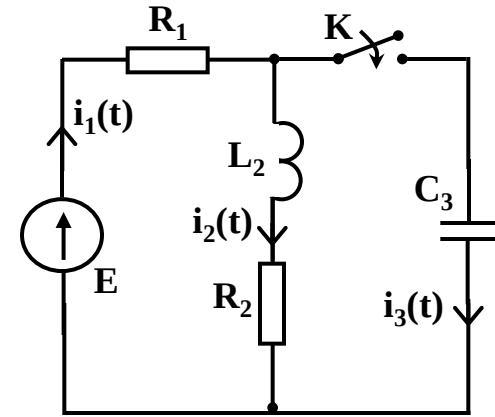
I.2. Lập phương trình đặc trưng.

Ví dụ:

Lập phương trình mạch:

Phương trình với nghiệm tự do:

$$\left\{ \begin{array}{l} -i_{1td} + i_{2td} + i_{3td} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1td} + R_{2td} \cdot i_{2td} + L_2 \frac{di_{2td}}{dt} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1td} + \frac{1}{C_3} \int i_{3td} \cdot dt + u_C(+0) = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -i_{1td} + i_{2td} + i_{3td} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1td} + R_2 \cdot i_{2td} + p \cdot L_2 \cdot i_{2td} = 0 \\ R_1 \cdot i_{1td} + \frac{1}{p \cdot C} \cdot i_{3td} + u_C(+0) = 0 \end{array} \right.$$



Viết dạng ma trận:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ R_1 & R_2 + p \cdot L_2 & 0 \\ R_1 & 0 & \frac{1}{p \cdot C} \end{bmatrix}}_{\Delta p} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i_{1td} \\ i_{2td} \\ i_{3td} \end{bmatrix}}_{i_{td}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Để $i_{td} \neq 0 \rightarrow \Delta p = 0$

$$\Delta p = -\frac{1}{p} + p - 1 - \frac{1}{p} \Leftrightarrow p^2 + p + 2 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{p_{1,2} = -1 \pm j}$$

I.2. Lập phương trình đặc trưng.

➤ Các cách lập phương trình đặc trưng của mạch:

❖ Đại số hóa mạch điện:

- ✓ Phương trình mạch điện có dạng phương trình vi phân là vì trong mạch điện tồn tại các phần tử có quán tính L (quán tính từ trường), C (quán tính điện trường).
- ✓ Có thể lập phương trình đặc trưng trực tiếp mạch điện (đã triệt tiêu nguồn) ở chế độ xác lập mới bằng cách đại số hóa mạch điện: $L \leftrightarrow p.L$; $C \leftrightarrow 1/p.C$.
- ✓ Tính tổng trở vào hoặc tổng dẫn vào của 1 nhánh bất kỳ và cho bằng 0.

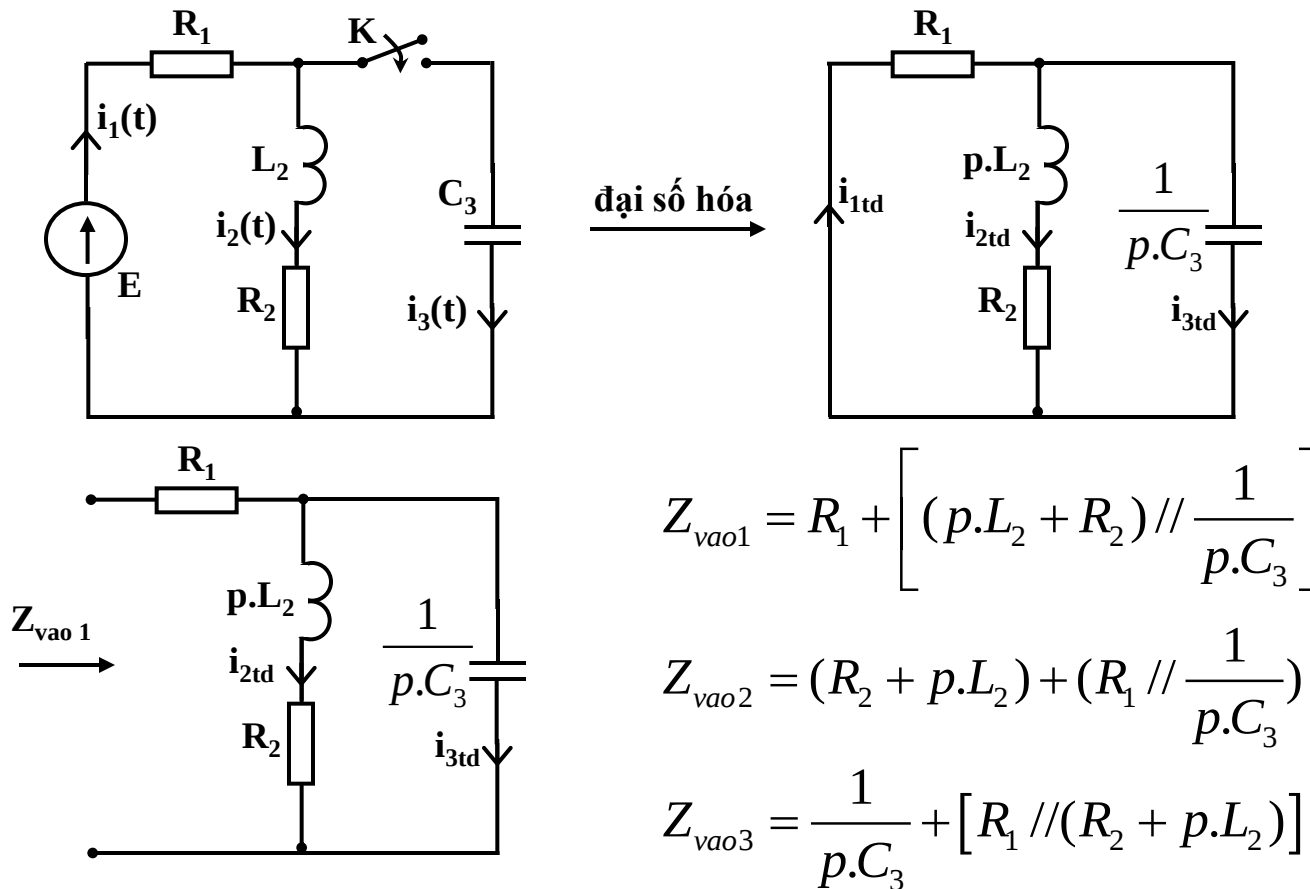
$$\begin{aligned} Z_{Kvao}(p) &= 0 \\ Y_{Kvao}(p) &= 0 \end{aligned}$$

Chứng minh: Khi xét mạch ở chế độ mới, đã triệt tiêu nguồn, nếu ta nhân dòng tự do (hoặc điện áp tự do) của 1 nhánh bất kỳ với tổng trở vào (hoặc tổng dẫn vào) của nhánh đó thì phải bằng 0 vì mạng 1 cửa xét trong trường hợp này là không nguồn.

$$\begin{cases} Z_{Kvao}(p).i_{Ktd} = 0 \\ Y_{Kvao}(p).u_{Ktd} = 0 \end{cases} \quad \text{Để nghiệm tự do không triệt tiêu thì:} \quad \begin{aligned} Z_{Kvao}(p) &= 0 \\ Y_{Kvao}(p) &= 0 \end{aligned}$$

I.2. Lập phương trình đặc trưng.

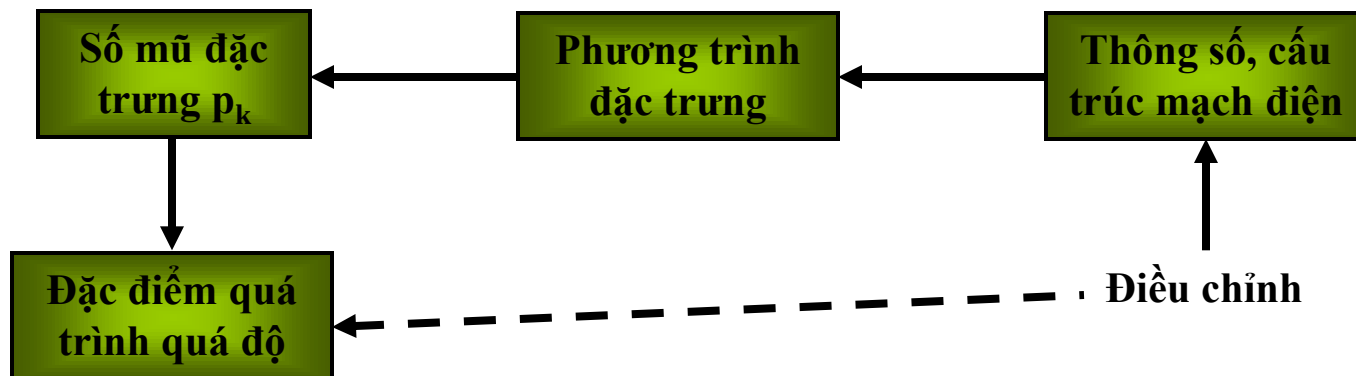
Ví dụ: Lập phương trình đặc trưng của mạch sau.



I.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu nghiệm tự do.

$$x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

- Giá trị của số mũ đặc trưng sẽ quyết định dáng điệu của quá trình tự do → quyết định đến dáng điệu của quá trình quá độ trong mạch:
 - ❖ Dấu của số mũ đặc trưng quyết định quá trình tự do sẽ tăng hay giảm khi $t \rightarrow \infty$ (quá trình quá độ sẽ tiến đến 0 hay tiến đến nghiệm xác lập).
 - ❖ Độ lớn của số mũ đặc trưng quyết định tốc độ biến thiên của quá trình tự do.
 - ❖ Dạng nghiệm của số mũ đặc trưng quyết định quá trình tự do là dao động hay không dao động.



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng

I.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu nghiệm tự do.

a. Đa thức đặc trưng có nghiệm thực đơn p_k .

➤ Dạng nghiệm tự do:

$$x_{td}(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cdot e^{p_k \cdot t}$$

➤ Dáng điệu nghiệm tự do:

❖ Nếu $p_k < 0$: Nghiệm tự do sẽ giảm về 0

→ quá trình quá độ sẽ đi đến nghiệm xác lập $x_{xl}(t)$.

❖ Nếu $p_k > 0$: Nghiệm

tự do tăng lên ∞ khi $t \rightarrow \infty$.

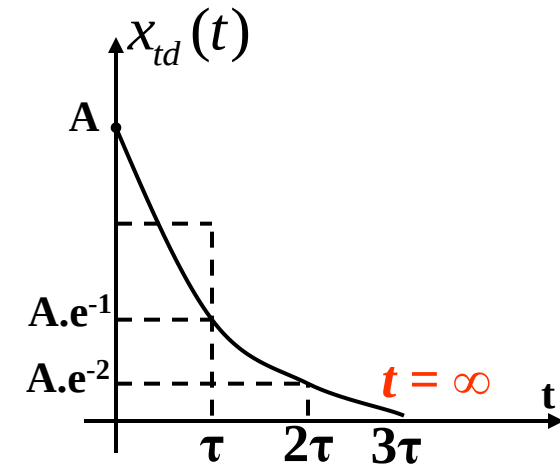
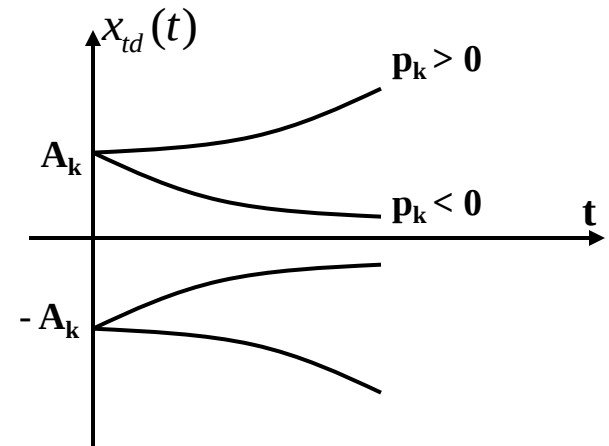
❖ $|p_k|$ quyết định tốc độ tăng/giảm nhanh chậm của nghiệm tự do.

➤ Cách vẽ hàm: $x_{td}(t) = A \cdot e^{p \cdot t}$.

❖ Tại $t = 0 \rightarrow x_{td}(0) = A$ ❖ Đặt hằng số tích phân: $\tau = \frac{1}{|p|}$

❖ Tại $t = \tau \rightarrow x_{td}(\tau) = \begin{cases} Ae^1 & \text{nếu } p > 0 \\ Ae^{-1} & \text{nếu } p < 0 \end{cases}$

→ sau khoảng thời gian $t = \tau$ thì biên độ của x_{td} thay đổi e lần.



Quá trình quá độ được coi là xác lập khi $t = 3\tau$



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



I.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu nghiệm tự do.

b. Đa thức đặc trưng có nghiệm thực kép $p_1 = p_2 = p$.

➤ *Dạng nghiệm tự do:*

$$x_{td}(t) = (A_1 + A_2.t).e^{p.t}$$

➤ *Dáng điệu nghiệm tự do:* Có dạng gần giống với trường hợp trên. Đây là giới hạn giữa quá trình giao động và không dao động của nghiệm quá trình quá độ.

I.3. Số mũ đặc trưng và dáng điệu nghiệm tự do.

c. Đa thức đặc trưng có nghiệm phức: $p_{1,2} = \alpha_{1,2} \pm j\beta_{1,2}$

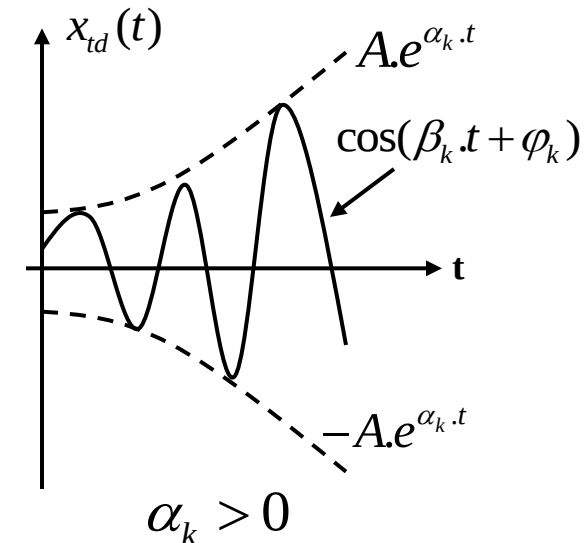
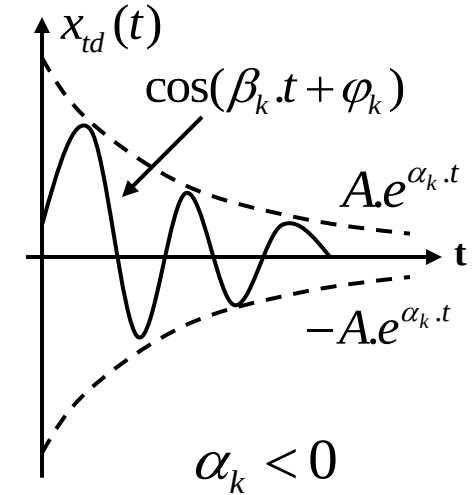
➤ *Dạng nghiệm tự do:*

$$x_{td}(t) = A_k \cdot e^{\alpha_k \cdot t} \cdot \cos(\beta_k \cdot t + \varphi_k)$$

➤ *Dáng điệu nghiệm tự do:*

- ❖ Nghiệm tự do sẽ dao động trong đường bao: $\pm A \cdot e^{\alpha_k \cdot t}$
- ❖ Chu kỳ dao động: $T = \frac{2\pi}{\beta_k}$
- ❖ Nếu $\alpha_k > 0 \rightarrow$ nghiệm tự do sẽ tăng dần.
- ❖ Nếu $\alpha_k < 0 \rightarrow$ nghiệm tự do sẽ tắt dần.

➤ *Cách vẽ nghiệm tự do:*



I.4. Trình tự giải quá trình quá độ theo phương pháp tích phân kinh điển.

- Đặt nghiệm quá độ dạng:

$$x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$$

- Tìm các giá trị dòng, áp xác lập ở chế độ mới.
- Lập phương trình đặc trưng và tìm nghiệm tự do của mạch ở chế độ mới.
- Tính các hằng số tích phân: *(bài toán tính sơ kiện)*
 - ❖ Xét mạch ở chế độ cũ, tính các sơ kiện độc lập tại $t = -0$.
 - ❖ Áp dụng luật đóng mở tính giá trị sơ kiện độc lập tại $t = +0$.
 - ❖ Lập phương trình mạch ở chế độ mới. Tại $t = +0$ thay các sơ kiện độc lập để tính các sơ kiện phụ thuộc khác. Nếu cần thì đạo hàm đến cấp cần thiết để tính các sơ kiện phụ thuộc khác.
- Tổng hợp nghiệm quá độ. Vẽ và nhận xét dáng điệu của nghiệm.
- **Chú ý:** Trong 1 mạch điện, ***các biến cùng đại lượng*** như dòng, áp sẽ ***có cùng số mũ tắt***, chúng chỉ ***khác nhau hằng số tích phân***.

Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng

I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

a. Đóng mạch R - C vào một nguồn áp hằng.

➤ Đặt nghiệm: $x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$ ➤ Nghiệm xác lập: $\begin{cases} u_{Cxl}(t) = E \\ i_{Cxl}(t) = 0 \end{cases}$

➤ Nghiệm tự do:

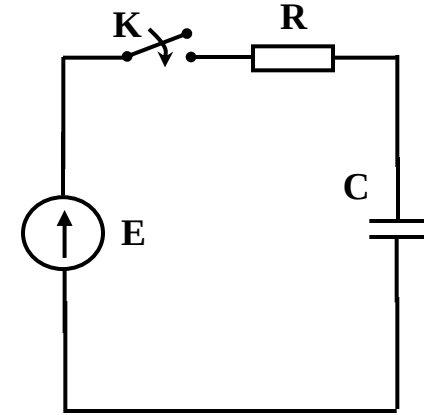
❖ Phương trình đặc trưng: $R + \frac{1}{p.C} = 0 \rightarrow p = -\frac{1}{R.C} \rightarrow x_{td}(t) = A.e^{-\frac{1}{R.C}.t}$

➤ Tính hằng số tích phân:

❖ Sơ kiện: $u_C(-0) = 0 \rightarrow u_C(+0) = 0$

❖ Lập phương trình mạch ở chế độ mới: $R.i(t) + u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_{+0}^t i_C(t).dt = E$

Xét tại $t = +0$: $R.i(+0) = E \rightarrow i(+0) = \frac{E}{R}$



$$\rightarrow u_{Cqd}(t) = E + A_1.e^{-\frac{1}{R.C}.t}$$

$$i_{Cqd}(t) = 0 + A_2.e^{-\frac{1}{R.C}.t}$$

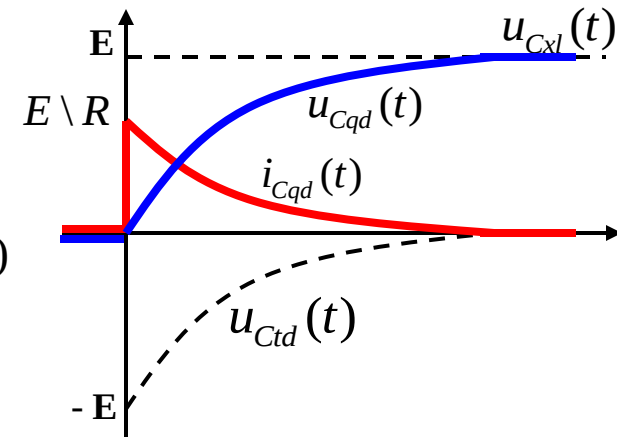
Khi $t = +0$: $u_C(+0) = 0 = E + A_1 \rightarrow A_1 = -E$.

$$i_C(+0) = \frac{E}{R} = A_2$$

➤ Tổng hợp nghiệm:

$$u_{Cqd}(t) = E.(1 - e^{-\frac{1}{R.C}.t})$$

$$i_{Cqd}(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{1}{R.C}.t}$$



I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

b. Đóng mạch R - C vào một nguồn áp điều hòa $e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi_1)$

➤ Nghiệm xác lập:

$$\dot{U}_{Cm} = \frac{\dot{E}_m}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \begin{cases} u_{Cxl}(t) \\ i_{Cxl}(t) = C \frac{du_{Cxl}(t)}{dt} \end{cases}$$

➤ Nghiệm tự do:

$$p = -\frac{1}{RC} \rightarrow x_{td} = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

➤ Tìm hằng số tích phân:

❖ Sơ kiện: $u_C(-0) = u_C(+0)$

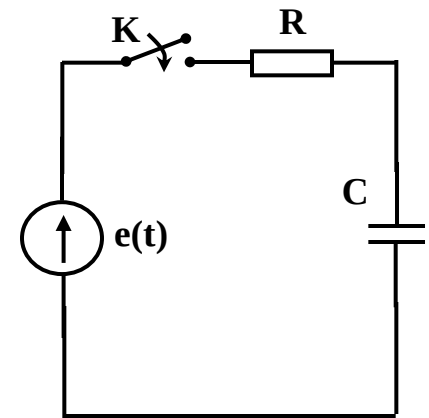
❖ Lập phương trình mạch: $R.i + u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_{+0}^t i_C(t).dt = e(t)$

$$\text{Xét tại } t = +0: R.i(+0) = e(0) = E_m \sin \varphi_1 \rightarrow i(+0) = \frac{E_m \sin \varphi_1}{R}$$

❖ Nghiệm quá độ: $u_{Cqd}(t) = u_{Cxl}(t) + u_{Ctd}(t) \quad i_{Cqd}(t) = i_{Cxl}(t) + i_{Ctd}(t)$

$$\text{Xét tại } t = +0: u_{Cqd}(+0) = u_{Cxl}(+0) + A_1 \rightarrow A_1 = -u_{Cxl}(0)$$

$$i_{Cqd}(+0) = i_{Cxl}(+0) + A_2 \rightarrow A_2 = \frac{E_m \sin \varphi_1}{R} - i_{Cxl}(+0).$$



Quá trình đóng mạch R - L vào nguồn áp hằng và điều hòa được xét tương tự

I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

I.5.3. Xét quá trình quá độ với mạch cấp hai R - L - C.

➤ Phương trình đặc trưng: $R + p.L + \frac{1}{p.C} = 0 \leftrightarrow p^2 + \frac{R}{L}.p + \frac{1}{L.C} = 0$

➤ Biện luận: $\Delta = \left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{LC}$

❖ Nếu: $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$ luôn có 2 nghiệm âm $p_{1,2} = -\alpha_{1,2}$

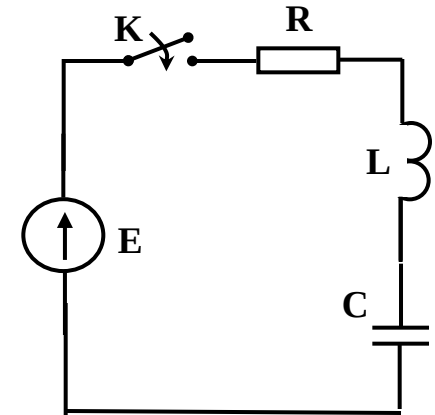
$$x_{td}(t) = A_1.e^{-\alpha_1.t} + A_2.e^{-\alpha_2.t}$$

❖ Nếu: $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$ có nghiệm kép $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} = -\alpha$

$$x_{td}(t) = (A_1 + A_2.t)e^{-\alpha.t}$$

❖ Nếu: $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \rightarrow$ có 2 nghiệm phức $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm j.\sqrt{\frac{R^2}{(2L)^2} - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm j\beta$

$$x_{td}(t) = A.e^{-\alpha.t}.\cos(\beta.t + \varphi)$$



I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

Ví dụ: Tính dòng điện quá độ trong mạch.

- Đặt nghiệm: $x_{qd}(t) = x_{xl}(t) + x_{td}(t)$
- Tính nghiệm xác lập: $i_{1xl} = i_{2xl} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \boxed{0.5(A)} ; i_{3xl} = 0(A)$
- Tính nghiệm tự do:

❖ Phương trình đặc trưng:

$$R_1 + \left[(R_2 + pL_2) // \frac{1}{pC_3} \right] = 0 \Leftrightarrow p^2 + 2p + 2 = 0 \rightarrow p_{1,2} = -1 \pm j$$

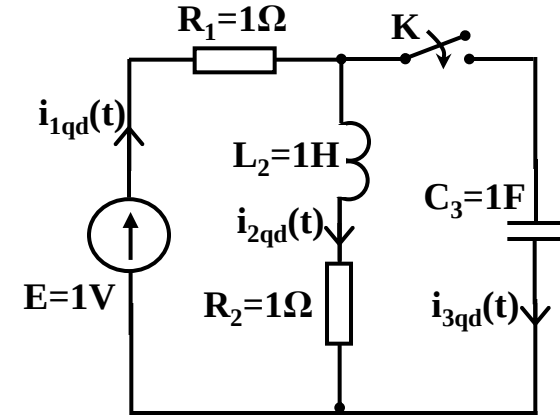
$$\rightarrow x_{td}(t) = A.e^{-t}.\cos(t + \varphi)$$

❖ Tìm hằng số tích phân:

✓ Tại $t = -0$: $u_{C_3}(-0) = 0(V) ; i_2(-0) = i_L(-0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0.5(A)$

✓ Áp dụng luật đóng mở:

$$\boxed{u_{C_3}(-0) = u_{C_3}(+0) = 0(V)} ; \boxed{i_L(+0) = i_2(+0) = i_L(-0) = i_2(-0) = 0.5(A)}$$



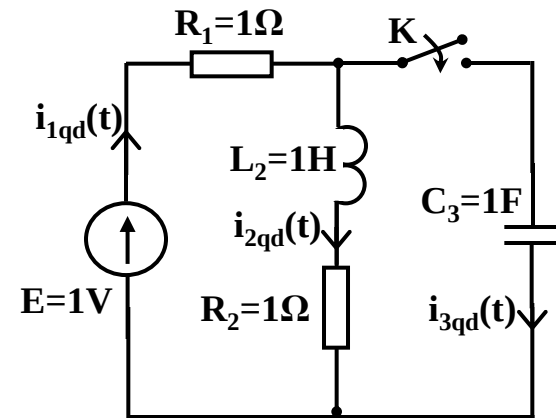
I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

Ví dụ: Tính dòng điện quá độ trong mạch.

❖ Tìm hằng số tích phân:

✓ Lập phương trình mạch ở chế độ mới:

$$(*) \begin{cases} -i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ R_1 \cdot i_1 + R_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot i_2' = E \\ R_1 \cdot i_1 + u_C(+0) + \frac{1}{C} \int_{+0}^t i_3 \cdot dt = E \end{cases}$$



$$\text{Xét tại } t = +0: \begin{cases} -i_1(+0) + i_2(+0) + i_3(+0) = 0 \\ i_1(+0) + i_2(+0) + i_2'(+0) = 1 \\ i_1(+0) = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_3(+0) = 0.5(A) \\ i_2'(+0) = -0.5(A/s) \\ i_1(+0) = 1(A) \end{cases}$$

Đạo hàm hệ phương trình (*):

Xét tại $t = +0$:

$$\begin{cases} -i_1' + i_2' + i_3' = 0 \\ i_1' + i_2' + i_2'' = 0 \\ i_1' + i_3' = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_3'(+0) = 0(A/s) \\ i_1'(+0) = -0.5(A/s) \end{cases}$$

I.5. Dùng phương pháp tích phân kinh điển xét một số bài toán quá trình quá độ.

Ví dụ: Tính dòng điện quá độ trong mạch.

❖ Nghiệm quá độ:

$$\begin{cases} i_{1qd}(t) = 0.5 + A_1.e^{-t}.\cos(t + \varphi_1) \\ i'_{1qd}(t) = -A_1.e^{-t}.\cos(t + \varphi_1) + A_1e^{-t}.\sin(t + \varphi_1) \end{cases}$$

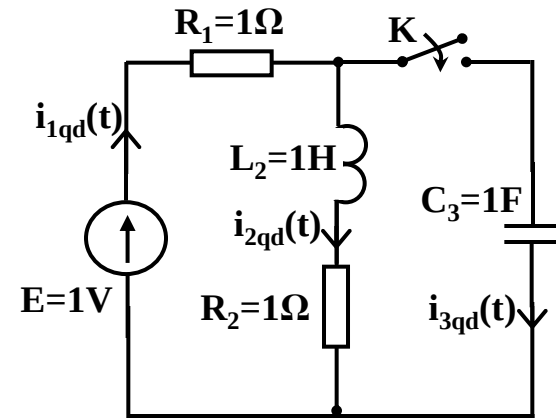
Xét tại $t = +0$:

$$\begin{cases} i_{1qd}(+0) = 1 = 0.5 + A_1.\cos \varphi_1 \\ i'_{1qd}(+0) = A_1.(\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1) = -0.5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_1.\cos \varphi_1 = 0.5 & (1) \\ A_1.\sin \varphi_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Chia (2) cho (1): $\tan \varphi_1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = 0 \\ A_1 = 0.5 \end{cases} \rightarrow \boxed{i_{1qd}(t) = 0.5 + 0.5.e^{-t}.\cos(t)(A)}$

Tính toán tương tự ta có:

$$\begin{aligned} i_{2qd}(t) &= 0.5 - 0.5.e^{-t}.\sin(t)(A) \\ i_{3qd}(t) &= \frac{\sqrt{2}}{2}.e^{-t}.\sin(t + 45^\circ)(A) \end{aligned}$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



I.6. Nhận xét.

- Phương pháp tích phân kinh điển là phương pháp đơn giản, sử dụng trực tiếp toán học để tìm nghiệm quá độ.
- Nghiệm quá độ được tách thành hai thành phần: Nghiệm tự do + nghiệm xác lập → có nhược điểm:
 - ❖ Chỉ áp dụng được cho các bài toán quá độ tuyến tính: Thỏa mãn tính xếp chồng các đáp ứng trong mạch.
 - ❖ Áp dụng cho các bài toán tìm nghiệm xác lập một cách dễ dàng: Mạch có kích thích là nguồn hằng, nguồn điều hòa.



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng

I. Phương pháp tích phân kinh điển.

II. Phương pháp tích phân Duyamen và hàm Green.

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

II.2. Phương pháp hàm Green.

III. Phương pháp toán tử Laplace.

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

- Phương pháp tích phân Duyamen là phương pháp dựa trên việc xếp chồng đáp ứng đối với kích thích (bất kỳ) được khai triển thành chuỗi bước nhảy nguyên tố.

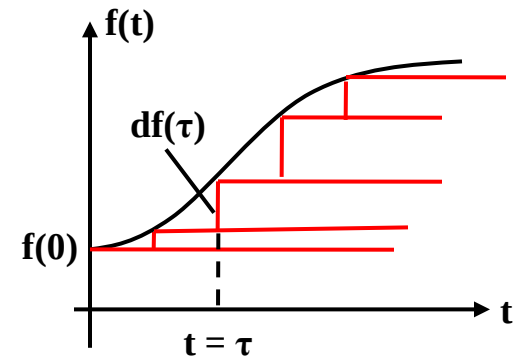
a. Phân tích hàm $f(t)$ bất kỳ thành các bước nhảy nguyên tố.

- Thực hiện khai triển kích thích $f(t)$ bất kỳ thành những bước nhảy nguyên tố Hevixaid $1(t-\tau).df(\tau)$.

$$1(t).f(t) = 1(t).f(0) + \sum_{+0}^t 1(t-\tau).\Delta f(\tau)$$

Ta có: $\Delta f(\tau) \approx \frac{df(\tau)}{d\tau}.d\tau = f'(\tau).d\tau$

$$\rightarrow 1(t).f(t) = 1(t).f(0) + \int_{+0}^t f'(\tau).d\tau$$

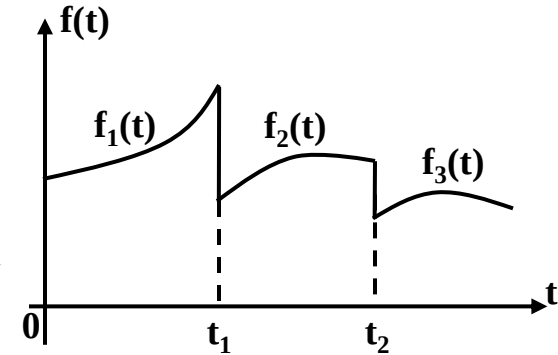


II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

a. Phân tích hàm $f(t)$ bất kỳ thành các bước nhảy nguyên tố.

- Với hàm có nhiều bước nhảy.

$$1(t) \cdot f(t) = 1(t) \cdot f_1(0) + \int_{+0}^{t_1} f_1'(\tau) \cdot d\tau + 1(t - t_1) \cdot \Delta f(t_1) + \int_{+t_1}^t f_2'(\tau) \cdot d\tau$$



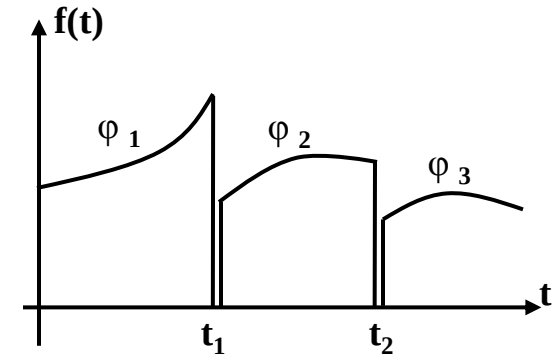
- Ta coi hàm nhiều bước nhảy $f(t)$ là tổng của các hàm $\varphi_k(t)$ liên tục.

$$1(t) \cdot f(t) = \varphi(t) = \sum_{k=1}^n \varphi_k(t)$$

trong đó: $\varphi_k(t) = [1(t - t_{k-1}) - 1(t - t_k)] \cdot f_k(t)$

- Vậy ta có:

$$1(t) \cdot f(t) = \varphi(t) = \int_{-0}^t \varphi'(\tau) \cdot d\tau$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

b. Đáp ứng Hevixaid .

- Đáp ứng Hevixaid $h(t)$ là đáp ứng quá độ khi kích thích của mạch là hàm bước nhảy nguyên tố.
- Đáp ứng Hevixaid $h(t)$ cho biết tính chất quá trình dao động dưới tác dụng kích thích bước nhảy:
 - ❖ Dao động hay không dao động.
 - ❖ Biến thiên nhanh hay chậm.
 - ❖ Tiến đến xác lập hay không xác lập khi $t \rightarrow \infty$
- Việc tìm đáp ứng Hevixaid $h(t)$ thường không khó khăn, và được thực hiện bằng phương pháp tích phân kinh điển.

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

b. Đáp ứng Hevixaid .

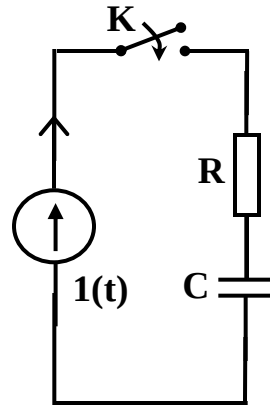
Ví dụ1 : Tính đáp ứng Hevixaid $h_i(t)$ biết trước khi đóng khóa K, tụ C chưa nạp điện.

➤ Phương trình trình đặc trưng:

$$\frac{1}{p.C} + R = 0 \rightarrow p = -\frac{1}{R.C} = -\alpha$$

➤ Phương trình ở chế độ mới:

$$u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t).dt + R.i(t) = E$$



$$\rightarrow h_i(t) = \frac{1}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R.C} \cdot t}$$

$$\rightarrow i_{Cqd}(t) = i_{Cxl}(t) + i_{Ctd}(t) = 0 + A.e^{-\alpha.t}$$

➤ Xét tại $t = +0$: $i(+0) = \frac{E}{R}$

➤ Sơ kiện độc lập: $u_C(+0) = u_C(-0) = 0$

Ví dụ2 : Tính đáp ứng Hevixaid $h_i(t)$ của mạch điện hình bên.

➤ Phương trình trình đặc trưng:

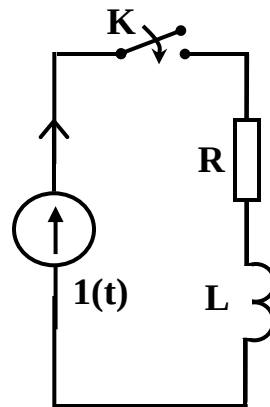
$$R + p.L = 0 \rightarrow p = -\frac{R}{L}$$

➤ Xét tại $t = +0$:

$$i_{qd}(+0) = \frac{1}{R} + A \rightarrow A = -\frac{1}{R}$$

$$\rightarrow i_{qd}(t) = i_{xl}(t) + i_{td}(t) = \frac{1}{R} + A.e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$$

$$\rightarrow h_i(t) = \frac{1}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t})$$



➤ Sơ kiện độc lập: $i_L(+0) = i_L(-0) = 0$

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen .

$$1(t) \xrightarrow{\text{Đáp ứng}} h(t)$$

$$1(t-\tau) \xrightarrow{\text{Đáp ứng}} h(t-\tau)$$

$$1(t-\tau).f'(\tau) \xrightarrow{\text{Đáp ứng}} f'(\tau).h(t-\tau)$$

➤ Ta có: $1(t).f(t) = 1(t).f(0) \xrightarrow{\text{Đáp ứng}} 1(t).x(t) = 1(t).f(0).h(t)$

➤ Vậy nếu kích thích $f(t)$ dạng: $1(t).f(t) = 1(t).f(0) + \int_{+0}^t f'(\tau).d\tau \xrightarrow{\text{Đáp ứng}}$

$$1(t).x(t) = 1(t).f(0).h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau).h(t-\tau).d\tau$$

(Công thức tích phân Duyamen nghĩa hẹp)

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

$$\text{Tích xếp: } f' * h = \int_{+0}^t f'(\tau).h(t-\tau).d\tau$$

- Các dạng công thức tích phân Duyamen nghĩa hẹp.

$$1(t).x(t) = 1(t).f(0).h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau).h(t-\tau).d\tau \quad 1(t).x(t) = 1(t).f(0).h(t) + \int_{+0}^t f'(t-\tau).h(\tau).d\tau$$

$$1(t).x(t) = h(0).f(t) - \int_{+0}^t f(\tau).h'(t-\tau).d\tau \quad 1(t).x(t) = h(0).f(t) - \int_{+0}^t f(t-\tau).h'(\tau).d\tau$$

- Các dạng của công thức tích phân Duyamen nghĩa rộng.

$$1(t).x(t) = \int_{-0}^t \varphi'(\tau).h(t-\tau).d\tau$$

$$1(t).x(t) = \int_{-0}^t \varphi'(t-\tau).h(\tau).d\tau$$

$$1(t).x(t) = - \int_{-0}^t h'(\tau).\varphi(t-\tau).d\tau$$

$$1(t).x(t) = - \int_{-0}^t h'(t-\tau).\varphi(\tau).d\tau$$

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 1: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp như hình vẽ.

➤ Ta có: $e(t) = U \cdot [1(t) - 1(t - T)]$

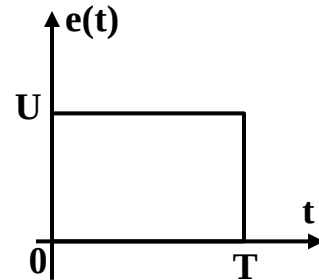
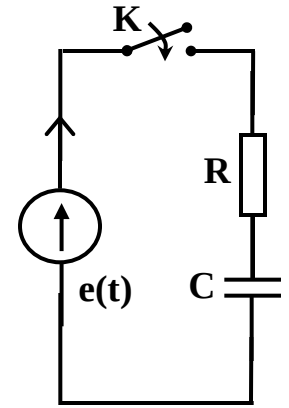
$$h_i(t) = \frac{1}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \text{ với } \alpha = \frac{1}{R \cdot C}$$

➤ Áp dụng công thức tích phân Duyamen nghĩa hẹp:

$$1(t) \cdot x(t) = 1(t) \cdot f(0) \cdot h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau$$

$$\rightarrow 1(t) \cdot i_{qd}(t) = U \cdot \frac{1}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot t} + \int_{+0}^T \underbrace{u'(\tau)}_0 \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau - U \cdot \frac{1}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot (t - T)} + \int_{+T}^t \underbrace{u'(\tau)}_0 \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau$$

$$\rightarrow 1(t) \cdot i_{qd}(t) = \frac{U}{R} \left[e^{-\alpha \cdot t} \cdot 1(t) - e^{-\alpha \cdot (t - T)} \cdot 1(t - T) \right]$$



II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

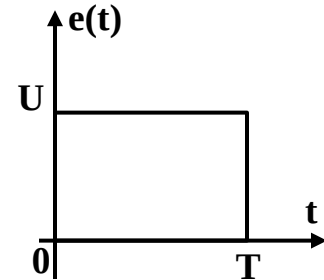
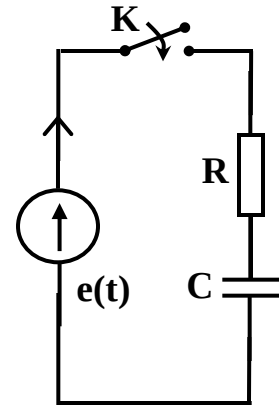
c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 1: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là các xung áp như hình vẽ.

- Áp dụng khái niệm đạo hàm nghĩa rộng:

$$e(t) = U.[1(t) - 1(t - T)] \rightarrow e'(t) = U.\delta(t) - U.\delta(t - T)$$

- Áp dụng công thức tích phân Duyamen nghĩa rộng: $1(t).x(t) = \int_{-0}^t \varphi'(\tau).h(t - \tau).d\tau$



$$1(t).i(t) = U[\delta(t) - \delta(t - T)] * \left[1(t) \cdot \frac{1}{R} e^{-\alpha.t} \right] = \frac{U}{R} [e^{-\alpha.t} \cdot 1(t) - e^{-\alpha.(t-T)} \cdot 1(t - T)]$$

(Tích xếp của phân bố Dirac với một hàm thời gian sẽ cho hàm đó với đôi số của phân bố Dirac)

II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 2: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp như hình vẽ.

➤ Ta có: $h_i(t) = \frac{1}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot t}$ với $\alpha = \frac{1}{R \cdot C}$

➤ Áp dụng công thức tích phân Duyamen nghĩa hẹp:

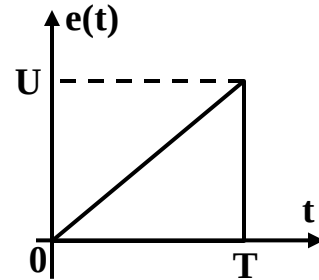
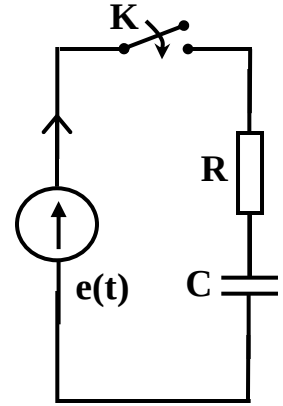
$$1(t) \cdot x(t) = 1(t) \cdot f(0) \cdot h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau$$

❖ Trong khoảng $0 \leq t \leq T$ ta có:

$$1(t) \cdot i_{qd}(t) = \frac{U}{R \cdot T} \int_{+0}^T e^{-\alpha \cdot (t - \tau)} d\tau = \frac{U}{R \cdot \alpha \cdot T} (1 - e^{-\alpha \cdot t})$$

❖ Trong khoảng $t > T$ ta có bước nhảy $\Delta u(T) = -U$:

$$1(t) \cdot i_{qd}(t) = \frac{U}{R \cdot T} \cdot \int_0^t e^{-\alpha \cdot (t - \tau)} \cdot d\tau - \frac{U}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot (t - T)} = \frac{U}{R} \left[\left(\frac{1}{\alpha \cdot T} - 1 \right) \cdot e^{\alpha \cdot T} - \frac{1}{\alpha \cdot T} \right] \cdot e^{-\alpha \cdot t}$$



II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 2: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp như hình vẽ.

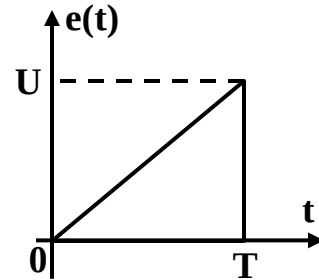
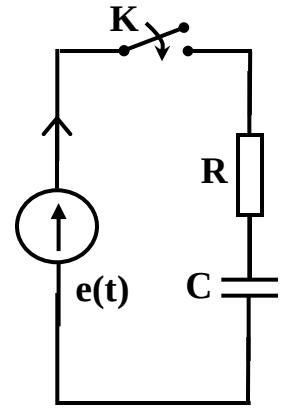
➤ Áp dụng công thức tích phân Duyamen nghĩa rộng:

$$e'(t) = \frac{U}{T} [1(t) - 1(t-T)] - U \cdot \delta(t-T)$$

$$i(t) = \frac{U}{R \cdot T} \int_0^t [1(\tau) - 1(\tau-T)] \cdot e^{-\alpha(t-\tau)} \cdot d\tau - \frac{U}{R} \int_0^t \delta(\tau-T) \cdot e^{-\alpha(t-\tau)} \cdot d\tau$$

$$i(t) = -\frac{U}{R \cdot \alpha \cdot T} \left[1(\tau) \cdot e^{-\alpha \cdot (t-\tau)} \Big|_0^t - 1(\tau-T) \cdot e^{-\alpha \cdot (t-\tau)} \Big|_T^t \right] - 1(t-T) \cdot \frac{U}{R} \cdot e^{-\alpha \cdot (t-T)}$$

$$i(t) = \frac{U}{R \cdot \alpha \cdot T} \left[1(t) (e^{-\alpha \cdot t} - 1) - 1(t-T) (1 - e^{-\alpha \cdot (t-T)}) \right] - 1(t-T) \cdot \frac{U}{R} \cdot e^{-\alpha(t-T)}$$



II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 3: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp hàm mũ

➤ Đáp ứng Hevixaid của dòng trong mạch R-C có dạng:

$$h_i(t) = \frac{1}{R} \cdot e^{-\beta \cdot t} \quad , \quad \beta = \frac{1}{R \cdot C}$$

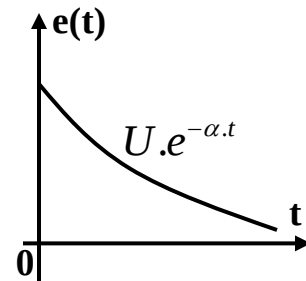
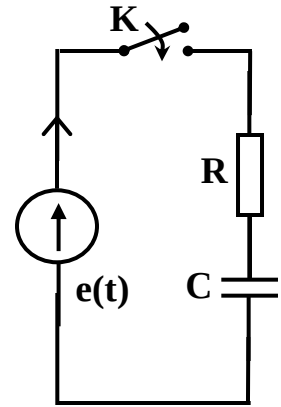
➤ Ta có: $u(t) = U \cdot e^{-\alpha \cdot t} \rightarrow u'(t) = -\alpha \cdot U \cdot e^{-\alpha \cdot t}$

➤ Áp dụng công thức Duyamen theo nghĩa hẹp ta có:

$$1(t) \cdot x(t) = 1(t) \cdot f(0) \cdot h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau$$

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{-\beta \cdot t} + \int_0^t -\alpha \cdot U \cdot e^{-\alpha \cdot \tau} \cdot \frac{1}{R} \cdot e^{-\beta \cdot (t - \tau)} \cdot d\tau$$

$$i(t) = \frac{U}{R(\alpha - \beta)} (\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot t} - \beta \cdot e^{-\beta \cdot t})$$



II.1. Phương pháp tích phân Duyamen.

c. Công thức tích phân Duyamen.

Ví dụ 3: Tính dòng quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp hàm mũ

- Áp dụng công thức Duyamen theo nghĩa rộng với:

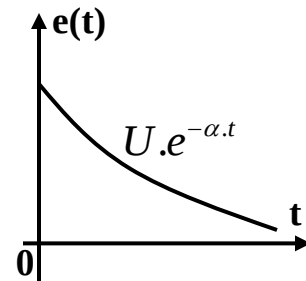
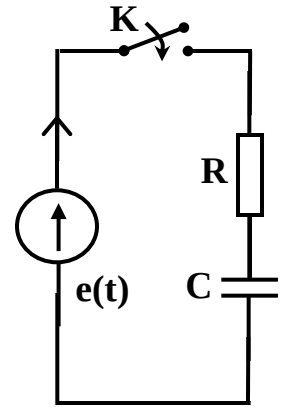
$$u'(t) = U.\delta(t) - \alpha.U.e^{-\alpha.t}$$

- Ta có:

$$i(t) = u' * h_i = \frac{U}{R} \int_0^t \delta(\tau).e^{-\beta(t-\tau)}.d\tau - \frac{\alpha.U}{R} \int_0^t e^{-\alpha.\tau}.e^{-\beta.(t-\tau)}.d\tau$$

$$i(t) = \frac{U}{R}.e^{-\beta.t} - \frac{\alpha.U}{R.(\beta-\alpha)}.e^{-\beta.t}.e^{(\beta-\alpha)\tau} \Big|_0^t = \frac{U}{R}.e^{-\beta.t} - \frac{\alpha.U}{R.(\beta-\alpha)}.e^{-\beta.t} \left[e^{(\beta-\alpha).t} - 1 \right]$$

$$i(t) = \frac{U}{R.(\alpha-\beta)}.(\alpha.e^{-\alpha.t} - \beta.e^{-\beta.t})$$

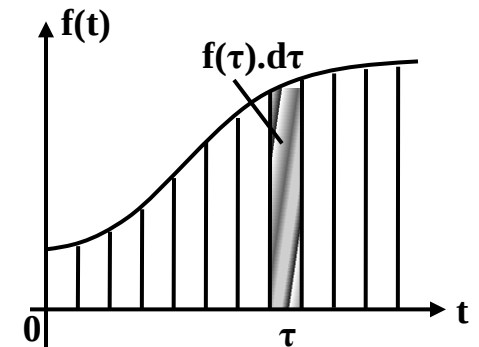


II.2. Phương pháp hàm Green.

- Phương pháp hàm Green dựa trên việc khai triển kích thích $1(t).f(t)$ thành những xung Dirac nguyên tố, và tìm quá trình quá độ $x(t)$ bằng tổng những đáp ứng đối với những xung nguyên tố ấy.

a. Phân tích hàm $f(t)$ bất kỳ thành dãy xung Dirac nguyên tố.

- Thực hiện khai triển kích thích $1(t).f(t)$ thành mỗi dãy xung vô hạn những xung Dirac nguyên tố:
 - ❖ Mỗi xung có độ rộng $d\tau$, tác động tại thời điểm $t = \tau$
 - ❖ Chiều cao xung Dirac $f(\tau)$.
 - ❖ Xung lượng = diện tích của xung = $f(\tau).d\tau$
- Khi đó ta có:



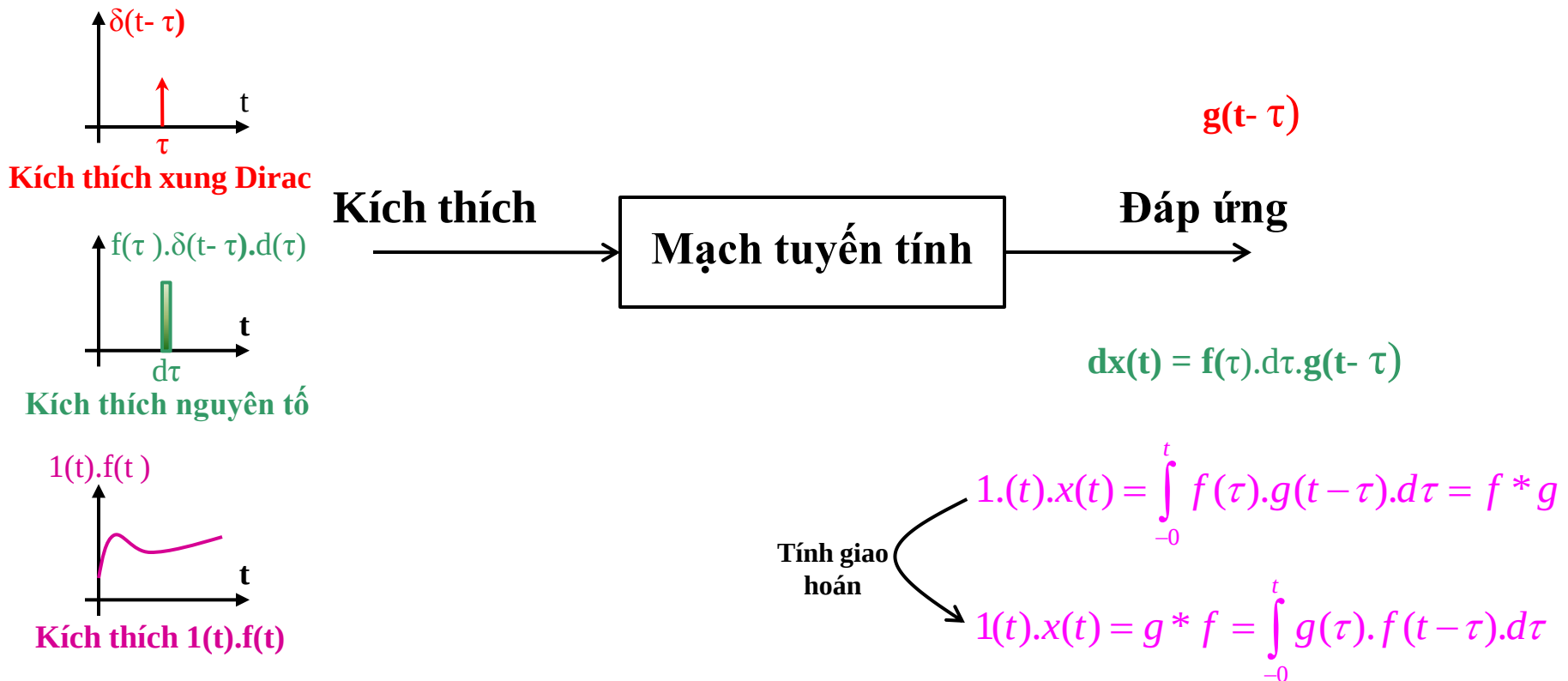
$$\rightarrow 1(t).f(t) = \int_{-0}^t f(\tau).\delta(t-\tau).d\tau = \int_{-0}^t f(t-\tau).\delta(\tau).d\tau$$

Dạng tích xếp: $1(t).f(t) = f * \delta = \delta * f$

II.2. Phương pháp hàm Green.

b. Đáp ứng hàm Green $g(t)$.

- Đáp ứng hàm Green $g(t)$ là đáp ứng của mạch khi kích thích trong mạch là hàm Dirac $\delta(t)$.
- Vì hàm $g(t)$ là đáp ứng mạch khi kích thích là xung Dirac (tác động trong một thời gian rất ngắn) nên hàm $g(t)$ mô tả đặc điểm, hành vi của mạch một cách thuần khiết hơn.





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



II.2. Phương pháp hàm Green.

b. Đáp ứng hàm Green $g(t)$.

➤ Nhận xét:

- ❖ Việc sử dụng và tính toán với hàm Green sẽ ngắn gọn hơn do không có các số hạng liên quan đến bước nhảy của kích thích và hàm truyền đạt: $f(0).h(t)$, $h(0).f(t)$...

Công thức Duyamen

$$1(t).x(t) = 1(t).f(0).h(t) + \int_{+0}^t f'(\tau).h(t-\tau).d\tau$$

$$1(t).x(t) = h(0).f(t) - \int_{+0}^t f(\tau).h'(t-\tau).d\tau$$

Hàm Green

$$x(t) = \int_{-0}^t f(\tau).g(t-\tau).d\tau$$

$$x(t) = \int_{-0}^t g(\tau).f(t-\tau).d\tau$$

- ❖ Công thức hàm Green dùng chung cho mọi quãng thời gian t mà không cần chú ý tới những đoạn chấp nối của hàm $\varphi(t)$

II.2. Phương pháp hàm Green.

c. Cách tìm hàm Green $g(t)$.

➤ So sánh công thức hàm Green và công thức tích phân Duyamen nghĩa rộng, ta có:

Công thức Duyamen

$$1(t).x(t) = - \int_{-0}^t h'(t-\tau) \cdot \varphi(\tau) \cdot d\tau$$

$$1(t).x(t) = - \int_{-0}^t h'(\tau) \cdot \varphi(t-\tau) \cdot d\tau$$

Hàm Green

$$x(t) = \int_{-0}^t f(\tau) \cdot g(t-\tau) \cdot d\tau$$

$$x(t) = \int_{-0}^t g(\tau) \cdot f(t-\tau) \cdot d\tau$$

$$g(t-\tau) = - \frac{dh(t-\tau)}{d\tau} = \frac{dh(t-\tau)}{dt}$$

Suy ra:

$$g(t) = \frac{d}{dt} h(t)$$

II.2. Phương pháp hàm Green.

c. Cách tìm hàm Green g(t).

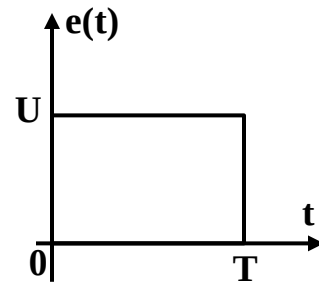
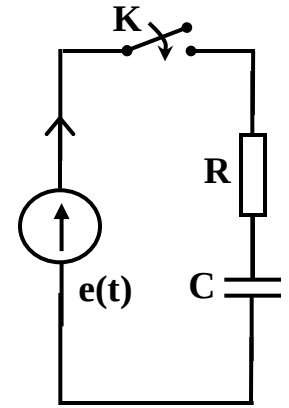
Ví dụ 1: Tính áp $u_C(t)$ quá độ trong mạch R - C khi tác động là xung áp như hình vẽ.

- Ta có: $e(t) = U.[1(t) - 1(t - T)]$
- Biết đáp ứng Hevixaid với áp trên tụ: $h_{u_C}(t) = 1 - e^{-\alpha.t}$ với $\alpha = \frac{1}{R.C}$
- Vậy hàm Green tương ứng: $g_{u_C}(t) = h'_{u_C}(t) = \alpha.e^{-\alpha.t}$
- Áp quá độ trên tụ là:

$$1(t).u_C(t) = u * g_{u_C} = \int_0^t \alpha.e^{-\alpha.(t-\tau)} . U.[1(\tau) - 1(\tau - T)].d\tau$$

$$1(t).u_C(t) = \alpha.U \int_0^t e^{-\alpha.(t-\tau)} . 1(\tau).d\tau - \alpha.U \int_0^t e^{-\alpha.(t-\tau)} . 1(t - \tau).d\tau$$

$$1(t).u_C(t) = U.e^{-\alpha.(t-\tau)} \Big|_0^t - 1(t - \tau).U.e^{-\alpha.(t-\tau)} \Big|_0^t = U.(1 - e^{-\alpha.t}) - 1(t - T).U[1 - e^{-\alpha.(t-T)}]$$



II.2. Phương pháp hàm Green.

c. Cách tìm hàm Green g(t).

Ví dụ 2: Tính áp quá độ $u_C(t)$, $u_R(t)$ trong mạch R - C khi tác động là xung áp hàm mũ

- Đáp ứng Hevixaid của các áp $u_C(t)$, $u_R(t)$ trong mạch R-C có dạng:

$$h_{u_R}(t) = 1(t).e^{-\beta.t} \quad , \quad h_{u_C}(t) = 1 - e^{-\beta.t} \quad , \quad \beta = \frac{1}{R.C}$$

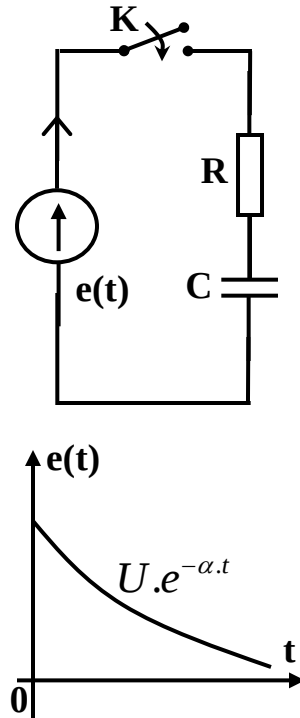
- Vậy các hàm Green tương ứng là: $g_{u_R}(t) = \delta(t) - \beta.1(t).e^{-\beta.t}$ $g_{u_C}(t) = \beta.e^{-\beta.t}$

- Áp quá độ trên R là:

$$1(t).u_R(t) = U \int_{-0}^1 \left[\delta(t) - \beta.e^{-\beta.\tau} \right].e^{-\alpha.(t-\tau)}.d\tau = U.e^{-\alpha.(t-\tau)} - \frac{\beta}{\alpha - \beta}.e^{-\alpha.t}.e^{(\alpha-\beta).\tau} \Bigg|_0^t = \frac{U}{\beta - \alpha} (\beta.e^{-\beta.t} - \alpha.e^{-\alpha.t})$$

- Áp quá độ trên C là:

$$1(t).u_C(t) = U \int_{-0}^t \beta.e^{-\beta.\tau}.e^{-\alpha.(t-\tau)}.d\tau = \frac{\beta}{\alpha - \beta}.U.e^{-\alpha.t}.e^{(\alpha-\beta).\tau} \Bigg|_0^t = U.\frac{\beta}{\alpha - \beta} (e^{-\beta.t} - e^{-\alpha.t})$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng.

I. Phương pháp tích phân kinh điển.

II. Phương pháp tích phân Duyamen và hàm Green.

III. Phương pháp toán tử Laplace.

III.1. Tinh thần của phương pháp toán tử Laplace.

III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

III.3. Cách tìm gốc theo ảnh Laplace.

III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

III.1. Tinh thần của phương pháp toán tử Laplace.

- Làm phép song ánh biến đổi cặp “**phân bố thời gian** $\varphi(t) = 1(t).f(t)$ (hàm gốc thời gian) và số phức p ” với một số phức $F(p)$ (ảnh Laplace) sao cho:

$$\begin{array}{ccc} \frac{\partial \varphi}{\partial t} & \longleftrightarrow & p.F(p) \\ \int \varphi(t).dt & \longleftrightarrow & \frac{1}{p}.F(p) \\ \text{Hệ phương trình vi tích phân hệ số hằng} & \longleftrightarrow & \text{Hệ phương trình đại số tuyến tính ảnh } F(p) \end{array}$$

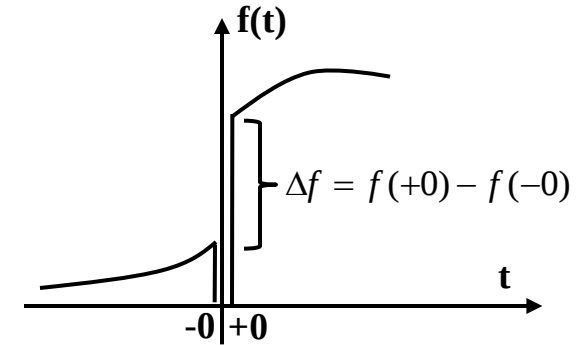
- Nhờ quan hệ song ánh đó:
 - Giải phương trình đại số tìm ảnh $F(p) \rightarrow$ tìm được nghiệm gốc $\varphi(t)$.
 - Xét tính chất về đại số của ảnh $F(p) \rightarrow$ khảo sát được dáng điệu nghiệm của phương trình vi tích phân.

III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

a. Đạo hàm gốc.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ.

$$1(t).f(t) \longleftrightarrow F(p)$$



➤ Đạo hàm của $f(t)$:

$$[1(t).f(t)]' = 1(t).f'(t) + \delta(t).f(0) \longrightarrow 1(t).f'(t) = [1(t).f(t)]' - \delta(t).f(0)$$

$$1(t).f'(t) \rightarrow p.F(p) - f(+0)$$

➤ Tại $t = 0$: $\Delta f = f(+0) - f(-0)$

$$1(t).f'(t) \rightarrow p.F(p) - f(+0) + [f(+0) - f(-0)]$$

$$1(t).f'(t) \rightarrow p.F(p) - f(-0)$$

III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

a. Đạo hàm gốc.

➤ Ứng dụng:

❖ Xét cuộn dây:

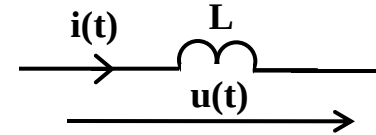
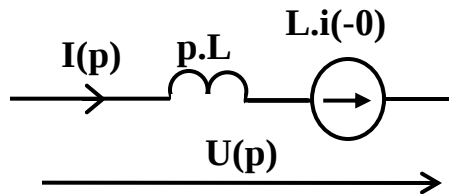
$$u_L(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t) = L \cdot i'(t)$$

❖ Chuyển sang miền ảnh:

$$i_L(t) \longrightarrow I_L(p)$$

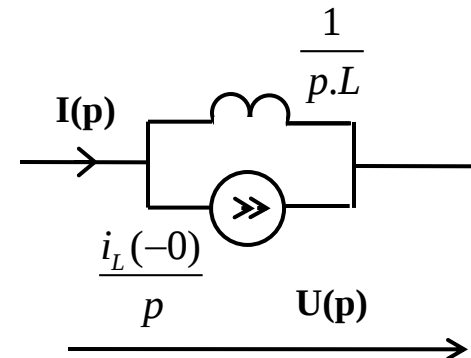
$$U_L(p) = L \cdot [p \cdot I_L(p) - i(-0)]$$

$$U_L(p) = p \cdot L \cdot I_L(p) - L \cdot i(-0)$$



$$u_L(t) \longrightarrow U_L(p)$$

$$I_L(p) = \frac{i(-0)}{p} + \frac{U_L(p)}{p \cdot L}$$



III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

b. Tích phân gốc.

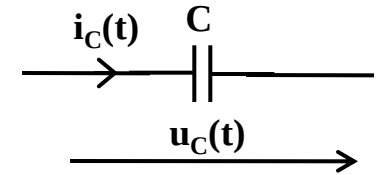
➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t).f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Tích phân của $f(t)$:

$$\int_{-0}^t 1(t).f(t).dt \longrightarrow \frac{1}{p}.F(p)$$

➤ Ứng dụng:

❖ Xét tụ điện. $u_C(t) = u(0) + \frac{1}{C} \int i_C(t).dt$



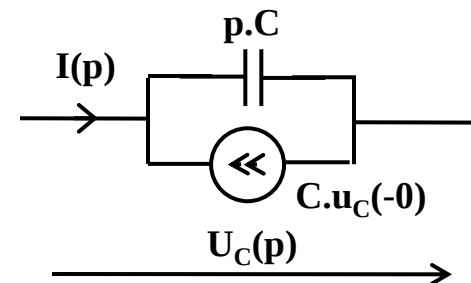
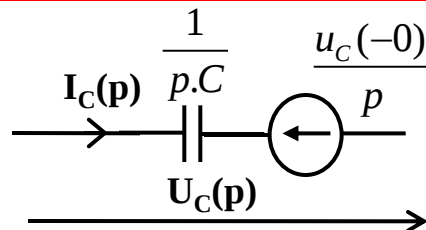
❖ Chuyển sang miền ảnh.

$$i_C(t) \longrightarrow I_C(p)$$

$$u_C(t) \longrightarrow U_C(p)$$

$$U_C(p) = \frac{1}{p.C}.I_C(p) + \frac{u_C(-0)}{p}$$

$$I_C(p) = p.C.U_C(p) - C.u_C(-0)$$



III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

b. Định lý về dịch gốc.

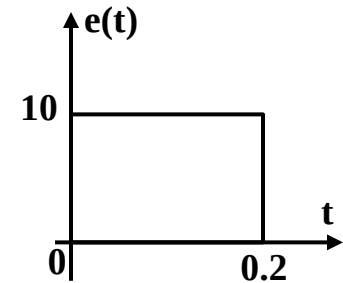
➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $f(t-T) \longleftrightarrow e^{-T \cdot p} \cdot F(p)$

Ví dụ:

$$e(t) = 10 \cdot 1(t) - 10 \cdot 1(t - 0.2)$$

$$\rightarrow \frac{10}{p} - \frac{10}{p} \cdot e^{-0.2p} = \frac{10}{p} \cdot (1 - e^{-0.2p})$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

c. Định lý về dịch ảnh.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $1(t) \cdot f(t) \cdot e^{\mp a \cdot t} \longleftrightarrow F(p \pm a)$

d. Định lý về sự đồng dạng.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $1(t) \cdot f(a \cdot t) \longleftrightarrow \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{p}{a}\right)$

$1(t) \cdot f\left(\frac{t}{a}\right) \longleftrightarrow a \cdot F(a \cdot p)$

e. Đạo hàm ảnh.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $1(t) \cdot (-t) \cdot f(t) \longleftrightarrow \frac{d}{dp} F(p)$

III.2. Các định lý về quan hệ ảnh - gốc.

f. Tích phân ảnh.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $1(t) \cdot \frac{1}{t} f(t) \longleftrightarrow \int_0^p F(p) \cdot dp$

g. Định lý tích xếp.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $\int_{-0}^t f_1(\tau) \cdot f_2(t - \tau) \cdot d\tau \longleftrightarrow F_1(p) \cdot F_2(p)$

g. Định lý về các giá trị bờ.

➤ Xét hàm $f(t)$ bất kỳ. $1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow F(p)$

➤ Vậy: $\lim_{t \rightarrow 0} 1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$

$\lim_{t \rightarrow \infty} 1(t) \cdot f(t) \longleftrightarrow \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.3. Cách tìm gốc theo ảnh Laplace.

a. Phép tích phân Riman-Mellin.

$$1(t) \cdot f(t) = \frac{1}{2\pi \cdot j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(p) \cdot e^{t \cdot p} \cdot dp$$

b. Tra bảng quan hệ ảnh - gốc.

$$1(t) \leftrightarrow \frac{1}{p}$$

$$\cos(a \cdot t) \leftrightarrow \frac{p}{p^2 + a^2}$$

$$t \leftrightarrow \frac{1}{p^2}$$

$$\sin(a \cdot t) \leftrightarrow \frac{a}{p^2 + a^2}$$

$$\delta(t) \leftrightarrow 1$$

$$e^{-a \cdot t} \leftrightarrow \frac{1}{p + a}$$

III.3. Cách tìm gốc theo ảnh Laplace.

c. Dùng công thức Hevixaide

- Khi xét mạch, ta thường gặp phân thức hữu tỉ dạng:

$$F(p) = \frac{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 \cdot p^2 + \dots + b_m \cdot p^m}{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + \dots + a_n \cdot p^n} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad a_0 \dots a_n, b_0 \dots b_m: \text{hằng số thực}$$

- Công thức Hevixaide cho gốc của ảnh Laplace $F(p)$ khi đa thức tử số $F_1(p)$ có bậc nhỏ hơn đa thức mẫu số $F_2(p)$ ($m < n$) (trong trường hợp $m \geq n$, ta sẽ thực hiện phép chia đa thức).

- ❖ Nếu $F_2(p) = 0$ có nghiệm thực, đơn: p_1, p_2 . ❖ Nếu $F_2(p) = 0$ có nghiệm thực kép: $p_1 = p_2 = p_k$.

$$1(t) \cdot f(t) = A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$1(t) \cdot f(t) = (A_1 + A_2 \cdot t) \cdot e^{p \cdot t}$$

với $A_k = \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{F_1(p)}{F_2'(p)} \quad (k = 1, 2)$

với $A_1 = \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{d}{dp} \left[\frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cdot (p - p_k)^2 \right]$

- ❖ Nếu $F_2(p) = 0$ có phức: $p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$

$$1(t) \cdot f(t) = 2 \cdot |A_k| \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \cos(\beta \cdot t + \varphi_k)$$

$$A_2 = \lim_{p \rightarrow p_k} \left[\frac{F_1(p)}{F_2(p)} \cdot (p - p_k)^2 \right]$$

với $A_k = \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{F_1(p)}{F_2'(p)} = A_k \angle \varphi_k$

III.3. Cách tìm gốc theo ảnh Laplace.

c. Dùng công thức Hevixaide

Ví dụ: Tìm hàm gốc của các ảnh sau.

$$I(p) = \frac{20}{(p+5).(p+6)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

$$F_2(p) = 0 \rightarrow \begin{matrix} p_1 = -5 \\ p_2 = -6 \end{matrix} \quad F_2'(p) = 2p + 11$$

$$\rightarrow 1(t).i(t) = A_1.e^{-5.t} + A_2.e^{-6.t}$$

$$A_1 = \lim_{p \rightarrow -5} \frac{20}{2.p + 11} = 20 \quad A_2 = \lim_{p \rightarrow -6} \frac{20}{2.p + 11} = -20$$

$$\rightarrow 1(t).i(t) = 20.(e^{-5.t} - e^{-6.t})$$

$$E(p) = \frac{p^2 + 2}{p.(p+4)^2} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

$$F_2(p) = 0 \rightarrow \begin{matrix} p_1 = 0 \\ p_2 = p_3 = -4 \end{matrix} \quad F_2'(p) = 3.p^2 + 16.p + 16$$

$$\rightarrow 1(t).e(t) = A_0 + (A_1 + A_2.t).e^{-4.t}$$

$$A_0 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{F_1(p)}{F_2'(p)} = \frac{1}{8}$$

$$A_1 = \lim_{p \rightarrow -4} \frac{d}{dp} \left[\frac{F_1(p)}{F_2(p)} . (p+4)^2 \right] = \frac{7}{8}$$

$$A_2 = \lim_{p \rightarrow -4} \frac{F_1(p)}{F_2(p)} . (p+4)^2 = \frac{-9}{2}$$

$$\rightarrow 1(t).e(t) = \frac{1}{8} + \left(\frac{7}{8} - \frac{9}{2}.t \right).e^{-4.t}$$



Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.3. Cách tìm gốc theo ảnh Laplace.

c. Dùng công thức Hevixaide

Ví dụ: Tìm hàm gốc của các ảnh sau.

$$U(p) = \frac{100}{p^2 + 2.p + 10} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} \quad F_2(p) = 0 \rightarrow p_{1,2} = -1 \pm j.3$$

$$F_2'(p) = 2.p + 2$$

$$\rightarrow 1(t).i(t) = 2.|A|.e^{-t}.\cos(3.t + \varphi)$$

$$\dot{A} = \lim_{p \rightarrow -1+j.3} \frac{100}{2.(p+1)} = \frac{100}{j.6} = \frac{100}{6} \angle -90^\circ$$

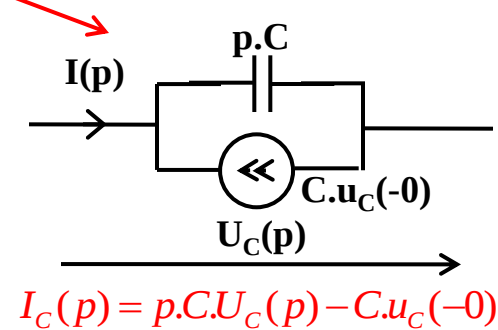
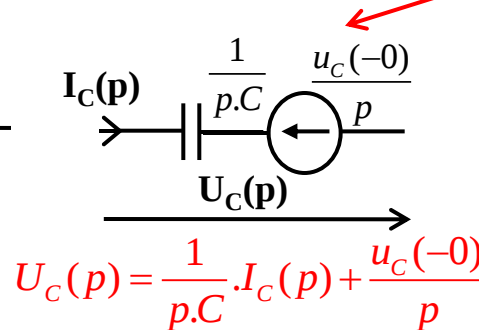
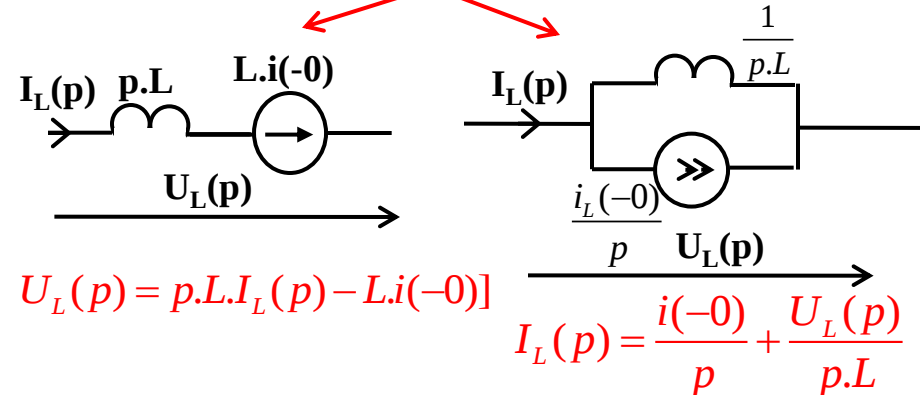
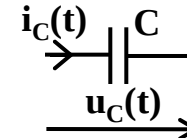
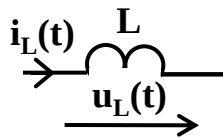
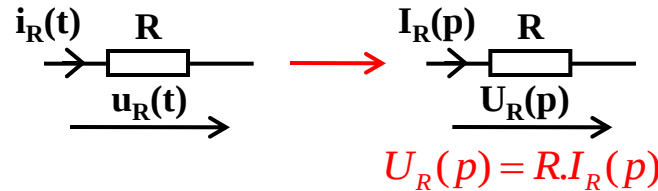
$$\rightarrow 1(t).i(t) = 33.333.e^{-t}.\cos(3.t - \frac{\pi}{2})$$

III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

a. Sơ đồ toán tử.

- Sơ đồ toán tử là sơ đồ mạch ở chế độ mới trong đó các kích thích $j(t)$, $e(t)$ đã được chuyển sang miền ảnh $J(p)$, $E(p)$; các phần tử R , L , C được chuyển sang miền ảnh kèm theo sơ kiện.

- Kích thích của mạch: $e(t) \rightarrow E(p)$
- Các phần tử: $j(t) \rightarrow J(p)$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

b. Các luật trong miền ảnh Laplace.

- Luật Ohm:
$$\begin{cases} U(p) = Z \cdot I(p) \\ I(p) = Y \cdot U(p) \end{cases}$$
- Luật Kirchoff 1:
$$\sum_{nut} I(p) = 0$$
- Luật Kirchoff 2:
$$\sum_{vong} U(p) = \sum_{vong} E(p) \quad (\text{có tính đến sơ kiện})$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

c. Trình tự giải bài toán quá trình quá độ.

- ***Tìm sơ kiện độc lập của mạch tại $t = -0$: $u_C(-0)$; $i_L(-0)$***
 - ❖ Xét mạch ở chế độ cũ và tính các đáp ứng $u_C(t)$, $i_L(t)$
 - ❖ Thay tại $t = -0$ để tính các sơ kiện độc lập $u_C(-0)$, $i_L(-0)$
- ***Lập sơ đồ toán tử cho mạch điện ở chế độ mới.***
- ***Lập và giải phương trình mạch trong miền ảnh Laplace để tìm nghiệm $X(p)$***
 - ❖ Lập phương trình mạch theo phương pháp: Dòng nhánh, dòng vòng, thế đỉnh, mạng 1 cửa, 2 cửa ...
- ***Tìm nghiệm quá độ $x_{qd}(t)$.***
 - ❖ Tra bảng quan hệ ảnh - gốc.
 - ❖ Dùng công thức Hevixaide.

III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

c. Trình tự giải bài toán quá trình quá độ.

Ví dụ: Tìm $i_{Cqd}(t)$ khi đóng mạch từ vị trí 1 sang vị trí 2, biết:

$$e_1(t) = 100 \cdot \sin 10^3 \cdot t (V) ; e_2(t) = 100 \cdot e^{-20 \cdot t} (V)$$

$$R_1 = 10 \Omega ; R_2 = 100 \Omega ; X_C = 10 \Omega$$

Giải:

➤ Tìm sơ kiện độc lập $u_C(-0)$: $\dot{U}_C = \frac{\dot{E}_{1\max}}{R_1 + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}} \cdot \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$ $u_C(t) = \frac{100}{\sqrt{2}} \sin(10^3 \cdot t - 45^\circ)$

➤ Lập sơ đồ toán tử:

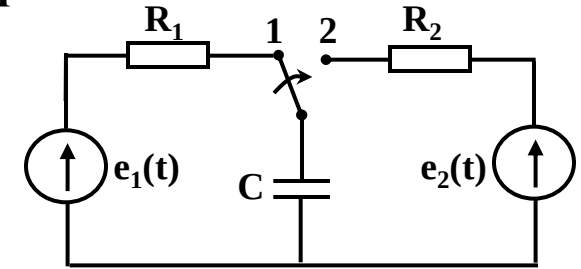
$$I(p) = \frac{E_2(p) - \frac{u_C(-0)}{p}}{R + \frac{1}{p \cdot C}} = \frac{1,5 \cdot p + 10}{(p + 20)(p + 100)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

$$\rightarrow 1(t) \cdot i_{Cqd}(t) = A_1 \cdot e^{-20 \cdot t} + A_2 \cdot e^{-100 \cdot t}$$

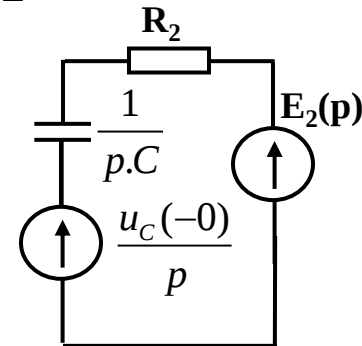
$$\rightarrow 1(t) \cdot i_{Cqd}(t) = -0,25 \cdot e^{-20 \cdot t} + 1,75 \cdot e^{-100 \cdot t}$$

$$A_1 = \lim_{p \rightarrow -20} \frac{F_1(p)}{F_2'(p)} = -0,25$$

$$A_2 = \lim_{p \rightarrow -100} \frac{F_1(p)}{F_2'(p)} = 1,75$$



$$\rightarrow u_C(-0) = -50(V)$$



III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

c. Trình tự giải bài toán quá trình quá độ.

Ví dụ: Tính dòng quá độ trong mạch, biết:

$E = 10 \text{ V} = \text{const}$; $R_1 = 5\Omega$; $R_3 = R_2 = 10\Omega$; $L_1 = 2\text{H}$; $L_2 = 2\text{H}$; $M=1\text{H}$.

Giải:

➤ Tìm sơ kiện độc lập:

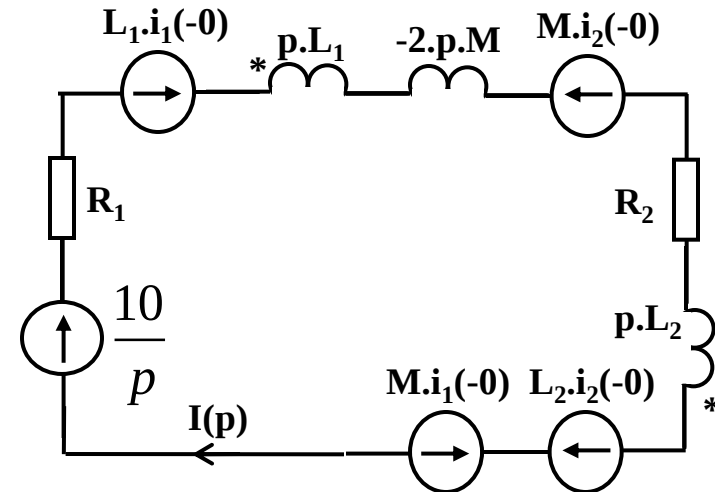
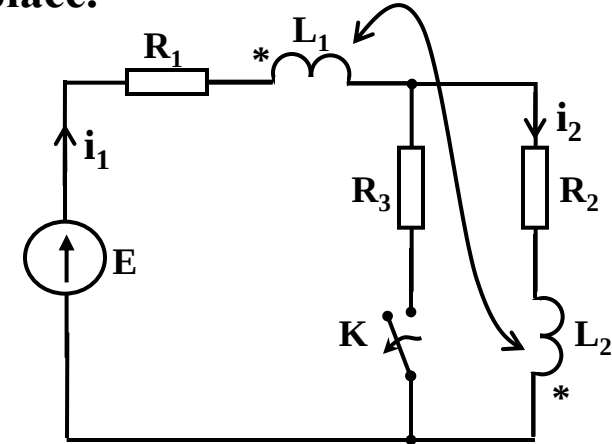
$$i_1(-0) = \frac{E}{R_1 + (R_2 // R_3)} = \frac{10}{5+5} = 1(\text{A})$$

$$i_2(-0) = \frac{i_1(-0)}{2} = 0.5(\text{A})$$

➤ Lập sơ đồ toán tử:

$$I(p) = \frac{E(p) + L_1 \cdot i_1(-0) - M \cdot i_2(-0) + L_2 \cdot i_2(-0) - M \cdot i_1(-0)}{R_1 + R_2 + p \cdot L_1 + p \cdot L_2 - 2 \cdot p \cdot M}$$

$$I(p) = \frac{0.75 \cdot p + 5}{p \cdot (p + 7.5)} \rightarrow \mathbf{1(t) \cdot i(t) = 0,667 + 0,0833 \cdot e^{-7,5 \cdot t} (A)}$$





Chương 10: Các phương pháp tính quá trình quá độ trong mạch tuyến tính hệ số hằng



III.4. Tính quá trình quá độ bằng phương pháp toán tử Laplace.

d. Nhận xét chung về phương pháp.

➤ Ưu điểm:

- ❖ Giải bài toán quá trình quá độ với nguồn kích thích bất kỳ (*tăng không nhanh hơn hàm e mũ*)
- ❖ Chỉ cần tính sơ kiện độc lập tại $t = -0$.
- ❖ Giải được trực tiếp nghiệm quá độ.
- ❖ Có thể thay thế được cho mọi phương pháp tích phân.

➤ Nhược điểm:

- ❖ Khi $F_2(p)$ là đa thức bậc cao, ta phải dùng phương pháp gần đúng để tìm nghiệm p_k .